التمارين

تمارين تطبيقية

في كل التمارين ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1 ــ الأعداد المركبة .

6 A نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب $a=-1+2i$ ؛ عيّن العدد المركب z بحيث تكون صورته

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى مبدأ المعلم ؛ $z=1-2i$.

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ؛ $z=-1-2i$

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى حامل محور التراتيب ؛ $z=1+2i$.

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى المنصف الأول؛ $z=2-i$.

2 ــ مرافق عدد مركب .

7 $\overline{z_1}=2-4i$ ؛ $\overline{z_2}=3+i$ ؛ $\overline{z_3}=-3-i\sqrt{3}$ ؛ $\overline{z_4}=\frac{5}{2}i$.

3 ــ العمليات في مجموعة الأعداد المركبة .

19 A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $-2+i$ ، $-1+4i$ ، $3+2i$ و $2-i$.

$z_B-z_A=(-1+4i)-(-2+i)=1+3i$ ، $z_C-z_D=(3+2i)-(2-i)=1+3i$ ومنه

$z_B-z_A=z_C-z_D$ أي $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ وبالتالي $ABCD$ هو متوازي أضلاع .

4 ــ طويلة وعمدة عدد مركب .

30 z_A ، z_B ، z_C و z_D هي على الترتيب ، لواحق النقط $A\left(\sqrt{3};1\right)$ ، $B\left(-\sqrt{3};-1\right)$ ، $C(0;2)$ و $D=\left(\sqrt{3};3\right)$.

1) $|z_A|=\sqrt{4}=2$ ، $|z_B|=2$ و $|z_C|=2$. النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 2 .

2) $AD=|z_D-z_A|=|2i|=2$ ، $CD=|z_D-z_C|=|\sqrt{3}+i|=2$

ومنه $AO=OC=CD=DA=2$ إذن $AOCD$ معين .

37 z عدد مركب غير معدوم طويلته r و θ عمدة له .

$|-z|=r$ و $Arg(-z)=\theta+\pi$. $|\overline{z}|=r$ و $Arg(\overline{z})=-\theta$. $\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{1}{|z|}=\frac{1}{r}$ و $Arg\left(\frac{1}{z}\right)=-\theta$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$\left|\frac{1}{z^n}\right| = \frac{1}{|z^n|} = \frac{1}{|z|^n} = \frac{1}{r^n}$. $Arg\left(z^3\right) = 3\theta$ و $\left|z^3\right| = |z|^3 = r^3$

$Arg\left(\frac{1}{z^n}\right) = -Arg\left(z^n\right) = -nArg\left(z\right) = -n\theta$ و

5 ــ الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم .

41 $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$.

$z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$.

$z_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i = \cos-\frac{3\pi}{4} + i\sin-\frac{3\pi}{4}$.

42 $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$ ، $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = \cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}$ ،

$z_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos-\frac{\pi}{3} + i\sin-\frac{\pi}{3}$ ، $z_4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos-\frac{2\pi}{3} + i\sin-\frac{2\pi}{3}$.

43 $z_1 = 3 = 3\left(\cos 0 + i\sin 0\right)$ ، $z_2 = -\sqrt{5} = \sqrt{5}\left(\cos\pi + i\sin\pi\right)$ ،

$z_3 = i = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$ ، $z_4 = \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ،

$z_5 = -7i = 7\left(\cos-\frac{\pi}{2} + i\sin-\frac{\pi}{2}\right)$.

$z = x$ ؛ إذا كان $x > 0$ فإن $z = x\left(\cos 0 + i\sin 0\right)$ وإذا كان $x < 0$ فإن $z = -x\left(\cos\pi + i\sin\pi\right)$.

$z = yi$ ؛ إذا كان $y > 0$ فإن $z = y\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ وإذا كان $y < 0$ فإن $z = -y\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$.

44 $z_1 = 1 + i = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ،

$z_2 = 3 - 3i = 3\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}\left(\cos-\frac{\pi}{4} + i\sin-\frac{\pi}{4}\right)$ ،

$z_3 = -\sqrt{5} - i\sqrt{15} = 2\sqrt{5}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\sqrt{5}\left(\cos-\frac{2\pi}{3} + i\sin-\frac{2\pi}{3}\right)$ ،

$z_4 = -\sqrt{6} + i\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

46 $Z = \frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$ نعتبر العدد المركب $Z = \frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$.

1) $Z = \frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}} = \frac{(4+4i)\left(1+i\sqrt{3}\right)}{4} = 1-\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)i$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

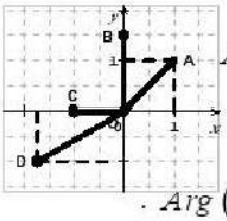
$$Z=\frac{4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}{2\left(\cos-\frac{\pi}{6}+i\sin-\frac{\pi}{6}\right)}=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$$ (2

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\cos-\frac{5\pi}{12}+i\sin-\frac{5\pi}{12}\right)$$ ؛ $Z^{2009}=\left(2\sqrt{2}\right)^{2009}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ؛ (3

$$\overline{Z}=2\sqrt{2}\left(\cos-\frac{5\pi}{12}+i\sin-\frac{5\pi}{12}\right).$$

6 ـ الشكل الأسّي لعدد مركب غير معدوم .

48 $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه $OA=|z_A|=\sqrt{2}$ و $Arg\left(z_A\right)=\frac{\pi}{4}$.



$z_B=\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $OB=|z_B|=\frac{3}{2}$ و $Arg\left(z_B\right)=\frac{\pi}{2}$

$z_C=e^{i\pi}$ ومنه $OC=|z_C|=1$ و $Arg\left(z_C\right)=\pi$.

$z_D=2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ ومنه $OD=|z_D|=2$ و $Arg\left(z_D\right)=-\frac{5\pi}{6}$.

49 $6e^{i\frac{3\pi}{4}}=6\left(\cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right)=6\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=-3\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$.

$$\sqrt{5}e^{i\frac{3\pi}{2}}=\sqrt{5}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+isin\frac{3\pi}{2}\right)=-i\sqrt{5}.$$

$$\frac{1}{2}e^{i\pi}=\frac{1}{2}\left(\cos\pi+isin\pi\right)=-\frac{1}{2}.$$

$$2\sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}}=2\sqrt{3}\left(\cos-\frac{2\pi}{3}+isin-\frac{2\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-\sqrt{3}-3i.$$

7 ـ المعادلات من الدرجة الثانية .

56 أ ـ $2z^2-6z+5=0$ ؛ $\Delta'=-1=i^2$ ؛ $z'=\frac{3-i}{2}$ ، $z''=\frac{3+i}{2}$.

و ـ $z^2+3=0$ معناه $z^2=3i^2$ ويكافئ $z=i\sqrt{3}$ أو $z=-i\sqrt{3}$.

58 $\begin{cases}z_1z_2=5\\z_1+z_2=-2\end{cases}$ ؛ z_1 و z_2 هما حلا للمعادلة $z^2+2z+5=0$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM