كل ما تحتاج في هذا المحور

I. النهـــايـــات:

1) قوانين عامة:

$\infty \pm$ عدد $= \infty$

$(\infty) \times$ عدد $= \infty$

$\frac{\infty}{\text{عدد}} = \infty$

$(\infty)^n = \infty$

$\frac{\text{عدد}}{0^{\pm}} = \infty$

$\frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$

2) حالات عدم التعيـين:

$\frac{\infty}{\infty}$

$+\infty - \infty$

$\frac{0}{0}$

$\infty \times 0$

3) النهـــايات بالمـقارنة:

النظرية الأولى	النظرية الثانية	النظرية الثالثة
f, g و h ثلاث دوال: $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ إذا كانتا: $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = l$ $\lim_{x\to\pm\infty} h(x) = l$ يستلزم: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = l$	f و g دالتان: $f(x) \geq g(x)$ إذا كانت: $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = +\infty$ يستلزم: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$	f و g دالتان: $f(x) \leq g(x)$ إذا كانت: $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = -\infty$ يستلزم: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$

II. المستقيمات المقاربة:

1) وجود مستقيم مقارب:

مستقيم مقارب عمودي	مستقيم مقارب أفقي	مستقيم مقارب مائل
$\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$ يوجد مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = a$	$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = b$ يوجد مستقيم مقارب عمودي معادلته $y = b$	$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$ احتمال وجود مستقيم مقارب مائل معادلته موجودة في العبارة الثانية لـ f

2) الفرق بين برهنة وجود مستقيم مقارب والوضعية النسبية:

الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب y	برهنة أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب y
دراسة إشارة الفرق $[f(x) - y]$	$\lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - y] = 0$

III. الاستمراريـــة:

الحالة الأولى: قيمة مسموحة	**الحالة الثانية:** قيمة ممنوعة
$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ ومنه f دالة مستمرة عند النقطة ذات الفاصلة x_0	$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x\to x_0 \\ >}} f(x) = f(x_0)$ ومنه f دالة مستمرة عند النقطة ذات الفاصلة x_0

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

IV. الإشتـــقاقية:

1) قابليـــة الاشتقاق:

الحالة الأولى: قيمة مسموحة	**الحالة الثانية:** قيمة ممنوعة
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l=f'(x_0)$ ومنه f دالة قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة x_0	$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l=f'(x_0)$ ومنه f دالة قابلة لاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة x_0

2) التفسير الهـــندسي:

	النتيجة	التفسير
الحالة الأولى: قيمة مسموحة	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l$	(C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0 ذو المعادلة : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\pm\infty$	(C_f) يقبل مماس يوازي محور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة x_0
	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$	(C_f) يقبل مماس يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة x_0

	النتيجة	التفسير
الحالة الثانية: قيمة ممنوعة	$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l$	(C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0 ذو المعادلة : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
	$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_1\\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_2\end{cases}$ $l_1\neq l_2$	(C_f) يقبل نقطة زاوية عند النقطة $S(x_0;f(x_0))$ "أي عندما تكون f دالة غير قابلة لاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة x_0"

3) حساب المشـــتقة:

الدالة f	المشتقة f'
a	0
ax+b	a
x^n	$n.x^{n-1}$
$\dfrac{1}{x^n}$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
cos(x)	-sin(x)
sin(x)	cos(x)
a.U	a.U'
U+V	U'+V'
U.V	U'.V+V'U
$\dfrac{U}{V}$	$\dfrac{U'.V-V'.U}{V^2}$
U^n	$n.U'.U^{n-1}$
$\dfrac{1}{U^n}$	$-\dfrac{n.U'}{U^{n+1}}$
$\sqrt{U}$	$\dfrac{U'}{2\sqrt{U}}$
$\dfrac{1}{U}$	$-\dfrac{U'}{U^2}$
U○V=U(V)	V'.U'(V)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

V. نظرية القيـــم المتوســـطة:

الحـــــالتين	$a < \alpha < b$ حيث α تقبل حلا وحيدا $f(x)=0$	$a < \alpha < b$ حيث α تقبل حلا وحيدا $f(x)=k$
الشـــرط	الدالة f معرفة، مستمرة ورتيبة على المجال [a ;b]	
الاثبـــات	$f(a) \times f(b) < 0$	متزايدة تماما $f(a) < k < f(b)$
		متناقصة تماما $f(b) < k < f(a)$

ملاحظة: في بعض الأحيان يمكن أن يكون أحد العددين a أو b عبارة عن عدد مالانهاية $\pm\infty$ فلا يتغير أي شيء مما سبق

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

سلسلة التمارين

I. النهـايات:

التمرين الأول: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\sin(x)}-1}{x} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^4-2x^2+1}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(3x)}{x} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{2x+\sqrt{4x^2+x}} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{3-\sqrt{5x+4}}{\sqrt{x+3}-2}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x+1}+x$$

التمريـن الثاني:

f دالة عددية حيث: $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون لدينا: $\frac{3}{x+2} < f(x) < \frac{3}{x}$

2) استنتج: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

التمريـن الثالث:

f دالة عددية معرفة على المجال: $[0\,;+\infty[$ حيث: $f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

1) تحقق أنه يمكن كتابة f على الشكل: $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$

2) أثبت أنه: $\frac{1}{\sqrt{x+2}} \le f(x) \le \frac{1}{\sqrt{x}}$

3) استنتج نهاية f عند $+\infty$

التمريـن الرابع:

f دالة عددية حيث: $f(x)=\frac{2x+\sin x}{3-\cos x}$

1) أوجد حصرا لـ f(x) من أجل كل: $x\in]\frac{1}{2};+\infty[$

2) عين: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

II. المستقيمات المقاربة:

التمرين الخامس:

f دالة عددية ذات المتغير x حيث: $f(x)=\frac{2x^3-x^2-3x+2}{x^2-1}$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف

3) عين الأعداد الحقيقية α, β, γ و λ حيث: $f(x)=\alpha x+\beta+\frac{\gamma x+\lambda}{x^2-1}$

4) بين أن المنحنى (C) الممثل لتغيرات الدالة f يقبل مستقيمان مقاربان يطلب تعيين معادلتهما

5) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

III. الاستمـرارية:

التمرين السادس: f دالة عددية ذات المتغير x حيث:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^3 - 12x^2 + 20x + 48}{16 - 4x} \; ; x \in]-\infty; 4[\\ f(x) = \dfrac{2x - 5 - \sqrt{x+5}}{x^2 - 16} \; ; x \in]4; +\infty[\\ f(4) = 7 \end{cases}$$

أدرس استمرارية الدالة f عند $x_0=4$

IV. الاشتـــقاقية:

التمرين السابع: f دالة عددية ذات المتغير x حيث: $f(x) = |x-1| + \frac{3}{x+2}$

1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=1$
2) أوجد معادلة نصف مماس عند يمين $x_0=1$

التمريـن الثامن: f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{2\sin(x)+3}{\sin(x)-1}$

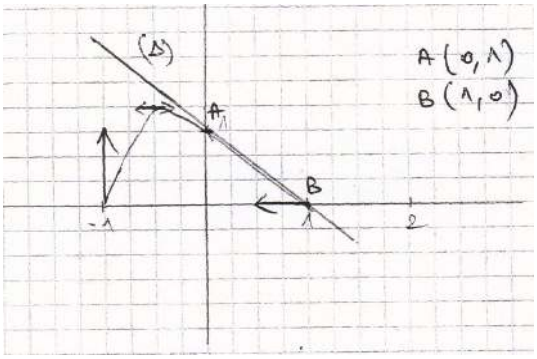
1) بين أن الدالة f هي مركب دالتين U و V يطلب تعيينهما
2) أحسب كل من U'(x) و V'(x)
3) استنتج مشتقة الدالة f

التمريـن التاسع:

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة كما يلي: $f(x) = (x+1)\sqrt{1-x^2}$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f
2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 1- وفسر النتيجة هندسيا
3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 1+ وفسر النتيجة هندسيا
4) أحسب مشتقة الدالة f ثم عين جدول تغيراتها

التمريـن العاشر:



1) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1- من اليمين؟ علل
2) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1+ من اليسار؟ علل
3) أحسب f'(0)
4) أوجد a و b علما أن f(x) تكتب من الشكل:

$$f(x) = (a+bx)\sqrt{1-x^2}$$

V. نظرية القيم المتوسطة:

التمرين الحادي عشر:

f دالة عددية ذات المجهول x حيث: $f(x) = \frac{-x^3-2x^2-x-4}{(x+1)^2}$

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف
2) عين العددين a و b حيث: $f(x) = ax + \frac{b}{(x+1)^2}$
3) بين أنه من أجل x من D_f حيث: $f'(x) = \frac{(1-x)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$
4) شكل جدول تغيرات الدالة f
5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ)
6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
7) بين أن المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا α حيث $-\frac{5}{2} < \alpha < -2$
8) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ بالوحدة 2cm على محول الفواصل و 1cm على محور التراتيب
9) حل وناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة f(x)=m أو y=m

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

VI. تمارين عامة:

التمريـن الثاني عشر:

I. لتكن الدالة g معرفة على R بـ: $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها
2) بين أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا α حيث: $2 \leq \alpha \leq 2,2$
3) استنتج إشارة g(x)

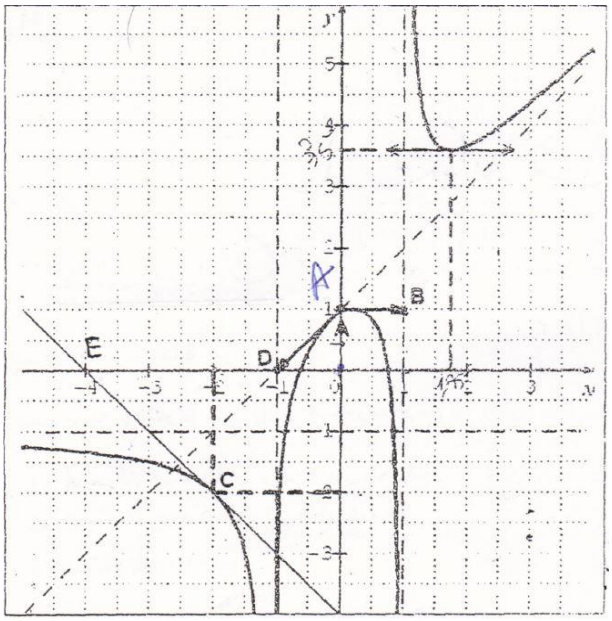
II. لتكن الدالة f المعرفة على $D_f=R-\{-1\ ;1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2-1}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ذو الوحدة 2cm

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف
2) أ- عين الأعداد الحقيقية a, b, c و d حيث من أجل كل x من D_f : $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2-1}$
   ب- استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيينه
   ج- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ)
3) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين آخرين يطلب تعيينهما
4) بين أن من أجل كل x من D_f: $f(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$
5) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
6) بين أن: $f(\alpha) = \frac{3(\alpha+2)}{\alpha^2-1}$ ثم استنتج حصرا لـ f(α)
7) عين معادلة المماس (d) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -2
8) أرسم المماس (d) والمستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f)

التمريـن الثالث عشر:

الشكل المقابل (C_f) هو منحنى الدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$



I. بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

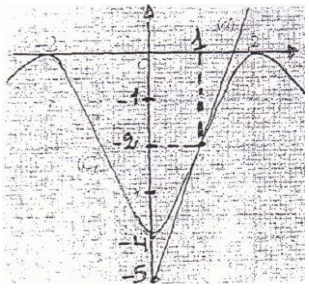
1) عين مجموعة تعريف الدالة f
2) هل الدالة f مستمرة عند 0؟
3) أحسب $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x}$ مع التعليل ثم عين المجالات التي تكون فيها الدالة f قابلة للاشتقاق
4) شكل جدول تغيرات الدالة f
5) أعط حصرا لحلول المعادلة f(x)=0 ثم استنتج إشارة f(x)
6) أكتب معادلة المماسين عند النقطتين اللذان فاصلتاهما 0 و 2- ثم أكتب معادلة المستقيم المائل
7) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة f(x)=x+m

II. g دالة معرفة كما يلي: $f(x) = x + m$
أحسب g'(x) ثم استنتج جدول تغيرات الدالة g

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الرابع عشر:

f دالة معرفة على المجموعة R و (C_f) تمثيلها البياني و(d) المماس عند النقطة ذات الفاصلة 1 كما هو مبين في الشكل:



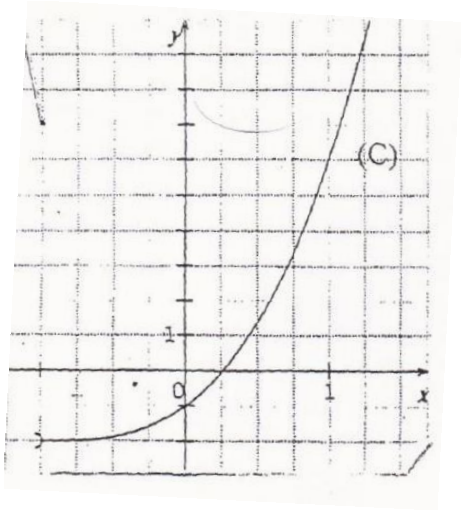
ليكن الدالتين g و h المعرفتين بـ:

$g(x) = f(x^2)$ | $h(x) = f°f(x)$

1) عين f(1) ,f(-2) ,f'(-2) و f'(1)
2) استنتج g'(1) و h'(1)

التمريـن الخامس عشر:

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ كما يأتي:



$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

1) أ- بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد g(0) واشارة $g(\frac{1}{2})$
ب- علل وجود عدد حقيقي α من المجال $]0\,;\frac{1}{2}[$ يحقق g(α)=0
ج- استنتج إشارة g(x) على المجال $]-1\,;+\infty[$
2) f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بما يأتي:

$$f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$
أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

ب- عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا
ج- أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-(x+1)]$ وفسرهما بيانيا
د- شكل جدول تغيرات الدالة f
3) نأخذ $\alpha \approx 0{,}26$
أ- عين مدور f(α) إلى 10^{-2}
ب- أرسم المنحنى (Γ)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نتائج التمارين

I. النهايات

التمرين الأول:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^4-2x^2+1}=\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1}=\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3-\sqrt{5x+4}}{\sqrt{x+3}-2}=\frac{-10}{3}$$

$$\lim_{x\to -\infty}\sqrt{x^2+x+1}+x=-\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\sin(x)}-1}{x}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(3x)}{x}=3$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{2x+\sqrt{4x^2+x}}=0$$

التمرين الثاني:

$$\frac{3}{x+2}<\ f(x)<\frac{3}{x}$$

$$\lim_{x\to +\infty}f(x)=0$$

التمرين الثالث:

$$f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}}\leq\ f(x)\ \leq\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to +\infty}f(x)=0$$

التمرين الرابع:

$$\frac{2x-1}{4}\leq\ f(x)\ \leq\frac{2x+1}{2}$$

$$\lim_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$$

II. المستقيمات المقاربة

التمرين الخامس:

$D_f=R-\{-1\ ;+1\}$

$\lim_{x\to -\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$ } احتمال وجود مستقيم مقارب مائل

$\lim_{\substack{x\to -1\\ <}}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to -1\\ >}}f(x)=-\infty$ } يوجد مستقيم مقارب عمودي معادلته x=-1

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ <}}f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ >}}f(x)=\frac{1}{2}$$

$$\alpha=2;\beta=-1;\gamma=-1;\lambda=1$$

$$f(x)=(2x-1)+\frac{-x+1}{x^2-1}$$

$\lim_{x\to -\infty}f(x)-y=0\Rightarrow y=2x-1$ م.م.م

$$f(x)-y=\frac{-x+1}{x^2-1}$$

x	$-\infty$	-1	+1	$+\infty$
f(x)-y	+	-	-	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	

III. الاستمرارية

التمرين السادس:

$\lim_{\substack{x\to 4\\ <}}f(x)=7\Rightarrow$ الدالة f مستمرة عند يسار $x_0=4$

$\lim_{\substack{x\to 4\\ >}}f(x)=\frac{11}{48}\Rightarrow$ الدالة f مستمرة عند يمين $x_0=4$

إذن الدالة f ليست مستمرة عند $x_0=4$

التمرين السابع:

$\lim_{\substack{x\to 1\\ <}}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{-4}{3}\Rightarrow$ الدالة f قابلة للاشتقاق عند يسار $x_0=4$

$\lim_{\substack{x\to 1\\ >}}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{2}{3}\Rightarrow$ الدالة f قابلة للاشتقاق عند يمين $x_0=4$

إذن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=4$ أي تقبل نقطة زاوية $S(1\ ;1)$

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$$

التمرين الثامن:

$$U(x)=\frac{2x+3}{x-1};V(x)=\sin(x)$$

$$U'(x)=\frac{-5}{(x-1)^2};V'(x)=\cos(x)$$

$$f'(x)=\frac{-5\cos(x)}{(\sin(x)-1)^2}$$

التمرين التاسع:

$D_f=[-1\ ;+1]$

$$\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=0$$

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=-1$ والمنحنى (C_f) يقبل مماس يوازي محور الفواصل (xx')

$$\lim_{x\to +1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=-\infty$$

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=+1$ والمنحنى (C_f) يقبل مماس يوازي محور التراتيب (yy')

$$f'(x)=f'(x)=\frac{-2x^2-x+1}{\sqrt{1-x^2}}$$

x	-1	$\frac{1}{2}$	+1
g'(x)	+	0	-
g(x)	0	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	0

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الـعاشر:

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)} = +\infty$

إذن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=-1$

$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = 0$

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=0$

$f'(0) = -1$

$a = 1\,;\, b = -1$

IV. القيم المتوسطة

التمريـن الحادي عشر:

$D_f = R - \{-1\}$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ <}} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x) = -\infty$

$a = -1; b = -4$

$f'(x) = \dfrac{(-x+1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$

x	1/2	-1	2	$+\infty$
f'(x)	-	|| +	+	
f(x)	$+\infty$ ↘ $-\infty$	|| $-\infty$ ↗ -2	↘ $-\infty$	

$\lim\limits_{x\to +\infty} [f(x)-y] = 0; y = -x$ م.م.م

$f(x)-y = \dfrac{-4}{(x+1)^2}$

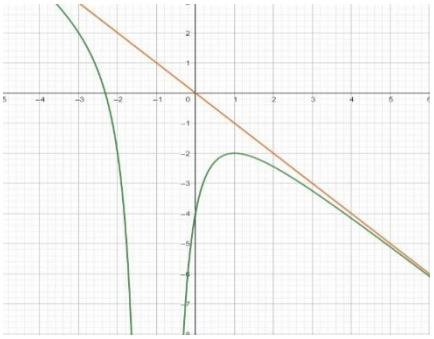
x	0	1	$+\infty$
f(x)-y	+	|| -	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	|| (C_f) تحت (Δ)	

$f\left(\dfrac{-5}{2}\right) \times f(-2) < 0$

يوجد ثلاث حلول: $m \in]-\infty; -2[$

يوجد حلين متمايزين: $m = -2$

يوجد حل وحيد: $m \in]-2; +\infty[$



V. تمارين عامة

التمريـن الثاني عشر:

$g(x) = x^3 - 3x - 4$

$D_f =]-\infty; +\infty[$

$\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$

$g'(x) = 3x^2 - 3$

$g(2) \times g(2{,}2) < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
g(x)	-	0	+

$f(x) = \dfrac{x^3+2}{x^2-1}$

$D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +1[\cup]+1; +\infty[$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ <}} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x) = -\infty$
} $x = -1$ م.م.ع

$\lim\limits_{\substack{x\to +1\\ <}} f(x) = -\infty$
$\lim\limits_{\substack{x\to +1\\ >}} f(x) = +\infty$
} $x = +1$ م.م.ع

$a = 1; b = 0; c = 1; d = 2$

$f(x) = x + \dfrac{x+2}{x^2-1}$

$\lim\limits_{|x|\to +\infty} [f(x)-y] = 0; y = x$ م.م.م

$(x) - y = \dfrac{x+2}{x^2-1}$

x	$-\infty$	-2	-1	+1	$+\infty$
f(x)-y	-	0 +	|| -	|| +	
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ) يقطع (C_f) (Δ)	|| (C_f) تحت (Δ)	|| (C_f) فوق (Δ)	

$f'(x) = \dfrac{x \times g(x)}{(x^2-1)^2}$

x	$-\infty$	-1	0	+1	α	$+\infty$
f'(x)	+	|| +	0 -	|| -	0 +	
f(x)	$+\infty$ ↗ $-\infty$	|| $-\infty$ ↗ -2	↘ $-\infty$	|| $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$		↗ $+\infty$

$f(\alpha) = \dfrac{3(\alpha+2)}{\alpha^2-1}; 3{,}12 < f(\alpha) < 4{,}15$

$y = \dfrac{4}{3}x + \dfrac{3}{2}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

x	$-\infty$	-1	α	0	β	+1	1,75	$+\infty$
f'(x)	-	+	+	0	-	-	- 0	+
f(x)	-	- 0	+	+	0	-	+	+
g'(x)	+	-	0	+	0	-	0	+
g(x)	$+\infty$ 1	$+\infty$ 0		1	0	$+\infty$	$+\infty$ 12,25	$+\infty$

التمريـن الرابع عشر:

$f(1) = -2\ ;\ f(-2) = 0$

$f'(-2) = 0\ ;\ f'(1) = 3$

$g'(x) = 2x \times f'(x^2); g'(1) = 6$

$h'(x) = f'(x) \times f'[f(x)]; h'(1) = 0$

التمريـن الخامس عشر:

$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

x	-1	$+\infty$
g(x)	-1	$+\infty$

$g(0) = -1\ ; g\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

$g(0) \times g\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \Rightarrow g(\alpha) = 0$

x	-1	α	$+\infty$
g(x)	-	0	+

$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

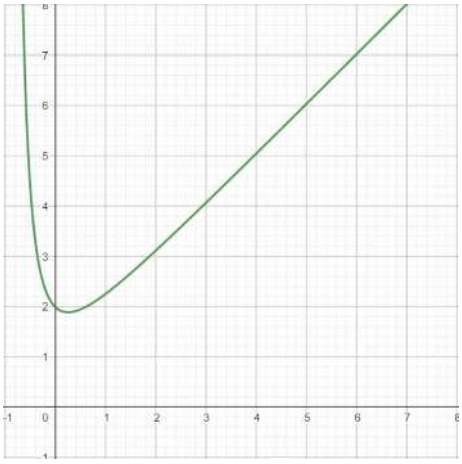
x	-1	α	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

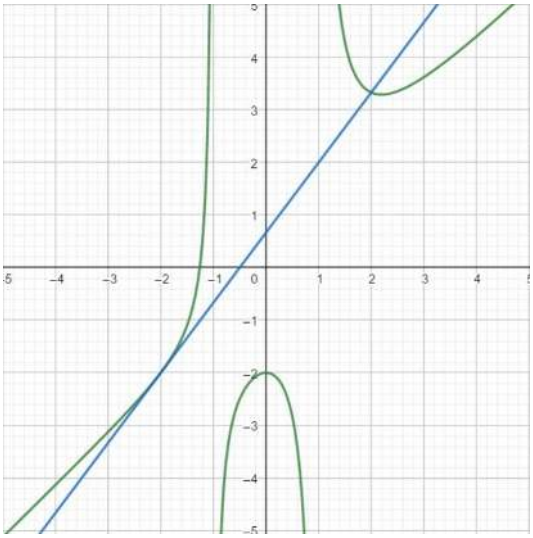
$\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = 0 \Rightarrow$ مماس عند α يوازي م.ف

$\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty \Rightarrow$ x=-1 ع.م.م

$\lim_{x\to+\infty} [f(x) - y] = 0; y = x + 1 \Rightarrow$ م.م.م

$f(\alpha) = \frac{3}{(\alpha+1)^2} \approx 1{,}88$





التمريـن الثالث عشر:

$D_f = R - \{-1; +1\}$

$\lim_{x_0\to0} f(x) = 1$

$\lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = 1$

$\lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = 0$

f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=0$

x	$-\infty$	-1	0	+1	1,75	$+\infty$
f(x)	-1 $-\infty$	$-\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$ 3,5	$+\infty$

$f(x) = 0 \rightarrow -1 < \alpha < -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} < \beta < 1$

x	$-\infty$	-1	α	β	+1	$+\infty$
f'(x)	-	-	0 +	0	-	+

معادلتي نصف المماس عند 0 ... $(AD): y = x + 1\ ;\ (AB): y = 1$

معادلتي نصف المماس عند -2 ... $y = -x - 4$

م.م.م $y = x + 1$

y=m	***y=x+m***
$m\in]-\infty;-1[$ ثلاث حلول	$m\in]-\infty;+1[$ ثلاث حلول
$m=-1$ حلين	$m\in]1;+\infty[$ حلين
$m\in]-1;+1[$ حلين	
$m=1$ حل وحيد	
$m\in]1;\frac{7}{2}[$ لا يوجد حلول	
$m=\frac{7}{2}$ حل مضاعف	
$m\in]\frac{7}{2};+\infty[$ حلين	

$g'(x) = 2 \times f'(x) \times f(x)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM