تمارين الإحتمالات في البكالوريا



الشعب العلمية

التمرين الأول باك علمي 2020 م 1

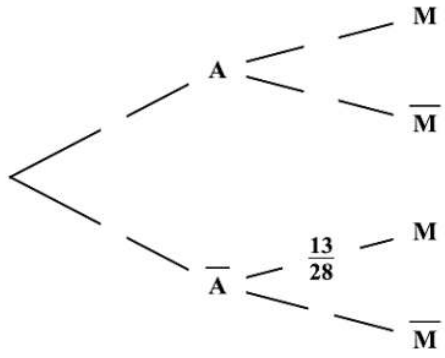
يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء و يحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء و كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعائين بالكيفية التالية :

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة و مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكرتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

نسمي A الحدث : "الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5" .

نسمي M الحدث : "الحصول على كريتين من نفس اللون" .



1) تحقق $P(\overline{A})$ أن إحتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

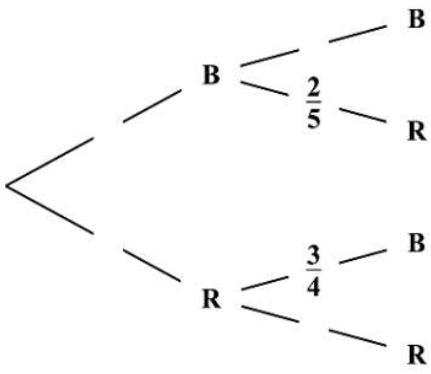
2) علما أن الكريتين المسحوبتين من U ، بيّن أن إحتمال أن تكونا من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$.

3) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها و استنتج $P(M)$.

4) أحسب $P_{\overline{M}}(A)$ إحتمال السحب من الوعاء U علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون .

التمرين الثاني باك علمي 2020 م 2

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية : إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .



1) أ ـ أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها.

B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء .

بـ ـ أحسب إحتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ ـ عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

بـ ـ بيّن أن : $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثم عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

جـ ـ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث باك تقني 2020 م 1

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و B "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون" .

أ ـ أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B .

بـ ـ بيّن أن إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

جـ ـ استنتج إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

3) في لعبة ، يقوم لاعب بسحب كريتين : إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار ، إذا كان جداء رقميهما 6 يخسر دينار و إذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار . (x و y عددان طبيعيان غير معدومين)
عيّن قيمة كلا من x و y حتى تكون هذه اللعبة عادلة .

التمرين الرابع باك تقني 2020 م 2

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1 ، 2 و ثلاث كريات كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4 . (الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).

I) نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B التاليين :
A " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون " و B " الحصول على كرية بيضاء على الأقل " .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها .

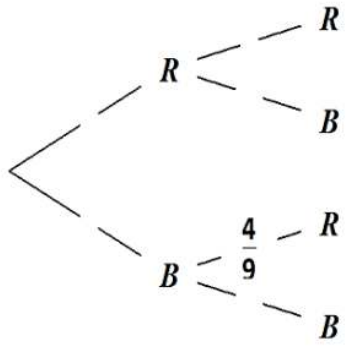
أ- بيّن أن $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ، ثم عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

II) نسحب الأن ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع .
ليكن C الحدث " الحصول على ثلاث أرقام جداؤها زوجي " .
أحسب إحتمال C .

التمرين الخامس باك رياضي 2020 م 1

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).
نسحب من الصندوق كرية واحدة بحيث : إذا ظهرت كرية حمراء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية بيضاء و إذا ظهرت كرية بيضاء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية حمراء ، و نكرّر العملية مرة ثانية .



1) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة التي تنمذ هذه التجربة ثم أكملها .

2) بيّن أن إحتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$.

3) أحسب إحتمال أن يوجد بالصندوق 4 كريات حمراء على الأقل .

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية .

أ- برّر أن قيم المتغير العشوائي هي : 5 ، 6 و 7 .

ب- عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

التمرين السادس باك رياضي 2020 م 2

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها : n كرية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n\geq 2$)
و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π و كريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$.
نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق .

1) أ- أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B حيث :
A " سحب كريتين من نفس اللون " و B " سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون " .

ب- عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $P(A)=\frac{17}{55}$.

2) نفرض فيما يلي : $n=5$ و نسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد : $\cos(\alpha)\cos(\beta)$.

أ- برّر أن قيم المتغير العشوائي X هي : $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ و 1 .

ب- بيّن أن : $P(X=0)=\frac{27}{55}$.

جـ- عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين السابع باك علمي 2019 م 1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : "سحب كريتين من نفس اللون" ، B : "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

1) بيّن أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة B .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثامن باك علمي 2019 م 2

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .
ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

التمرين التاسع باك تقني 2019 م 1

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي X هي : أ) $\{1;2;3\}$ ب) $\{0;2;3\}$ ج) $\{0;1;2\}$.

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ ج) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3) إحتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"
يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ب) $\frac{9}{10}$ ج) $\frac{3}{5}$.

4) إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1"
يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{1}{5}$.

التمرين العاشر باك تقني 2019 م 2

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة" .

B : "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر" .

C : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية" .

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ ـ عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون إحتماله .

ب ـ أحسب $P(X^2-X\leq 0)$.

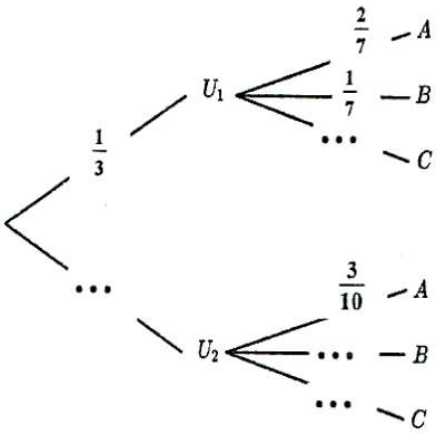
التمرين الحادي عشر باك رياضي 2019 م 2

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 .

و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .



نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ :

A : " سحب كريتين حمراوين " .

B : " سحب كريتين سوداوين " .

C : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .

1) أنقل و أكمل شجرة الإحتمالات .

2) أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ ـ عيّن قيم المتغير العشوائي X .

بـ ـ عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.



"The only way to learn mathematics is to do mathematics"

كتابة : خالد بخاخشة

نشر يوم 2021/03/02