# سلسلة استعد للبكالوريا رقم (04)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية: 2009/2008

الشعبـــــة : علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ: خليلات عمار

## {المحور: الجداء السلمي في الفضاء والمستقيمات والمستويات وتطبيقاته}

### التمارين من 1 إلى 3 مراجعات الهندسة المستوية

**التمرين (01)** : ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .لتكن النقط :

A(1;3) ، B(3;0) و C(-5;-1)

1. أثبت أن المثلث ABC قائم .
2. عيّن معادلة للدائرة المحاطة بالمثلث ABC. 3 .عيّن معادلة لمماس هذه الدائرة في A.

**التمرين (02)** :ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

نعتبر النقطتين A(1;2) و B(0;5) والدائرة (C) التي معادلتها : $x^2+y^2-2x-3=0$

1.عيّن التمثيل الوسيطي ومعادلة ديكارتية للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة(1;1-)

وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;1)$ .

2. حدد مركز ونصف قطر الدائرة (C) و تأكد أن A∈ (C).

3. أ)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من B و $\vec{n}(3;4)$ شعاع ناظمي له.

ب) بيّن أن تقاطع (C) و (Δ) مجموعة خالية

4.تأكد أن (D) و (C) يتقاطعان وحدد تقاطعهما.

5.احسب المسافة بين مركز الدائرة (C) والمستقيم (D) بطريقتين.

**التمرين (03)** ABC مثلث قائم في A حيث AB=3 و AC=4

ليكن G مرجح (A;1) ، (B;-2) و (C;3)

**I)** أ) أنشئ النقطة G واحسب: $GA^2$ ، $GB^2$ و $GC^2$ .

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k$ $(k\in R)$

**II)** ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(A;\vec{i};\vec{j})$ **حيث** : $\vec{i}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{j}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

أ) عيّن إحداثيات النقطة G واحسب: $GA^2$ ، $GB^2$ و $GC^2$.

ب)عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k$ $(k\in R)$

**Descartes dit dans sa géométrie(1637):la géométrie analytique est l'art de résoudre les problèmes de géométrie par le calcul.**



Company Confidential

قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

**التمرين (04)** $ABCDEFGH$ مكعب ضلعه $a$ . 1/ احسب الجداءات السلمية الآتية :

أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ب) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ ، ج) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{FG}$ ، د) $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{HF}$

2/ أثبت ان المستقيم $(AG)$ عمودي على المستوي $(BED)$

3/ نعتبر المعلم $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$ .أ) عيّن إحداثيات النقط $A$ ، $G$ ، $B$ ، $E$ و $D$

ب) اثبت مجددا أن المستقيم $(AG)$ عمودي على المستوي $(BED)$

---

**التمرين (05)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

نعتبر النقط : $A(-1;1;1)$ ، $B(0;0;-1)$ و $C(3;-2;1)$

1) بيّن أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعيّن مستويا

2) عيّن شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي $(ABC)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

3) أوجد معادلة لسطح الكرة $(S)$ التي قطرها $[AC]$

---

**التمرين (06)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء محاوره $(OX)$ ، $(OY)$ ، $(OZ)$

نعتبر النقطة A( 1; -2 ; 4 ) و المستوي (P) الذي معادلته : $2x-3y+z+2=0$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة **A** ويعامد المستوي (P) .
2. عيّن إحداثيات النقطة B نقطة تقاطع (Δ) و (P) .
3. اكتب معادلة لسطح الكرة التي مركزها **A** والتي تمس المستوي (P) .
4. عيّن إحداثيات C; D نقطتي تقاطع سطح الكرة والمستقيم $(OZ)$
5. ما هي إحداثيات مركز ثقل رباعي الوجوه ABCD .

---

**التمرين (07)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

تعطى النقط : A( 1; 0 ;2 )، B( 0; 2 ; 1 ) ، C( 2; 1 ;0 ) ، D(2;4;3)

1.برهن أن الشعاع $\vec{V}(1;1;1)$ عمودي على المستوي (ABC) .

2.استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3.تحقق أن الرباعي ABCD هو رباعي وجوه. ثم احسب حجم المجسم الرباعي ABCD.

---

**التمرين (08)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط : $A(2;4;1)$

$B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ ، $D(1;0;-2)$ ، $E(3;2;-1)$ ، $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$

**بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية :** 1) المستقيمان $(AB)$ و $(CD)$ متعامدان

2) معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي : $2x+2y-z-11=0$

3) النقطة $E$ المسقط العمودي للنقطة $D$ على المستوي $(ABC)$

4) المستقيم $(CD)$ ممثل وسيطيا بالجملة : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

5) النقطة $I$ تنتمي للمستقيم $(AB)$ .


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

**التمرين (09)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .نعتبر المستوي(P) وسطح الكرة (S) المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيتين :

$(P): x-2y+2z-2=0$ ، $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$

1. حدد مركز ونصف قطر سطح الكرة (S).
2. بيّن أن المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S).
3. حدد نقطة تماس المستوي (P) وسطح الكرة (S).

---

**التمرين (10)** في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ من الفضاء. تعطى النقط :

$A(-1;2;1)$ ، $B(0;5;2)$ ، $C(3;0;-2)$

1. أ) بيّن أن النقـــــط A، B وC تعيّن مستويا.
   ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
2. نعتبر سطح الكرة $(S)$ المعرفة بالمعادلة الديكارتية :

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$$

أ) عيّن النقطة $\Omega$ مركز سطح الكرة $(S)$ ونصف قطرها $r$

ب) تحقق من أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة $(S)$ .

3. أ) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ المار من $\Omega$ والعمودي على المستوي (ABC).
   ب) استنتج إحداثيات $\omega$ نقطة تماس (ABC) و $(S)$ .

---

**التمرين (11)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. نعتبر المستويين المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): x+2y-z+1=0$ و $(P'): -x+y+z=0$ و النقطة A( 0; 1 ; 1 )

1. بيّن أن المستويين متعامدان
2. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) تقاطع المستويين $(P)$ و $(P')$
3. عيّن بعد النقطة A عن المستوي $(P)$ و عن $(P')$
4. استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (d)

---

**التمرين (12)** نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;2;-2)$ ، $B(0;3;-3)$ ، $C(1;1;-2)$ و المستوي $(P)$ الذي معادلته : $x+y-3=0$

1) أ - احسب مسافة النقطة $\Omega(0;1;-1)$ عن المستوي $(P)$ .

ب - استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S)$ التي مركزها $\Omega(0;1;-1)$ و المماسة للمستوي $(P)$ هي : $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$

2) أ - بيّن أن النقـــــط A، B وCتعيّن مستويا.

ب - عيّن شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي $(ABC)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

3) أ -تحقق من أن سطح الكرة $(S)$ مماسة للمستوي $(ABC)$.

ب - احسب المسافة $\Omega C$ واستنتج نقطة تماس $(S)$ و المستوي $(ABC)$ .



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

Company Confidential
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (13)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. نعتبر النقطة A( 2; 0 ; 2 ) والمستوي (P) ذا المعادلة : $x+y-z-3=0$

1. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من A والعمودي على المستوي (P).
2. حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (P).
3. نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوي (P) وفق الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 2.

أ - حدد نصف قطر سطح الكرة (S)

ب - اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

---

**التمرين (14)** الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

النقطة A( 1; -1 ; 3 ) والمستوي (P) الذي معادلته : x-y+3z=0

1.أ) تحقق من أن : $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases} \quad (t\in R)$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A

ج) تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q) .

2. نعتبر سطح الكرة (S ) المماسة للمستوي (Q) في A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$ .

أ) بيّن أن Ω(a;b;c) مركز سطح الكرة (S ) ينتمي إلى (OA) ثم استنتج أن : c=3a و b=-a

ب) بيّن أن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن : a-b+3c=-11

ج) استنتج إحداثيات Ω مركز سطح الكرة (S ) وبيّن أن نصف قطرها يساوي $2\sqrt{11}$ .

---

**التمرين (15)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

A( 1; 2 ;-2 ) ، B( 1; -1 ; 1 ) ، C( 2; 1 ; -2 )

**1.** بيّن أن النقـــــط A، B و C تعيّن مستويا ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

**2.** لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها Ω(1,1,1) ونصف قطرها $R=\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

أ - بيّن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) ثم حدد إحداثيات H نقطة تماس (ABC) و (S)

ب - لتكن $M(a,b,c)$ نقطة من المستوي (ABC). بيّن أن : $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$

---

**التمرين (16)** A، B، C ثلاث نقط من الفضاء حيث ABC مثلث قائم في C و متساوي الساقين. (P) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

تحقق أن (P) مستو عمودي على المستوي (ABC) يطلب تعيين تقاطعه معه.



Company Confidential

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

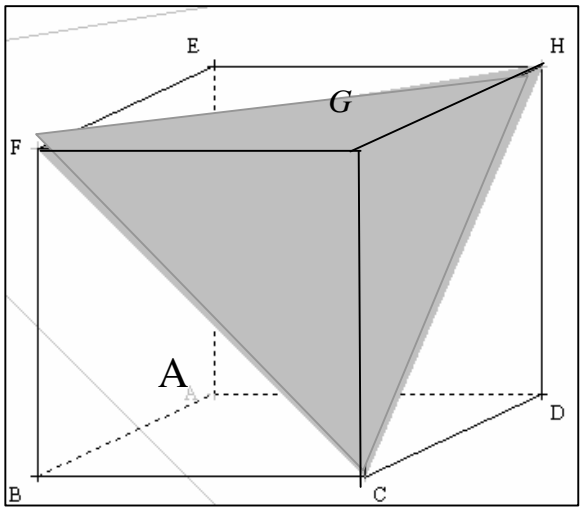
**التمرين (17)** نعتبر المكعب ABCDEFGH .

1. بين أن المستقيم ( AG ) عمودي على المستوي ( CFH ).( الشكل 1)

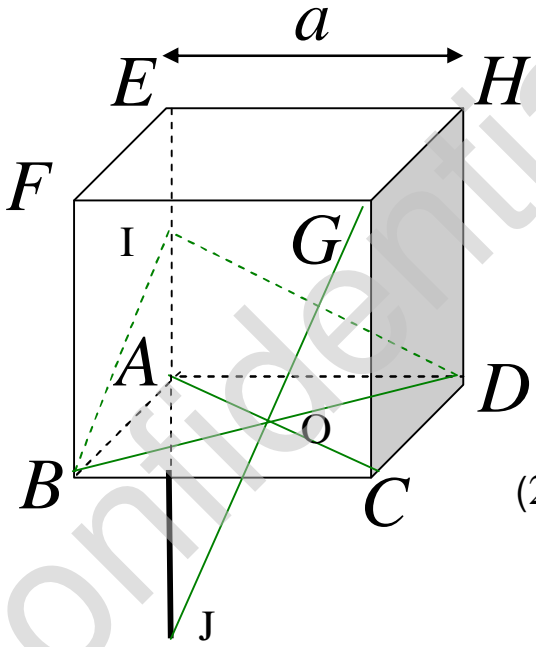
2. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{HC}$.( الشكل 2)

3. نعتبر النقطة I منتصف الحرف [AE] والنقطة J بحيث تكون النقطة A منتصف القطعة[EJ]

- أثبت أن المستوي (BDI) هو مستوي محوري للقطعة [GJ] . ( الشكل 2)




( الشكل 1)




( الشكل 2)

**التمرين (18)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط

$A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ ، $D(0;4;-1)$

**بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية :**

1)المثلث $ABC$ قائم في $A$

2)المستوي $(P)$ ذو المعادلة : $x+y+z-3=0$ عمودي على المستقيم $(AB)$ ويشمل النقطة $A$

3) معادلة المستوي $(P')$ العمودي على $(AC)$ والذي يشمل النقطة $A$ هي : $x+z-5=0$

4) المستقيم $(AD)$ عمودي على المستوي $(ABC)$

5) الشعاع $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع $(P)$ و $(P')$.

6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو 81 وحدة حجوم . 7) قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{3\pi}{4}$ راديان

8) مساحة المثلث $BDC$ هي 21 وحدة مساحة . 9) بعد $A$ عن المستوي $(BDC)$ يساوي 3

**التمرين (19)** ABCD رباعي وجوه منتظم ، بين أن (P) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}).(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD})=0$ هي مستو مواز للمستقيمين (AB) و (CD) و يمر من G مركز ثقل الرباعي ABCD

- عين تقاطعات (P) مع وجوه الرباعي (أثر(P)) .




قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

**التمرين (20)** منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

نعتبر النقط التالية A( 4 ; 0 ; -3 ) ، B( 2 ; 2 ; 2 ) ، C( 3 ;-3 ;-1 ) و D( 0 ; 0 ; -3 ) .

1) عين معادلة ديكارتية لمستوي محور [ AB ] ( ليكن (P) هذا المستوي ) .

2) نقبل فيما يلي أن المستويين محوري القطعتين

[ BC ] و [ DC ] معرفان بالمعادلتين 2x-10y-6z-7=0 و 3x-3y+2z-5=0 على الترتيب .

أ) - بين أن تقاطع هذه المستويات الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) - بين أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح كرة مركزها E يطلب تعيين نصف قطرها

---

**التمرين (21)** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

نعتبر المستقيمات $d_1$ ، $d_2$ ، $d_3$ ممثلة وسيطيا على الترتيب

$$d_1:\begin{cases} x=-2+5t \\ y=-1-t \\ z=3+4t \end{cases} \quad (t\in R) \qquad d_2:\begin{cases} x=1-t' \\ y=4+3t' \\ z=5-t' \end{cases} \quad (t'\in R) \qquad d_3:\begin{cases} x=-7+7t'' \\ y=-3t'' \\ z=2t'' \end{cases} \quad (t\in R)$$

- أدرس تقاطع $d_1$ و $d_2$ ثم $d_1$ و $d_3$

---

**التمرين (22)** نعتبر المستويين المعرفين بمعادلتين ديكارتين كما يلي :

$$(P): x+y=-1 \quad ، \quad (R): 2x+y+2z=0$$

1) تحقق أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم ( D ) يشمل النقطة A( 1 ; -2 ; 0 ) و موجه بالشعاع $\vec{u}(-2;2;1)$

2) بين أن المستقيم ( D ) و المستوي ( P' ) الذي معادلته $4x+4y+z+3=0$ يتقاطعان

3) استنتج حل الجملة

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+y+2z=0 \\ 4x+4y+z+3=0 \end{cases}$$

---

**التمرين (23)** نعتبر في الفضاء $(E)$ المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(0;-1;2)$ ، $B(1;1;2)$ ، $C(2;-1;0)$ و المستوي : $(P):-2x+y+2z+2=0$

و سطح الكرة : $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0$

1) أوجد المعادلة الديكارتية للمستوي $(ABC)$ .

2) حدد النقطة $\Omega$ مركز سطح الكرة $(S)$ و نصف قطرها $R$

3) برهن أن المستوي $(ABC)$ مماس لسطح الكرة $(S)$ في نقطة $E$ ينبغي تحديد إحداثياتها.

4) بيّن أن المستوي $(P)$ يقطع سطح الكرة $(S)$ وفق دائرة $(C)$ محددا إحداثيات مركزها $H$ ونصف قطرها $r$



Company Confidential

**التمرين (24)** ABC مثلث ، نضع $AB = c$ ، $BC = a$ ، $AC = b$ نعتبر A' مرجح الجملة $\{(B;b);(C;c)\}$

1) نعرف النقطة B' بـــ : $\overrightarrow{AB'} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$

بين أن $B'$ مرجح النقطتين $A$ و $B$ مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما .

2) لتكن $C'$ مرجح الجملة $\{(A;b);(C;c)\}$ ، بين أن $AB'A'C'$ معين .

3) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A;a);(B;b);(C;c)\}$ ، بين أن $I$ هو مركز الدائرة الداخلية للمثلث $ABC$.

**التمرين (25)** : الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

نعتبر النقط التالية : A( 1 ; 2 ; 3 ) ، B( 3 ; 2 ; 1 ) و C( 1 ; 3 ; 3 )

1) بين أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ، أكتب معادلة ديكارتية له .

2) نعتبر المستويين $(P_1)$ ، $(P_2)$ حيث : $(P_1): x-2y+2z-1=0$

و $(P_2): x-3y+2z+2=0$

a) بين أن $(P_1)$ ، $(P_2)$ يتقاطعان و ليكن ( Δ ) تقاطعهما

b) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم ( Δ )

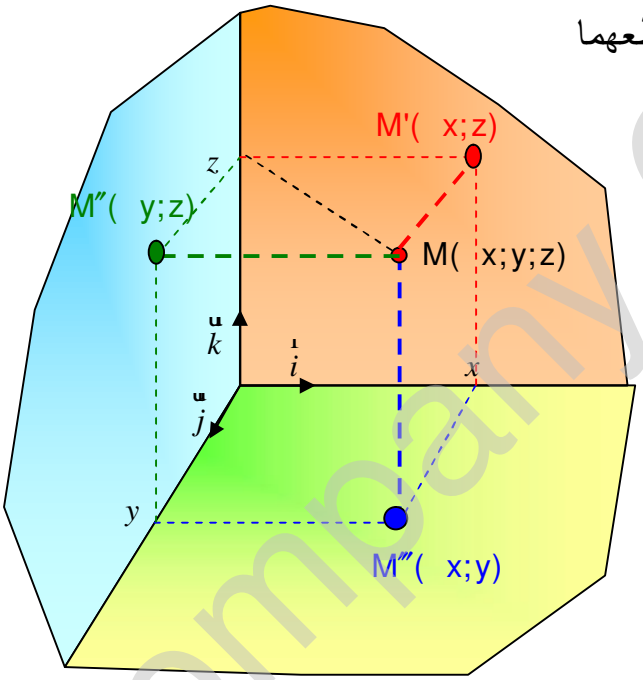
c) أثبت أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ شعاع توجيه للمستقيم ( Δ )

d) استنتج تمثيلا وسيطيا لـــ ( Δ )

2) لحساب بعد النقطة A عن المستقيم ( Δ )

الممثلة وسيطيا بالجملة

$$\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 3 \\ z = -k+3 \end{cases} \quad \text{مع} \quad t \in R$$




نعتبر النقطة M ذات الوسيط k من المستقيم ( Δ )

a) عين قيمة k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين

b) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم ( Δ )

3) . أ) من أجل كل عدد حقيقي $t$ ، نعتبر النقطة $M_t(2t+1;3;-t+3)$ .

- عيّن بدلالة $t$ الطول $AM_t$. ونرمز لهذا الطول بـــ $\varphi(t)$. ونعرف الدالة $\varphi$ من $R$ في $R$.

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة $\varphi$ واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

جـــ) فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى.

Company Confidential

# {التدريب على حل تمارين بكالوريات }

**التمرين (01)** :الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي $(P)$ الذي معادلته : $x+2y-z+7=0$ و النقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$

1 -تحقق أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي $(P)$ هي : $y+2z-2=0$

2 -أ - تحقق ان المستويين $(P)$ و $(ABC)$ متعامدان ، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ مستقيم تقاطع $(P)$ و $(ABC)$

ب - احسب المسافة بين النقطة $A$ والمستقيم $(\Delta)$

3 - لتكن $G$ مرجح الجملة $\{(A;1),(B;\alpha),(C;\beta)\}$ حيث $\alpha$ و $\beta$ عددان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$ ، عيّن $\alpha$ حتى تنتمي النقطة $G$ إلى المستقيم $(\Delta)$

---

**التمرين (02)** لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك .نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$

و المستوي $(P)$ الذي معادلته : $x-3z-4=0$ .

1) المستوي $(P)$ هو : ج1) $(BCD)$ ، ج2) $(ABC)$ ، ج3) $(ABD)$

2) شعاع ناظمي للمستوي $(P)$ هو :

ج1) $\vec{n_1}(1;2;1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2;0;6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2;0;-1)$

المسافة بين النقطة $D$ و المستوي $(P)$ هي: ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

---

**التمرين (03)** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

لتكن النقط $A(0;2;1)$ ، $B(-1;1;-3)$ ، $C(1;0;-1)$

1.اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة $S$ التي مركزها $C$ وتشمل النقطة $A$

2.ليكن المستقيم $(D)$ المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=-3+2\lambda \end{cases}$ حيث $\lambda$ عدد حقيقي .

أ) اكتب معادلة للمستوي $(P)$ الذي يشمل النقطة $C$ و يعامد المستقيم $(D)$

ب) احسب المسافة بين النقطة $C$ و المستقيم $(D)$

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم $(D)$ وسطح الكرة $S$

Company Confidential



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (04)** نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ المعرفيين بالتمثيلين الوسيطيين الأتيين :

$$\begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 2+\frac{1}{2}\lambda \\ z = -2-2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 6+\alpha \\ y = 1-2\alpha \\ z = 5+\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{على الترتيب}$$

1 - بيّن أن المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ ليسا من نفس المستوي.

2 - $M$ نقطة كيفية من $(\Delta)$ و $N$ نقطة كيفية من $(\Delta')$

أ) عيّن إحداثيات النقطتين $M$ و $N$ بحيث يكون المستقيم $(MN)$ عموديا على كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$ .

أ) احسب الطول $MN$ .

3 - عيّن معادلة للمستوي $(P)$ الذي يشمل المستقيم $(\Delta)$ و يوازي المستقيم $(\Delta')$ .

4 - احسب المسافة بين نقطة كيفية من $(\Delta')$ و المستوي $(P)$ . ماذا تلاحظ ؟

---

**التمرين (05)** نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

$A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستو يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

2/ نعتبر المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$ المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$(P_1): x-2y+2z-1=0$ و $(P_2): x-3y+2z+2=0$

بيّن أن $(P_1)$ و $(P_2)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ .

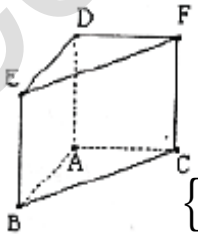
3/ بيّن أن النقطة $C$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ .

4/ بيّن أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو احد أشعة توجيه المستقيم $(\Delta)$.

5/ استنتج أن التمثيل الوسيطي للمستقيم $(\Delta)$ هو الجملة : $\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 3 \\ z = -k+3 \end{cases} ; (k \in \mathbb{R})$

---

**التمرين (06)** $ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث $ABC$ القائم في $A$ و المتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما $r$ حيث $(r \in \mathbb{R}_+^*)$ . ( انظر الشكل )




1) يرمز $I$ إلى منتصف $[AD]$ و $J$ إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$ .

بيّن أن $G$ مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$ .




قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

2) ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ .

- عيّن إحداثيات النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ ، $E$ ، $F$

- عيّن مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق :

$$2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$$

**التمرين (07)** نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقطتين $A(0;-1;1)$ و $B(1;-1;0)$ وسطح الكرة $(S)$ التي معادلتها

$$x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$$

1) بيّن أن مركز سطح الكرة $(S)$ هي النقطة $\Omega(1;0;2)$ ونصف قطرها هو $\sqrt{3}$

2) تحقق من أن $A$ تنتمي إلى $(S)$

3)تحقق أن النقط $A$ ، $B$ و $O$ ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي $(OAB)$ هي : $x+y+z=0$

4) بيّن أن المستوي $(OAB)$ مماس لسطح الكرة $(S)$ في النقطة $A$.

**التمرين (08) (أسئلة متعددة الاختيارات)**

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. عيّن، في كل حالة مما يلي، النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

1/ المستقيم الذي يشمل $A(1;2;-4)$ و $B(-3;4;1)$ والمستقيم الذي تمثيله الوسيطي معرف بـــ:

$$\begin{cases} x=-11-4t \\ y=8+2t \\ z=11+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

W متقاطعان W متوازيان تماما W متطابقان W ليسا من مستوي واحد

2/ ليكن المستوي $(P)$ المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$ والمستقيم $(d)$ المعرف بـــ:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

W $(P)$ و $(d)$ متقاطعان W $(P)$ و $(d)$ متوازيان تماما

W $(d)$ محتواه في $(P)$ W لآ احد من هذه الإمكانيات صحيحة

3/ المسافة بين النقطة $A(1;2;-4)$ والمستوي المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$

W $\frac{8}{7}$ W $8\sqrt{14}$ W $16$ W $\frac{8\sqrt{14}}{7}$

4/ لتكن النقطة $B(-3;4;1)$ وسطح الكرة $(S)$ المعرف بالمعادلة : $x^2+y^2+z^2=16$

W $B$ داخل $(S)$ W $B$ خارج $(S)$ W $B$ نقطة من $(S)$ W لا نعرف



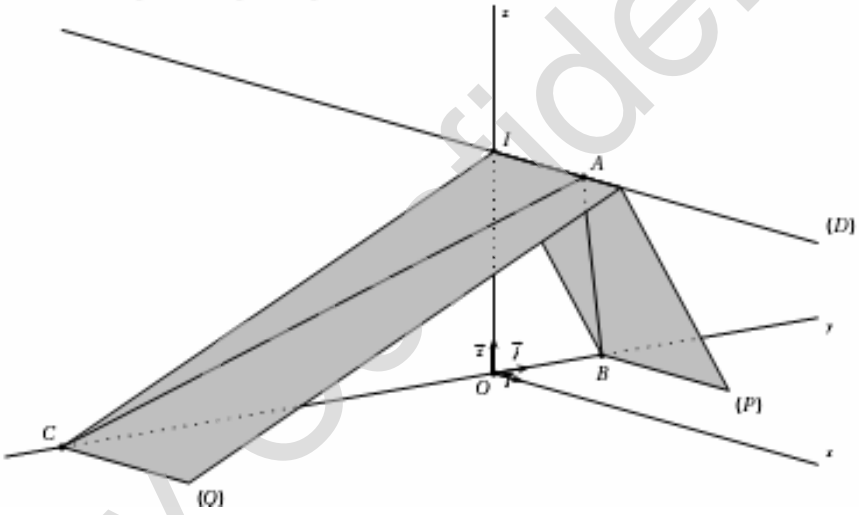
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

**التمرين (09)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقطتين A( 3; 0 ; 6 ) و I( 0; 0 ; 6 ) وليكن (D) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و I نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): 2y+z-6=0$ و $(Q): y-2z+12=0$

1. بيّن أن المستويين (P) و (Q) متعامدان
2. بيّن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D)
3. بيّن أن المستويين (P) و (Q) يقطعان ، على الترتيب ،المحور $(O;\vec{j})$ في النقطتين B و C
4. اثبت أن معادلة للمستوي (T) يشمل النقطة B والشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي له هي :

$$x+4y+2z-12=0$$

5. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA) .برهن أن المستقيم (OA) والمستوي (T) يتقاطعان في نقطة H يطلب تعيين إحداثياتها.
6. ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.




**التمرين (10)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة : $2x+y-2z+4=0$ و النقط : A( 3; 2 ; 6 ) ، B(1; 2 ; 4) ، C( 4; -2 ; 5 )

**1.** أ) بيّن أن النقـــــط A، B و C تعيّن مستويا .ب - بيّن أن هذا المستوي هو المستوي (P) .

**2.** أ) بيّن أن المثلث ABC قائم

ب) Δ مستقيم يشمل O ويعامد المستوي (P) ، أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ

جـــ ) K المسقط العمودي للنقطة O على (P) . احسب OK

**د)** احسب حجم الرباعي OABC

3. نعتبر الجملة المثقلة : $S=\{(O;3),(A;1),(B;1),(C;1)\}$

أ) بيّن أن هذه الجملة تقبل مرجحا

ب) نرمز بـــ I إلى مركز ثقل المثلث ABC . بيّن أن G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

جـــ) عيّن المسافة بين G والمستوي (P)

4. أ) عيّن (E) مجموعة M من الفضاء التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$

ب) ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (P) و(E) .




قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company confidential

**التمرين (11)** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقط :

$A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$

1.أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2. ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases}$ $(t\in R)$

أ) بيّن أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3. لتكن H النقطة المشتركة للمستقيم (d) والمستوي (ABC).

أ) بيّن أن النقطة H مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

ب)عيّن طبيعة المجموعة $(\Gamma_1)$ للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$$

وحدد العناصر المميزة

جـــ) عيّن طبيعة المجموعة $(\Gamma_2)$ للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$$

وحدد العناصر المميزة

د) عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة $(\Gamma_1\cap\Gamma_2)$ .

هـــ) هل النقطة $S(-8;1;3)$ تنتمي للمجموعة $(\Gamma_1\cap\Gamma_2)$ .

**التمرين (12)** الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(1;-2;1)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.والمستوي (R) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+2y-7=0$ .

أ - بيّن أن المستويين (P) و(R) متعامدان.

ب - برهن أن تقاطع المستويين (P) و(R) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(-1;4;-1)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;-1;1)$ .

جـــ) لتكن النقطة $A(5;-2;-1)$ . احسب بعد النقطة A عن المستوي (P) ثم بعد النقطة A عن المستوي (R) .

د) عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).

2. أ) من أجل كل عدد حقيقي $t$ ، نعتبر النقطة $M_t(1+2t;3-t;t)$ .

- عيّن بدلالة $t$ الطول $AM_t$ .ونرمز لهذا الطول بـــ $\varphi(t)$ .ونعرف الدالة φ من $R$ في $R$.

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة φ واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

جـــ) فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى.



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

Company Confidential
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (13)** : A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . k عدد حقيقي من المجال [ 1 ; -1 ] . $G_k$ مرجح الجملة $\{(A;k^2+1),(B;k);(C;-k)\}$ .

1) مثل النقط A ، B ، C و I منتصف [ BC ] ثم أنشئ النقطتين $G_1$ و $G_2$

2) a) بين أنه من أجل كل k من المجال [ 1 ; -1 ] لدينا : $\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

b) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ المعرفة على المجال [ 1 ; -1 ] كما يلي : $f(x)=\frac{-x}{x^2+1}$

c) استنتج مجموعة النقط $G_k$ لما k يمسح المجال [ 1 ; -1 ]

3) عين ( E ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ( F ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقط A ، B ، C تأخذ الإحداثيات ( 2 ; 0 ; 0 ) ، ( 1 ; 2 ; -1 ) و ( 5 ; 2 ; -1 ) على الترتيب.

a) عين إحداثيات $G_1$ و $G_2$ ، تحقق أن ( E ) و ( F ) يتقاطعان.

b) أحسب نصف قطر الدائرة ( C ) تقاطع ( E ) و ( F ) .

---

**التمرين (14) (أسئلة متعددة الاختيارات)** كل سؤال يتضمن أربع اختيارات من بينها اختيار واحد صحيح ، عيّنه مبررا إجابتك . الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .

1) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث : $\begin{cases}2x-6y+2z-7=0\\-x+3y-z+5=0\end{cases}$ هي :

ج1:مجموعة خالية ، ج2) مستقيم ، ج3) مستوي ، ج4) نقطة

2) المستقيمان الممثلان وسيطيا كما يلي : $\begin{cases}x=2+t\\y=-2-t\\z=4+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ و $\begin{cases}x=1-t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

ج1: متوازيان تماما ، ج2: متطابقان ، ج3: متقاطعان ، ج4) :ليسا من مستوي واحد

3) المسافة بين النقطة $A(1;-2;1)$ والمستوي الذي معادلته : $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $\frac{3}{11}$ ، ج2) : $\frac{3}{\sqrt{11}}$ ، ج3: $\frac{1}{2}$ ، ج4: $\frac{8}{\sqrt{11}}$

4) إحداثيات $H$ المسقط العمودي للنقطة $B(1;6;0)$ على المستوي الذي معـــــــادلته: $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $(3;1;5)$ ، ج2: $(2;3;1)$ ، ج3: $(3;0;2)$ ، ج4: $(-2;3;-6)$



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

Company Confidential
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (15)** نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط:
$A(2;1;-1)$ , $B(-1;2;4)$ ,$C(0;-2;3)$,$D(1;1;-2)$ و المستوي $(P)$
الذي معادلته: $x-2y+z+1=0$
- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبررا ذلك .
1) النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستوي ، 2) المستقيم $(AC)$ محتوى في المستوي $(P)$
3) معادلة ديكارتية للمستوي $(ABD)$ هي: $x+8y-z-11=0$

4) المستقيم $(AC)$ له تمثيل وسيطي الجملة التالية: $(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$

5) المستقيمان $(AB)$ و $(CD)$ متعامدان ، 6) بعد النقطة $C$ عن المستوي $(P)$ يساوي $4\sqrt{6}$

7) سطح الكرة التي مركزها $D$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ مماسة للمستوي $(P)$

8) النقطة $E\left(-\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ المسقط العمودي للنقطة $C$ على المستوي $(P)$

**التمرين (16)** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(1;2;1)$ و $C(3;-1;2)$

1 -تحقق أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي: $2x+y-z-3=0$

2 -نعتبر المستويين $(P)$ و $(R)$ المعرفيين على الترتيب بالمعادلتين :
$x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z-5=0$

- بيّن أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$

3 -ادرس تقاطع المستويات $(P)$ ،$(R)$ و $(ABC)$

4- عيّن بعد النقطة $A$ عن المستقيم (D) .

**التمرين (17)** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط:
$A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$ .

1. أ) أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.
ب) بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ .
ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

2. $(\Delta)$ مستقيم معرف بالتمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$

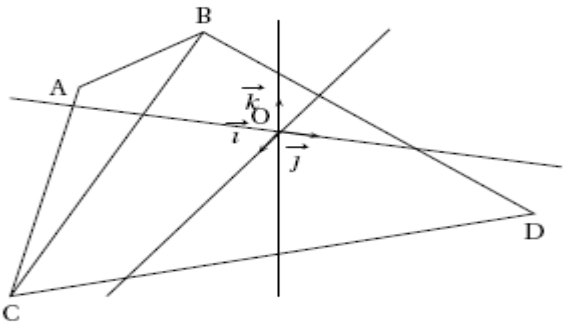

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

- برهن أن النقطة $D$ تنتمي للمستقيم $(\Delta)$ و أن هذا المستقيم عمودي على المستوي $(ABC)$.

3. لتكن النقطة $E$ المسقط العمودي للنقطة $D$ على المستوي $(ABC)$

-برهن أن النقطة $E$ مركز ثقل المثلث $ABC$ .

**التمرين (18)** الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.نعتبر النقط A( 3 ; -2 ; 2 ) ، B( 6 ; 1 ; 5 ) ، C( 6 ; -2 ; - 1 )




I) 1) بين أن المثلث ABC قائم .

2) ليكن ( P ) المستوي الذي معادلته :

$x+y+z-3=0$ . بين أن ( P ) عمودي على المستقيم ( AB ) و يمر من النقطة A .

3) ليكن ( P' ) المستوي العمودي على المستقيم ( $AC$ ) و الذي يشمل A .

- أكتب معادلة ديكارتية لـــ ( P' )

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم ( d ) مستقيم تقاطع ( P ) و ( P' ) .

**II)** 1) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(0;4;-1)$، بين أن المستقيم ( AD ) عمودي على المستوي ( ABC )

2) أحسب حجم رباعي الوجوه ABDC

3) بين أن قيس الزاوية $BDA$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان

4) أ) أحسب مساحة المثلث BDC

ب) استنتج بعد النقطة A عن المستوي ( BDC )

**التمرين (19)** نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ ، $C(2;0;0)$ و نسمي $I$ منتصف القطعة $[BC]$ و $G$ مركز المسافات المتساوية للنقط $A$ ، $B$ و $C$ و النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $O$ على المستوي $(ABC)$ .

- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبرهنا عن اختيارك .

1°) مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0$ هي المستوي $(AIO)$.

2°) مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$ هي سطح الكرة التي قطرها $[BC]$ .

3°) حجم رباعي الوجوه $OABC$ يساوي 4 وحدة حجوم .

4°) $2x+y+2z=4$ معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ وإحداثيات النقطة $H$ هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$

5°) المستقيم $(AG)$ يقبل التمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2-2t \end{cases}$



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential

**التمرين (20)** $ABCD$ رباعي وجوه بحيث المثلثات $ABC$ ، $ABD$ و $ACD$ قائمة في $A$ ومتساوية الساقين بحيث : $AB=AC=AD=a$ . نسمي $A_1$ مركز ثقل المثلث $BCD$ .

1) برهن أن المستقيم $(AA_1)$ يعامد المستوي $(BCD)$ . ( يمكنك حساب $\overrightarrow{AA_1}.\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AA_1}.\overrightarrow{BC}$ )

2) عبر بطريقتين مختلفتين عن حجم رباعي الوجوه $ABCD$ ، احسب طول القطعة $[AA_1]$ .

3) نسمي النقطة $G$ مركز المسافات المتساوية لرباعي الوجوه $ABCD$ و $I$ منتصف $[BC]$ .

أ) برهن أن النقطة $G$ تنتمي للقطعة $[AA_1]$ و احسب الطول $AG$ .

ب) عيّن مجموعة النقط $M$ من الفضاء بحيث يكون :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) النقطة $H$ نظيرة النقطة $A$ بالنسبة للنقطة $G$

أ) برهن أن : $4\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}$.

ب) برهن المساواة : $HC^2-HD^2=\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{BA}$ ثم استنتج أن $HC=HD$

**التمرين (21)** نعتبر رباعي الوجوه OABC حيث OAB، OAC و OBC مثلثات قائمة في O و OC=OB=OA=1، [CI] إرتفاع في المثلث ABC، [OH] إرتفاع في المثلث OIC .

1 - ما طبيعة المثلث ABC؟ أحسب الطول AB.

2 - أثبت أن المستقيمان (OH)و(AB) متعامدان و أن H ملتقى الارتفاعات في المثلث ABC .

3 - أرسم المثلث OCI بعد حساب الأطوال OIو CI (الوحدة هي طول (OC) ، عين H.

4. أ). عين الطول OH في المثلث OCI.

ب). أحسب V حجم رباعي الوجوه OABC ثم S مساحة ABC .

ج) أوجد علاقة بين V،SوOH ثم تحقق من النتيجة 4 -أ).

5.نعتبر النقطة D المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{HO}$ ثم ننسب الفضاء إلى المعلم $\left(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)$

أ). بين أن إحداثيات النقطة H هي $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. ب). بين أن رباعي الوجوه ABCD منتظم.

ج). لتكن Ω مركز سطح الكرة الداخلية للرباعي ABCD

بين أن Ω نقطة من المستقيم (OH) وأحسب إحداثياتها.

الهدية

## بطاقة تعزية ورثاء لحال الأمة

الى كل الشهداء الذين ضمخوا بدمائهم أرض الإسراء والمعراج أقول لهم ما قاله رب العزة(سلام عليكم بما صبرتم فنعم عقبى الدار) صدق الله العظيم ، والخاسرون الحقيقيون هم الذين تقاعسوا وقعدوا عن نصرة إخوانهم في فلسطين الجريحة وبغداد الأسيرة ،(ولا تحسبن الله غافلا عما يعمل الظالمون) صدق الله العظيم .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM
Company Confidential