

طريقك نحو البكالوريا

الشعب:

علوم تجريبية | رياضيات | تقني رياضي

أسئلة متنوعة شائعة

في دراسة الدوال والإجابات عليها

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

2020 / 11 / 29

قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

① السلوك التقاربي \ المقاربات \ الوضعية النسبية

السؤال	الإجابة
فسر بيانيا: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لحامل محور التراتيب، معادلته: $x = a$
فسر بيانيا: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = b$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا محور الفواصل معادلته: $y = b$
فسر بيانيا: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y = ax + b$ عند $\pm\infty$
بين أن المستقيم $(\Delta): y = ax + b$ مقارب مائل لـ (C_f)	نبرهن: $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلته ملاحظة: (*) خاص بشعبتي: رياضيات + تقني رياضي	• إذا كان: $f(x) = ax + b + g(x)$ نبرهن $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = 0$ ومعادلة المستقيم: $y = ax + b$ • إذا لم يكن ذلك(*): نحسب العددين a وb من $\mathbb{R}$ كما يلي: $a = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ $b = \lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - ax]$
ادرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة: $(\Delta): y = ax + b$ نطبق نفس الإجابة على السؤال: ادرس وضعية المنحنيين (C_f) و(C_g)، بوضع: $d(x) = f(x) - g(x)$	ندرس إشارة الفرق: $d(x) = f(x) - y$ • (C_f) يقع فوق $(\Delta) \Leftrightarrow d(x) > 0$ • (C_f) يقطع $(\Delta) \Leftrightarrow d(x) = 0$ • (C_f) يقع تحت $(\Delta) \Leftrightarrow d(x) < 0$
فسر بيانيا: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - g(x)] = 0$	(C_f) و(C_g) متقاربان عند $\pm\infty$

② عناصر تناظر منحنى \ شفعية دالة

D_f هي مجموعة تعريف الدالة f

السؤال	الإجابة
بيّن أنّ النقطة $\Omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر (C_f)	نبين أنّ: $\begin{cases} 2\alpha - x \in D_f \\ f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta \end{cases}$
بيّن أنّ $f(\alpha + x) + f(\alpha - x) = 2\beta$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: (C_f) متناظر بالنسبة إلى النقطة $\Omega(\alpha;\beta)$
بيّن أنّ المستقيم $d: x = \alpha$ محور تناظر (C_f)	نبين أنّ: $\begin{cases} 2\alpha - x \in D_f \\ f(2\alpha - x) = f(x) \end{cases}$
بيّن أنّ $f(\alpha + x) = f(\alpha - x)$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: (C_f) متناظر بالنسبة إلى المستقيم $(d): x = \alpha$
بيّن أنّ الدالة f فردية	نبين أنّ: $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$
بيّن أنّ الدالة f زوجية	نبين أنّ: $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$
بين أنّ: $f(-x) + f(x) = 0$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: f فردية، ومبدا المعلم مركز تناظر (C_f)
بين أنّ: $f(-x) - f(x) = 0$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: f زوجية، و(C_f) متناظر بالنسبة إلى حامل محور التراتيب (yy')
بين أنّ: $f(\alpha - x) + f(x) = \beta$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: (C_f) متناظر بالنسبة إلى النقطة $\Omega\left(\frac{\alpha}{2};\frac{\beta}{2}\right)$
بين أنّ: $f(\alpha - x) - f(x) = 0$ ماذا تستنتج؟	نستنتج أنّ: (C_f) متناظر بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة: $x = \frac{\alpha}{2}$

③ إشارة دالة \ مبرهنة القيم المتوسطة

السؤال	الإجابة
يعطى لك المنحنى (C_f) مرسوما في معلم م م، • عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل. • استنتج إشارة $f(x)$	• نحل بيانيا المعادلة: $f(x)=0$ • ثم نحدد المجالات التي يكون عليها (C_f) إما فوق محور الفواصل وإما أسفله وأخيرا نحدد إشارة $f(x)$
• أحسب $f(\alpha)$ واستنتج إشارة $f(x)$	نجد $f(\alpha)=0$ ثم نحدد المجالات حيث: $f(x)$ إما موجبة أو سالبة
• بين أن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حل وحيد α حيث: $a<\alpha<b$ أو بصيغة أخرى: بين أنّ (C_f) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=k$ في نقطة وحيدة فاصلتها α	• نبين أنّ: f مستمرة ورتيبة تماما على $[a;b]$ • ونحسب: $f(a)$ وَ $f(b)$ ونبين أنّ k محصور بين $f(a)$ وَ $f(b)$ فينتج وجود α وحيد من $[a;b]$ حيث: $f(\alpha)=k$
• بين أنّ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $a<\alpha<b$ أو بصيغة أخرى: بين أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α	• نبين أنّ f مستمرة و رتيبة تماما على $[a;b]$ • ونحسب: $f(a)$ وَ $f(b)$ ونجد: $f(a)\times f(b)<0$ وينتج وجود α وحيد من $[a;b]$ حيث: $f(\alpha)=0$

④ العدد المشتق وتفسيره الهندسي

السؤال	الإجابة
فسّر: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=l$ أو: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l$	• f تقبل الاشتقاق عند a و $f'(x)=l$ • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا معامل توجيهه l
فسّر: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=0$	• f تقبل الاشتقاق عند a و $f'(x)=0$ • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل معادلته $y=f(a)$
فسّر: $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <>}}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=\pm\infty$	• f لا تقبل الاشتقاق عند a و (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا (أو نصف مماس) يوازي حامل محور التراتيب معادلته $x=a$
فسّر: $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=l_1$ وَ $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=l_2$ حيث: $l_1\neq l_2$	• f لا تقبل الاشتقاق عند a. • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ نصفي مماسين معاملي توجيههما على الترتيب l_1 و l_2 وتسمى النقطة $A(a;f(a))$ نقطة زاوية.

الخليل للرياضيات

⑤ المماســـــات

السؤال	الإجابة
عين معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة x_0	نكتب المعادلة $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ ثم نحسب $f(x_0)$ و $f'(x_0)$ و نعوض في المعادلة أعلاه
عين معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الترتيبة y_0	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $f(x_0) = y_0$ ثم نكتب معادلة المماس عند x_0
عين بيانيا العدد المشتق $f'(x_0)$ ملاحظة: معامل توجيه المماس$= f'(x_0)$	معامل التوجيه $= f'(x) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ حيث A وB من المماس
هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها يساوي a ؟	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $f'(x_0) = a$ عدد الحلول يمثل عدد المماسات
هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ ؟	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $f'(x_0) = a$ عدد الحلول يمثل عدد المماسات
هل توجد مماسات لـ (C_f) تشمل النقطة $A(a; b)$ ؟	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $b = f'(x_0)(a - x_0) + f(x_0)$ عدد الحلول يمثل عدد المماسات
هل توجد مماسات لـ (C_f) تعامد المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ ؟ (في معلم متعامد ومتجانس)	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $f'(x_0) = -\frac{1}{a}$ عدد الحلول يمثل عدد المماسات

⑥ إيجاد عبارة $f(x)$ بثوابت مجهولة a, b

المعطيات	ترجمتها إلى معادلات لتعيين الثوابت: a, b, c
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_0; y_0)$ مماسا يوازي محور الفواصل. أو: (C_f) يقبل ذروة في النقطة $A(x_0; y_0)$	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_0) = y_0 \\ f'(x_0) = 0 \end{cases}$
(C_f) يقبل في النقطة ذات الفاصلة x_0 مماسا يوازي المستقيم ذو المعادلة: $y = mx + k$	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_0) = mx_0 + k \\ f'(x_0) = m \end{cases}$
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_A; y_A)$ مماسا يشمل النقطة $B(x_B; y_B)$	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_A) = y_A \\ f'(x_0) = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \end{cases}$

⑦ رسم منحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (C_f)

إذا كان	فإنّ
$g(x) = -f(x)$	(C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل (xx')
$g(x) = f(\|x\|)$	g زوجية، وعندما: $x \geq 0$، يكون (C_g) منطبقا على (C_f)
$g(x) = \|f(x)\|$	(C_g) ينطبق على (C_f) في المجالات التي تكون عليها f موجبة. وَ (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى (xx') في المجالات التي تكون عليها f سالبة.