تمـاريــن احـتمالات لــطـلبة البـكـالــوريـا

التمرين الأول : Ω هي مجموعة الأعداد الطبيعية من 0 الى 49

1- أ- عين الأجزاء من Ω التالية :
A : عناصر A هي مضاعفات العدد 3 .
B : عناصر B هي مضاعفات العدد 4 .
C : عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 .
D : عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 .
ب- أحسب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω .
ج- عبر عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال .
2- نختار عشوائيا عددا من Ω ونسمي الاعداد السابقة احتمالات الحوادثA،B ، C وDعلى الترتيب .
- أحسب احتمالي الحادثتين التاليتين :
E الحصول على عدد أولي ، F الحصول على عدد ذي رقمين متساويين .

التمرين الثاني :

يحتوي كيس على 37 قريصة لا نميز بينها باللمس ، منها 18 قريصة حمراء

نعتبر اللعبتين التاليتين :

اللعبة الأولى : يدفع اللاعب 10 دنانير ويحسب قريصة واحدة عشوائيا ، اذا كانت القريصة المسحوبة حمراء يربح 10 دنانير و الا خسر ما دفعه .

اللعبة الثانية : يدفع اللاعب 10 دنانير ويحدد رقما قبل السحب ثم يحسب قريصة واحدة عشوائيا ويربح 350 دينار اذا كان الرقم المحدد سابقا والا خسر ما دفعه

قارن بين اللعبتين (الربح المتوسط) .

التمرين الثالث : ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 6 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

أ- 3 أرقام ؟
ب- 3 أرقام مختلفة ؟
ت- أرقام مختلفة ؟

التمرين الرابع : يتكون قسم من 20 تلميذا ، أحمد تلميذ من هذا القسم

1- نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم) .
- أحسب a عدد الطرائق الممكنة .

2- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد .
- أحسب b عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
3- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد .
- أحسب c عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
4- جد علاقة بين الأعداد : a ، b و c .

التمرين الخامس : يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :
أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
ب-ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
ت-ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي x
ب- أحسب الامل الرياضي
ت-أحسب التباين والانحراف المعياري

التمرين السادس : في صندوق توجد كرتان لونهما أحمر ، وثلاث كرات لونها أخضر ، وأربع كرات لونها أبيض ، وكرتان لونهما أصفر .

نقوم بسحب كرتين في ان واحد وبطريقة عشوائية من هذا الصندوق

1- أ- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أحمر .

ب- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أبيض .

ج- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أصفر .

د- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أخضر .

2- ماهو احتمال سحب كرتين من نفس اللون .
3- ماهو احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون .
4- ماهو احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر .
5- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأقل خضراء .
6- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأكثر خضراء .

التمرين السابع : كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1-أ-أحسب عدد الحالات الممكنة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب-احسب الاحتمالات التالية :

A- 3 كرات من نفس اللون .

B– كرة على الأقل حمراء .

C- كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي x المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

أ-ما هي قيم x ؟

ب-أحسب الإحتمالات التالية : $P(x=1)$ ، $P(x=3)$ واستنتج :$P(x=2)$

ج-أحسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

التمرين الثامن : تحتوي علبة على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ،4 ، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

- نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

المطلوب :

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب-احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ت- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

التمرين التاسع :

كيس به 10 كريات متماثلة لانميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1- نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

ب-احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x و احسب أمله الرياضي .

التمرين العاشر :

كيس يحتوي على 5 كرات منها 3 لونها حمراء و 2 سوداء

التجربة 1 : نسحب عشوائيا كرة ونسجل لونها ثم نعيدها الى الكيس ، ثم نسحب مرة أخرى و ندون لونها .

التجربة 2 : نسحب كرتين الواحدة تلوى الأخرى و بدون ارجاع و ندون لونها .

1- أنشئ لكل تجربة شجرة الاحتمالات .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2- ماهو احتمال التحصل على كرتين في كل تجربة حيث :

أ- حمراويتين . ب - سوداويتين ت- من لونين مختلفين

التمرين 11: تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال وأربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه ابراهيم وامرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

- أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ- A " تكوين لجنة تضم 3 رجال " .

ب- B–" تكوين لجنة تضم رجل وامرأتين .

ت- C-" تكوين لجنة تضم ابراهيم " .

ث- D -" تكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة "

- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .

1- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .

2- احسب أمله الرياضي .

3- أحسب التباين والانحراف المعياري

التمرين 12:

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء ، احدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منهما تحملان الرقم 2 و الأخريان تحملان الرقم 3 . نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد ، ونسحب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

1- ماهو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟

2- ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين ؟

3- نعرف المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

أ- عين قيم المتغير العشوائي x ، ثم أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x

ب-أحسب الأمل الرياضي $E(x)$ ، ثم أحسب الإنحراف المعياري δ .

التمرين 13: - ملاحظة التمرين منقول -

يبدأ لاعب لعبة بحيث يقوم بعدة جولات. احتمال أن يخسر في الجولة الأولى هو $0,2$.
تجري اللعبة في ما بعد بالطريقة التالية:

- إذا ربح في جولة، فإن احتمال أن يخسر الموالية هو $0,05$.
- إذا خسر في جولة، فإن احتمال أن يخسر الموالية هو $0,1$.

1) نسمي:

E_1: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الأولى "

E_2: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الثانية "

E_3: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الثالثة "

نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يخسر اللاعب خلال الجولات الثلاثة الأولى.يمكن الاستعانة بشجرة.

أ) ما هي قيم X ؟

ب) بين أن احتمال الحادثة $(X=2)$ يساوي $0,031$ و احتمال $(X=3)$ هو $0,002$
ج) عين قانون احتمال X.
د) أحسب الأمل الرياضي و التباين للمتغير X.
2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : E_n: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة n "، $\overline{E_n}$ الحادثة المعاكسة لها و p_n احتمال الحادثة E_n.
أ) عبر، بدلالة n، عن احتمالات الحوادث $E_n \cap E_{n+1}$ و $\overline{E_n} \cap E_{n+1}$ بدلالة p_n.
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1}=0,05p_n+0,05$.
3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب) استنتج، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، u_n ثم p_n بدلالة n.
ج) أحسب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين 14: يحتوي كيس على 4كرات بيضاء و 2 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس.
1) نقوم بثلاث سحبات متتابعة عشوائيا لكرة حسب الطريقة التالية: بعد كل سحب إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء، نعيدها للكيس و إذا كانت سوداء لا نعيدها إلى الكيس. نرمز بـ X للمتغير العشوائي المساوي لعدد الكرات السوداء المسحوبة بعد كل السحبات. يمكن الاستعانة بشجرة.
أ) ما هي قيم X؟
ب) أحسب $p(X=0)$.
ج) نقترح حساب $p(X=1)$
- بين أن احتمال الحصول على الكرة السوداء الوحيدة المسحوبة في السحب الثاني هو $\frac{8}{45}$.
- بملاحظة أن الكرة السوداء الوحيدة المسحوبة يمكن أن تكون في السحب الأول أو الثاني أو الثالث، أحسب $p(X=1)$.

2) نرجع إلى الكيس في حالته الأصلية : 4 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس. ليكن n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 3. نقوم بـ n سحب متتابعة بنفس الطريقة السابقة. ليكن k عدد طبيعي محصور بين 1 و n.
لتكن E الحادثة : " الكرة المسحوبة ذات الرتبة k سوداء و كل الكرات الأخرى المسحوبة بيضاء"
لتكن A الحادثة : " نحصل على كرة بيضاء في كل ا السحبات $k-1$ الأولى و كرة سوداء في السحبة ذات الرتبة k "
لتكن الحادثة C: " نحصل على كرة بيضاء في كل من $(n-k)$السحبات الأخيرة"

أحسب $p(A)$ ، $p_A(C)$ و $p(E)$.

التمرين 15:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها.
- بالنسبة للمربي الأول، بين اليوم الأول و الشهر، 20% من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 70% تصبح ملونة و 10% تبقى بيضاء.
- بالنسبة للمربي الثاني، اليوم الأول و الشهر ، 7% من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 80% تصبح ملونة و 13% تبقى بيضاء.

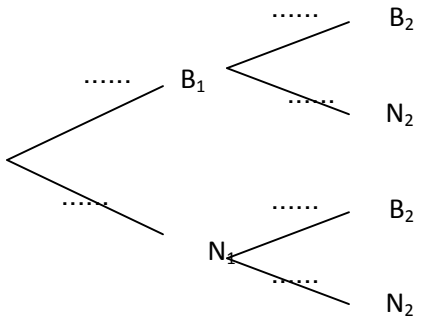
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بائع طيور اشترى أفراخ طيور عمرها يوم واحد : 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.
   أ) بين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$.
   ب) عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر.
   ج) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول ؟
2) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع. ما احتمال أن تبقى بعد شهر، ثلاثة فقط على قيد الحياة ؟
3) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح 300 DA عن كل طائر ملون و 50 DA عن كل طائر أبيض و يخسر 10 DA عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه. عين قانون الاحتمال لـ X و أمله الرياضي.

التمرين 16:

صندوقان U_1 و U_2 يحتويان على كرات غير معروفة عند اللمس.
U_1 يحتوي على k كرة بيضاء (k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1) و 4 كرات سوداء.
U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء.
نسحب عشوائيا كرة من U_1 و نضعها في U_2. نسحب عشوائيا بعد ذلك ، كرة من U_2 . مجموع هذه العمليات تمثل اختبار.
نسمي B_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء " و N_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 سوداء" .
نسمي B_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء " و N_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 سوداء" .
   أ) أ- أنقل و أتمم الشجرة.



ب- بين أن احتمال الحادثة B_2 يساوي $\frac{4K+12}{5K+20}$.

فيما تبقى نأخذ $k=10$. السؤالان 2 و 3 مستقلان و يمكن الإجابة عنهما في أي ترتيب.

1. راهن أحمد 20 DA و قام باختبار (سحب كرة من U_1 و وضعها في U_2 ثم سحب بعد ذلك ، كرة من U_2). إذا كانت الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء فيربح 30 DA و إلا ، فلا يحصل على شيء و يخسر رهانه. ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لأحمد أي الفرق بين المبلغ المحصل علية و المبلغ الذي راهنه.
   أ) عين قيم X .
   ب) عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.
   ج) هل اللعبة ملائمة لأحمد ؟

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2. يشارك أحمد n مرة متتابعة لهذه اللعبة. في بداية كل لعبة U_1 يحتوي على 10 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء و بالتالي الاختبارات المتتابعة مستقلة.
3. عين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون احتمال تحقيق على الأقل مرة الحادثة B_2 يكون أكبر أو يساوي 0,99.

التمرين 17:

يحتوي كيس U_1 على 5كراتبيضاء و 7كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

1) للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.
   أ) لتكن B الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ". بين أن $p(B) = \frac{5}{36}$.
   ب) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟
2) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة (أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى).
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح x DA إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر 20 DA إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.
   أ) عين قيم Y.
   ب) عين قانون احتمال Y.
   ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة x.
   د) من أجل أي قيم للعدد x، يكون $E(Y) \geq 0$ ؟

التمرين 18: كيس به 5 كرات حمراء تحمل الاعداد 2 ،2،2-،3- ، أربع كرات خضراء تحمل الأعداد 3 ، 3 ، 3 ، 2- وكرة زرقاء تحمل العدد 1- .

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

1- أحسب احتمال الحصول على :
أ – كرتين من نفس اللون .
ب – كرتين من لونين مختلفين .
ج - كرتين تحملان عددين جداؤهما سالبا .
2- نعرف من اجل كل سحبة من السحبات السابقة المتغير العشوائي x كمايلي :
- إذا سحبنا كرتين تحملان نفس العدد نرفق لها العدد نفسه .
- إذا سحبنا كرتين تحملان عددين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .
- عين قيم المتغير العشوائي x .
- عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x ، ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين 19:(مرفق بالحل)

يحتوي كيس على 3 كرات خضراء تحمل الرقم 0 كرتين حمراوين تحملان الرقم 5

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وكرة سوداء تحمل الرقم y حيث (y عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 5 و 10)

كل الكريات لانميز بينها عند اللمس .

نسحب في آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

1 - ما احتمال الحصول على :

A- 3 كرات من نفس اللون ؟

B-- 3 كرات ألوانها مختلفة ؟

C كرتان فقط من نفس اللون ؟

3- ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث .

- عين قانون الاحتمال ثم الامل الرياضي بدلالة y
- ما هي قيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$

التمرين رقم 20 :

تستقبل ثانوية التلاميذ الجدد المتوجهين الى السنة الأولى ثانوي من ثلاث متوسطات M_1 ، M_2 ، M_3 من بينهم 30 % من M_1 ، 15 % من M_2 ، والباقي من M_3 .

في أخر سنة نحصي عدد التلاميذ الذين يعيدون السنة

10% من تلاميذ المتوسطة M_1 يعيدون السنة .

25 % من تلاميذ المتوسطة M_2 يعيدون السنة .

5 % من تلاميذ المتوسطة M_3 يعيدون السنة .

نسمي R " التلميذ الذي يعيد السنة "

نختار عشوائيا تلميذا من السنة أولى

1- شكل شجرة الإحتمالات .
2- ما احتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة ؟
3- ما احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة M_3 علما أنه معيد للسنة ؟

التمرين 21 :

الرقم السري لبطاقة بنكية عبارة عن عدد مكون من أربع ارقام مأخوذة من المجموعة$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

1- كم رقما سريا يمكن تشكيله ؟
2- الرقم السري للبطاقة مختار بطريقة عشوائية عن طريق الكمبيوتر .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

- أحسب احتمال كل الحوادث التالية :
- A " الرقم السري عبارة عن عدد زوجي " .
- B–" الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط " .
- C- " الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 " .
- D -" الرقم السري مكون من ارقام مختلفة "

التمرين 22 :

1- يحتوي كيس U_1 على 5 كرات ، ثلاث منها تحمل الرقم 2 وكرتان تحملان الرقم 3 .

ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 كرات : ثلاث منها بيضاء واثنان حمراء لايمكن التمييز بينها

- **نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمه ، ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد** n **كرة من الكيس U_2 بحيث** n **هو الرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة من الكيس U_1 .**

أ- ماهو إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء .

ب-ماهو إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 .

2- ليكن x المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة

- **ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي x .**
- **بين أن : $P(x=0)=\frac{11}{50}$**
- **حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي x .**
- **أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي x .**

التمرين 23 :

لدينا كيسان يحتوي كل منهما على 5 كرات ، كرات الكيس الأول تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وكرات الكيس الثاني تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3

1- نسحب عشوائيا كرة من كل كيس و نعتبر المتغير العشوائي x الذي يساوي مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي x ؟

ب-اعط قانون احتمال المتغير العشوائي x ؟

ت-أحسب احتمال الحصول على مجموع زوجي ؟

2- نكرر عملية السحب السابقة أربع مرات مع ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس المسحوبة منه في كل مرة .

- ما هو احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط ؟

التمرين 24 :

ثلاث صناديق A, B, C يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الصندوق A يحوي : كرتين حمراء و 8 خضراء

الصندوق B يحوي : 3 كريات حمراء و 7 خضراء

الصندوق C يحوي : 4 كريات حمراء و 6 خضراء

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

1- شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية .
2- مااحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟
3- مااحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول ؟
4- اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول ؟

<u>التمرين 25 : بكالوريا 2018 شعبة ع ت</u>

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضر مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ".

و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

1) أ) أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب) بين أن : $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

2) ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضياتي $E(x)$.

<u>التمرين 26: تمرين مع الحل المفصل</u>

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء ، ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين متشابهة لا نفرق بينها باللمس .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق ، نعتبر الحدثين الاتيين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط ".

و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

1) بين أن احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{2}$ ثم أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B .
2) ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- بين أن : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$.

ت-عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضياتي $E(x)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حلول السلسلة الخاصة بالاحتمالات
طلبة البكالوريا

حل التمرين الأول :

عناصر A هي مضاعفات العدد 3 :

$$A = \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,49\}$$

عناصر B هي مضاعفات العدد 4 :

$$B = \{0,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,39,44,48\}$$

عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 :

$$C = A \cap B = \{0,12,24,36,48\}$$

عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 :

$$D = A \cup B = \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,$$

$$42,45,49,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,39,44,48\}$$

ب- حساب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω :

$$P(B) = \frac{13}{100} \times 50 = 26\% ، P(A) = \frac{17}{100} \times 50 = 34\%$$

$$P(C) = \frac{25}{100} \times 50 = 50\% \quad ، P(C) = \frac{5}{100} \times 50 = 10\%$$

ج- التعبير عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال :

$$P(B) = \frac{26}{100} = \frac{13}{50} \quad ، P(A) = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$$

$$P(C) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \quad ، \quad P(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

2 - حساب احتمالي الحادثتين :

$$F = \{11,22,33,44\}$$

$$E = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}$$

$$P(F) = \frac{4}{50} = \frac{2}{25} \quad ، \quad P(E) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل التمرين الثاني :

اللعبة الاولى :

x	10	-10
$p(X=x)$	$\frac{18}{37}$	$\frac{19}{37}$

$$\overline{x_1} = 10 \times \frac{18}{37} - 10 \times \frac{19}{37} = -\frac{10}{37}$$

اللعبة الثانية :

x	350	-10
$p(X=x)$	$\frac{1}{37}$	$\frac{36}{37}$

$$\overline{x_2} = 350 \times \frac{1}{37} - 10 \times \frac{36}{37} = -\frac{10}{37}$$

حل التمرين الثالث :

أ: $6 \times 6 \times 6 = 216$ أي: $6^3 = 216$.

ب: $6 \times 5 \times 4 = 120$ونرمز الى العدد $6 \times 5 \times 4$ ب : A_6^3 أي : $A_6^3 = 6 \times 5 \times 4$

ج : $A_6^6 = 720$ نرمز الى العدد A_6^6 ب : $6!$ أي : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

حل التمرين الرابع :

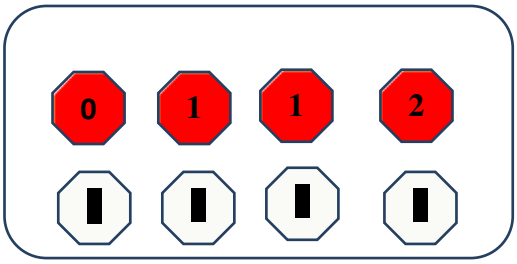
1- عدد الطرائق الممكنة : $a = \frac{20 \times 19}{2} = 190$ نرمز الى هذا العدد ب: $C_{20}^2 = \frac{20 \times 19}{2}$

2- اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد : $C_{19}^2 = \frac{19 \times 18}{2} = 171$

3- اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد هو: $c = 1 \times 19 = 19$

4- نلاحظ أن : $a = b + c$ أي : $C_{20}^2 = C_{19}^2 + C_{19}^1$.

حل التمرين الخامس :



رسم توضيحي :

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!\,(8-3)!} = 56$$

1- أ- نسمي A حادثة الحصول على "ثلاث كرات من نفس اللون "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^3 + C_4^3}{56} = \frac{4+4}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

ب- نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$$

ت- نسمي C حادثة الحصول على " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

$$P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{56} = \frac{1*4*3}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

2- أ – قيم المتغير العشوائي هي : $x = \{0,1,2,3\}$

$$P(x=0) = \frac{C_4^3}{56} = \frac{4}{56}$$

$$P(x=1) = \frac{C_4^1 * C_4^2}{56} = \frac{6*4}{56} = \frac{24}{56}$$

$$P(x=2) = \frac{C_4^2 * C_4^1}{56} = \frac{4*6}{56} = \frac{24}{56}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^3}{56} = \frac{4}{56}$$

x	0	1	2	3	المجموع
$p(x = xi)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$	1

ب- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(0 * \frac{4}{56}\right) + \left(1 * \frac{24}{56}\right) + \left(2 * \frac{24}{56}\right) + \left(3 * \frac{4}{56}\right) = 1.5$$

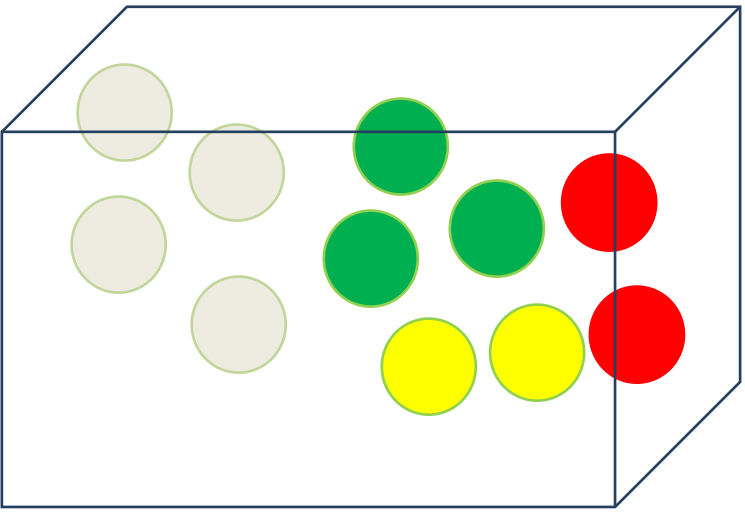
ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{4} \left(xi - E(x)\right)^2 * pi = \frac{15}{28}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v(x)} = 0.73$

حل التمرين السادس:



رسم توضيحي :

عدد الحالات الممكنة هو :

$$C_{11}^{2} = \frac{11!}{2!\,9!} = 55$$

1-نسمي A حادثة سحب كرتين لونهما أحمر :

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_2^2}{C_{11}^2} = \frac{1}{55}$$

2-نسمي B حادثة سحب كرتين لونهما أبيض :

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}$$

3- نسمي C حادثة سحب كرتين لونهما أصفر :

$$P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_2^2}{C_{11}^2} = \frac{1}{55}$$

4- نسمي D حادثة سحب كرتين لونهما أخضر :

$$P(D) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{55}$$

1- احتمال سحب كرتين من نفس اللون :

نسمي الحادثة T "سحب كرتين من نفس اللون "

الطريقة 1 :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(\mathrm{T}) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_2^2 + C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_{11}^2} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

الطريقة 2 : بمأن الحوادث A، B، C ، D مستقلة فيمكننا حساب :

$$P(\mathrm{T}) = P(A) + P(\mathrm{B}) + P(\mathrm{C}) + P(\mathrm{D}) = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

-3- احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون :

نسمي الحادثة H " سحب كرتين مختلفتي اللون "

$$P(H) = 1 - P(\mathrm{T}) = \frac{4}{5}$$

4-- احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر:

نسمي الحادثة R " سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر "

$$P(R) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$

5ـــاحتمال ان تكون احداهما على الاقل خضراء :

نسمي الحادثة Z " ان تكون احداهما على الاقل خضراء "

$$P(Z) = \frac{C_3^1 C_8^1 + C_3^2 C_8^0}{C_{11}^2} = \frac{3 * 8 + 3}{55} = \frac{27}{55}$$

حل التمرين السابع :

رسم توضيحي :

1-أ-الحالات اللمكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!\,(8-3)!} = 56$$

-ب-A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(A)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_3^3+C_4^3}{56}=\frac{1+4}{56}=\frac{5}{56}$$

B حادثة الحصول على "كرة على الأقل حمراء "

$$P(B)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56}=\frac{24+24+4}{56}$$
$$=\frac{52}{56}=\frac{13}{14}$$

C حادثة الحصول على "كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56}=\frac{24+24+4}{56}=\frac{52}{56}$$
$$=\frac{13}{14}$$

2ـــتعيين قيم x : $x=\{1,2,3\}$

$$P(x=1)=P(A)=\frac{5}{56}$$

$$P(x=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56}=\frac{12}{56}$$

استنتاج : $P(x=2)=?$

لدينا : $P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)=1$

$$P(x=2)=1-(P(x=1)P(x=3))$$

$$P(x=2)=\frac{39}{56}$$

ج ـــحساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

$$E(x)=\left(1*\frac{5}{56}\right)+\left(2*\frac{39}{56}\right)+\left(3*\frac{12}{56}\right)=2.12$$

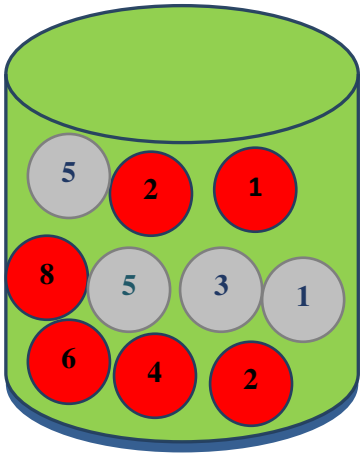
ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3} (xi - E(x))^2 * pi = 0.28$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v(x)} = 0.53$

حل التمرين الثامن :



نرمز الى القريصات الحمراء ب : R

نرمز الى القريصات البيضاء ب : B

رسم توضيحي للعلبة :

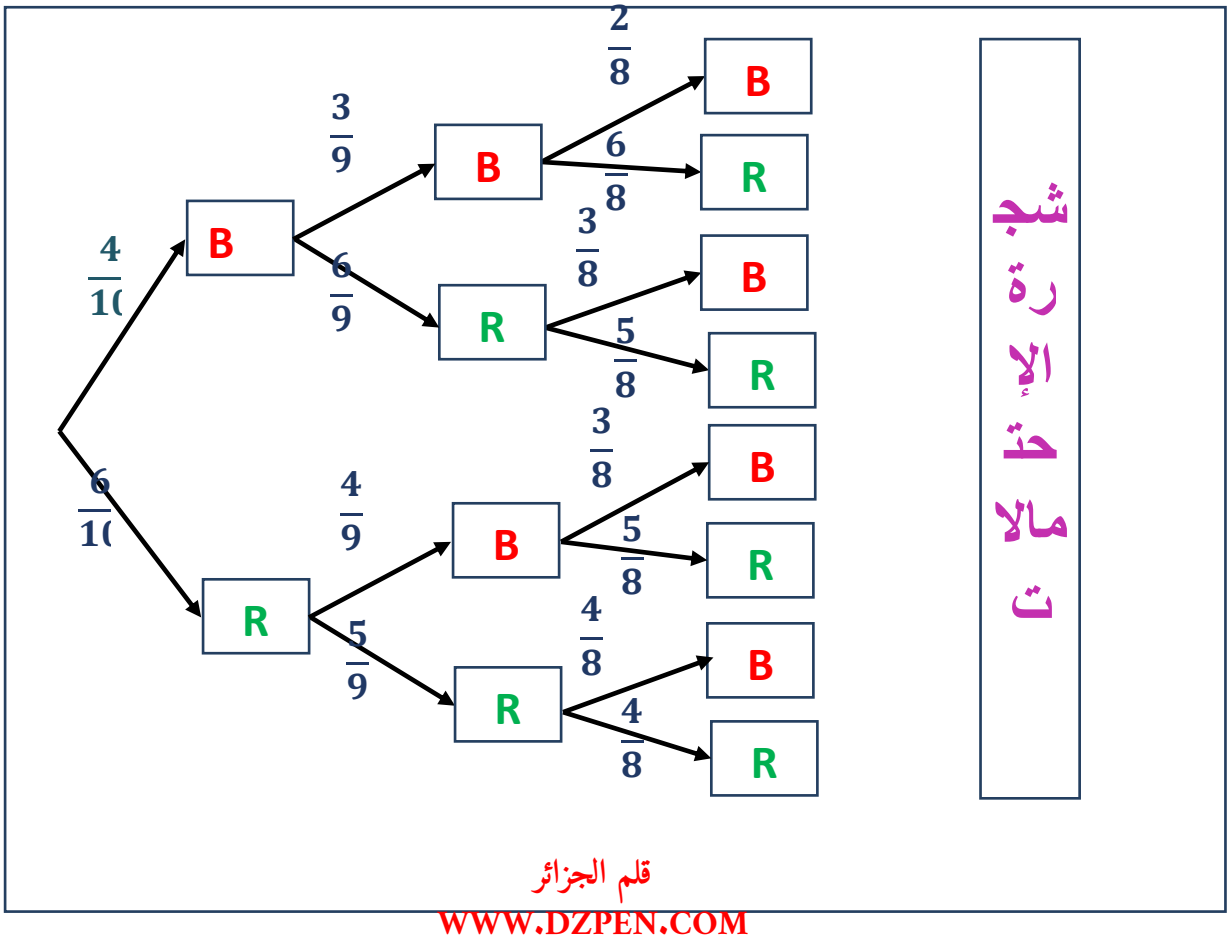
أ- شجرة الإحتمال :

ب- $P(B) = 1 - P(A) = \frac{576}{720}$

احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون :

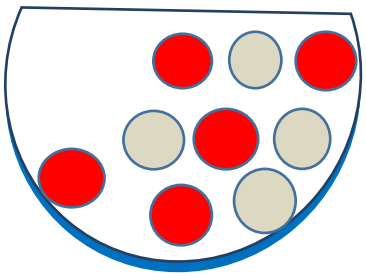
$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{144}{720}$$

ت-احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين :



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل التمرين التاسع :



الحالات اللمكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

نسمي A حادثة الحصول على3 كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^3}{120} = \frac{1}{30}$$

نسمي B حادثة الحصول على الأقل على كرية حمراء:

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_6^1C_4^2 + C_6^2C_4^1 + C_6^3C_4^0}{120} = \frac{36+60+20}{120} = \frac{29}{30}$$

2-قيم المتغير العشوائي هي : $x = \{0,1,2,3\}$

$$P(x=0) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$P(x=1) = \frac{C_6^2C_4^1}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(x=2) = \frac{C_6^1C_4^2}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

$$P(x=3) = \frac{C_6^0C_4^3}{120} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

x	0	1	2	3	المجموع
$p(x = xi)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

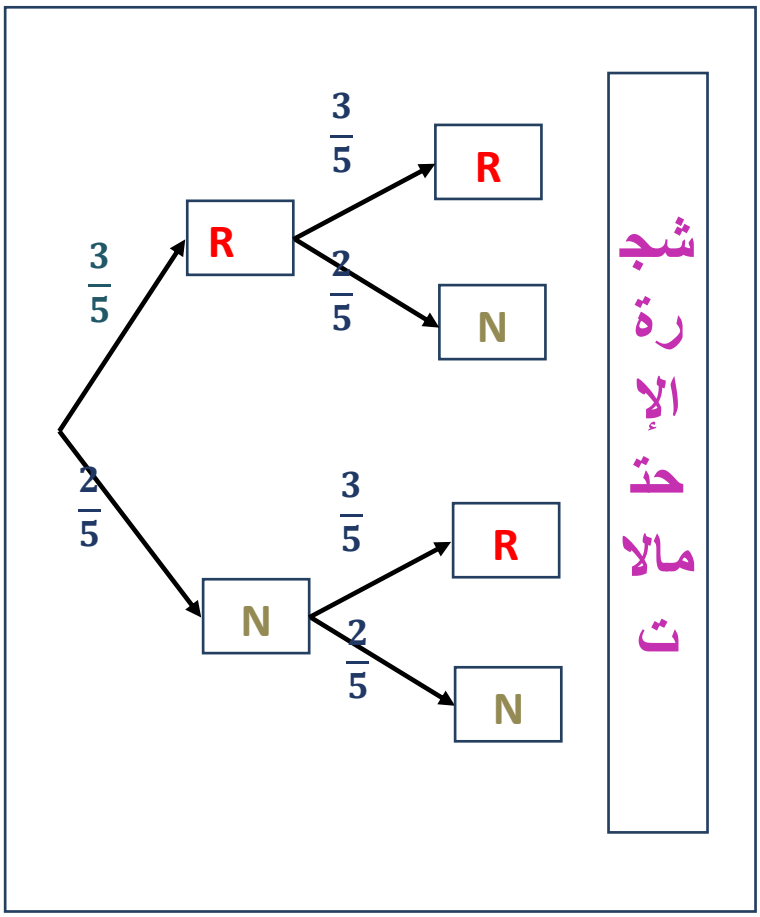
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{6}\right) + \left(1 * \frac{1}{2}\right) + \left(2 * \frac{3}{10}\right) + \left(3 * \frac{1}{30}\right) = \frac{6}{5}$$

حل التمرين العاشر :

التجربة 1 :



احتمال كرتين حمراويتين :

$$P(A) = \frac{3}{5} * \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

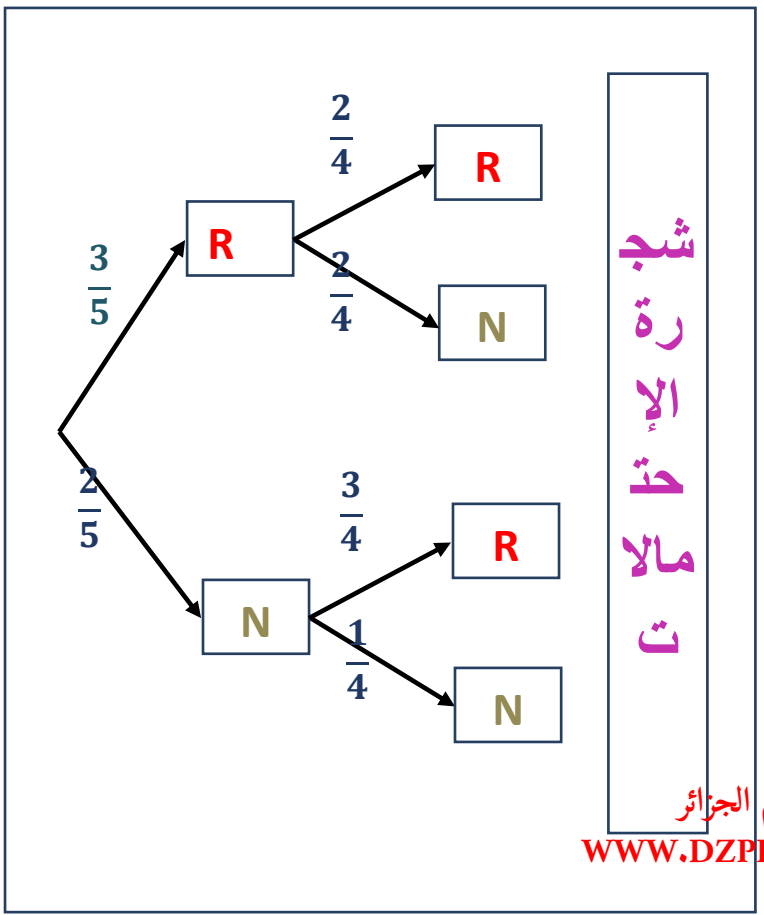
احتمال كرتين سوداوين :

$$P(B) = \frac{2}{5} * \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

احتمال كرتين ذو لونين مختلفين :

$$P(C) = \frac{3}{5} * \frac{2}{5} + \frac{3}{5} * \frac{2}{5} = \frac{12}{25}$$

التجربة 2 :



احتمال كرتين حمراويتين :

$$P(A) = \frac{3}{5} * \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

احتمال كرتين سوداوين :

$$P(B) = \frac{2}{5} * \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

احتمال كرتين ذو لونين مختلفين :

$$P(C) = \frac{3}{5} * \frac{2}{4} + \frac{2}{5} * \frac{3}{4} = \frac{12}{20}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل التمرين 11:

عدد الحالات الممكنة ، أي عدد اللجان هو :

- $C_{12}^{3} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220$
- A : " تكوين لجنة تضم 3 رجال " : $P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_8^3}{220} = \frac{14}{55}$
- Bتكوين لجنة تضم رجل وامرأتين "

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{12}{55}$$

- C تكوين لجنة تضم ابراهيم" : $P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \frac{1}{4}$
- Dتكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة " : $P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \frac{9}{22}$

تعيين قيم x : $x = \{0,1,2,3\}$

- $P(x=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{1}{55}$
- $P(x=1) = 1 - P(B) = \frac{12}{55}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

- $P(x=2)=\frac{C_4^1\times C_8^2}{220}=\frac{28}{55}$

- $P(x=3)=1-P(A)=\frac{14}{55}$

x	0	1	2	3	المجموع
$p(x=xi)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$	1

حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

- $E(x)=\left(1*\frac{12}{55}\right)+\left(2*\frac{28}{55}\right)+\left(3*\frac{14}{55}\right)=2$

-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x)=\sum_{i=1}^{3}(xi-E(x))^2*pi=\frac{6}{11}$$

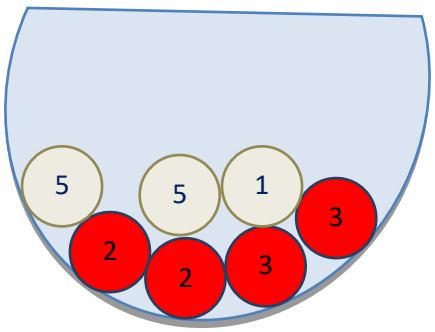
الانحراف المعياري : $\delta=\sqrt{\frac{6}{11}}$

حل التمرين 12:

- عدد الحالات الممكنة هي : $C_7^2=21$

1-احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 هو :

$$P(A)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_2^1\times C_2^1+C_2^1\times C_2^1+C_2^2}{21}=\frac{9}{21}$$



ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين :

2-

$$P(B)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_2^2}{21}=\frac{1}{21}$$

أ - تعيين قيم المتغير العشوائي x : $x=\{3,4,5,6,7,8,10\}$

ب - قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(x=3)=\frac{C_1^1\times C_2^1}{21}=\frac{2}{21}$$

$$P(x=4)=\frac{C_2^2+C_1^1\times C_2^1+C_1^1\times C_2^1}{21}=\frac{3}{21}$$

$$P(x=5)=\frac{4}{21}$$

$$P(x=6)=\frac{3}{21}$$

$$P(x=7)=\frac{4}{21}$$

$$P(x=8)=\frac{4}{21}$$

$$P(x=10)=\frac{C_2^2}{21}=\frac{1}{21}$$

x	3	4	5	6	7	8	10	المجموع
$p(x=xi)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	1

- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x)=\left(3*\frac{2}{21}\right)+\left(4*\frac{3}{21}\right)+\left(5*\frac{4}{21}\right)+\left(6*\frac{3}{21}\right)+\left(7*\frac{4}{21}\right)+\left(8*\frac{4}{21}\right)+\left(10*\frac{1}{21}\right)=$$

حساب التباين والانحراف المعياري :

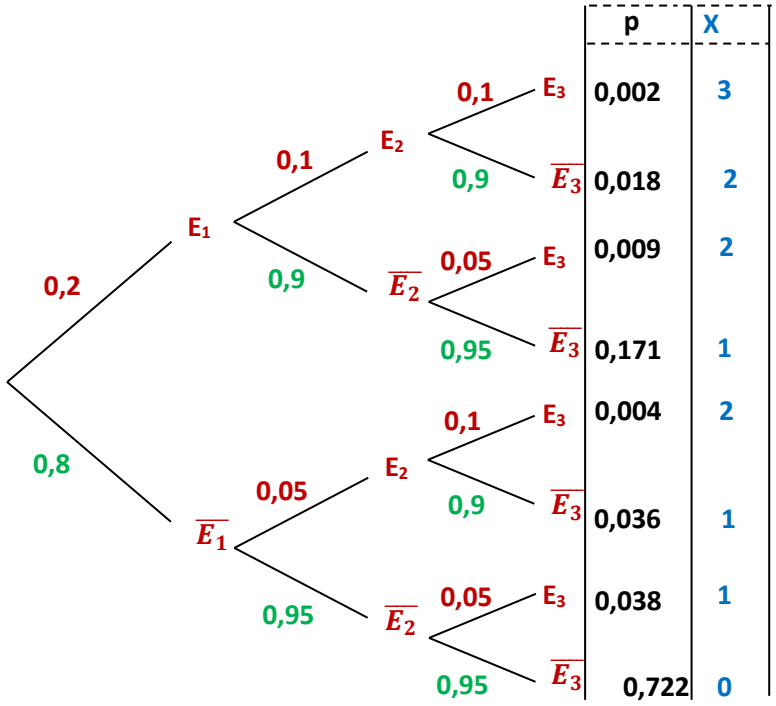
$$v(x)=\sum_{i=1}^{3}\left(xi-E(x)\right)^2*pi$$

الانحراف المعياري: $\delta=\sqrt{v}$

حل التمرين 13:-ملاحظة التمرين منقول -

1) X :المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يخسر اللاعب خلال الجولات الثلاثة الأولى.

الشجرة المثقلة:



أ) قيم X: $X(\Omega)=\{0\,;1\,;2\,;3\}$

ب) نبين أن احتمال الحادثة $(X=2)$ يساوي $0,031$ و احتمال $(X=3)$ هو $0,002$:

$p(X=2)=0,018+0,009+0,004=0,031$

$p(X=3)=0,002$

ج) قانون احتمال X:

x_i	0	1	2	3	المجموع
p_i	0,722	0,245	0,031	0,002	1
$x_i\,.p_i$	0	0,245	0,062	0 ,006	0,313
x_i^2 p_i	0	0,245	0,124	0,018	0,387

د) حساب الأمل الرياضي و التباين للمتغير X:

$E(X)=0,313$ ، $E(X^2)=0,387$

$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=0,387-(0,313)^2=0,289031$

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : E_n: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة n "، $\overline{E_n}$ الحادثة المعاكسة لها و p_n احتمال الحادثة E_n.

أ) عبارة احتمالات الحوادث $En \cap En+1$ و $\overline{E_n} \cap E_{n+1}$ بدلالة p_n:

لدينا: $p_{E_n}(E_{n+1})=\frac{p(E_{n+1}\cap E_n)}{p(E_n)}$ يكافئ $p(E_{n+1}\cap E_n)=p_{E_n}(E_{n+1})\times p(E_n)=0,1p_n$

و $p_{\overline{E_n}}(E_{n+1})=\frac{p(E_{n+1}\cap \overline{E_n})}{p(\overline{E_n})}$ يكافئ $p(E_{n+1}\cap \overline{E_n})=p_{\overline{E_n}}(E_{n+1})\times p(\overline{E_n})=0,05(1-p_n)$

ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1}=0,05p_n+0,05$:

$$p_{n+1}=p(E_{n+1})=p\left(E_{n+1}\cap(E_n\cup\overline{E_n})\right)=p(E_{n+1}\cap E_n)+p(E_{n+1}\cap\overline{E_n})$$

أي $p_{n+1}=0,1p_n+0,05(1-p_n)=0,05p_n+0,05$

3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n=p_n-\frac{1}{19}$ أي

$$p_n=u_n+\frac{1}{19}$$

أ) نبين أن (u_n) متتالية هندسية:

$$u_{n+1}=p_{n+1}-\frac{1}{19}=0,05p_n+0,05-\frac{1}{19}=0,05\left(u_n+\frac{1}{19}\right)-\frac{0,05}{19}$$
$$=0,05u_n$$

ومنه (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=0,05$ و حدها الأول $u_1=p_1-\frac{1}{19}=0,2--\frac{1}{19}=\frac{14}{95}$

.

ب) استنتاج، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، u_n ثم p_n بدلالة n:

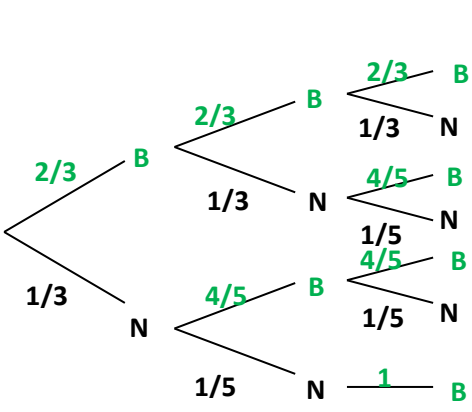
$$u_n=u_1q^{n-1}=\frac{14}{95}(0,05)^{n-1}\quad\text{و}\quad p_n=u_n+\frac{1}{19}=\frac{14}{95}(0,05)^{n-1}+\frac{1}{19}$$

ج) حساب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$:

$$\lim_{+\infty}p_n=\frac{1}{19}$$

حل التمرين 14:

1) إنشاء شجرة:



p_i	X
8/27	0
4/27	1
8/45	1
2/45	2
16/75	1
4/75	2
1/15	2

أ) قيم X:

$X(\Omega)=\{0\ ;\ 1\ ;\ 2\}$

ب) حساب $p(X=0)$:

$$p(X=0)=\frac{8}{27}$$

ج) نقترح حساب $p(X=1)$

- نبين أن احتمال الحصول على الكرة السوداء الوحيدة المسحوبة في السحب الثاني هو $\frac{8}{45}$.

$$p(BNB) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{45}$$

- حساب $p(X=1)$:

$$p(X = 1) = \frac{4}{27} + \frac{8}{45} + \frac{16}{75} = \frac{364}{675}$$

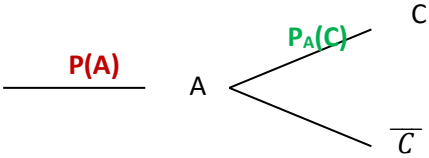
2) نرجع إلى الكيس في حالته الأصلية : 4 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس. ليكن n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 3. نقوم بـ n سحب متتابعة بنفس الطريقة السابقة.
ليكن k عدد طبيعي محصور بين 1 و n.
لتكن E الحادثة : " الكرة المسحوبة ذات الرتبة k سوداء و كل الكرات الأخرى المسحوبة بيضاء"
لتكن A الحادثة : " نحصل على كرة بيضاء في كل ا السحبات k-1 الأولى و كرة سوداء في السحبة ذات الرتبة k "
لتكن الحادثة C: " نحصل على كرة بيضاء في كل من $(n-k)$السحبات الأخيرة"

- حساب $p(A)$:

$$A = \left(\underbrace{BBB \dots B}_{\text{مرة}(k-1)} N\right)$$

$$p(A) = \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2^{k-1}}{3^k}.$$

- حساب $p_A(C)$:



نعلم أنه في السحب k ، سحبنا كرة سوداء و بالتالي تبقى كرة سوداء و 4كرات بيضاء وبالتالي:

$$p_A(C) = \left(\frac{4}{5}\right)^{n-k}$$

حساب $p(N)$:

$$E = A \cap C = \left(\underbrace{BBB \dots B}_{\text{مرة}(k-1)} N \underbrace{BB \dots .B}_{\text{مرة}\,(n-k)}\right)$$

لدينا:

$$p(E) = p(A) \times p_A(C) = \frac{2^{k-1}}{3^k} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{n-k} = \frac{2^{2n-k-1}}{3^k \times 5^{n-k}}$$ يكافئ $p_A(C) = \frac{p(A \cap C)}{p(A)} = \frac{p(N)}{p(A)}$

حل التمرين 15:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقسها.

النوع / المربي	يصبح ملون C	يبقى أبيض B	لا يبقى على قيد الحياة M
$E1$	$0,7$	$0,1$	$0,2$
$E2$	$0,8$	$0,13$	$0,07$

بالنسبة لبائع الطيور: 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.

أ) نبين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$:

$$p(V)=0,8\times0,7+0,93\times0,3=0,839$$

ب) تعيين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر:

$$p(C)=0,7\times0,7+0,8\times0,3=0,73$$

ج) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول ؟

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}$$

$$p(B\cap E1)=0,1\times0,7=0,07$$

$$p(B)=0,1\times0,7+0,13\times0,3=0,109$$

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}=\frac{0,07}{0,109}\cong 0,642$$

2) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع.

احتمال أن تبقى بعد شهر، ثلاثة فقط على قيد الحياة :

لدينا اختبار برنولي ذات رتبة $n=5$ و احتمال $p=p(V)=0,839$.

نسمي A الحادثة : " بعد شهر، تبقى ثلاثة فقط على قيد الحياة"

$$p(A)=C_5^3p^3(1-p)^3=10(0,839)^3(0,161)^2\cong 0,153$$

3) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي.

يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه.

تعيين قانون الاحتمال لـ X و أمله الرياضي.

- قيم X: $X=\{-10\ ;\ 50\ ;\ 300\}$

$$p(X=300)=p(C)=0,730$$

$$p(X=50)=p(B)=0,109$$

$$p(X=-10)=p(\overline{V})=1-p(V)=1-0,839=0,161$$

- قانون الاحتمال:

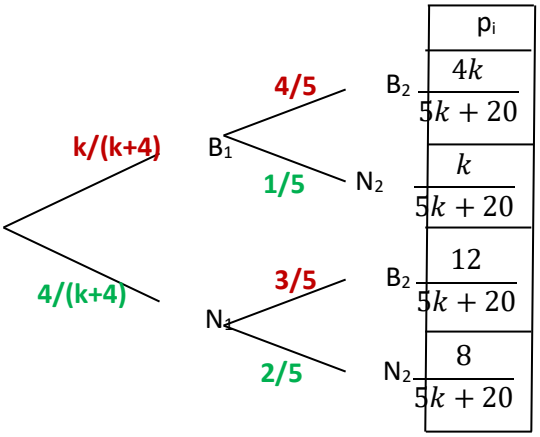
x_i	-10	50	300	المجموع

P_i	0,161	0,109	0,730	1
$x_i\, p_i$	-1,61	5,45	219	222.84

$E(X)=222,84\ DA$

حل التمرين 16:

1) أ- إتمام الشجرة:



ب- نبين أن احتمال الحادثة B_2 يساوي $\frac{4K+12}{5K+20}$:

باستعمال قانون الاحتمالات الكلية نجد:

$p(B_2) = \frac{k}{k+4} \times \frac{4}{5} + \frac{4}{k+4} \times \frac{3}{5} = \frac{4k+12}{5k+20}$ و هو المطلوب).

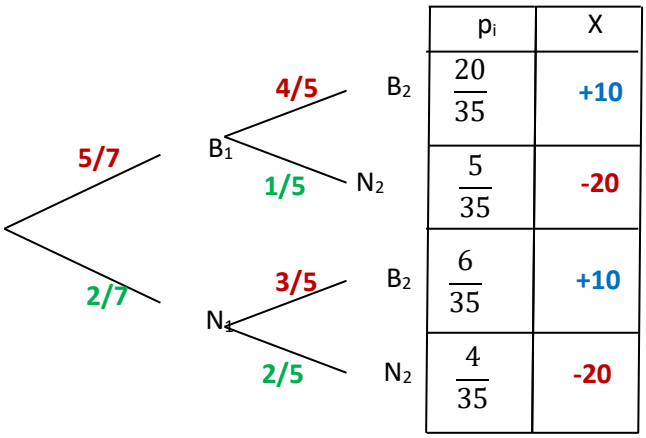
فيما تبقى نأخذ $k=10$. السؤالان 2 و 3 مستقلان و يمكن الإجابة عنهما في أي ترتيب.

2) راهن أحمد $20\ DA$ و قام باختبار (سحب كرة من U_1 و وضعها في U_2. ثم سحب بعد ذلك ، كرة من U_2).

إذا كانت الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء فيربح $30\ DA$ و إلا ، فلا يحصل على شيء و يخسر رهانه. ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لأحمد أي الفرق بين المبلغ المحصل علية و المبلغ الذي راهنه.

أ) تعيين قيم X:

$X(\Omega)= \{ -20 ; +10 \}$



ب) قانون احتمال X و حساب أمله الرياضي:

x_i	-20	+10	المجموع

P_i	$\frac{9}{35}$	$\frac{26}{35}$	1
$x_i\ p_i$	$-\frac{180}{35}$	$+\frac{260}{35}$	$+\frac{80}{35}$

$$E(X) = \frac{80}{35} = \frac{16}{7} \cong 2{,}29\ \ DA$$

ج) هل اللعبة ملائمة لأحمد ؟

بما أن $E(X >) > 0$ فإن اللعبة ملائمة لأحمد.

3) يشارك أحمد n مرة متتابعة لهذه اللعبة. في بداية كل لعبة U_1 يحتوي على 10 كرات بيضاء و 4 كرات
سوداء و U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء و بالتالي الاختبارات المتتابعة مستقلة.
تعيين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون احتمال تحقيق على الأقل مرة الحادثة B_2 يكون أكبر أو يساوي $0{,}99$.

الاختبارات المتتابعة هي متطابقة و مستقلة ، لدينا نخطط برنولي و المتغير العشوائي Y يتبع قانون ثنائي الحد $B(n, \frac{26}{35})$

لدينا: الحادثة " تحقيق على الأقل مرة الحادثة B_2" هي الحادثة المعاكسة للحادثة "الحادثة B_2 لا تتحقق "

أي : $(Y \geq 1) = \overline{(Y = 0)}$

ومنه $p\ (Y \geq 1\ ) \geq 0{,}99$ يكافئ $1 - p(Y=0) \geq 0{,}99$ أي $p(Y=0) \leq 0{,}01$ أي

$$\left(\frac{9}{35}\right)^n \leq 0{,}01$$

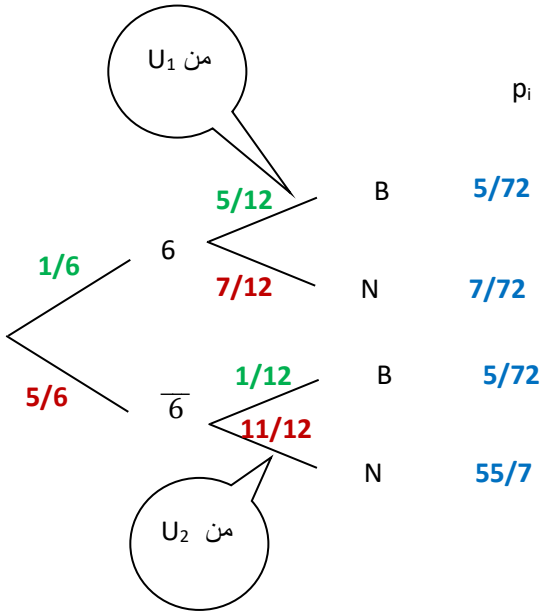
يكافئ $n \geq \frac{ln(0{,}01)}{ln\left(\frac{9}{35}\right)}$ أي $n \geq 9{,}01$.

أصغر عدد طبيعي n حتى يكون احتمال تحقيق على الأقل مرة الحادثة B_2 يكون أكبر أو يساوي $0{,}99$ هو 10.

حل التمرين 17:

يحتوي كيس U_1 على 5كرات بيضاء و 7كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

1) للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.



أ) لتكن B الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ".

- نبين أن $p(B) = \frac{5}{36}$:

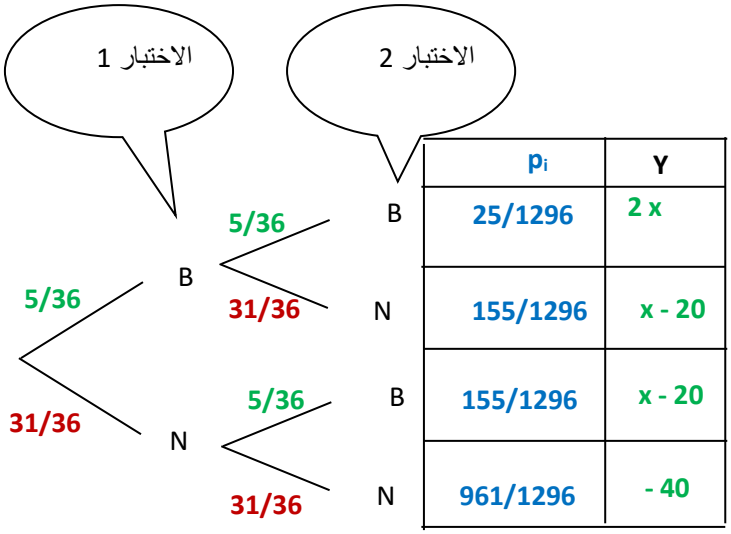
باستعمال قوانين الاحتمالات الكلية نجد: $p(B) = \frac{5}{72} + \frac{5}{72} = \frac{5}{36}$

ب) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟

$p_B(U_1) = \frac{p(B \cap U_1)}{p(B)} = \frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)} = \frac{1}{2}$ و $p_B(U_2) = \frac{p(B \cap U_2)}{p(B)} = \frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)} = \frac{1}{2} = p_B(U_1)$

2) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة (أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى).

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح x DA إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر 20 DA إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.



p_i	Y
25/1296	2 x
155/1296	x - 20
155/1296	x - 20
961/1296	- 40

أ) تعيين قيم Y:

$Y(\Omega)=\{ -40 ; x-20 ; 2x \}$

ب) قانون احتمال Y:

y_i	-40	$x-20$	$2x$	المجموع
p_i	$961/1296$	$310/1296$	$25/1296$	
$y_i p_i$	$-51840/1296$	$(310x-6200)/1296$	$50x/1296$	$(360x-58040)/1296$

ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة x:

$$E(Y)=\frac{360x-58040}{1296}$$

د) تعيين قيم للعدد x حيث: $E(Y)\geq 0$:

$E(Y)\geq 0$ يكافئ $360x-58040\geq 0$ يكافئ $x\geq 161,24$

قيم x حيث: $E(Y)\geq 0$ هي الأعداد الطبيعية الأكبر أو تساوي 162.

حل التمرين 18:

رسم توضيحي :

1-أ-الحالات اللمكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{2}=45$$

ب-A حادثة الحصول على "كرتين من نفس اللون "

$$P(A)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_5^2+C_4^2}{45}=\frac{10+6}{45}=\frac{16}{45}$$

B حادثة الحصول على " كرتين من لونين مختلفين "

$$P(B)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_1^1\times C_5^1+C_5^1\times C_4^1+C_1^1\times C_4^1}{45}=\frac{29}{45}$$

C حادثة الحصول على "كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_7^1 \times C_3^1}{45} = \frac{21}{45}$$

2ـــتعيين قيم x : $x = \{-2, -1, 2, 3\}$

$$P(x = -2) = \frac{C_2^2}{45} = \frac{1}{45}$$

$$P(x = -1) = \frac{C_1^1 \times C_2^1}{45} = \frac{2}{45}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_3^2 + C_3^1 \times C_1^1 + C_3^1 \times C_2^1}{45} = \frac{12}{45}$$

$$P(x = 3) = \frac{C_4^2 + C_3^1 \times C_4^1 + C_4^1 \times C_2^1 + C_4^1 \times C_1^1}{45} = \frac{30}{45}$$

x	-2	-1	2	3	المجموع
$p(x = xi)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{30}{45}$	1

ج ـــحساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

$$E(x) = \frac{22}{9}$$

حل تمرين 19 :

رسم توضيحي :

أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_6^3 = 20$$

ب-A حادثة الحصول على "3كرات من نفس اللون "

أي 3 كرات خضراء

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(A)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_3^3}{20}=\frac{1}{20}$$

B حادثة الحصول على "3 كرات ألوانها مختلفة "

اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء

$$P(B)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_3^1\times C_2^1\times C_1^1}{20}=\frac{6}{20}$$

C حادثة الحصول على "كرتان فقط من نفس اللون "

اي : كرتين خضراوين و 1 من البقية

أو

كرتين حمراوين و 1 من البقية .

$$P(C)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_3^2\times C_3^1+C_2^2\times C_4^1}{20}=\frac{13}{20}$$

2ـــتعيين قيم x : $x=\{0,5,10,y,y+5,y+10\}$

3 كرات خضراء

$$P(x=0)=P(A)=\frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}}=\frac{C_3^3}{20}=\frac{1}{20}$$

$P(x=5)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{20}=\frac{6}{20}$ (اي كرتين خضراوين وواحدة حمراء)

$P(x=10)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{20}=\frac{3}{20}$(كرتين حمراوين وواحدة خضراء)

$(x=y)=\frac{C_3^2\times C_1^1}{45}=\frac{3}{20}$ (اي 2 خضراوين و واحدة سوداء)

$P(x=y+5)=\frac{C_3^1\times C_2^1\times C_1^1}{45}=\frac{6}{20}$ (اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء)

$(x=y+10)=\frac{C_2^2\times C_1^1}{45}=\frac{1}{20}$ (اي 2حمراوين و واحدة سوداء)

x	0	5	10	y	$y+5$	10+y	المجموع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$p(x = xi)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{1}{20}$	1

ج- كتابة الامل الرياضي بدلالة y وقيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$:

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{20}\right) + \left(5 * \frac{6}{20}\right) + \left(10 * \frac{3}{20}\right) + \left(y * \frac{3}{20}\right) + \left((y+5) * \frac{6}{20}\right) + \left((y+10) * \frac{1}{20}\right) = 20$$

بعد التبسيط نجد :

$$E(x) = \frac{1}{2}y + 5$$

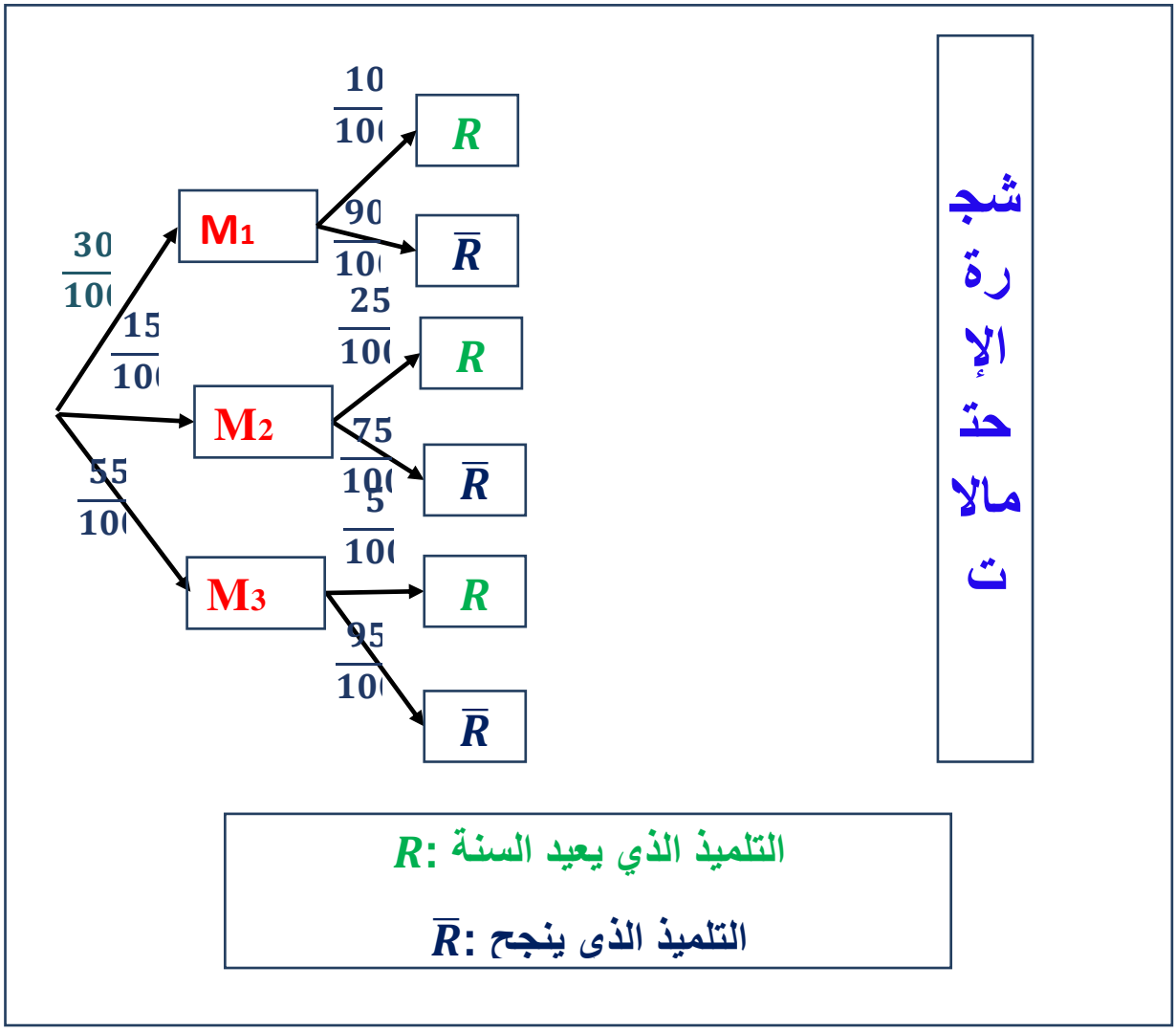
قيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$:

$E(x) = \frac{1}{2}y + 5 = 0$ أي : $y = 30$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل التمرين 20 :

1- رسم توضيحي لشجرة الإحتمالات :



2- احتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة :

$$R = (M1 \cap R) \cup (M2 \cap R) \cup (M3 \cap R)$$

باستعمال نظرية الإحتمالات الكلية :

$$P(R) = P(M1 \cap R) \cup P(M2 \cap R) \cup P(M3 \cap R)$$

$$P(R) = \left(\frac{30}{100} \times \frac{10}{100}\right) + \left(\frac{15}{100} \times \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{55}{100} \times \frac{5}{100}\right)$$

$$P(R) = 0.095$$

3- احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة M_3 علما أنه معيد للسنة أي حساب الاحتمال الشرطي

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P_R(\text{M3}) = \frac{P(\text{M3} \cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(\text{M3}) = \frac{\left(\frac{55}{100} \times \frac{5}{100}\right)}{0.095} = 0.29$$

حل التمرين 21 :

1- عدد الأرقام السرية هي: $n^p = 9^4 = 6561$

2- الرقم السري عبارة عن عدد زوجي :

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3}{9^4} = \frac{4}{9}$$

3- الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط :

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{4^4}{9^4} = \frac{256}{6561}$$

4- الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 :

$$P(C) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3}{9^4} = \frac{2048}{6561}$$

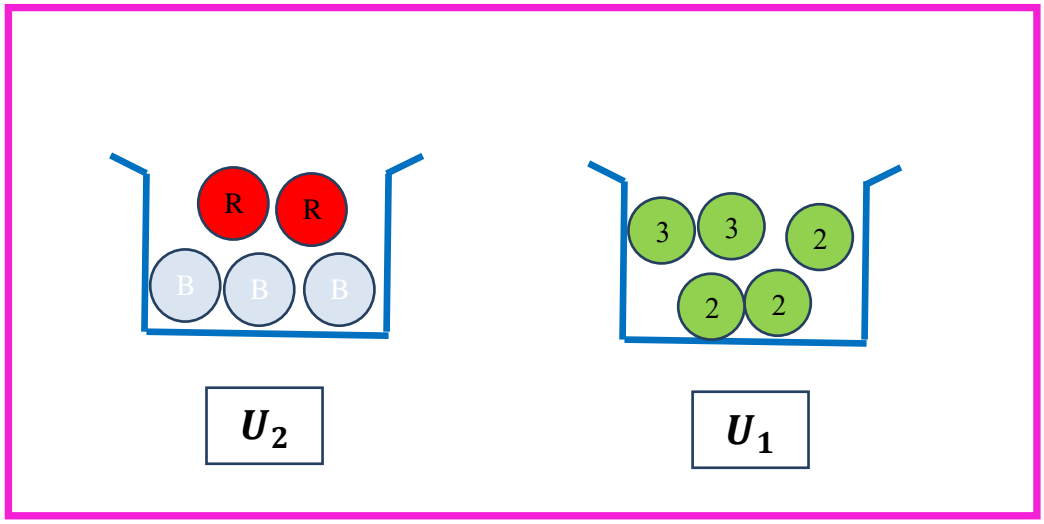
5- الرقم السري مكون من ارقام مختلفة :

$$P(D) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{A_9^4}{9^4} = \frac{3024}{6561}$$

حل التمرين 22 : يتم العمل عليه لإضافته

رسم توضيحي :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



1- إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{50}$$

2- إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 :

$$P_B(R) = \frac{p(R \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3}}{\frac{C_2^1}{C_5^1}} = \frac{3}{10}$$

- القيم الممكنة ل x: بما أن عدد الكرات الحمراء هو 2 فانه مهما كانت قيمة n (2 او 3) فإن عدد الكرات الحمراء التي يمكن سحبها في آن واحد هي : 0 او 1 او 2
- تبيان أن : $P(x=0) = \frac{11}{50}$

الحادثة : $(x=0)$ معناه عدم سحب اي كرة حمراء اذا :

سحب كرة تحمل الرقم 2 من U1 وسحب كرتين بيضاويتين من U2

أو

سحب كرة تحمل الرقم 3 من U1 وسحب 3 كرات بيضاء من U2

ومنه : $P(x=0) = \left(\frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^2}{C_5^2}\right) + \left(\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3}\right) = \frac{11}{50}$

3- قانون الاحتمال :

$$P(x=1) = 1 - \left(\frac{11}{50} + \frac{9}{50}\right) = \frac{30}{50}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(x=2)=\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2\times C_3^1}{C_5^3}\right)=\frac{9}{50}$$

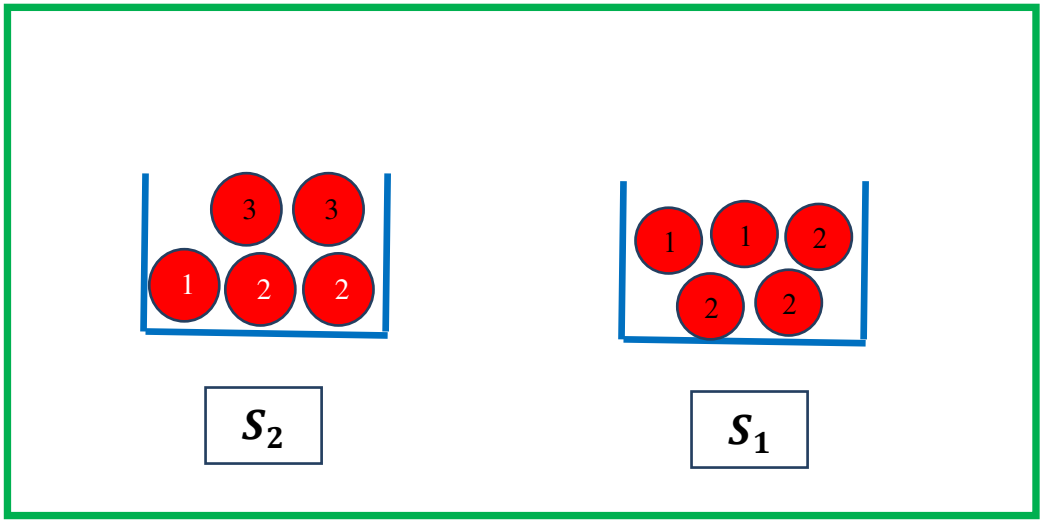
x	0	1	2	المجموع
$p(X=xi)$	$\frac{11}{50}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{9}{50}$	1

ج-حساب الامل الرياضياتي : $E(x)$:

$$E(x)=\left(0*\frac{11}{50}\right)+\left(1*\frac{30}{50}\right)+\left(2*\frac{9}{50}\right)=\frac{24}{25}$$

حل التمرين 23 :

-1



أ- القيم التي يأخذها x

الجدول التالي يعطي في كل حالة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين :

سحبة1S / سحبة2S	1	1	2	2	2
1	2	2	3	3	3
2	3	3	4	4	4
2	3	3	4	4	4
3	4	4	5	5	5

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3	4	4	5	5	5

القيم الممكنة هي : 2 ، 3 ، 4 ، 5

ب-قانون الاحتمال :

من الجدول نستنتج أن :

$$P(x=2)=\frac{2}{25}$$

$$P(x=3)=\frac{7}{25}$$

$$P(x=4)=\frac{10}{25}$$

$$P(x=5)=\frac{6}{25}$$

x	2	3	4	5
$p(X=k)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{6}{25}$

ج – احتمال الحصول على مجموع زوجي :

هذا الاحتمال هو :

$$P(s)=P(x=2)+P(x=4)=\frac{2}{25}+\frac{10}{25}=\frac{12}{25}$$

2- احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط :

$C_4^3\left(\frac{12}{25}\right)^3\left(1-\frac{12}{25}\right)^1$ أي : $\frac{89856}{390625}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

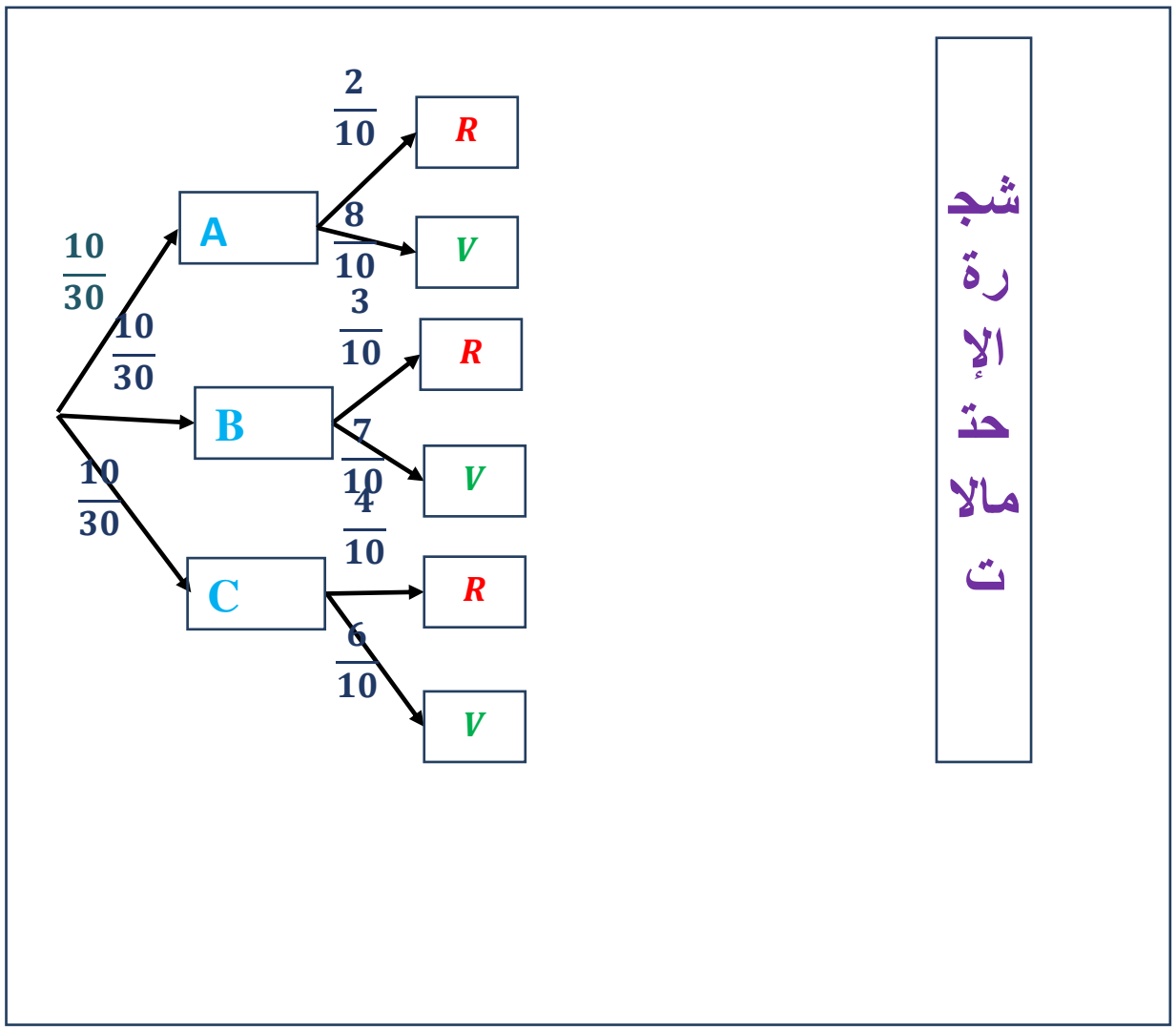
حل التمرين 24 : مقترح

1 – شجرة الاحتمالات :

نرمز الى الكرية الحمراء ب : R

نرمز الى الكرية الخضراء ب : V

2 -



احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء هي :

$$P(R) = \frac{10}{30} \times \frac{2}{10} + \frac{10}{30} \times \frac{3}{10} + \frac{10}{30} \times \frac{4}{10} = \frac{9}{30}$$

3- احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول هي :

$$P(R \cap A) = \frac{10}{30} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

4- حساب احتمال اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء علما انها قد سحبت من الصندوق الأول

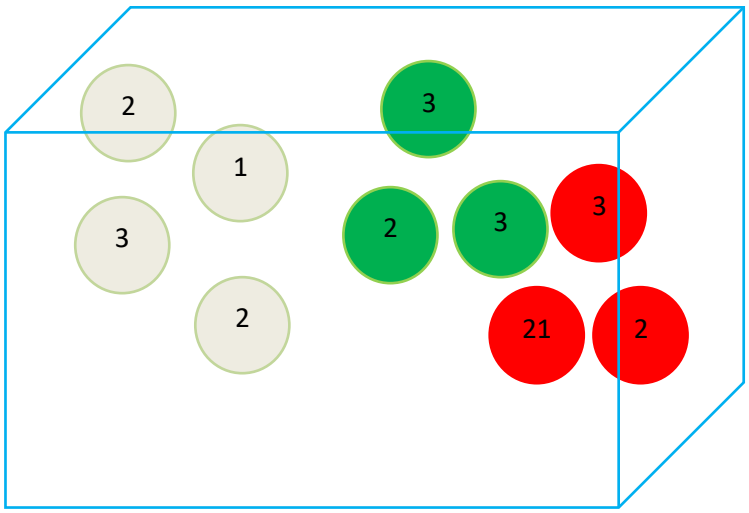
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(A) = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{9}{30}} = \frac{2}{9}$$

حل التمرين 25 :

رسم توضيحي :



أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^3 = 120$$

- حساب $P(A)$:
- $P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_3^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$
- حساب $P(B)$:

B حادثة الحصول على " 3 كرات من نفس الرقم "

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120}$$

ب) بين أن : $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$:

حادثة $A \cap B$ معناه : " الكريات الثلاثة المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني و لها نفس الرقم "

أي سحب : سحب كرة رقم 1 بيضاء و كرة رقم 1 خضراء و كرة رقم 1 حمراء (مستحيلة) أو سحب كرة رقم 2 حمراء و كرة رقم 2 خضراء وكرة رقم 2 بيضاء (ممكنة) أو سحب كرة رقم 3 حمراء و كرة رقم 3 بيضاء و كرة رقم 3 خضراء (ممكنة)

ومنه :

$$P(A \cap B) = 0 + \frac{C_2^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{120} + \frac{C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

استنتاج $P_A(B)$:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{6}$$

واستنتاج $P(A \cup B)$:

لدينا : $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ أي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

2ـــتعيين قيم x : $x = \{0,1,2,3\}$

الحالة الاولى 0 كرة فردية :

$$P(x = 0) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_5^2}{120} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

الحالة الثانية 1 كرة فردية :

$$P(x = 1) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{120} + \frac{C_1^1 \times C_5^2}{120} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

الحالة الثالثة 2 كرة فردية :

$$P(x = 2) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^2 \times C_5^1}{120} + \frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_5^1}{120} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

الحالة الرابعة 3 كرة فردية :

$$P(x = 3) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_4^3}{120} + \frac{C_4^2 \times C_1^1}{120} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

x	0	1	2	3	المجموع
$p(x = xi)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج-حساب الامل الرياضي: $E(x)$:

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{12}\right) + \left(1 * \frac{5}{12}\right) + \left(2 * \frac{5}{12}\right) + \left(3 * \frac{1}{12}\right) = \frac{3}{2}$$

حل التمرين 26 :

1) تبيان أن احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{2}$:

$$P(A) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_3^1 \times C_7^3}{C_{10}^4} = \frac{3 \times 35}{210} = \frac{105}{210} = \frac{1}{2}$$

حساب $P(B)$:

B حادثة الحصول على " 3 كرات من نفس الرقم "

$$P(B) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_5^1 \times C_5^3 + C_5^2 \times C_5^2 + C_5^3 \times C_5^1 + C_5^4}{C_{10}^4} = \frac{205}{210}$$

2) أ- تعيين قيم x : $x = \{0,1,2,3\}$

ب-تبيان أن : $P(X = 0) = \frac{1}{6}$ و $P(X = 2) = \frac{3}{10}$

لدينا :

$$P(x = 0) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_3^0 \times C_7^4}{210} = \frac{35}{210} = \frac{1}{6}$$

و

$$P(x = 2) = \frac{\text{الملائمةالحالات}}{\text{الممكنةالحالات}} = \frac{C_3^2 \times C_7^2}{210} = \frac{3}{10}$$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي :

x	0	1	2	3	المجموع
$p(x = xi)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج- حساب الامل الرياضي : $E(x)$:

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{6}\right) + \left(1 * \frac{1}{2}\right) + \left(2 * \frac{3}{10}\right) + \left(3 * \frac{1}{30}\right) = 1{,}2A$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM