...

القسم V

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس أشبال الأمة

4

شعبة علوم تجريبية

تمرين رقم 80:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) محدودة من الاسفل. هل هي متقاربة؟ برر.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - n$

ا) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

3) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة بـ: $t_n = \ln(v_n)$

ا) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول.

ب) احسب المجموع : $S_n = t_0 + t_1 + \cdots + t_n$

تمرين رقم 81:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x-\ln(x+2)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) (u_n) متتالية معرفة كمايلي : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

ا) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq -1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و احسب نهايتها.

3) (v_n) متتالية معرفة كمايلي: $v_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n=\ln\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times\cdots(u_{n-1}+2)\right]$$

ا) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times\cdots\times(u_{n-1}+2)\right]$

تمرين رقم 82:

© | بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=3u_n-2n+3$

ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq n$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

ج) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما

2) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n=u_n-n+1$

ا) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n و u_n بدلالة n

ب) احسب قيمة المجموع : $S_n=v_0^2+v_1^2+v_2^2+\cdots+v_{n-1}^2$ بدلالة n.

ج) احسب قيمة المجموع : $K_n=(u_0)^2+(u_1-1)^2+(u_2-2)^2+\cdots+(u_{n-1}-n+1)^2$ بدلالة n.

تمرين رقم 83:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_0=6\\3u_{n+1}=u_n+1\end{cases}$

1) **ا)** برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>\frac{1}{2}$

ب) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ثم استنتج انها متقاربة.

قلم الجزائر

ج) عين نهاية المتتالية (u_n)

2) لنعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$

ا) بين ان (v_n) متتالية حسابية، يطلب تحديد اساسها r وحدها الاول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج) عين نهاية ثانية للمتتالية (u_n)

تمرين رقم 84:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (04 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = 2\alpha u_n + 3\alpha^2 u_{n-1}$
حيث α عدد حقيقي من المجموعة $]-1;1[- \{0\}$
نضع و من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{n+1} - 3\alpha u_n$

1) اثبت ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها وحدها الاول بدلالة α.

2) هل المتتالية (v_n) متقاربة ؟

3) احسب بدلالة α و n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

4) عين قيمة العدد الحقيقي α علما ان $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{4}$
- استنتج عندئذ (u_n) بدلالة n ثم بين ان (u_n) متقاربة.

5) في كل مايلي نضع $\alpha = -\frac{1}{3}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $\pi_n = v_0 \times v_1 \times \cdots v_n$

ا) بين ان : $\pi_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$

ب) عين اصغر عدد طبيعي n حتى يكون $\pi_n \leq 3^{-44}$

5

شعبة رياضيات

تمرين رقم 85:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين 4^5-1 و 4^6-1

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_1=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n$

ا) احسب الحدود : u_2 ، u_3 و u_4 .

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4u_n+1$

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان u_n عدد طبيعي، ثم استنتج $PGCD(u_n;u_{n+1})$

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{3}$

ا) بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول.

ب) اكتب بدلالة العدد الطبيعي n ثم عبارة u_n

ج) عين من اجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(4^{n+1}-1;4^n-1)$

تمرين رقم 86:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

1) (u_n) متتالية حسابية حدها الاول $u_0=5$ واساسها 4

ا) اكتب الحد العام u_n بدلالة n

ب) احسب قيمة المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ بدلالة n.

ج) اذا كان مجموع خمسة حدود متعاقبة من (u_n) هو 2025 فما هو الحد الاول من هذه الحدود

2) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n = (2n+1) \times 2^{(4n+5)}$

ا) عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون باقي قسمة v_n على 7 هو 3

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \times 3 \times 5 \cdots \times (2n+1) = \dfrac{(2n+1)!}{2^n \times n!}$

د) استنتج قيمة الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n$ بدلالة n

تمرين رقم 87:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

v_0 و q عددان طبيعيان غير معدومين. (v_n) متتالية هندسية حدها الاول v_0 و اساسها q

1) عين q و v_0 علما ان q اولي مع v_0 و $3v_0^2 = v_3 - v_1$

2) نفرض فيما يلي ان : $v_0 = 8$ و $q = 3$ ونضع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = v_0 \times v_1 \times v_n$
احسب كل من S_n و T_n بدلالة n

ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد $3n$ على 13

ب) عين قيم n التي يكون من اجلها S_n مضاعفا للعدد 13

تمرين رقم 88:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الأول (04 نقاط)

a و b عددان حقيقيان حيث $0 < a < b$. (u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان بـ $u_0 = a$ و $v_0 = b$ و من اجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} \text{ و } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$$

1) اثبت من اجل كل عدد طبيعي n ان $0 \leq u_n \leq v_n$

2) بين من اجل كل عدد طبيعي n ان $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \dfrac{1}{2}(v_n - u_n)$. (يمكن استعمال النتيجة $\dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \leq 1$.
حيث $x > 0$ و $y > 0$)

3) استنتج ان $v_n - u_n \leq \dfrac{1}{2^n}(b-a)$ من اجل كل عدد طبيعي n.

4) اثبت ان المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان .

5) فيما يلي نضع $a = 2$ و $b = 5$.
بواسطة الة حاسبة احسب u_3 ثم استنتج قيمة مقربة بالنقصان الى 10^{-3} للنهاية المشتركة للمتتاليتين

...

الفهرس

النهايات بالمقارنة, 51
مبرهنة الحصر, 12, 16, 20, 21, 23, 33, 35, 38--40

متتالية حسابية, 15, 16, 19, 31, 36, 50, 52, 53
متتالية هندسية, 9--11, 17--20, 22--30, 32, 34, 38, 43, 44, 47, 48, 50--54
متجاورتان, 17, 54