مسألة أسية رقم 02

الجزء الأوّل:

لتكن g دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ و تُحقّق العلاقة $3\ \ 3x\ \ 2e^{1\ x}\ \ e^{x}\ \ 2g(1\ \ x)\ \ 2g(x)$.

1) أوجد عبارة $g(x)$ بدلالة x. (**إرشاد:** ضع $x\ \ t$ تارةً و $t\ \ 1\ \ x$ تارةً أخرى)

2) نضع : $1\ \ x\ \ e^{x}\ \ g(x)$ حيث D_g

أ) أحسب نهايات الدّالّة $\lim\limits_{x} g(x)$ ، $\lim\limits_{x} g(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدّالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة h المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $1\ \ g(\ \ x)\ \ 1\ \ h(x)$.

4) أثبت أنّ المعادلة $h(x)\ \ 0$ تقبل حلّين α و β حيثُ :

$1,14\ \ \alpha\ \ 1,15$ و $1,84\ \ \beta\ \ 1,85$

5) استنتج إشارة كل من $g(x)$ و $h(x)$ تبعاً لقيم العدد الحقيقي x.

الجزء الثّاني:

لتكن f دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)\ \ \dfrac{x\ \ g(x)}{1\ \ g(x)}$، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أُحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسِّر هندسيّاً النّتائج.

2) أ) أثبت أنّ الدّالّة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و أنّ $f\ (x)\ \ \dfrac{e^{x}\ \ h(x)}{1\ \ g(x)^{2}}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالّة f ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أحسُب $f(0)$ ثُمّ أرسم (C_f).

بالتوفيق لتلاميز

بكالوريا 2021

الإجابة النموذجية

الجزء الأوّل:

1) من أجل x t يكون لدينا

$g(t)$ $2g(1$ $t)$ e^{t} $2e^{1}{}^{t}$ $3t$ $3....(1)$

من أجل x 1 t يكون لدينا

$g(1$ $t)$ $2g(t)$ $e^{1}{}^{t}$ $2e^{t}$ $3t....(2)$

بضرب المعادلة (2) في 2 والجمع مع المعادلة (1) طرفاً لطرف نجد أنّ 1 t $g(t)$ ، إذن الدّالّة g مُعرّفة على بـ 1 x e^{x} x $g(x)$.

2) الدّالّة g قابلة للإشتقاق على و دالّتها المشتقّة 1 e^{x} $g(x)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

الدّالّة g متزايدة تماماً على $0,$ و متناقصة تماماً على $0,$.

لدينا $\lim_{x} g(x)$ و

$\lim_{x} g(x)$ $\lim_{x} x\dfrac{e^{x}}{x}$ 1 $\dfrac{1}{x}$

، و تغيُّرات الدّالّة g مُوضّحة في الجدول الآتي

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

3) الدّالّة h قابلة للإشتقاق على و دالّتها المشتقة $h(x)$ e^{x} 1

الجزء الثاني:

الدّالّة f مُعرّفة على بـ $\dfrac{e^{x}}{e^{x}}$ $\dfrac{1}{x}$ $f(x)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$

الدّالّة h متناقصة تماماً على $0,$ و متزايدة تماماً على $0,$.

لدينا $\lim_{x} h(x)$ و

$\lim_{x} h(x)$ ، و تغيُّرات الدّالّة h مُوضّحة في الجدول الآتي

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

4) الدّالّة h مستمرّة و رتيبة تماماً على كلّ مجال من المجالين $1,14$ $1,15;$ و $1,84;1,85$ و لدينا

0 $h($ $1,14)$ $h($ $1,15)$ و كذلك

0 $h(1,84)$ $h(1,85)$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسّطة المعادلة 0 $h(x)$ تقبل حلّين و حيثُ $1,14$ و $1,15$ $1,84$ $1,85$.

5) إشارة $g(x)$ و $h(x)$ مُوضّحتان في الجدولين

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$+$

x	$-\infty$	α	β	1
$h(x)$	$-$	0	$+$ 0	$-$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1) لدينا 0 و $\lim\limits_{x} f(x)$

$$1 \quad \frac{1}{\frac{e^x}{x}} \quad \lim_{x} f(x) \quad \lim_{x}$$

، و منه $\lim\limits_{x} f(x)$

المستقيمان $y : (\ ) \ 1$ و $y : (\ ) \ 0$ مقاربان أفقيّان لـ (C_f) بجوار و على التّرتيب.

2) أ) الدّالّتان x و e^x x قابلتان للإشتقاق على و عليه تكون الدّالّة f قابلة للإشتقاق على

ودالّتها المشتقة هي $\frac{e^x \quad h(x)}{e^x \quad x^2}$ $f\ (x)$.

ب) بما أنّ 0 $\frac{e^x}{e^x \quad x^2}$ من أجل كل عدد

حقيقي x فإنّ إشارة $f\ (x)$ من إشارة $h(x)$.

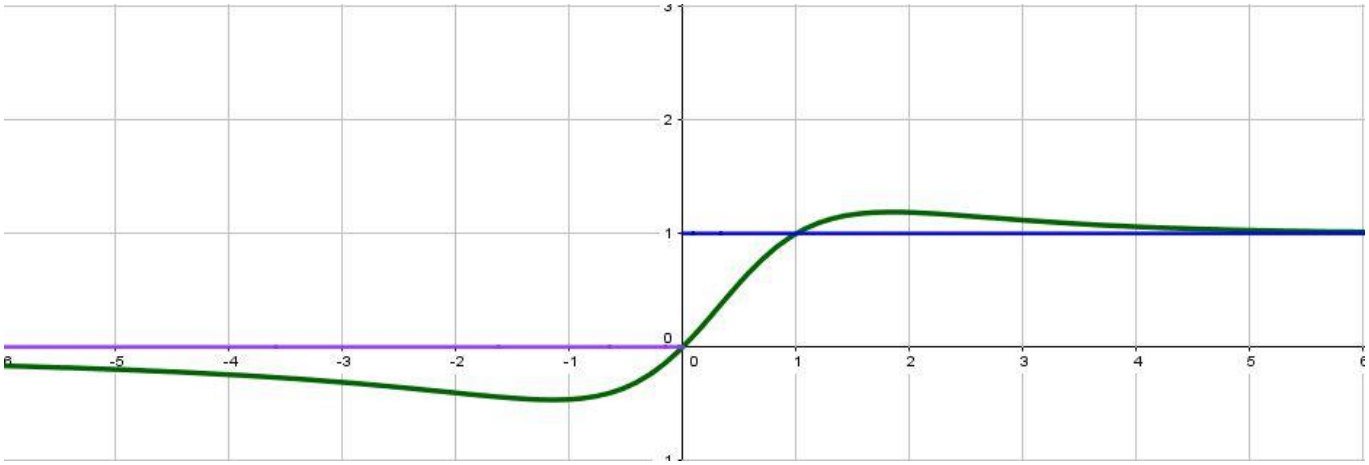
الدّالّة f متناقصة تماماً على

و متزايدة تماماً على , ,

, ، و جدول تغيُّراتها هو

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$ 0	$-$
$f(x)$	0 ↘	$f(\alpha)$ ↗	$f(\beta)$	↘ 1

3) لدينا 0 $f(0)$، و (C_f) مُوضّح في الرّسم المُرفق



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM