01 في كل حالة أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها و عين المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f.

1) $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$ والمعرفة على $-\{-1;3\}$

2) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ والمعرفة على $-\{-1;1\}$

3) $f(x)=\dfrac{-4x+5}{x^2-x}$ والمعرفة على $-\{0;1\}$

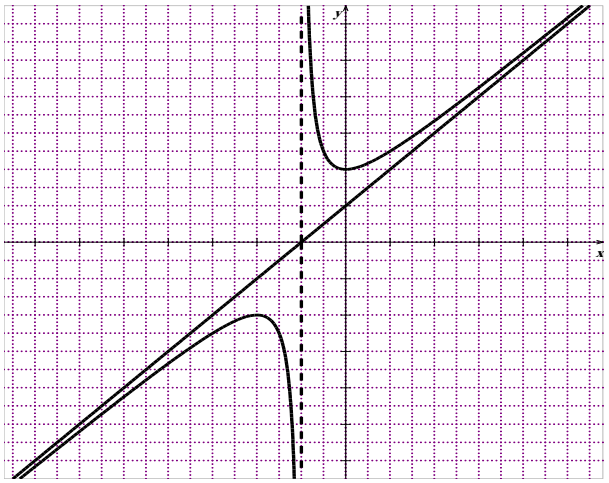
4) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+5}{(x+1)^2}$ والمعرفة على $-\{-1\}$

02 احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

1) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x-1}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-1}{x}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-2x)$ ، 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2-1})$

03 في الشكل الآتي ،المنحى (C) هو التمثيل البياني للدالة f



1) بقراءة بيانية ، عيّن :

أ)مجموعة التعريف D للدالة f.ثم نهايات f عند أطراف D

ب)المستقيمات المقاربة لـ (C) ومعادلاتها.

جـ)الوضع النسبي لـ (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

هـ)إشارة $f(x)$.

2) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1;+\infty[$

ب)أوجد نهاية g عند 1- وعند $+\infty$

جـ) أحسب $g(0)$. ثم أعط إتجاه تغير الدالة g .

04 f دالة عددية جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
f'(x)	+	0 -	||	- 0	+
f(x)	$-\infty$ ↗	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘	2 ↗	$+\infty$

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل:

$f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) احسب $f'(x)$ بدلالة a ، c

2)اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب)عين $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

3) أثبت أن ، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y=x+1$

-أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) والمستقيم (Δ).

- إنشئ المنحنى (Γ) والمستقيم (Δ).

05 f دالة معرفة على بـ : $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$.

يرمز C_f إلى تمثيلها البياني في معلم (O,i,j).

1)ا- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$.

ب- فسّر النتيجة الثانية بيانيّا .

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ،ثم بيّن أنه يوجد عددان حقيقيّان a و b حيث $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-ax-b]=$ ،ماذا تستنتج؟

06 f دالة معرفة على $]\pi;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x+\cos x}{x-\pi}$

1)بيّن أن: $\dfrac{3x-1}{x-\pi}\le f(x)\le\dfrac{3x+1}{x-\pi}$ من جل كل $x>\pi$

استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين أن $\lim\limits_{x\to\pi}f(x)=+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

1-أ)من أجل كل 3 x بين أن: $2x\ge\sqrt{x^2-3x}$.

ب) استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x}-4x)$ مستخدما نظريّة الحد من الأعلى.

2-أ)من أجل $x>0$ ، قارنْ بين $\sqrt{9x^2+x+1}$ و $3x$.

ب)استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{9x^2+x+1}-2x)$ مستخدما نظريّة الحد من الأسفل.

07 f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $f(x)=2x^3-3x^2-1$

1) برر استمرارية الدالة f على .

2) احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها.

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4)أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,7;1,6[$. ثم استنتج حسب قيم x اشارة $f(x)$.

5) عين حصرا للعدد α سعته 10^{-2}.

08 نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x} & ;\ x\neq 0 \\ f(0)=\alpha \end{cases}$$

1)جد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا

2)عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون f مستمرة عند 0

09 f دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ: $f(x)=4x^3-3x-\dfrac{1}{2}$

1) أحسب $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f(-0.5)$ ، $f(-1)$.

2)أستنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

10 f دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty;2]$ و $[2;+\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
f(x)	4	↘	1	↗	$+\infty$		$+\infty$	↘	-2

والليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1-أ)فسر بيانيا، كل نهاية لـ f، عيّن نهاية $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا على $[2;3]$.

2- g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل :

$$g(x)=\frac{1}{f(x)};\ x\neq 2 \quad \text{و} \quad g(2)=0$$

أ) بيّن أن g مستمرة عند العدد 2 .

ب)عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ ، $-\infty$ و3.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة g.

11 أجب إما **بصحيح** وإما **بخطأ** مع التعليل.

I- لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

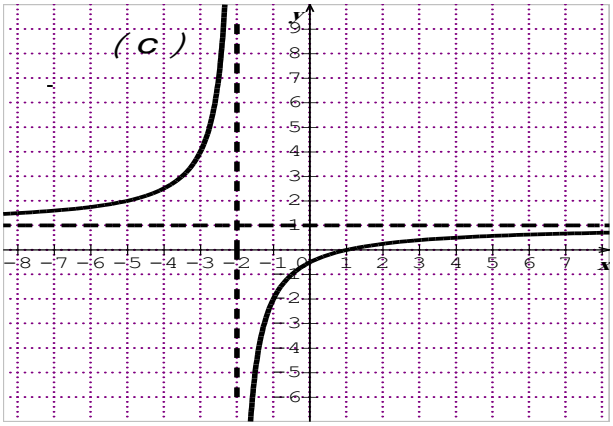
x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
f(x)	1	↘	0	↘	$-\infty$		$+\infty$	↘	0	↗	-3	↗	1

1) المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا واحدا.

2) المعادلة $f(x)=-3$ تقبل حلا واحدا.

3)صورة المجال $[0;4]$ بالدالة f هو المجال $[0;+\infty[$

12 g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ ، (C_g) التمثيل البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامدالمتجانس(الشكل التالي)



1.بقراءة بيانية :

أ . شكل جدول تغيرات g

ب. عين قيم x التي يكون من أجلها $g(x)$ 1 0

جـ .حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x

2. f الدالة المعرفة على $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=g(x^2)$

أ. احسب $f(-2)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب. حدد اتجاه تغير الدالة f على $[-2;+\infty[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ . ارسم المنحنى (C_f)

13 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & ;\ x\ \ 3 \\ \dfrac{1-x}{x-2} & ;\ x\leq 3 \end{cases}$$

1) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) احسب $f(3)$ ثم أدرس استمرار الدالة f عند3

2)أثبت أن المعادلة: $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;1[$ ثم فسر ذلك هندسيا.

14 I - f دالة معرفة على بـ : $f(x)=x^3-3x+5$

وليكن (C) منحناها البياني

1) أدرس تغيرات الدالة f على

2) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $\beta\in]-3;-2[$

3)استنتج إشارة $f(x)$ على .

4) جد حصرا للعدد β مقرب إلى 10^{-2} .

II- لتكن الدالة g والمعرفة على بـ:

$$g(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+5x$$

1) أدرس تغيرات الدالة g على .

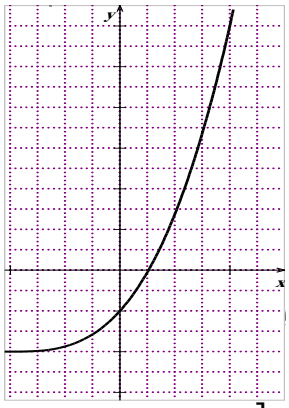
2 - أ) أثبت أن $g(\beta)=\dfrac{-3\beta(\beta-5)}{4}$

ب)جد حصرالـ $g(\beta)$،ثم استنتج عدد جذور $g(x)$

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

01 لمنحنى(C)المقابل هوالتمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $I=]-1;+\infty[$بـ



$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

2-أ)بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب)علّل وجودعدد حقيقي $\alpha\in]0;0,5[$

جـ)استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

2) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$بـ:

$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ)تمثيلها البياني

أ)تحقق أنه من أجل كل $x\in I$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب)عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ)جد $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ فسر النتيجتين بيانيا

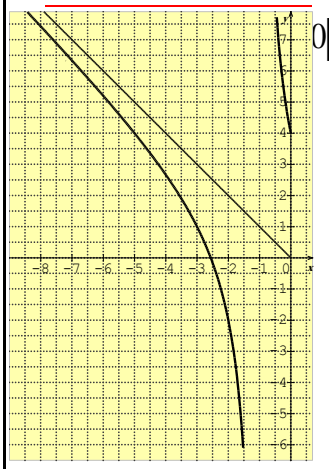
د) شكل جدول تغيرات f

3)نأخذ: $\alpha=0,26$ ، أ)عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

ب)أرسم المنحنى (Γ) .

2008

02 f دالة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$بـ:



$f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$ و (C_f)

تمثيلها البياني (مبين في الشكل)

1-أ)أحسب نهايات عند الحدود المفتوحة لـ I

ب)بقراءة بيانية دون دراسة اتجاه تغير f شكل جدول تغيراتها

2) g دالة معرّفة على $]0;+\infty[$بـ:

$g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$ و (C_g)تمثيلها البياني

أ)أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب)تحقق من أن (C_g)يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1-أ)أحسب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ما ذا تستنتج ؟

ب)أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1)و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)و (Δ_2)و (C_k)

2009

03 f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$بـ: $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$

(C_f)منحنى f في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2-أ)بين أن (C_f)يقبل مقاربين أحدهما (D) : $y=x$.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (Γ)و (D) .

3-أ)بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,4$ x_0 $1,3$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f)في نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب.

جـ)أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$بـ: $g(x)=|f(x)|$

واليكن (C_g)منحنى الدالة g في نفس المعلم.

أ)بين كيف يمكن إنشاء (C_g)انطلاقا من (C_f)ثم أرسمه

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x)=m^2$

أرسم المنحنى (Γ)

2009

04 f دالة معرّفة على بـ: $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و (C_f)تمثيلها البياني في المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$.

1)بيّن أن f دالة فردية.

2)اثبت أنه من أجل كل $x\in$: $f'(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

3)ادرس تغيرات الدالة f.

4)اكتب معادلة للماس (T)لـ (C_f)في النقطة ذات الفاصلة 0.

5)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6)بيّن أن المستقيم (D)ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر

7)أرسم (D)و (D') و (C_f) في المعلم السابق.

8) g دالة معرّفة على بـ: $g(x)=|x|\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

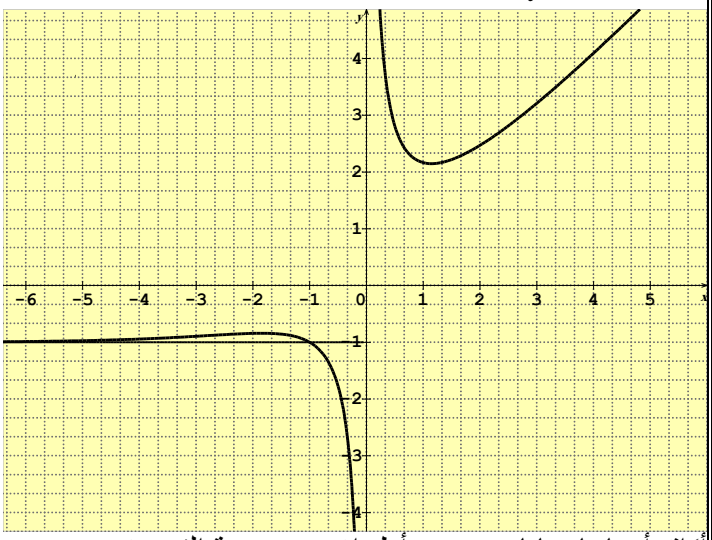
أ)بيّن أن الدالة g زوجية.

ب)إنطلاقا من (C_f)أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

2010

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

01 1) المنحني $(\mathcal{C})$ في الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;i,j)$، محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته: $y=-1$ مقاربان لـ $(\mathcal{C})$.



أ)اقرأ بيانيا نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) حل بيانيا كل من: أ) $f(x)=-1$ ؛ ب) $f(x)>-1$

2) نقبل أن f معرفة بالدستور : $f(x)=\dfrac{xe^x+1}{e^x-1}$

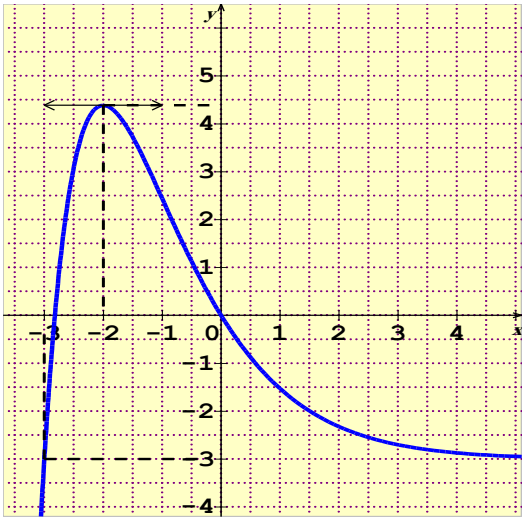
أ)أدرس اشارة e^x-1 ثم حل في $\mathbb{R}^*$ المتراجحة: $f(x)>-1$.

ب)تحقق أن: $f(x)=-\dfrac{x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$، ثم جد من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

حـ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$، ثم فسر النتيجة بيانيا ؟

02 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$

حيث a و b عددان حقيقيان و ليكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

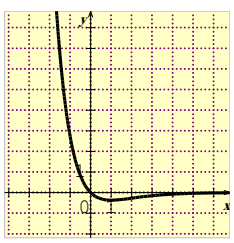


1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f:

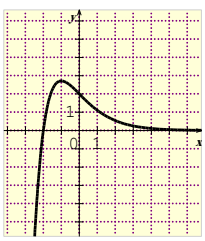
أ) عين $f(-3)$، $f(0)$، $f'(-2)$

ب)عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

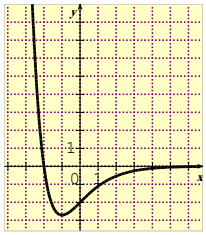
2)من بين المنحنيات (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f.



(3)



(2)



(1)

2- أ)بين أن $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$

ب)شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ)بين أن المعادلة f(x)=-2 تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1,50;1,52[$

03 f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني.

1)عيّن العددين الحقيقين α و β بحيث: $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta}{e^x-1}$

2) بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى(C).

3)ادرس تغيرات f على $\mathbb{R}_+^*$ ، ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}^*$

4) بيّن أن المنحنى(C) يقبل ثلاث مستقيمات يطلب تعيين معادلاتها ، ثم أرسم المنحى (C) .

5) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$

أ) أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب) أرسم المنحنى(C') الممثل للدالة g باستخدام المنحنى(C)

جـ)عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث يكون للمعادلة $(m-1)|e^x-1|=2e^x$ حلان متمايزان.

04 أ) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(2x^2-3x)e^x$

و ليكن (C) تمثيلها البياني

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) عين معادلة المماس (Δ) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) بيّن أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتهما ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]-\infty\,;\,2[$

4)أرسم (Δ) و (C) على المجال

ب) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2x^2+ax+b)e^x$

و ليكن (C') تمثيلها البياني

1)عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $g'(x)=f(x)$

2) أحسب نهايات g عند $\pm\infty$ ،ثم شكل جدول تغيراتg

3) بين أن المنحنى(C') يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

05 المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;i;j)$.

I) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $h(x)=e^x-x+2$

1)ادرس اتجاه تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

2)احسب $h(0)$ ثم استنتج ان $h(x)\geq 3$ من اجل كل $x\in\mathbb{R}$

II) f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}(x-1)+x+1$

و (Γ) تمثيلها البياني

1)برهن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2)بين أن: $f'(x)=e^{-x}.h(x)$ وارسم جدول الدالة f.

3)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.

ماذا تستنتج بالنسبة للمنحى (Γ)؟.

4)جد $f''(x)$ ثم برهن ان المنحنى (Γ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

5)احسب صور كلا من 1- و 1 و 2 بالدالة f ثم ا رسم المنحنى (Γ) على المجال $]-1;+\infty[$.

6)ليكن (T_α) مستقيما معادلته : $y=x+\alpha$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$

.عين α حتى يكون (T_α) مماسا للمنحى (Γ)

III) k دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $k(x)=f(-x)$

جد مشتقة الدالة k ثم ارسم جدول تغيراتها

06 f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1}{e^x-2}$.

يرمز (C_f) إلى منحنيها في معلم متعامد ومتجانس (O,i,j).

1- ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثمّ $\lim\limits_{x\to\ln 2}f(x)$

وَ $\lim\limits_{x\to\ln 2}f(x)$ ، و فسّر النتيجتيْن الأخيرتيْن هندسيّا.

بـ) ادرس تغيّرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (Δ) و (Δ') معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x-\dfrac{1}{2}$.

د)بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسيْن يعامدان المستقيم: $y=\dfrac{1}{2}x-1$

هـ) أنشئ المنحني (C_f).

2) ناقش بيانيّا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة $(1+2m)e^{-x}=m$.

3) f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ بـ : $h(x)=\dfrac{xe^x-2x+1}{|e^x-2|}$

.

ا) بيّن أنّه يوجد مجال من $\mathbb{R}$ تكون فيه $h(x)=f(x)$.

بـ) استنتج إنشاء (C_h) منحني الدالة h ، انطلاقا من (C_f)

11 I- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$. يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,i,j)؛[وحدة الطول: $2cm$].

1.ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ثم فسّر النتيجتيْن هندسيّا

بـ)احسب $f'(x)$ وادرس إشارته ثمّ شكّل جدول تغيّرات f

2.ا) احسب $f(-x)+f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيّا .

بـ) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3. g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(x)-x$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

بـ)بيّن أنه ،من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

جـ) ادرس إشارة $g'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات g .

د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,7;2,8[$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4.عيّن إحداثيّيْ نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثمّ أنشئ كلا من (C_f) و (C_g) في نفس المعلم السابق.

12 I لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$.نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2)أثبت أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^x+1}{(e^x+1)^2}$.

3) ادرس تغيّرات f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) برهن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث -1 α -2.

5) ا- أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^x+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^x}{e^x+1}$

بـ- استنتج أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (D) و (D′) يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

جـ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

6) ا- أنشئ المنحني (C_f).

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بكالوريات شعبة علوم تجريبية

دورة2013

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,i,j)

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 1} f(x)$

استنتج المستقيمين المقاربين لـ (C)

2) احسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α باستعمال الجدول أعلاه ثم جد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	–0,005
0,23	–0,026
0,24	–0,048
0,25	–0,070

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2-أ) تحقق من أن: $g(\frac{\alpha+1}{2})=0$ ثم بيّن أن $g'(\frac{\alpha+1}{2})=2f'(\alpha)$

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

جـ) تحقق من أن: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

دورة2012

I) لتكن g الدالة المعرّفة على بـ: $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاًوحيدا $\alpha\in]-1;+\infty[$

ب-تحقق أن: $0,6<\alpha<0,5$ أستنتج إشارة $g(x)$ على

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2[$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$. و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

أستنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;2[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب-أنشئ (Δ) و (C_f)

دورة2011

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على بـ: $f(x)=e^x-ex-1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,i,j)

1-أ- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها.

جـ-شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2-أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

د-أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم (C_f) في المجال $]-\infty;2[$

دورة2010

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ:

$f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$ يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,i,j) .

1-أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x\to0} f(x)$ وَ $\lim_{x\to0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3-أ)بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4)بيّن أن النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5)أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $1<\alpha<\ln 2$ و $-1,3<\beta<-1,4$.

ب)هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟.

جـ) أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$

دورة2008

I-نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان. (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,i,j).

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II- نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ)بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا ($\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

جـ)بين أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها

د)اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) أرسم (C_g).

و) k الدالة المعرفة المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $k(x)=g(x^2)$ باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

بكالوريا شعبة الرياضيات

دورة2013

I-الدالة g معرفة على بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2-أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0,7<\alpha<-0,8$.

ب- استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x.

II- الدالة f معرفة على بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$ ؛[وحدة الطول: $2cm$] .

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ-أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2-أ-بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

ب-شكّل جدول تغيرات الدالة f على (نأخذ: $f(\alpha)=-0,9$)

3-أ-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين ، معمل توجبه كل منهما يساوي 1 ،يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب-مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f).

جـ-ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $(x+1)^2+me^{x}=0$.

دورة 2012

I - g هي الدالة المعرفة على كمايلي: $g(x)=2-xe^{x}$

1)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α حيث $0,8<\alpha<0,9$

3) عين حسب قيم x ، اشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على كمايلي: $f(x)=\frac{2x+2}{e^{x}+2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$ ؛[وحدة الطول: $2cm$] .

1)بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

2)أ-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب-بيّن أن المستقيم (Δ')ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ)و (Δ') حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4)أ-بيّن أنه من أجل كل $x\in$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^{x}+2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب-بيّن أن $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) أرسم (Δ)و (Δ') و (C_f).

6)ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

دورة 2010

I- g الدالة المعرفة على بـ: $g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1)أدرس تغيرات الدالة g.

2)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر $\alpha\in]2,82;2,83[$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II- f الدالة المعرفة على بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$

اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند O

2) أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

جـ) تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$، ثم عين حصرا له.

د) أنشئ جدول تغيرات f

3) أحسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\to -x^3$

4) بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

5) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C_f) و (C)

دورة 2008

I) f دالة عددية معرفة على بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;i,j)$.

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) بين ان (C_f) يقبل نقط إنعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω. ثم بين ان ω مركز تناظر لـ (C_f)

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$

استنتج ان (C_f) يقبل مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما

4) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $x_0\in]-2,77;-2,76[$ احسب $f(1)$ و $f(-1)$ ارسم (C_f)

II) g دالة عددية معرفة على بـ $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$

2) انشئ (C_g) في نفس المعلم السابق (دون دراسة g)

بكالوريات شعبة تقني رياضي

دورة 2013

I - g الدالة المعرفة على بـ: $g(x)=(x-1)e^x$

1- أدرس تغيرات الدالة g.

2- بيّن أنه ، من أجل كل $x\in$: $1+(x-1)e^x\geq 0$

II- f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x};x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

1- أ- بيّن أن f مستمرة على $[0;+\infty[$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ- تحقق أنه من أجل كل $x\in[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

III- n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$، f_n الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$ و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على المجال $[0;+\infty[$.

2- أحسب $\lim\limits_{\longrightarrow 0} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}).

4- بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين احداثييها.

5- أ- بيّن أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد من $\alpha_1\in]0,3;0,4[$ بحيث: $f_1(\alpha_1)=0$.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1)\leq 0$، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$.

6- أ- بالاعتماد على الجزء II ، بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^x-1}{x}\leq e-1$.

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $n\geq 1$

$\ln(\alpha_n)\geq\dfrac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n\geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

جـ- جد نهاية المتتالية (α_n).

دورة 2012

I - g هي الدالة المعرفة على كمايلي:

$g(x)=-4+(4-2x)e^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g، شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,60\quad\alpha\quad 1,59$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$؛[وحدة الطول: 2cm] .

1-بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلاتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ)برهن أنه من أجل $x\in$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب)أستنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم أستنتج إشارة $f(x)$.

3- أ)بيّن أن : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$(تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) أرسم (C_f).

4-ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

أ)أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم أستنتج إشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h.

دورة 2011

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$.

1-ادرس تغيرات الدالة f وعيّن المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

2-بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عندها.

3-لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=f(x)-x$

أ- ادرس تغيرات الدالة g.

ب-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا و حيدا α حيث $2,8<\alpha<2,7$.

4- أحسب $f(x)+f(-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-أ-حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم الذي معادلته : $y=x$ و (C_f).

6-انطلاقا من المنحنى (C_f) استنتج المنحنى (C_h) الممثل للدالة h المعرفة كمايلي: $h(x)=\dfrac{4e^{x+1}}{e^{x+1}+1}$.

دورة 2010

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$.

1-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث:

$f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من اجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}^*$

2-احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها.

3-بيّن أن f متزايدة تماما على كا مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$ بيّن أن (D) و (D') مقاربان لـ (C_f) ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث: $0,9<x_0<0,91$ و $-1,65>x_1>-1,66$.

جـ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

د) أرسم (D) و (D') و (C_f) .

5-m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$ ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

6- g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

دورة 2009

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{1+e^x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;i;j)$.

1- أحسب $f(x)+f(-x)$ و ماذا تستنتج ؟.

2-أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3-بيّن أن المستقيم $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

4-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $-1,6>\alpha>-1,7$

6-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

7-بيّن أن المنحنى (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربا ثم ارسم المنحنى (C_f).

8-انطلاقا من المنحنى (C_f) اشرح كيفية الحصول على رسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g حيث: $g(x)=f(|x|)$

ارسم عندئذ المنحنى (C_g).

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الدوال العددية
دورة2009

I1-أ)حساب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(-x+\frac{4}{x+1})=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1} f(x)=\lim_{x\to-1}(1+\frac{4}{x+1})=-\infty$$

$$\lim_{x\to-1} f(x)=\lim_{x\to-1}(1+\frac{4}{x+1})=+\infty$$

ملاحظة: يمكن استنتاج هذه النهايات من البيان

ب)تشكيل جدول التغيرات بقراءة بيانية

x	$-\infty$		-1		0
g'(x)	-	‖	‖		-
g(x)	$+\infty$ ↘	‖	‖	↘	4
			$-\infty$		

2-أ) حساب نهاية f عند $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{4}{x+1})=+\infty$$

ب) التحقق من أن (c_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)

المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$ لأن:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{4}{x+1}-x)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{4}{x+1})=0$$

جـ) دراسة تغيرات الدالة g

أتجاه التغير

لدينا: g قابلة للإشتقاق على المجال $]-\infty;0]$ حيث:

$$g'(x)=1-\frac{4}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-4}{(x+1)^2}=\frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2}$$

$g'(x)=0$ معناه $(x-1)(x+3)=0$

معناه: $x=1$ أو $x=-3$ مرفوض

وعليه إشارة المشتق هي حسب إشارة $x-1$

وهي حسب الجدول التالي:

x	0		1		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	

جدول التغيرات

x	0		1		$+\infty$
g'(x)		-	‖	+	
g(x)	4 ↘		‖	↗	$+\infty$
			3		

II-1-أ)حساب $\lim_{x\to0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ **و** $\lim_{x\to0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$

$$\lim_{x\to0}\frac{k(h)-k(0)}{h}=\lim_{x\to0}\frac{h+\frac{4}{h+1}-4}{h}*$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{h^2-3h}{h(h+1)}=\lim_{x\to0}\frac{h-3}{h+1}=-3$$

$$\lim_{x\to0}\frac{k(h)-k(0)}{h}=\lim_{x\to0}\frac{-h+\frac{4}{h+1}-4}{h}*$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{-h^2-5h}{h(h+1)}=\lim_{x\to0}\frac{-h-5}{h+1}=-5$$

نستنتج أن k ليست قابلة للإشتقاق عند0 لأن العدد المشتق من اليمين(3-) لايساوي العدد المشتق من اليسار(5-).

ب) اعطاء تفسيرا هندسيا للنتيجة

k قابلة للإشتقاق من اليمن وقابلة للإشتقاق من اليسار فإن منحنى الدالة k يقبل نصفي مماس عند النقطة التي فاصلتها 0 النقطة التي احداثياها (0;4) هي نقطة زاوية لمنحنى الدالة k

2)كتابة معادلتي المماسين (Δ_1) **و** (Δ_2)

* (Δ_1) هو نصف المماس عند $x_0=0$ حيث $x_0\geq0$

لدينا: $y=k'(0)(x-0)+k(0)$

ومنه: $y=-3(x-0)+4$ أي $y=-3x+4$

* (Δ_2) هو نصف المماس عند $x_0=0$ حيث $x_0\leq0$

لدينا: $y=k'(0)(x-0)+k(0)$

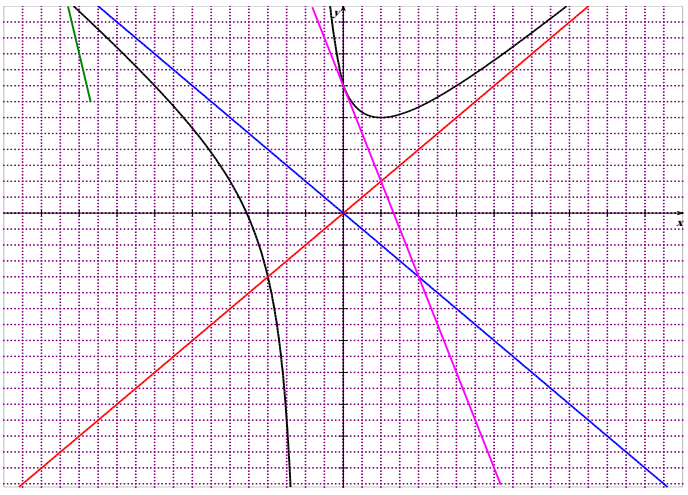
ومنه: $y=-5(x-0)+4$ أي $y=-5x+4$

3)رسم كلا من (Δ_1) **و** (Δ_2) **والمنحنى** (C_k)

لرسم المنحنى (C_k) نلاحظ:

إذا كانت $x\leq0$ فإن: $k(x)=f(x)$ ومنه: $(C_f)=(C_k)$

إذا كانت $x\geq0$ فإن: $k(x)=g(x)$ ومنه: $(C_g)=(C_k)$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دورة2008

1-أ)تشكيل جدول تغيرات الدالة g بقراءة بيانية

من البيان يمكن استنتاج الجدول

x	-1	α	$+\infty$
g'(x)			
g(x)	$-\infty$	0	$+\infty$
		-2	

تحديد g(0) وإشارة g(0.5)

من البيان لدينا $g(0)=-1$ وإشارة $g(0.5)>0$

ب)تعليل وجودعدد حقيقي $\alpha \in]0;\frac{1}{2}[$ **يحقق** $g(\alpha)=0$

g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0;\frac{1}{2}]$ و $g(0)\times g(\frac{1}{2})\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha \in]0;\frac{1}{2}[$ يحقق $g(\alpha)=0$

جـ) استنتاج اشارة g(x) على المجال $]-1;+\infty[$

من جدول التغيرات لدينا:

اذاكانت $x \in]-1;\alpha[$ فإن $g(x) \in]-2;-1[$

اذاكانت $x \in]\alpha;+\infty[$ فإن $g(x) \in]-1;+\infty[$

2-أ)التحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

لدينا: $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}=\dfrac{g(x)+3}{(x+1)^2}$

f قابلة للإشتقاق على المجال $]-1;+\infty[$ حيث:

$$f'(x)=\frac{g'(x)(x+1)^2-2(x+1)g(x)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{g'(x)(x+1)-2g(x)}{(x+1)^3}=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

ب)تعيين $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ **دون حساب**

حسب تعريف العدد المشتق لدينا

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=\frac{g(\alpha)}{(\alpha+1)^3}=0$$

من النتيجة السابقة نستنتج ان للمنحنى (Γ) مماسا يوازي حامل محور الفواصل معادلته $y=f(\alpha)$

جـ)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ ، $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$

لدينا: $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}=+\infty$

التفسير البياني لهذه النتيجة أن المنحنى (Γ) مقارب يوازي حامل محور التراتيب معادلته: $x=-1$

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}x+1+\dfrac{1}{(x+1)^2}$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=+\infty$

التفسير البياني لهذه النتيجة أن المنحنى (Γ) مقارب مائل معادلته: $y=x+1$ في جوار $+\infty$

د) تشكيل جدول تغيرات الدالة f

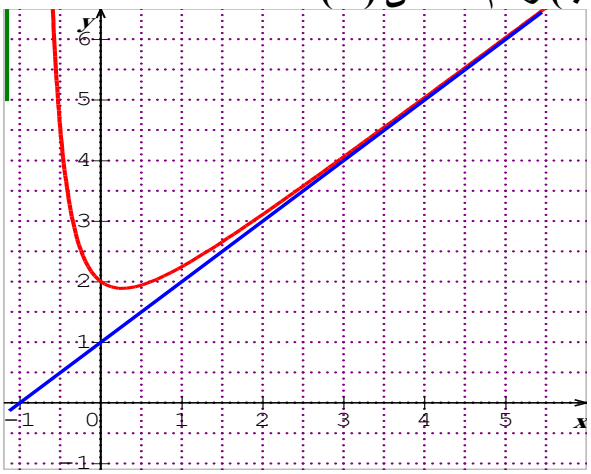
اشارة f'(x) هي حسب اشارة g(x)

x	-1	α	$+\infty$
f'(x)	‖	- 0	+
f(x)	$+\infty$ ‖	$f(\alpha)$	$+\infty$

3-أ)تعيين مدور f(α) إلى 10^{-2}

لدينا: $f(0,26)=1,89$

ب) رسم المنحنى (Γ)



الدوال الأسيـــــــــة

دورة2013

1)حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to1}f(x)$

لدينا: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ والمعرفة على $]-\infty;1[$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}\right)=2$$

لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{\frac{1}{x-1}}=1$

$$\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}\right)=-\infty$$

لأن: $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to1}e^{\frac{1}{x-1}}=0$

استنتاج مستقيمين مقاربين للمنحنى (C)

من النهايتين السابقتين نستنتج أن :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المستقيم ذا المعادلة : $x=1$ مقارب عمودي للمنحنى (C)

المستقيم ذا المعادلة : $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C)

2)حساب $f'(x)$ وتبيان أن f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$

لدينا: $f'(x)=\left(\frac{x}{x-1}\right)'+\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right)'=\frac{-1}{(x-1)^2}+\frac{-1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$

ومنه: $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}\left[1+e^{\frac{1}{x-1}}\right]$

$\frac{-1}{(x-1)^2}$ و 0 $1+e^{\frac{1}{x-1}}$ لأن 0 $f'(x)$ 0

منه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f على $]-\infty;1[$

x	$-\infty$		0		α		1
$f'(x)$		$-$	$-$	$-$		$-$	
$f(x)$	2	↘	e^{-1}	↘	0	↘	$-\infty$

3)تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α :

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=2$ و $\lim_{x\to1}f(x)=-\infty$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيدا $\alpha\in]-\infty;1[$ يحقق: $f(\alpha)=0$

إيجاد حصرا للعدد α باستعمال الجدول المعطى

في الجدول لدينا: $f(0,21)=0,016$ و $f(0,22)=-0,005$

من الجدول المعطى نستنتج أن $\alpha\in]0,21;0,22[$.

4)رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)

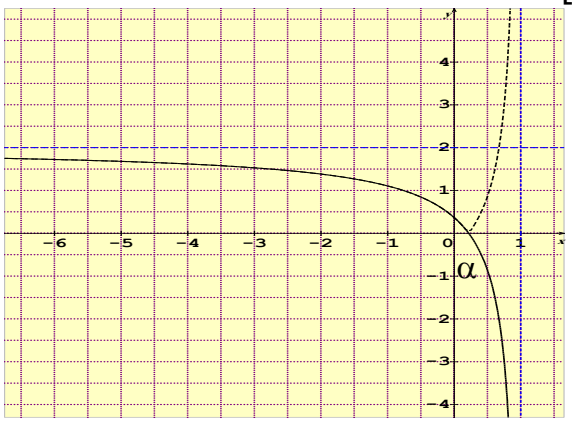
و (C') المنحنى الممثل للدالة $|f|$.

توضيح: كيفية رسم (C') المنحنى الممثل للدالة $|f|$.

لدينا: $|f(x)|=\begin{cases}f(x) & ;x\in]-\infty;\alpha]\\ -f(x) & ;x\in]\alpha;1[\end{cases}$

ومنه : $x\in]-\infty;\alpha]$ معناه (C) (C')

$x\in]\alpha;1[$ معناه (C') نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل



5) تعيين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m

المعادلة $|f(x)|=m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة أي المستقيم ذو المعادلة $y=m$ يقطع المنحنى (C') في نقطتين مختلفتين من البيان نجد أن : $m\in]e^{-1};2[$

II-1)دراسة تغيرات g وتشكيل جدول تغيراتها على $]-\infty;1[$

* $\lim_{x\to1}g(x)=\lim_{x\to1}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}f(x)=2$

*لدينا: $g(x)=f(2x-1)$ ومنه $g'(x)=2f'(2x-1)$

وعليه الدالة g لها نفس اتجاه تغير الدالة f أي g متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ لأن $f'(2x-1)$ 0

جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		1
$g'(x)$	$-$		
$g(x)$	2	↘	$-\infty$

2أ)التحقق أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ وأن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$

من الجواب3 $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=f\left(2\frac{\alpha+1}{2}-1\right)=f(\alpha)=0$

$g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'\left(2\frac{\alpha+1}{2}-1\right)=2f'(\alpha)$

ب)استنتاج معادلة (T) المماس لـ g عند الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$

لدينا: $(T):y=g'(\frac{\alpha+1}{2})(x-\frac{\alpha+1}{2})+g(\frac{\alpha+1}{2})$

ومنه: $(T):y=2f'(\alpha)(x-\frac{\alpha+1}{2})+0$

جـ)التحقق أن: $y=\frac{2x}{(\alpha-1)^3}-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

لدينا: $f'(\alpha)=\frac{-1}{(\alpha-1)^2}-\frac{-1}{(\alpha-1)^2}e^{\frac{1}{\alpha-1}}$

لكن: $f(\alpha)=0$ معناه $-\frac{\alpha}{(\alpha-1)}=e^{\frac{1}{\alpha-1}}$

ومنه : $f'(\alpha)=\frac{-1}{(\alpha-1)^2}+\frac{\alpha}{(\alpha-1)^3}=\frac{1}{(\alpha-1)^3}$

وعليه تكون معادلة (T) كما يلي:

$(T):y=2\frac{1}{(\alpha-1)^3}(x-\frac{\alpha+1}{2})=\frac{2x}{(\alpha-1)^3}-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

I-1) حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ **و** $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ **.**

$\lim_{x\to-\infty}(xe^x)=0$ لأن $\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}(1-xe^x)=1$

$\lim_{x\to+\infty}(xe^x)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(1-xe^x)=-\infty$

2) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g **وتشكيل جدول تغيراتها**

لدينا: $g'(x)=(1-xe^x)'=0-(1e^x+xe^x)=e^x(-x-1)$

$g'(x)=0$ معناه $(-x-1)=0$ لأن e^x 0

معناه $(-x-1)=0$ أي $x=-1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
إشارة $g'(x)$	$+$	0	$-$

وعليه جدول التغيرات يكون كالآتي

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	1	$g(-1)$	$-\infty$

3-أ)تبيان ان المعادلة $g(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α

لدينا الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-1;+\infty[$

و $g(-1)$ 0 و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث يحقق $f(\alpha)=0$.

ب)التحقق أن $0,6$ α $0,5$ **واستنتاج إشارة** $g(x)$ **على** .

لدينا: $g(0,5)$ 0 و $g(0,6)$ 0 ومنه $0,6$ α $0,5$

لدينا: $g(]-\infty;\alpha[)=]1;0[$ معناه $g(x)$ 0

$g(]\alpha;+\alpha[)=]-\infty;0[$ معناه $g(x)$ 0.

II-1)حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(xe^x-x)=\lim_{x\to-\infty} x(e^x-1)=+\infty$

2)تبيان أنه من أجل كل $x\in]-\infty;2]$ **:** $f'(x)=-g(x)$

لدينا من أجل كل $x\in]-\infty;2]$:

$f'(x)=1e^x+(x-1)e^x-1=-(1-xe^x)=-g(x)$

استنتاج إشارة $f'(x)$ **على** $]-\infty;2]$ **وتشكيل جدول تغيراتها**

من العبارة $f'(x)=-g(x)$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات f هو كما يلي:

x	$-\infty$	α	2
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$

3) تبيّان أن $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$ **واستنتاج حصرا لـ**$f(\alpha)$

لدينا: $0,6$ α $0,5$ ....(1)

ومنه: $0,36$ α^2 $0,25$ (1) تكافئ

وتكافئ $1,36$ α^2+1 $1,25$ ....(2)

من المتباينتين (1) و(2) نجد: $\dfrac{1,36}{0,5}$ $\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$ $\dfrac{1,25}{0,6}$

أي $2,72$ $\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$ $2,08$ ومنه $-2,08$ $f(\alpha)$ $-2,72$

4-أ) تبيان أن المستقيم (Δ) **ذا المعادلته** $y=-x-1$ **هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى** (C_f) **بجوار** $-\infty$ **.**

لدينا : $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y)=\lim_{x\to-\infty}(x-1)e^x=0$

ومنه: المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب)دراسة وضعية المنحنى (C_f) **بالنسبة للمستقيم** (Δ)

لدينا: $(f(x)-y)=(x-1)e^x$

إشارة الفرق $(x-1)e^x$ هي حسب إشارة $(x-1)$ لأن e^x 0

وعليه وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) تكون حسب الجدول التالي.

x	$-\infty$	1	2
إشارة الفرق		$-$ 0 $+$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ) (C_f) يقطع (Δ)	

5-أ) تبيان ان المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حليّن** x_1 **و** x_2

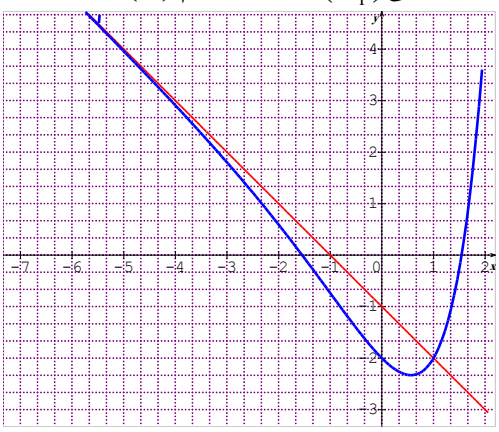
لدينا الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$

و $f(-1,5)=-0,05$ و $f(-1,6)=0,07$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد x_2 حيث $-1,5$ x_1 $-1,6$ يحقق $f(x_1)=0$

لدينا الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-1;2[$

و $f(1,5)=-0,26$ و $f(1,6)=0,37$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد x_2 حيث $1,6$ x_2 $1,5$ يحقق $f(x_2)=0$

ب) إنشاء المنحنى (C_f) **و المستقيم** (Δ)



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دورة2011

1-أ)حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

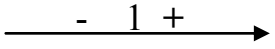
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(e^x - ex - 1) = 0 + \infty - 1 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(e^x - ex - 1) = +\infty - \infty$$ ت.ع

ب $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x} - e - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x}\right) = +\infty$

)حساب f'(x) ودراسة إشارتها

$f'(x) = e^x - e$ وإشارته هي



جـ)تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	-1	$+\infty$

2-أ)بيان أن المستقيم (Δ) **مقارب مائل لـ** (C_f) **بجوار** $-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (-ex - 1)] = \lim_{x\to-\infty}(e^x) = 0$$

ومنه المستقيم $(\Delta): y = -ex - 1$ مقارب مائل في جوار $-\infty$

ب)كتابة معادلة للمماس(T)

(T) له معادلة من الشكل $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

ومنه: $y = f'(0)(x-0) + f(0) = (1-e)(x) + 0 = (1-e)x$

جـ)بيان ان المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا α

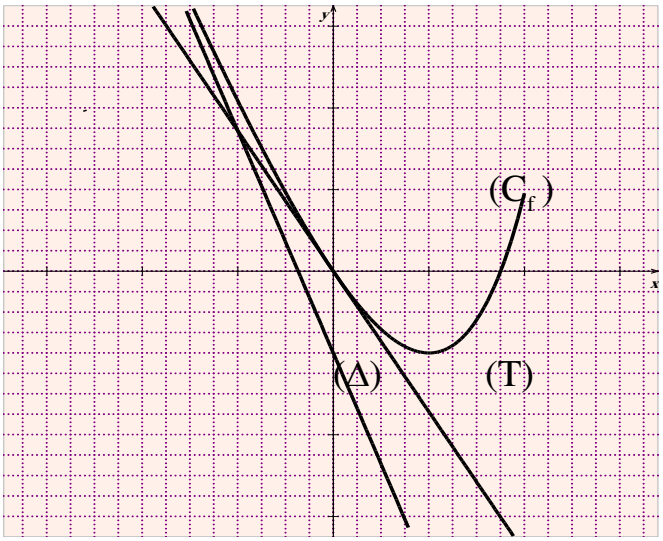
الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]1,75;1,76[$

$f(1,76) = 0,028$ و $f(1,75) = -0,0023$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد

α محصور بين 1,75 و 1,76 يحقق: $f(\alpha) = 0$

د)رسم المستقيمين (T) و (Δ) **والمنحنى** (C_f)



دورة2010

1-أ)حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(x - \frac{1}{e^x - 1}\right) = \lim_{x\to-\infty}(x+1) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(x - \frac{1}{e^x - 1}\right) = \lim_{x\to+\infty} x + 0 = +\infty$$

ب) حساب $\lim_{x\to0} f(x)$ و $\lim_{x\to0} f(x)$ **التفسير الهندسي**

$$\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0}\left(\frac{-1}{e^x - 1}\right) = +\infty$$ و $$\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0}\left(\frac{-1}{e^x - 1}\right) = -\infty$$

من النهايتين السابقتين نستنتج أن المستقيم ذي المعادلة :

$x = 0$ (حامل محور التراتيب) مقارب للمنحنى (C_f)

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f على *

لدينا: $f'(x) = 1 - \left(\frac{-e^x}{(e^x-1)^2}\right) = 1 + \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$

$f'(x)$ 0 ومنه الدالة f متزايدة تماما على *

جدول تغيرات الدالة f على *

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	+	
f(x)	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	

-أ)تبيين أن (C_f) **يقبل مستقيمين مقاربين مائلين**

(Δ) **و** (Δ') **معادلتاهما على الترتيب:** $y = x$ ، $y = x + 1$

لدينا: $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{e^x - 1}\right) = 0$

ومنه : $(\Delta): y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$

لدينا: $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - (x+1)) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1 - \frac{1}{e^x - 1}\right) = 0$

ومنه : $(\Delta'): y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$

ب)دراسة وضعية (C_f) **بالنسبة لكل من** (Δ) **و** (Δ')

لدينا:من أجل كل $x \in \mathbb{R}_+^*$ 0 $f(x) - x = \left(-\frac{1}{e^x - 1}\right)$

ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ يكون فوق (C_f)

لدينا:من أجل كل $x \in \mathbb{R}_-^*$ 0 $f(x) - (x+1) = \left(\frac{-e^x}{e^x - 1}\right)$

ومنه المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = x + 1$ يكون تحت (C_f)

4)إثبات أن النقطة $\omega(0;\frac{1}{2})$ **هي مركز تناظر لـ** (C_f)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

I- تعيين العددين الحقيقيين a و b

لدينا: $f(-1)=1$ معناه $(-a-1)e+1=1$ ومنه $a=b$

لدينا: $f'(-1)=-e$ معناه $(2a-b)e=-e$ ومنه $2a-b=-1$

نستنتج مما سبق أن $a=b=-1$

II-أ)تبيين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ والتفسير الهندسي

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{u\to-\infty} g(u)=\lim_{u\to-\infty}(ue^{u})+1=1$$

نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب أفقي لـ (C_f).

ب)دراسة تغيرات الدالة g

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ معرفة على $]-2;+\infty[$ $D_f=$

النهايات: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ ، $g(-2)=e^{2}+1$

اتجاه التغير: g قابلة للإشتقاق على D_f حيث:

$g'(x)=xe^{-x}$ وشارته هي حسب اشارة x $f'(x)=$

جدول التغيرات

x	-2		0		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	
g(x)	$e^{2}+1$	↘	0	↗	1

جـ)تبيين ان المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I

يقبل نقطة انعطاف I معناه "g ينعدم ويغير اشارته

لدينا: $g'(x)=xe^{-x}$ ومنه: $g''(x)=(1-x)e^{-x}$

$g''(x)=0$ إذاكانت $x=1$ واشارته هي حسب الجدول

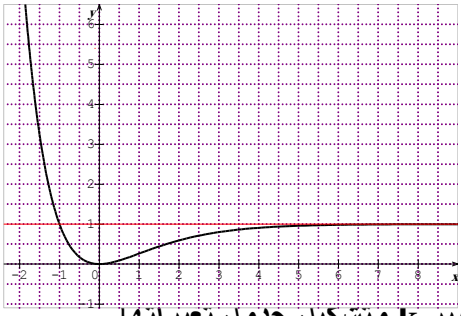
x	-2		1		$+\infty$
g''(x)		+	0	-	

$g(1)=-2e^{-1}+1$ ومنه نقطة الإنعطاف هي $I(1,g(1))$

د)كتابة معادلة المماس لـ(C_g) عند نقطة انعطاف I

$$y=g'(1)(x-1)+g(1)=e^{-1}x-3e^{-1}+1$$

هـ) إنشاء (C_g)



III-تعيين اتجاه تغير k وتشكيل جدول تغيراتها

لدينا: k معرفة على $]-2;+\infty[$ حيث: $k(x)=g(x^2)$

$k'(x)=2xg'(x^2)$ واشارة $k'(x)$ هي حسب اشارة x

جدول تغيرات الدالة k

x	-2		0		$+\infty$
k'(x)		-	0	+	
k(x)	$-5e^{-2}+1$	↘	0	↗	1

$\omega(0;\frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ(C_f) معناه $f(-x)+f(x)=1$

لدينا:

$$f(-x)+f(x)=-x-\frac{1}{e^{-x}-1}+x-\frac{1}{e^{x}-1}$$

$$=-\frac{e^{x}}{1-e^{x}}-\frac{1}{e^{x}-1}=\frac{e^{x}-1}{e^{x}-1}=1$$

5-أ) تبيين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

$f(\ln 2)\times f(1)<0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة

يوجد عدد وحيد α محصور بين $\ln 2$ و 1 يحقق: $f(\alpha)=0$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0[$

$f(-1,4)\times f(-1,3)<0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة

يوجد عدد وحيد β محصور بين $-1,4$ و $-1,3$ يحقق: $f(\beta)=0$

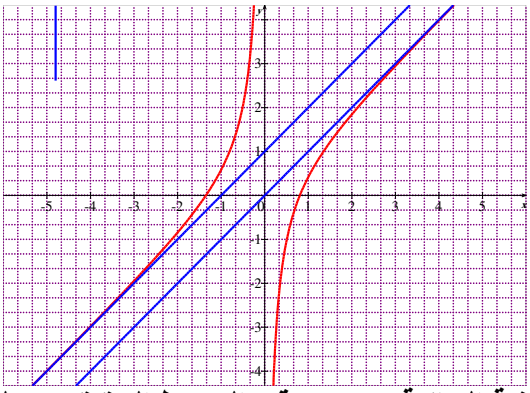
ب)البحث عن وجود مماسات لـ(C_f) توازي المستقيم (Δ)

المماسات لـ(C_f) والتي توازي (Δ) معامل توجيهها 1

ومنه: $f'(x_0)=1$ ومنه: $1+\frac{e^{x_0}}{(e^{x_0}-1)^2}=1$ أي $e^{x_0}=0$

أي لا يوجد حل إذن لا يوجد مماس يوازي (Δ)

جـ)رسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f)



د)المناقشة البيانية وحسب قيم الوسيط الحقيقي m لعدد وإشارة حلول المعادلة $(m-1)e^{-x}=m$

نضع: $(m-1)e^{-x}=m$ ....(1).

(1) تكافئ $(m-1)=me^{x}$ تكافئ $m(e^{x}-1)=-1$

تكافئ $m=-\frac{1}{e^{x}-1}$ تكافئ $x+m=x-\frac{1}{e^{x}-1}$

تكافئ $x+m=f(x)$ تكافئ $\begin{cases}y=x+m\\y=f(x)\end{cases}$

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة: $y=x+m$ من البيان نجد:

إذا كانت $m<0$ فإن المعادلة(1)تقبل حل موجب تماما.

إذا كانت $0\le m\le 1$ فإن المعادلة(1)لاتقبل حلول.

إذا كانت $m>1$ فإن المعادلة(1)تقبل حل سالب تماما.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

I-1) دراسة تغيرات الدالة g ، وتشكيل جدول تغيراتها

$g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ و $x\in]-1;+\infty[$

حساب النهايات

ح ع ت $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2\ln(x+1))$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\left(\frac{x^2}{(x+1)}-2\frac{\ln(x+1)}{(x+1)}\right)=+\infty$

$\lim\limits_{x\longrightarrow-1} g(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow-1}(-2\ln(x+1))=-2(-\infty)=+\infty$

اتجاه التغير

من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $g'(x)=2(x+1)-\frac{2}{(x+1)}$

ومنه: $g'(x)=\frac{2[(x+1)^2-1]}{(x+1)}=\frac{2x(x+2)}{x+1}$

إشارة $g'(x)$ هي حسب إشارة $x(x+2)$ على $]-1;+\infty[$

ومنه : $g'(x)=0$ معناه $x=0$

$g'(x)$ 0 معناه $x\in]-1;0[$

$g'(x)$ 0 معناه $x\in]0;+\infty[$

جدول التغيرات

x	−1		0		+∞
g'(x)	‖	-	0	+	
g(x)	+∞	↘	4	↗	+∞

2استنتاج أن $g(x)$ 0 **من أجل كل** $x\in]-1;+\infty[$

الدالة g تقبل 4 كقيمة حدّية صغرى

أي $g(x)\geq 4$ من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ إذن: $g(x)$ 0

II-1-أ)حساب $\lim\limits_{x\longrightarrow-1} f(x)$ **وتفسير النتيجة بيانيا**

لدينا $f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و $x\in]-1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\longrightarrow-1} f(x)=-1-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}=-\infty$

المستقيم ذي المعادلة : $x=-1$ مقارب عمودي لـ (C_f)

ب)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x-\frac{1}{x+1}+2\frac{\ln(x+1)}{x+1}=+\infty$

2-أ) تبيّان أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

$f'(x)=1-\frac{\frac{-2}{(x+1)}(x+1)-1(1-2\ln(x+1))}{(x+1)^2}$

$=1-\frac{-3+2\ln(x+1))}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2+3-2\ln(x+1))}{(x+1)^2}$

بعد التبسيط نجد: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) دراسة اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

إشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $g(x)$ أي $f'(x)$ 0

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	−1		0		α		+∞
f'(x)	‖		+				
f(x)	‖ −∞	↗	-1	↗	0	↗	+∞

جـ)تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α **:**

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow-1} f(x)=-\infty$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد $\alpha\in]-1;+\infty[$ حيث: $f(\alpha)=0$

التحقق أن : 0 α 0,5

لدينا: $f(0)=-1$ و $f(0,5)=0,37$ أي: $f(0,5)$ $f(0)$ 0

3-أ)تبيّان أن المستقيم $(\Delta): y=x$ **مقارب لـ** (C_f) **عند** $+\infty$

$(\Delta): y=x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ معناه $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{1}{x+1}+2\frac{\ln(x+1)}{x+1}=0$

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) **بالنسبة على** (Δ)

ندرس إشارة الفرق $f(x)-x=-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

$f(x)-x=0$ معناه $x=\sqrt{e}-1$

$f(x)-x$ 0 معناه $x\in]-1;\sqrt{e}-1[$

$f(x)-x$ 0 معناه $x\in]\sqrt{e}-1;+\infty[$

وعليه : (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{e}-1$

(C_f) تحت (Δ) في المجال $]-1;\sqrt{e}-1[$

(C_f) فوق (Δ) في المجال $]\sqrt{e}-1;+\infty[$

4-أ) حساب x_0 **فاصلة نقط التماس لـ** (C_f) **و** (T)

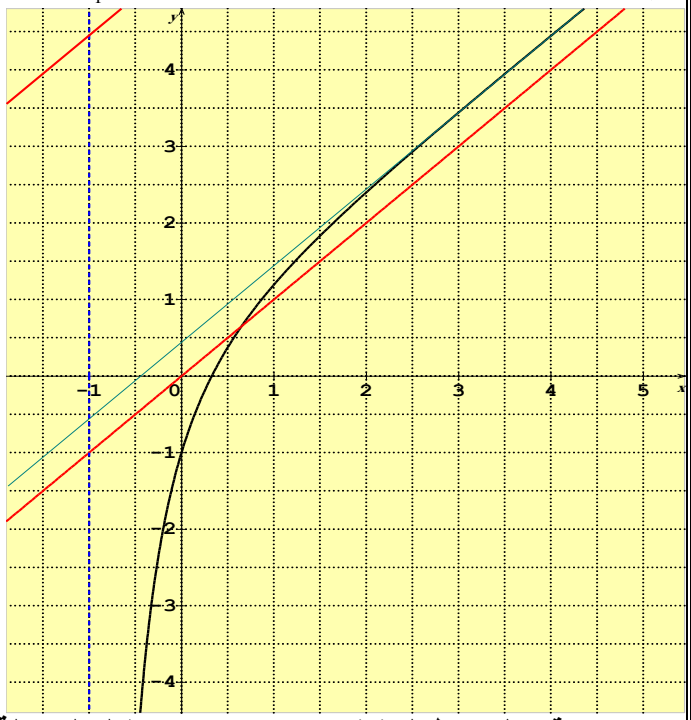
لدينا: معادلة (T) هي: $y=x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$

(T) مماسا لـ (C_f) معناه $f'(x_0)=1$

$f'(x_0)=1$ معناه $\dfrac{g(x_0)}{(x_0+1)^2}=1$

معناه $g(x_0)=(x_0+1)^2$ ومنه: $x_0=e\sqrt{e}-1$

ب)رسم المستقيمين المقاربيّن والمماس (T) **و** (C_f)



جـ)تعيين قيم الوسيط الحقيقي m بيانيا حتى تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ **حلّين متمايزين**

المعادلة $f(x)=x+m$ تكافئ $\begin{cases}y=x+m\\y=f(x)\end{cases}$

حيث $y=x+m$ معادلة مستقيم (Δ_m) معامل توجيهه 1 و $y=f(x)$ معادلة المنحنى (C_f)

الحالة 1 : $m=0$ يكون $(\Delta_m)=(\Delta)$

الحالة2 : $m=\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ يكون $(\Delta_m)=(T)$

وعليه نجد من البيان يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلان متمايزان إذا وفقط إذا كانت $0 \quad m \quad \dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$

دورة2012

1) أ)حساب $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} f(x)$ **وتفسيرالنتيجة هندسيا**

$$\lim_{x\longrightarrow 0} f(x)=\lim_{x\longrightarrow 0}\left(x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)=-\infty$$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$

ب)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)=+\infty$$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+5)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=0$

2)تبيان أنه من أجل كل $x\in]-\infty;0[$: $f'(x)\quad\dfrac{x^2\quad x\quad 6}{x(x\quad 1)}$

لدينا: $f(x)=x+5+6((\ln x-\ln(x-1))$

ومنه: $f'(x)\quad 1\quad 6(\dfrac{1}{x}\quad\dfrac{1}{x\quad 1})\quad\dfrac{x^2\quad x\quad 6}{x(x\quad 1)}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f **وتشكيل جدول تغيراتها**

$f'(x)\quad\dfrac{x^2\quad x\quad 6}{x(x\quad 1)}\quad 0$ معناه $x^2\quad x\quad 6\quad 0$

معناه $x\quad 2$ أو $x=3$ مرفوض

ومنه أشارة $f'(x)$ تكون كالآتي:

x	$-\infty$		2		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		2		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$-\infty$

لدينا: $f(\quad 2)\quad 3\quad 6\ln(2)\quad 6\ln 3\quad 0{,}56$

3-أ) تبيان أن المستقيم (Δ) **الذي معادلته** $y=x+5$ **هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى** (C_f) **بجوار** $-\infty$.

لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y)=6\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\dfrac{x}{x-1}=0$

ومنه: المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب)دراسة وضع المنحنى (C_f) **بالنسبة للمستقيم** (Δ)

لدينا: $(f(x)-y)=6\ln\dfrac{x}{x-1}$

لدينا من أجل كل $x\in]-\infty;0[$: $\dfrac{x}{x-1}\le 1$

ومنه $\ln\dfrac{x}{x-1}\le 0$ أي الفرق $(f(x)-y)\quad 0$

وعليه يكون المنحنى (C_f) يكون تحت المستقيم (Δ)

4) تبيان ان المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلّين** α **و** β

لدينا الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2;0[$

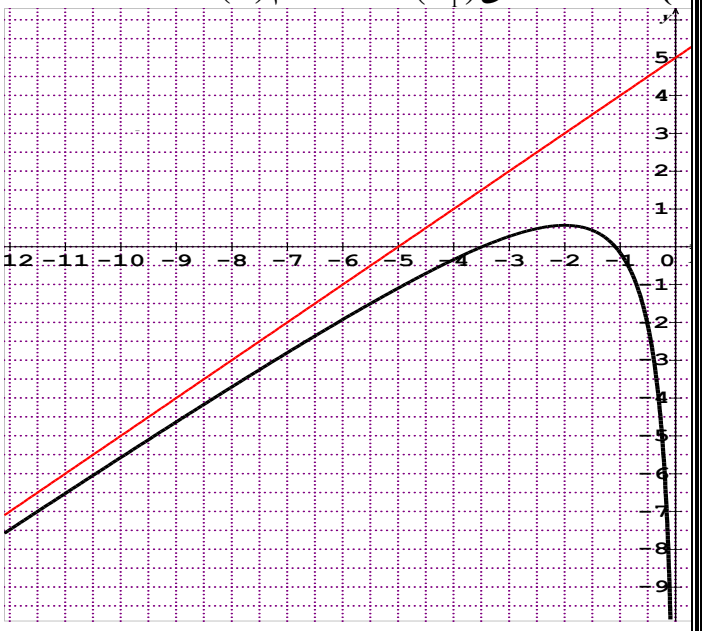
و $f(-1{,}1)=0{,}02$ و $f(-1)=-0{,}15$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة (مبرهنة كوشي) يوجد عدد حقيقي وحيد β حيث $\beta\quad -1$ يحقق $f(\beta)=0$ $-1{,}1$

لدينا الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2[$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و $f(-3,5)=1,33$ و $f(-3,4)=-0,15$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة (مبرهنة كوشي) يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $-3,4 \quad \alpha \quad -3,5$ يحقق $f(\alpha)=0$.

5) انشاء المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)



6-أ)تبيان ان (AB) $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ هي معادلة

لدينا $y_A=\frac{1}{2}x_A+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}=3+6\ln\frac{3}{4}$

$y_B=\frac{1}{2}x_B+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}=\frac{5}{2}+6\ln\frac{3}{4}$

ومنه (AB) هي معادلة $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$

ب)تبيان ان المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين احداثيتها.

(AB) يمس (C_f) معناه $f'(x_0)=\frac{1}{2}$ حيث x_0 فاصلة نقطة M_0

$f'(x_0)=\frac{1}{2}$ معناه $\frac{x_0^2 \quad x_0 \quad 6}{x_0(x_0 \quad 1)} \quad \frac{1}{2}$

معناه $2x_0^2-2x_0-12=x_0^2-x_0$

معناه $x_0^2-x_0-12=0$

ومنه: $x_0=-3$ أو $x_0=4$ مرفوض

ولدينا $f(-3)=2+6\ln\frac{3}{4}$ أي $M_0(-3;f(-3))$

ومن جهة أخرى احداثيات النقطة M_0 تحقق صحة معادلة (AB)

I) بقراءة بيانية

أ)تشكيل جدول التغيرات للدالة g.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
g'(x)	+	+	
g(x)	1 ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ 1	

ب)حل بيانيا المتراجحة $g(x) \quad 0$

من البيان $g(x) \quad 0$ تكافئ $x \in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$

لأن (C_g) يقع فوق حامل محمور الفواصل في هذا المجال

جـ)تعيين بيانيا قيم x والتي من أجلها يكون $1 \quad g(x) \quad 0$

من البيان لدينا: $1 \quad g(x) \quad 0$ تكافئ $x \in]1;+\infty[$

1-II) حساب $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\longrightarrow 1} f(x)=\lim_{x\longrightarrow 1}\frac{x-1}{x+1}+\lim_{x\longrightarrow 1}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0-\infty=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x+1}+\lim_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=1+0=1$$

التفسير الهندسي للنتيجتين

* (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته هي: $x=1$

* (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته هي: $y=1$

2-أ) بيان أن $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$ **من اجل كل** $x \in]1;+\infty[$

$$g'(x)=\frac{1(x+1)-1(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$$

ب)حساب $f'(x)$ **ودراسة اشارتها وتشكيل جدول تغيراتها**

لدينا: $f(x)=g(x)+\ln(x-1)-\ln(x+1)$

$$f'(x)=g'(x)+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}=\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{2}{(x+1)(x-1)} \quad 0$$

ومنه الدالة f متزايدة تماما من أجل كل $x \in]1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	1	$+\infty$
f'(x)	+	
f(x)	$-\infty$ ↗	1

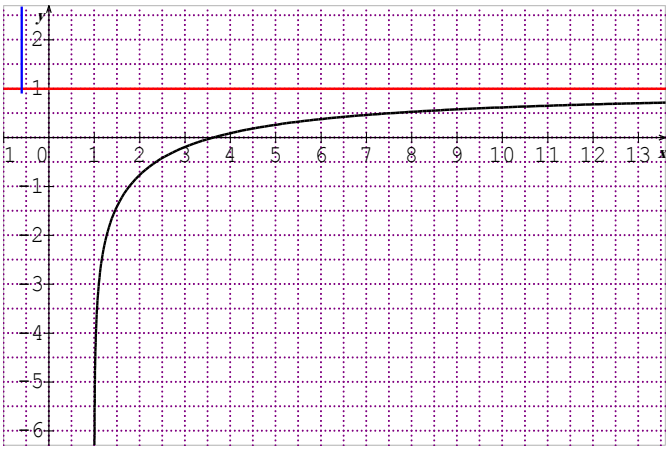
جـ-تبيّان أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** $x_0 \in]3,62;3,63[$

لدينا الدالة f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$

و $0 \quad f(3,62)$ و $f(3,63) \quad 0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة (مبرهنة كوشي) يوجد عدد حقيقي وحيد x_0 حيث $f(x_0)=0$ يحقق $x_0 \in]3,62;3,63[$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

د- رسم المنحى (C_f).



3-أ) تعيين إشارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ **على المجال** $]1;+\infty[$

من الجزء I) الجزء جـ- لدينا: $]1;+\infty[$ تكافئ $x \in$ $g(x)$ 1

ومنه: $\ln 1$ $\ln[g(x)]$ أي: 0 $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

دورة 2010

I)1-أ)حساب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

لدينا: $I=]\frac{1}{2};+\infty[$ و $f(x)=1+\ln(2x-1)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1+\lim_{x\to+\infty}\ln(2x-1)=+\infty$$

$$\lim_{x\longrightarrow\frac{1}{2}} f(x)=1+\lim_{x\longrightarrow\frac{1}{2}}\ln(2x-1)=-\infty$$

2) تبيين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I.

لدينا: 0 $\frac{2}{2x}$ 1 $f'(x)$ 0 لأن x . $\frac{1}{2}$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال I لأن 0 $f'(x)$

تشكيل جدول التغيرات للدالة f

x	0,5	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3) تعيين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة x y

(d) يوازي المماس معناه 1 $f'(x_0)$

1 $f'(x_0)$ معناه 1 $\frac{2}{2x_0}$ 1 ومنه x_0 $\frac{3}{2}$

4-أ)إثبات أنه من أجل كل x I: $\ln(x$ a) b $f(x)$.

$f(x)$ 1 $\ln(2x$ 1) 1 $\ln 2(x$ $\frac{1}{2})$ 1 $\ln 2$ $\ln(x$ $\frac{1}{2})$

بالمطابقة نجد: $a=-\frac{1}{2}$ و b 1 $\ln 2$

ب)استنتاج رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة $\ln$

من العبارة $\ln(x$ $\frac{1}{2})$ $\ln 2$ 1 $f(x)$ نستنتج ان

(C_f) هو صورة (C) بانسحاب شعاعه $V(\frac{1}{2};1$ $\ln 2)$

رسم (C_f) و (C) (في الجزء الثاني)

II-1)حساب $\lim_{x\longrightarrow\frac{1}{2}} g(x)$ **وتبيين أن** $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

لدينا: $\lim_{x\longrightarrow\frac{1}{2}} g(x)=\lim_{x\longrightarrow\frac{1}{2}}(f(x)-x)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ حالة عدم التعيين

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=1+\lim_{x\to+\infty}(2x-1)\left[-\frac{x}{2x-1}+\frac{\ln(2x-1)}{2x-1}\right]=-\infty$$

لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(2x-1)}{2x-1}=0$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x}{2x-1}=-\frac{1}{2}$

2) دراسة اتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها

$g'(x)$ $f'(x)$ 1 $\frac{2}{2x}$ 1 $\frac{2x}{2x}$ 3 1

إشارة $g'(x)$ هي حسب إشارة 3 $2x$

جدول تغيرات الدالة g

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(\frac{3}{2})$	↘	$-\infty$

لدينا: $g(\frac{3}{2})$ 1 $\ln(2)$ $\frac{3}{2}$ 0,9

3-أ) حس

اب $g(1)$ **وتبيين أن المعادلة** 0 $g(x)$ **تقبل حلا وحيد**

$\alpha \in \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ **والتحقق أن** 3 α 2

لدينا: $g(1)=f(1)-1=1+\ln 1-1=0$

المعادلة 0 $g(x)$ تقبل حلا وحيد $\alpha \in \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ لأن

الدالة متزايدة تماما على المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

و 0,9 $g(\frac{3}{2})$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

قسم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

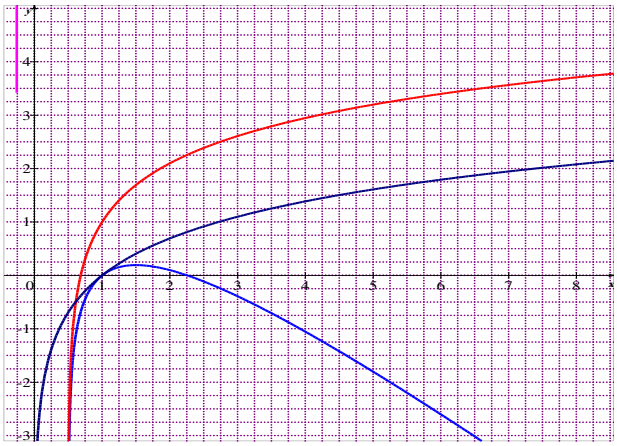
ومنه المعادلة تقبل حلا وحيدا $\alpha \in \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

لدينا: $g(2)=f(2)-2=-1+\ln 3=0,38$

$g(3)=f(3)-3=-2+\ln 5=-0,39$

بمأن $g(2)$ 0 $g(3)$ فإن 3 α 2.

ب) رسم المنحنى (C_g) على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right[$.



4)استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال I.

من البيان أو جدول تغيرات الدالة g لدينا إشارة $g(x)$ هي حسب الجدول التالي:

x	
g (x)	- 0 + 0 -

تحديد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (d)

وضعية (C_f) و (d) هي حسب إشارة $g(x)$

إذا كانت $]\alpha;+\infty[\cup[0,5;1[$ فإن $x\in$ (C_f) تحت (d)

إذا كانت $]1;\alpha[$ فإن $x\in$ (C_f) فوق (d)

إذا كانت $x=1$ أو $x=\alpha$ فإن (C_f) يقطع (d).

5) البرهان أنه من أجل كل $x\in]1;\alpha[$ فإن $f(x)\in]1;\alpha[$.

لدينا: $g(1)=g(\alpha)=0$ ومنه $f(1)=1$ و $f(\alpha)=\alpha$

والدينا: f متزايدة تماما على المجال $]1;\alpha[$

لدينا: $x\in]1;\alpha[$ ومنه $f(\alpha)$ $f(x)$ $f(1)$

إذن: $f(x)$ α 1.

III-1)تعيين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون

$u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$

$u_n=f(1+\frac{1}{2n})=1+\ln(1+\frac{1}{n})=1+\ln(\frac{n+1}{n})...(1)$

ولدينا من جهة أخرى:

$u_n=1+2\ln 3-3\ln 2=1+\ln\frac{9}{8}.....(2)$

من (1) و(2) نستنتج أن: $\frac{n+1}{n}=\frac{9}{8}$ إذن: $n=8$

2) حساب المجموع S_n بدلالة n

لدينا: $S_n=u_1+u_2+.....+u_n$

$S_n=(1+\ln 2)+(1+\ln\frac{3}{2})+.....+(1+\ln\frac{n+1}{n})$

$S_n=\ln 2.\frac{3}{2}.\frac{4}{3}.....\frac{n+1}{n})+(1+1+....+1)=\ln(n+1)+n$

n

دورة2009

الجزء الأول:

1)حساب $\lim\limits_{x\to-1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

$h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$ معرفة على $]-1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+2x+\ln(x+1))=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-1} h(x)=\lim\limits_{x\to-1}(1-2+\ln(x+1))=-\infty$

2)تبيين أن: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

لدينا: $h'(x)=2x+2+\frac{1}{x+1}=\frac{2(x+1)^2+1}{x+1}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة h تشكيل جدول تغيراتها

بما أن : -1 x فإن: 0 $h'(x)$ ومنه : h متزايدة تماما

x	-1	0	$+\infty$
h'(x)	+		
h(x)	$-\infty$	0	$+\infty$

3)حساب h(0) واستنتاج اشارة h(x)

$h(0)=0$ واشارة $h(x)$ هي حسب الجدول التالي:

x	-1	0	$+\infty$
h (x)	-	0	+

الجزء الثاني:

1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ **وتفسير النتيجة بيانيا**

$\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\lim\limits_{x\to-1}(x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1})$

$=\lim\limits_{x\to-1}(-2-\frac{\ln(x+1)}{x+1})=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{x\to-1}\ln(x+1)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-1}\frac{-1}{x+1}=-\infty$

نستنتج وجود مستقيم مقارب معادلته: $y=-1$ لـ (C_f)

ب)البرهان أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$

نضع: $t=\ln u$ ومنه $u=e^t$ إذاكان $u\to+\infty$ فإن $t\to+\infty$

ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{t}{e^t}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\frac{e^t}{t}}=0$

قسم الجزائر
WWW.DZFEN.COM

جـ) استنتاج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(x-1) - \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x+1} = +\infty - 0 = +\infty$$

د)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)] = \lim\limits_{x\to+\infty}(-\frac{\ln(x+1)}{x+1}) = 0$

استنتاج وجود مستقيم مقارب مائل للمنجنى (C_f)

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)] = 0$ ومنه المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x-1$ في جوار $+\infty$

هـ) دراسة وضعية (C_f) **بالنسبة للمستقيم المقارب المائل**

ندرس اشارة الفرق $[f(x)-(x-1)] = -\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

اشارة الفرق هي حسب إشارة $-\ln(x+1)$ لأن $x+1>0$

$-\ln(x+1)=0$ معناه $\ln(x+1)=0$ أي : $x=0$

$-\ln(x+1)\geq 0$ معناه $\ln(x+1)\leq 0$ أي : $x\leq 0$ $\quad -1$

$-\ln(x+1)\leq 0$ معناه $\ln(x+1)\geq 0$ أي : $x\geq 0$

نستنتج مايلي:

$x\leq 0$ $\quad -1$ معناه (C_f) فوق المقارب المائل

$x=0$ معناه (C_f) يقطع المقارب المائل في النقطة $(0;-1)$

$x\geq 0$ معناه (C_f) تحت المقارب المائل

2) تبيين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$

لدينا: f قابلة للإشتقاق على المجال $]-1;+\infty[$ حيث:

$$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x+1}(x+1) - 1\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

ومنه: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$

تشكيل جدول التغيرات

اشارة $f'(x)$ هي حسب اشارة $h(x)$

جدول التغيرات

x	-1		0		$+\infty$
f'(x)	‖	-	0	+	
f(x)	$+\infty$ ‖	↘	f(0)	↗	$+\infty$

3)تبيين ان المنحنى (C_f) **يقطع المستقيم:** $y=2$

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم: $y=2$ معناه المعادلة $f(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 3,3 و 3,4

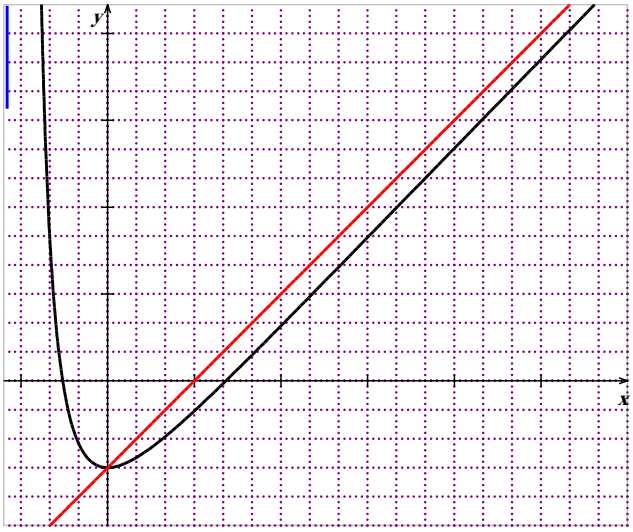
f متزايدة على المجال $[3,4\,;3,3]$ حسب جدول التغيرات

ولدينا: $f(3,3)=1,96$ و $f(3,4)=2,06$

ونلاحظ ان: $f(3,3)$ $\quad 2 \quad$ $f(3,4)$

ومنه وحسب مبرهنة القيم التوسطة يوجد غدد حقيقي وحيد α محصورا بين 3,3 و 3,4 بحيث : $f(\alpha)=2$

4) رسم المنحنى (C_f)



2014 01

قسم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

01 f دالة معرفة على بـ: $\begin{cases} f(x)=x-x\ln|x| & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1)ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق f عند0وفسّر النتيجة2بيانيا
2) أدرس شفعية f ، ثم أدرس تغيرات f المجال $[0;+\infty[$.
3) حل المعادلة $f(x)=0$ ، وفسّر النتيجة بيانيا
4) أرسم المنحني (C) على المجال $[-3;3]$

02 f دالة معرفة على المجال * بـ: $f(x)=\dfrac{1+\ln(x^2)}{x^2}$.

1)ادرس شفعية f.ثم ادرس تغيرات f في المجال $]0;+\infty[$.
2)عين نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ، ثم أرسم (C_f)

03 f دالة معرفة على $I=]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+2)$
1-أ) احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كل x من I.
ب)عيّن إشارة $f''(x)$ ثم استنتج وجود عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]-0,6;-0,5[$ بحيث $f'(\alpha)=0$.
2) ادرس تغيرات الدالة f.
3)بيّن أن: $f(\alpha)=1-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+2}$ ،استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
4) M_0 نقطة من المنحني (C_f) فاصلتها x_0 و (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة M_0.
أ) بيّن أن (T) يمرّ بالمبدأ O يكافئ $f(x_0)=x_0f'(x_0)$
ب)استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ O
ثم عين العدد ين الحقيقيين a و b .

04 f دالة عددية معرّفة على * بـ: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(O;i;j)$
1)أدرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة
- أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.
2) احسب : $f(-x)+f(x)$ ماذا تستنتج ؟.
3)بين ان المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,-0.5[$
4)أثبت أن(C)يقبل مماسا(d)يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى(C)في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.
أوجد معادلة للمماس (d). 5) أرسم (d) ثم (C).
6)ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m
عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

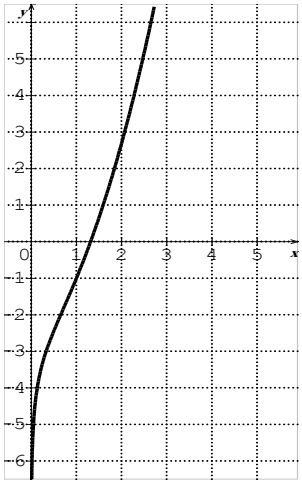
05 f الدالة العددية حيث: $f(x)=x+\ln|e^x-2|$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$
1 –أ- بين ان $D_f=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 2;+\infty[$

ب- بين أن: $f(x)=2x+\ln|1-2e^{-x}|$
جـ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$
-احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow\ln 2}f(x)$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow\ln 2}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا
د- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها
3-أ- بين أن (C)يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتاهما على التوالي : $y=2x$ و $y=x+\ln 2$
ب- عين نقط تقاطع (C)مع محور الفواصل .
جـ-أنشئ المنحنى (C).

06 I) g دالة عددية معرفة على $-\{2\}$ بـ:
$g(x)=x^2-4x+3+\ln|x-2|$
أ)- أدرس تغيرات الدالة g .
ب)- أحسب $g(3)$ ، $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.
2- f دالة عددية معرفة على $-\{2\}$ حيث :
$f(x)=2-x+\dfrac{\ln|x-2|}{x-2}$ وليكن (γ) المنحني الممثل لها
أ)-أثبت أن من أجل كل x من D_f: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-2)^2}$
ب)أدرس تغيرات الدالة f، ثم أحسب f(0)،f(-1)، f(1)
جـ)-أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة y=-x+2 مستقيم مقارب مائل للمنحني (γ) .
د)-أدرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
ف)-برهن على وجود مماسين للمنحني(γ) معامل توجيه كل منهما (-1) . ك) إنشئ (γ).

07 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;i;j)$.
I- المنحنى (C_h) هو التمثيل البياني للدالة العددية h والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2-2+\ln x$.



أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة h .
ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $1,25<\alpha<1,5$ يحقق: $h(\alpha)=0$
جـ)استنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$f(x)=x+\dfrac{1-\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=x+\frac{1-\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. ثم احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$

فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5)أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=x$

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

7) أنشئ كلا من (T) و (Δ) ثم (C_f) في المعلم السابق

8) ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx+\ln x-1=0$

08 I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالشكل:

$g(x)=ax+1+\ln(bx)$ حيث a و b من $\mathbb{R}_+^*$.

1) عين a و b بحيث يكون $g(1)=2$ و $g'(1)=2$

2)عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;1[$

باستعمال طريقة التنصيف جد حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

4)حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ $D=$ كما يلي:

$f(0)=0$ و من أجل كل $x\in D$ ، $f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$

1) بين أن الدالة f مستمرة على $]0;+\infty[$.

2)هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0؟ فسر بيانيا النتيجة.

3)بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

4)أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.ثم تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) (Γ) هو التمثيل البياني للدالة $\ln x$ في المعلم السابق

*أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ).

*أحسب النهاية: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$. فسر بيانيا النتيجة.

أرسم المنحنيين (C) و (Γ).

09 نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ :

$f(x)=ax+\frac{b}{x}+c\ln(x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستومنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$.

أولا: عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث (C_f) يقبل عند النقطة $A(1;1)$ مماسا يمر بالمبدأ ويقبل عند النفطة ذات الفاصلة 2 مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

ثانيا: نفرض أن a=-3 و b=4 و c=8

1-بين أن $f'(x)=\frac{-3x^2+8x-4}{x^2}$ واستنتج إشارة $f'(x)$

2-احسب النهايات عتد أطراف مجل التعريف.

3-شكل جدول التغيرات للدالة f.

4-بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]4;4,1[$

5-عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي ميله 1 .

6-أرسم المنحنى (C_f) المماس (T) .

7-ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $3x^2-4+(m-8\ln x)x=x$

10 f دالة معرفة على المجموعة $]1;+\infty[$ $]-1;1[$ بـ $I=$

$f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(x+1)$: و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، $\lim_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$

ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) .ب)احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ)بين أنه من أجل كل $x\in I$ ، $f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$.

ب)استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f.

جـ)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\frac{x+1}{x}>1$.

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

جـ)نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $\ln x$ حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحى (C) على المجال $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=0$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بكالوريات شعبة علوم تجريبية

دورة2013

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)استنتج أنه ، من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1)-أ)احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow-1} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا.ب-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2)-أ) بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب)أدرس اتجاه تغير f على $]-1;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها

جـ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في

المجال $]-1;+\infty[$ ،ثم تحقق أن $0,5<\alpha<0$.

3)-أ)بيّن أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4)نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة : $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس

للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 . أ) أحسب x_0 .

ب)أرسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة

$f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

دورة2012

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0[$

بـ: $f(x)=x+5+6\ln(\dfrac{x}{x-1})$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1)أ-احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow0} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا.ب-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2)بيّن أنه من أجل كل $x\in]-\infty;0[$: $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ-بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x+5$ هو

مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب-ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث:

$-3,4<\alpha<-3,5$ و $-1<\beta<-1,1$

5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

6)أ-نعتبر النقطتين $A(-1;3+6\ln\dfrac{3}{4})$ و $B(-5;\dfrac{5}{2}+6\ln\dfrac{3}{4})$

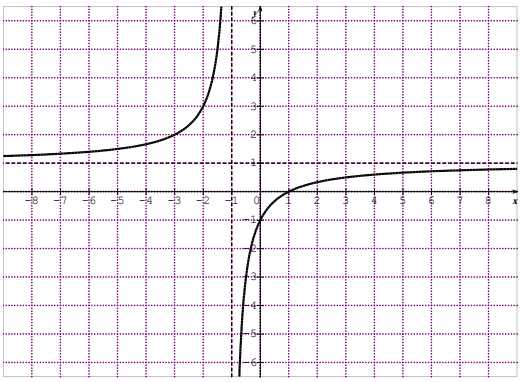
بيّن أن $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}+6\ln\dfrac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

ب- بيّن أن (AB) يمس (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيينها

دورة2011

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

و (C_g) تمثيلها البياني(الشكل المقابل)بقراءة بيانية:



أ-شكل جدول تغيرات الدالة g

ب-حل بيانيا المتراجحة: $g(x)>0$

جـ-عين بيانيا قيم x التي من أجلها $g(x)>0$ 1

II)لتكن الدالة f والمعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني

1)احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

2)أ-بين أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$

ب-احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات f

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

جـ-بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_0 \in]3,62;3,63[$

د- أرسم المنحى (C_f).

3-أ-باستعمال الجزء I) السؤال جـ ، عين إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

دورة 2010

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$

2) بيّن أن f متزايدة تماما على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I: $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) أستنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln. ثم ارسم (C) و (C_f).

II) g الدالة المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim_{x\to\frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]1,5;+\infty[$ حلا وحيدا α. تحقق أن $3 \quad \alpha \quad 2$.

ب) ارسم (C_g) منحنى g على $]0,5;5[$ في المعلم السابق

4) استنتج إشارة $g(x)$ على I ثم حدّد ضعية (C_f) و (d)

5) برهن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

دورة 2009

I- h دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. احسب $\lim_{x\longrightarrow-1} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$

2. بين أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$.

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. احسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$.

II - f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني

1.أ) احسب $\lim_{x\longrightarrow-1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$، برهن أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$.

جـ) استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

د) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

هـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

2. بين أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. بين أن (C_f) يقطع يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4. 4. أرسم (C_f).

بكالوريات شعبة تقني رياضي

دورة 2013

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في حيث

$0,31 \quad \alpha \quad 0,32$ و أن: $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- f الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة:

$f(x)=(x+1)^2+[2-\ln(x+1)]^2$ و (C_f) تمثيلها البياني

1- احسب $\lim_{x\longrightarrow-1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بيّن أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4- بيّن أن: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2[1+(\alpha+1)^2]$

ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5- مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2[$.

III- (Γ) المحنى الممثل للدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\ln(x+1)$. A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x.

1- أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة: $AM=\sqrt{f(x)}$

2- الدّالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $k(x)=\sqrt{f(x)}$

أ- بيّن أن للدالتين k و f نفس اتجاه التغيير على $]-1;+\infty[$.

ب- عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن.

جـ- بيّن أن: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دورة2012

I-g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$

1- عيّن العددين الحقيقيين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع : $a=-2$ و $b=2$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب)بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;+\infty[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II-f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,i,j)

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

جـ)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2-أ)بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ (C_f)

ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ب)بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ثم جد معادلة له

جـ) نأخذ $\alpha=1,25$ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حليّن x_1 و x_2 حيث: $0,7$ x_1 $0,6$ و $2,8$ x_2 $2,7$.

ثم ارسم كلا من (Δ) و (T) و (C_f).

3- ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وحلول المعادلة : $(m+2)x+2\ln(x)=0$.

دورة 2011

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{a+b\ln(2x)}{4x^2}$

حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني

1)عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A(\frac{1}{2};1)$

للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2) g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1+2\ln(2x)}{4x^2}$

(C_g) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} g(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة : $g(x)=0$ د) أنشئ (C_g).

دورة 2009

g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

جـ) بيّن أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $g(x)\neq 0$.

2)f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ)بيّن أن: $f(x)=\dfrac{\frac{6\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ماذاتستنتج؟

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة f. ،شكل جدول تغيرات f

د)ما هي قيمة k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين

هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .حيث (C_f) التمثيل البياني للدالة f.

3) h دالة عددية معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(e^x)$

واليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) شكل جدول تغيرات الدالة h.

ب)جد معادلة للمماس (Δ_2) لـ (C_h) عند النقطة التي فاصلتها1

جـ)أرسم كلا من (Δ_1) ،(Δ_2) ،(C_f) و (C_h) في المعلم السابق.

بكالوريا ت شعبة الرياضيات

دورة 2013

I-1-الدالة u معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=e^x-3x+4-e$

أ- أدرس اتجاه تغيّر الدالة u .

ب-بيّن أنه ، من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $e^x-e\quad 3x-4$

2-الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$

أ-بيّن أن: $v'(1)=0$ (يرمز v' إلى المشتقة للدالة v)

ب-أثبت أنه ،من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $v(x)\leq 0$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

جـ-أثبت أنه ،من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ $\frac{-1+\ln x}{x^2} \le 3x-4$

3-أثبت أنه ،من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ $e^x - e + \frac{1-\ln x}{x^2} \ge 0$

II-f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,i,j)

1- احسب $\lim_{x \to 0} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2-بيّن أن f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ وشكّل جدول تغيراتها

3-أحسب $f(1)$ ،ثم مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]0;2,5[$

دورة2012

I) g دالة معرفة على $]-1;3[$ بـ: $g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلين احدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0,7 \quad \alpha \quad -0,8$.

3)عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

4) h دالة عددية معرفة على $]-1;3[$ بـ: $h(x) = [g(x)]^2$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب)عيّن إشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

II) f دالة عددية معرفة على $]-1;3[$ كما يلي:

(C_f) تمثيلها البياني و $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)} & ;x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1)بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم أكتب معادلة لـ(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$

$f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ،ثم استنتج أتجاه تغير الدالة f .

ب- بيّن أن: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ،ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

جـ-أحسب $f(3)$ و $\lim_{x \to -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

3)أ-بيّن أنه من أجل كل $x \in]-1;3[$ فإن: $x - \ln(x+1) \ge 0$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس(T).

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) أرسم (T) ، (T') و (C_f) .

6)ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

دورة2010

g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي:

$g(x) = x - 1 - 2\ln x$ و (C_g) المنحنى الممثل لها

1-احسب $\lim_{x \to 0} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

2- أ) بيّن أن $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

ب) أدرس تغيرات الدالة g. جـ) أحسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلين مختلفين احدهما α حيث $3,6 \quad \alpha \quad 3,5$.

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g(\frac{1}{x})$.

3-f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي:

$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2\ln x & ;x \quad 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

أ-احسب $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب-احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أنه من أجل x من $]0;+\infty[$ فإن $f'(x) = xg(\frac{1}{x})$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f. د-شكل جدول تغيرات الدالة f

بيّن أن $f(\frac{1}{\alpha}) = \frac{\alpha - 1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\frac{1}{\alpha})$

4-أرسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi @ gmail.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM