دراسة دالة أسية رقم 01 + 02

المسألة 01 :

لتكن الدالة f المعرفة على $\{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$.

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند 1 ، ثمّ بيّن أنّ المستقيم الذي معادلته $y = 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

2) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $f(x) = \frac{2}{e^x - 1} + 1$.

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، و أنّ المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ مقارب للمنحنى (C) عند $-\infty$.

3) حدّد وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المقاربين .

4) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، و شكّل جدول تغيّراتها .

5) أنشئ المنحنى (C) و المستقيمات المقاربة .

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $2e^x = (e^x - 1)(1 - m)$.

المسألة 02 :

نعتبر الدالتان f_0 وَ f_1 المعرّفتان على $\{1\}$ كما يلي : $f_0(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ وَ $f_1(x) = \frac{1}{1 - e^x}$.

و ليكن (C_0) وَ (C_1) منحناهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

) 1) أحسب نهاية f_0 عند $+\infty$ وَ $-\infty$ ، ثمّ استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_0) .

2) بيّن أنّ النقطة $K(0;\frac{1}{2})$ هي مركز التناظر للمنحنى (C_0) .

3) أدرس تغيّرات الدالة f_0 .

4) عيّن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_0) عند النقطة K .

5) أ) بيّن أنّه لدراسة وضعية (T) بالنسبة إلى (C_0) يكفي دراسة إشارة العبارة : $g(x) = 2e^x - xe^x - 2$ x

ب) أحسب كلا من $g'(x)$ وَ $g''(x)$ ، ثمّ عيّن مع التبرير إشارة $g''(x)$ ، $g'(x)$ ، $g(x)$ ، و ذلك حسب قيم x .

ج) إستنتج و ضعية المنحنى (C_0) بالنسبة إلى المماس (T) .

د) أنشئ المماس (T) وَ المنحنى (C_0) .

) 1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x تكون النقطتان : $M(x;f_0(x))$ وَ $M'(x;f_1(x))$ متناظرتان بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}$.

2) شكّل جدول تغيّرات الدالة f_1 ، ثمّ أنشئ المنحنى (C_1) في نفس المعلم السابق .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حـــل مختصر للمسألة رقم 01

❖) لدينا : $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$.

1) حساب النهاية : $\lim_x f(x)$ ، لأنّ : $\lim_x (x \quad 1)$ $\lim_x (\frac{2e^x}{e^x \quad 1}) \quad 0$.

❖) بما أنّ : $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$ وَ 0 ، $\lim_x (\frac{2e^x}{e^x \quad 1})$.

إذن المستقيم ذو المعادلة : $y \quad x \quad 1$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

2) أ) التحقّق أنّ : $\frac{2}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$.

لدينا : $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$ ، إذن يمكن كتابة : $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1 \quad 2$ $f(x)$ ، أي :

$\frac{2e^x \quad 2 \quad 2e^x}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$ ، و منه : $\frac{2}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$ ، و هو المطلوب .

ب) حساب النهاية عند 1 (نستعمل العبارة الثانية) .

$\lim_x f(x)$ ، لأنّ : $\lim_x (x \quad 1)$ $\lim_x (\frac{2}{e^x \quad 1}) \quad 0$.

❖) بما أنّ : $\frac{2}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$ وَ 0 $\lim_x (\frac{2}{e^x \quad 1})$.

إذن المستقيم ذو المعادلة $y \quad x \quad 1$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

3) تحديد الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة للمقاربين :

❖) ندرس إشارة : $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ $(x \quad 1)$ $f(x)$ ، نلاحظ أنّ : 0 $\frac{2e^x}{e^x \quad 1}$ من أجل كل x من .

إذن : المنحني (C) يقع تحت المستقيم ذو المعادلة $y \quad x \quad 1$.

❖) ندرس إشارة : $\frac{2}{e^x \quad 1}$ $(x \quad 1)$ $f(x)$ ، نلاحظ أنّ : 0 $\frac{2}{e^x \quad 1}$ من أجل كل x من .

إذن : المنحني (C) يقع فوق المستقيم ذو المعادلة $y \quad x \quad 1$.

4) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f : (نختار الشكل $\frac{2}{e^x \quad 1}$ $x \quad 1$ $f(x)$) .

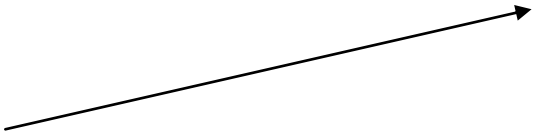
❖) الدالة المشتقة : $\frac{e^{2x} \quad 2e^x \quad 1 \quad 2e^x}{(e^x \quad 1)^2}$ $\frac{(e^x \quad 1)^2 \quad 2e^x}{(e^x \quad 1)^2}$ $\frac{2e^x}{(e^x \quad 1)^2}$ 1 ، $f\,(x)$

و منه : $\frac{e^{2x} \quad 1}{(e^x \quad 1)^2}$ ، $f\,(x)$ نلاحظ أنّ : 0 $f\,(x)$ من أجل كل x من .

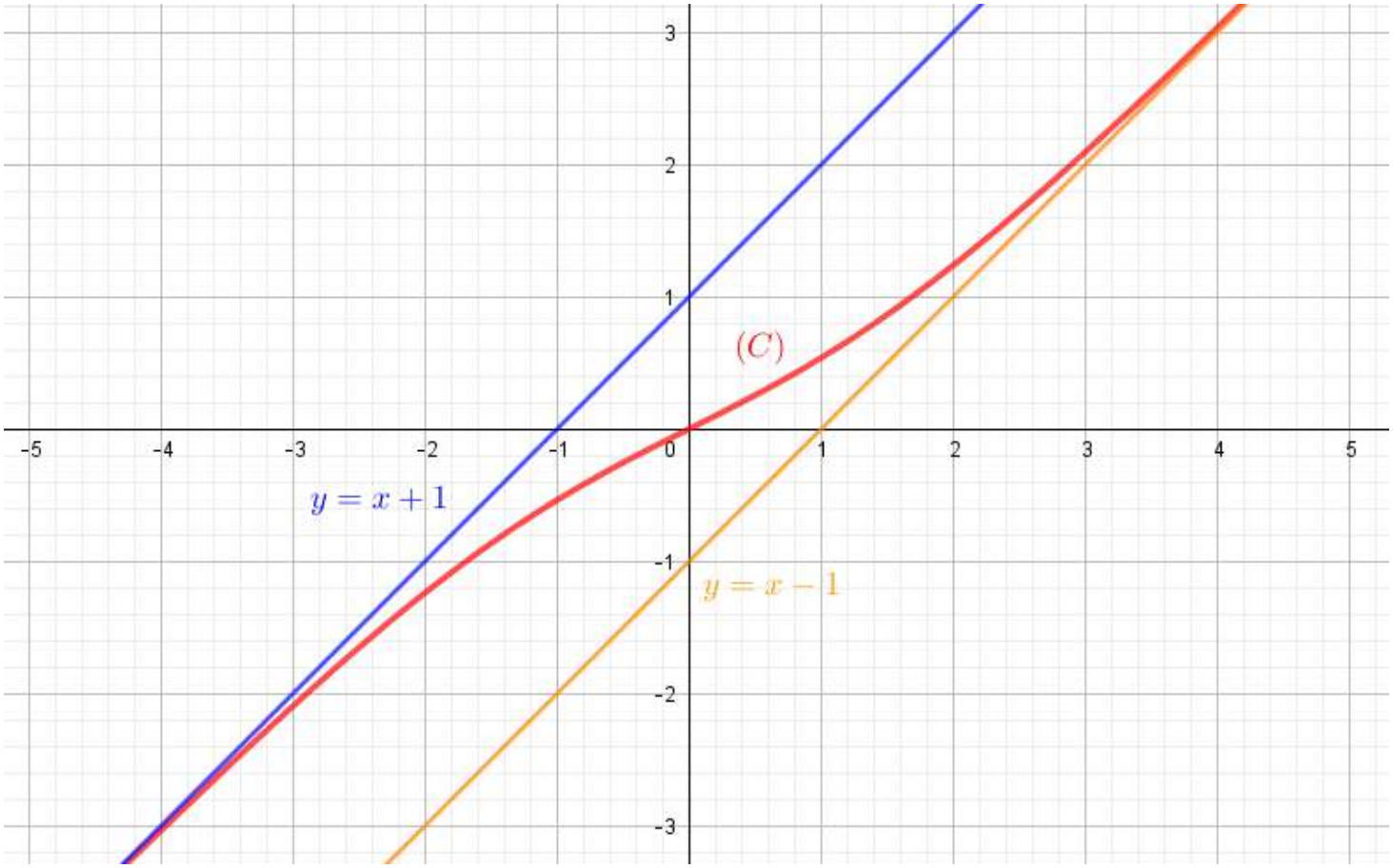
إذن : الدالة f متزايدة تماما على .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

❖) جدول التغيرات :

x	
$f\ (x)$	
$f(x)$	

5) الإنشـــــاء :



6) المناقشة البيانية :

لدينا : $0 \quad 2e^x \quad (1 \quad m)(e^x \quad 1)$ ، أي : $2e^x \quad (1 \quad m)(e^x \quad 1)$ ، أي : $1 \quad m$ ، أي : $\dfrac{2e^x}{e^x \quad 1}$

$m \quad 1$ ، $\dfrac{2e^x}{e^x \quad 1}$ ، (بإضافة 1) : $x \quad m$ ، و منه : $x \quad 1 \quad \dfrac{2e^x}{e^x \quad 1} \quad x \quad m$. $f(x) \quad x \quad m$

إذن : عدد حلول المعادلة هو عدد فواصل نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم ذو المعادلة $m \quad x \quad y$ و الذي يوازي المقاربين للمنحني (C) هما : $1 \quad x \quad 1 \quad y$ وَ $y \quad x \quad 1$.

أي أنّ المناقشة البيانية تكون كما يلي :

❖) لما : $1 \quad ; \quad m$ ، المعادلة لا تقبل حلول .

❖) لما : $1; \quad m \quad 1$ ، المعادلة لا تقبل حلول .

❖) لما : $1;1 \quad m$ ، المعادلة تقبل حل وحيد .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حـــل مختصر للمسألة رقم 02

1) حساب نهايات الدالة f_0 :

❖ $\lim\limits_{x} \dfrac{e^x}{1 \quad e^x}$ $\quad 0 \ldots . \dfrac{0}{1}$ $\quad \lim\limits_{x} f_0(x)$. المنحني (C_0) يقبل حامل محور الفواصل كمقارب بجوار

❖ 1 $\quad \lim\limits_{x} \dfrac{1}{\dfrac{1}{e^x} \quad 1}$ $\quad \lim\limits_{x} \dfrac{e^x}{1 \quad e^x}$ $\quad \lim\limits_{x} f_0(x)$. المنحني (C_0) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته : $1 \quad y$ ، بجوار .

2) لدينا النقطة $K(0;\dfrac{1}{2})$.

❖ أوّلا : D_{f_0} متناظرة بالنسبة إلى 0 .

❖ ثانيا : نبيّن أنّ : $2b \quad f_0(x) \quad f_0(2a \quad x)$ ، مع : $\begin{matrix} a & 0 \\ b & \frac{1}{2} \end{matrix}$ ، أي : $1 \quad f_0(\quad x) \quad f_0(x)$.

❖ لنحسب : $\dfrac{e^x}{1 \quad e^x} \quad \dfrac{e^{\ x}}{1 \quad e^{\ x}} \quad f_0(x) \quad f_0(\quad x)$ ، أي : $\dfrac{e^x}{1 \quad e^x} \quad \dfrac{e^{\ x} \quad e^x}{(1 \quad e^{\ x})e^x} \quad f_0(x) \quad f_0(\quad x)$ ،

أي : $\dfrac{e^x}{1 \quad e^x} \quad \dfrac{1}{1 \quad e^x} \quad f_0(x) \quad f_0(\quad x)$ ، أي : $1 \quad f_0(\quad x) \quad f_0(x) \quad \dfrac{1 \quad e^x}{1 \quad e^x} \quad f_0(\quad x) \quad f_0(x)$.

إذن : النقطة K هي مركز التناظر للمنحني (C_0) .

3) دراسة تغيّرات الدالة f_0 :

❖ حساب $f_0 \ (x)$: $\dfrac{e^x}{(1 \quad e^x)^2} \quad \dfrac{e^{2x} \quad e^x \quad e^{2x}}{(1 \quad e^x)^2} \quad \dfrac{e^x(e^x \quad 1) \quad e^{2x}}{(e^x \quad 1)^2} \quad f_0 \ (x)$.

نلاحظ أنّ : $0 \quad f_0 \ (x)$ من أجل كل x من ، إذن : الدالة f_0 متزايدة تماما على .

❖ جدول التغيّرات :

x	
$f_0 \ (x)$	
$f_0(x)$	1 0 ↗

4) كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة K :

$f_0(0)(x \quad 0) \quad f_0(0)$ ، و منه : $(T) : y \quad \dfrac{1}{2} \quad \dfrac{1}{4}x$ ، لأنّ : $(T) : y$ $\begin{matrix} f_0 \ (0) & \frac{1}{4} \\ f_0(0) & \frac{1}{2} \end{matrix}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) أ) دراسة وضعية (C_0) بالنسبة إلى (T) : ندرس إشارة الفرق $f(x) \quad (\frac{1}{4}x \quad \frac{1}{2})$

$\frac{4e^x \quad x \quad xe^x \quad 2 \quad 2e^x}{4(e^x \quad 1)} \quad \frac{x \quad 2}{4} \quad \frac{e^x}{e^x \quad 1} \quad (\frac{1}{4}x \quad \frac{1}{2}) \quad f(x)$ ، أي :

$\frac{2e^x \quad xe^x \quad x \quad 2}{4(e^x \quad 1)} \quad \frac{x \quad 2}{4} \quad \frac{e^x}{e^x \quad 1} \quad (\frac{1}{4}x \quad \frac{1}{2}) \quad f(x)$ ، و منه : $\frac{g(x)}{4(1 \quad e^x)} \quad (\frac{1}{4}x \quad \frac{1}{2}) \quad f(x)$.

❖) لدينا : $4(1 \quad e^x) \quad 0$ ، إذن : لدراسة إشارة الفرق يكفي دراسة إشارة $g(x)$.

ب) حساب $g(x)$ وَ $g(x)$:

❖) $1 \quad xe^x \quad e^x \quad 2e^x \quad (e^x \quad xe^x) \quad 1 \quad 2e^x$ ، $g(x)$ ، و منه : $g(x) \quad e^x \quad xe^x \quad 1$.

❖) $xe^x \quad e^x \quad e^x \quad (e^x \quad xe^x) \quad e^x$ ، $g(x)$ ، و منه : $g(x) \quad xe^x$.

- إذن إشارة $g(x)$ من إشارة x .

❖) إشارة $g(x)$:

x	0
$g(x)$	0
$g(x)$	$g(0) \quad 0$

❖) إشارة $g(x)$:

x	0
$g(x)$	0
$g(x)$	$g(0) \quad 0$

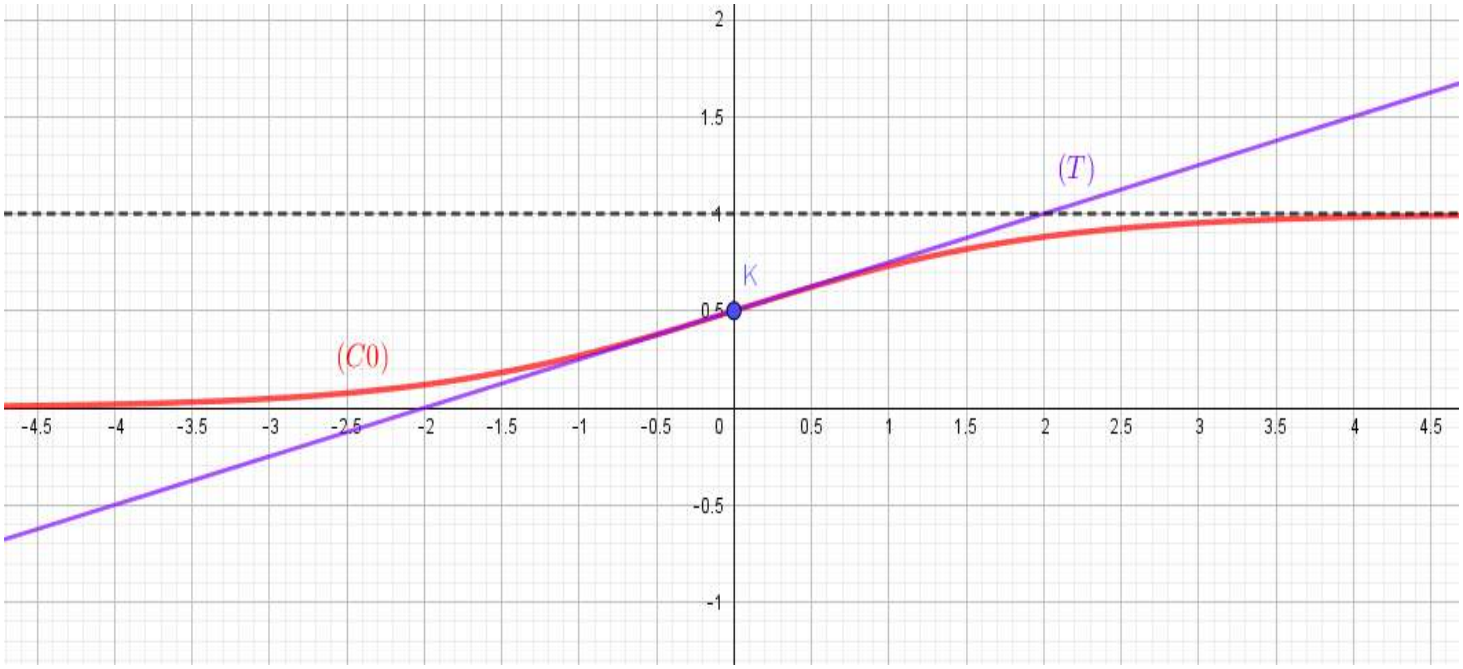
ج) إشارة : $g(x)$:

x	0	
$g(x)$		
الوضعية	(T) يقع فوق (C_0)	(T) يقع تحت (C_0)
	(T) يخترق (C_0) عند النقطة K	

❖) إستنتاج : النقطة K تعتبر نقطة إنعطاف للمنحني (C_0) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

د) الإنشـــــاء :



1) تكون النقطتان : $M(x;f_0(x))$ وَ $M\ (x;f_1(x))$ متناظرتان بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y\ ،\ \frac{1}{2}$

إذا كان : $\frac{1}{2}\quad \frac{f_0(x)\quad f_1(x)}{2}$.

❖) نحسب : $\frac{1}{2}\quad \frac{e^x\quad 1}{e^x\quad 1}\quad \frac{\frac{e^x}{1}\quad \frac{1}{e^x}}{2}\quad \frac{f_0(x)\quad f_1(x)}{2}$.

و منه : M وَ M متناظرتان بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة : $\frac{1}{2}$ y .

أي أنّ : (C_0) وَ (C_1) متناظران بالنسبة لهذا المستقيم .

2) تشكيل جدول تغيّرات الدالة f_1 :

بما أنّ (C_0) وَ (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم $\frac{1}{2}$ y فإنّ : $\frac{1}{2}\quad \frac{f_0(x)\quad f_1(x)}{2}$ ،

إذن : $\frac{1}{2}\quad \frac{f_0\quad f_1}{2}$ ، أي : $1\quad f_1\quad f_0$ ، و منه : $f_0\quad 1\quad f_1$.

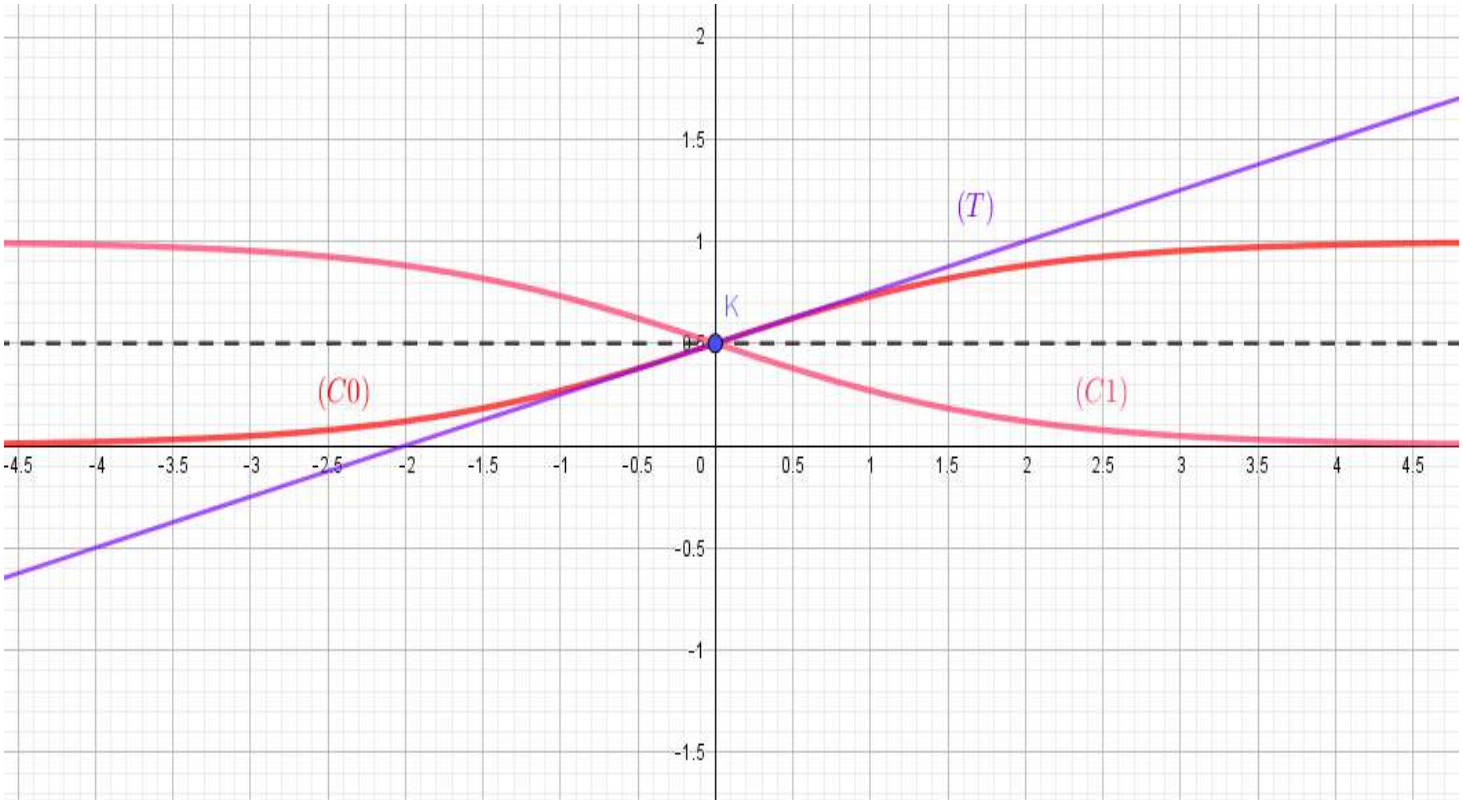
و عليه فإنّ : إتجاه تغيّر الدالة f_1 هو عكس إتجاه تغيّر الدالة f_0 .

❖) جدول التغيّرات :

x	
$f_1\ (x)$	
$f_1(x)$	$1 \searrow 0$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

❖) الإنشـــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة أسية رقم 03 + 04

المسألة 03 :

) لتكن الدالة g المعرفة على كما يلي : $1 \quad x \quad e^x \quad g(x)$.

1) أحسب نهايات الدالة g عند وَ عند .

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، و شكّل جدول تغيّراتها .

3) أحسب $g(0)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

) نعتبر الدالة f المعرّفة على كما يلي : $\frac{x}{e^x \quad x}$ $f(x)$.

(C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند وَ عند ، ثمّ فسّر النتائج هندسياً .

2) أحسب $f(x)$ ، ثمّ أدرس إتجاه تغيّر الدالة الدالة f وَ شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ) عيّن معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

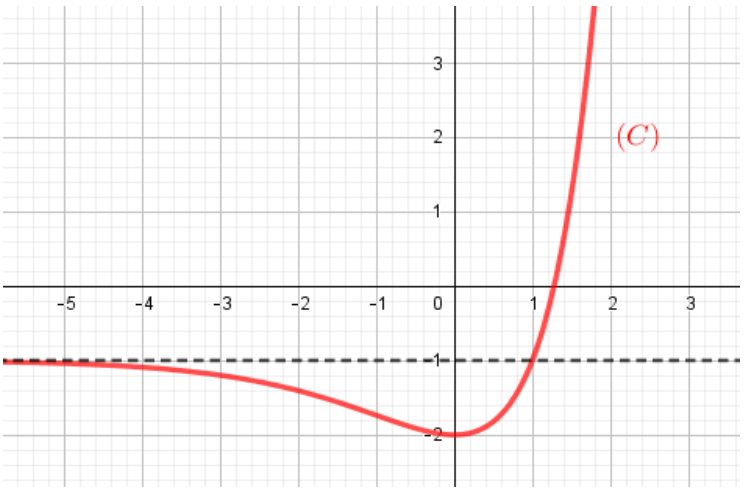
ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى المماس (T) .

4) انشئ المماس (T)، وَ المستقيمات المقاربة، وَ المنحني (C) .

5) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانياً و حسب قيم m حلول المعادلة : $mx \quad f(x)$.

المسألة 04 :

) في الشكل المقابل : (C) هو المنحنى الممثل للدالة g المعرّفة على بـ : $c \quad b)e^x \quad (ax \quad g(x)$.



1) بقراءة بيانية :

أ) عيّن $\lim_{x} g(x)$ ، ثمّ استنتج قيمة c .

ب) عيّن نهاية الدالة g عند .

ج) عيّن كلاً من : $g(0)$ وَ $g\,(0)$ ، ثم استنتج قيمتي كل من a وَ b .

2) نفرض فيما يلي : $1 \quad 1)e^x \quad (x \quad g(x)$.

أ) شكّل جدول تغيّرات الدالة g .

ب) بيّن أنّ المعادلة $0 \quad g(x)$ تقبل حلاً وحيداً محصور بين : $1,2$ وَ $1,3$.

ج) إستنتج إشارة $g(x)$.

) نعتبر الدالة f المعرّفة على كما يلي : $\frac{x}{e^x \quad 1}$ $f(x)$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في م.م.م.م $(O;i;j)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند وَ ، ثم حدّد المستقيم المقارب بجوار .

2) بيّن أنّ المستقيم ( ) ذو المعادلة $x \quad y$ مقارب لـ (C_f) بجوار ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى ( ) .

3) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، وَ شكّل جدول تغيّراتها .

4) بيّن أنّ : $1 \quad f(\ )$ ، ثمّ استنتج حصراً لـ $f(\ )$.

5) أنشئ المنحني (C_f) .

6) ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(m) \quad f(x)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للمسألة رقم 03

) لدينا : $1 \quad x \quad e^x$. $g(x)$

1) حساب النهايات :

❖) $\lim_{x} (e^x \quad x \quad 1)$ $\lim_{x} g(x)$ ، لأنّ : $\lim_{x} (e^x) \quad 0$ $\lim_{x} (\quad x)$.

❖) $\lim_{x} x(\frac{e^x}{x} \quad 1 \quad \frac{1}{x})$ $\lim_{x} g(x)$ $\lim_{x} (e^x \quad x \quad 1)$ ، لأنّ : $\lim_{x} (\frac{e^x}{x})$ $\lim_{x} (\frac{1}{x}) \quad 0$.

2) دراسة تغيرات الدالة g ، و تشكيل جدول تغيّراتها :

❖) الدالة المشتقة : $1 \quad e^x$. $g(x)$

- تكون 0 $g(x)$ ، أي : $(0$ $e^x \quad 1$ ، أي : $e^x \quad 1 \quad 0)$ ، إذا كان : 0 x .

- تكون 0 $g(x)$ ، أي : $(0$ $e^x \quad 1$ ، أي : $e^x \quad 1 \quad 0)$ ، أذا كان : 0 x .

إذن الدالة g متناقصة على المجال $0;$ ، و متزايدة على المجال $0;$.

❖) جدول التغيرات :

x	0
$g(x)$	○
$g(x)$	↘ 0 ↗

3) نحسب : 0 $g(0)$ ، و عليه نستنتج و نلخص إشارة $g(x)$ في الجدول التالي :

x	0
$g(x)$	○

) لدينا : $\frac{x}{e^x \quad x}$: $f(x)$

1) حساب النهايات :

❖) 1 $\lim_{x} \frac{1}{\frac{e^x}{x} \quad 1}$ $\lim_{x} \frac{x}{x(\frac{e^x}{x} \quad 1)}$ $\lim_{x} \frac{x}{e^x \quad x}$ $\lim_{x} f(x)$ ، لأنّ : 0 $\lim_{x} \frac{e^x}{x}$.

❖) 0 $\lim_{x} \frac{1}{\frac{e^x}{x} \quad 1}$ $\lim_{x} \frac{x}{x(\frac{e^x}{x} \quad 1)}$ $\lim_{x} \frac{x}{e^x \quad x}$ $\lim_{x} f(x)$ ، لأنّ : $\lim_{x} \frac{e^x}{x}$.

❖) التفسير الهندسي :

- بجوار المنحني (C) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته : 1 y .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

- بجوار المنحني (C) يقبل حامل محور الفواصل كمستقيم مقارب .

2) ❖) حساب $f(x)$: $\frac{(e^x \quad x)\quad (e^x \quad 1)\quad x}{(e^x \quad x)^2}$ $\frac{e^x \quad x \quad xe^x \quad x}{(e^x \quad x)^2}$ $\frac{e^x \quad xe^x}{(e^x \quad x)^2}$ $\frac{e^x(1 \quad x)}{(e^x \quad x)^2}$. $f(x)$

إذن : إشارة $f(x)$ من إشارة $(x \quad 1)$ ، أي :

تكون : $0 \quad f(x)$ إذا كان : $1 \quad x$ وَ تكون : $0 \quad f(x)$ ، إذا كان : $1 \quad x$.

❖) و عليه : الدالة f متزايدة على المجال $1;$ و متناقصة على المجال $1;$.

❖) جدول التغيرات :

x	1
$f(x)$	○
$f(x)$	$f(1)$ ↗ ↘
	1 $\qquad$ 0

$0,58 \quad \frac{1}{e \quad 1} \quad f(1)$.

3) أ) معادلة المماس (T) :

$f(0) \quad f(0)(x \quad 0) \quad y : (T)$ ، و منه : $x \quad y : (T)$ ، لأنّ : $\begin{matrix} f(0) & 1 \\ f(0) & 0 \end{matrix}$.

ب) الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (T) : أي ندرس إشارة الفرق $f(x) \quad x$:

$\frac{x \quad g(x)}{e^x \quad x}$ $\frac{x(e^x \quad x \quad 1)}{e^x \quad x}$ $\frac{x(1 \quad e^x \quad x)}{e^x \quad x}$ $\frac{x \quad xe^x \quad x^2}{e^x \quad x}$ $x \quad \frac{x}{e^x \quad x} \quad x \quad f(x)$.

❖) لدينا من الجزء الأول : $0 \quad g(x)$ ، أي : $0 \quad x \quad 1 \quad e^x$ ، أي : $1 \quad x \quad e^x$ ، و منه : $0 \quad x \quad e^x$.

إذن : إشارة $(f(x) \quad x)$ من إشارة $(x \quad g(x))$ ، و بما أنّ : $0 \quad g(x)$ ، فالإشارة من إشارة $(x \quad)$.

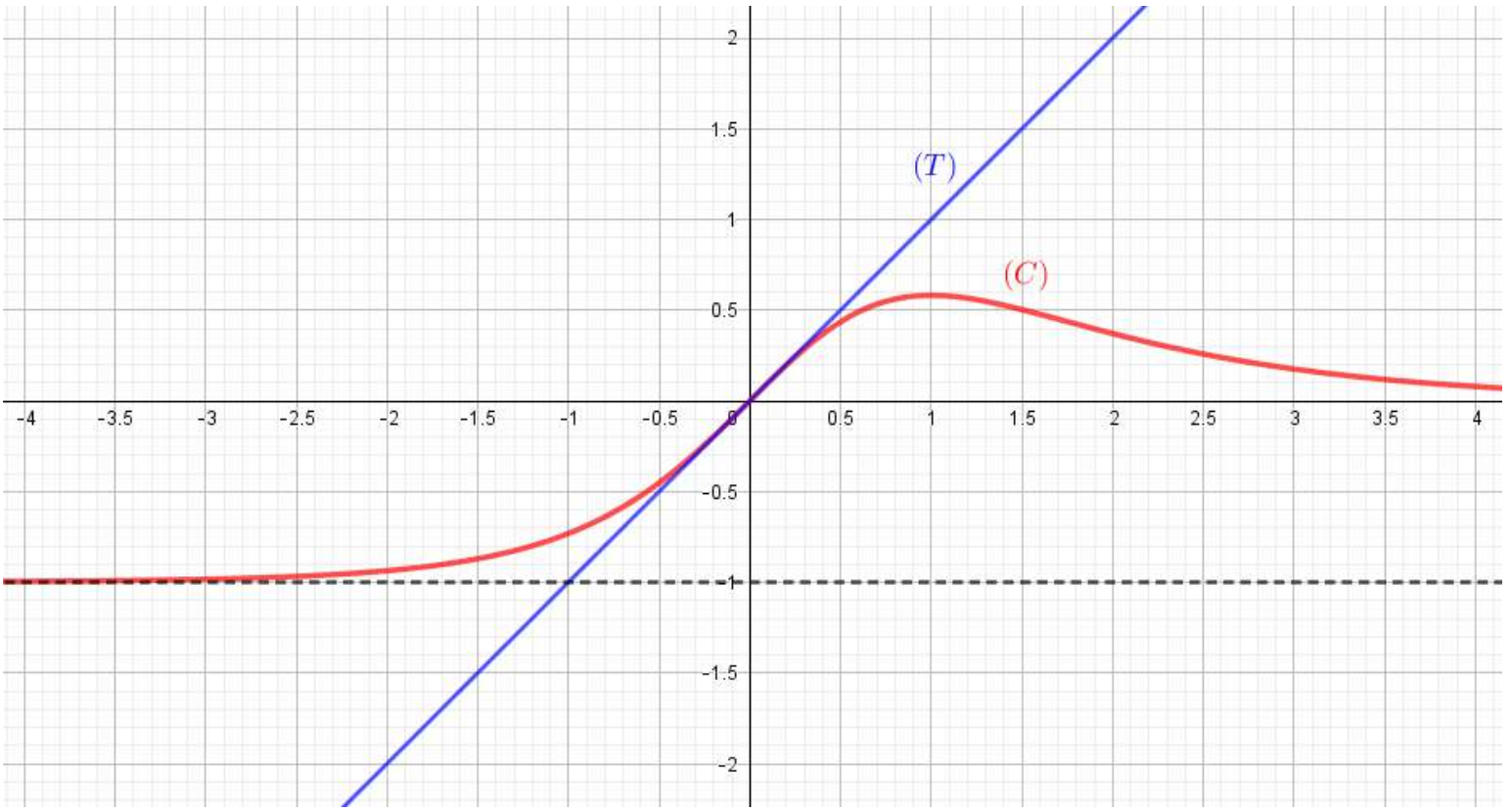
❖) نلخص الوضعية في الجدول التالي :

x	0
x	○
الوضعية	(C) يقع فوق (T) $\qquad$ (C) يقع تحت (T)
	(C) يخترق (T) في النقطة O

ملاحظة : المبدأ O يعتبر نقطة إنعطاف للمنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4) الإنشـــــاء :



5) المناقشة البيانية :

لدينا : $f(x) \quad mx$ ، عدد حلول هذه المعادلة هو عدد فواصل نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y \quad mx$ هذا الأخير يمرّ بالمبدأ O ، (مناقشة دورانية) .

❖) إذا كان : $m \quad 1$ ، $m \quad 0$ فإنّ : المعادلة تقبل ثلاث حلول .

❖) إذا كان : $m \quad 1$ أو $m \quad 0$ فإنّ : المعادلة تقبل حل واحد .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للمسألة رقم 04

) 1) بقراءة بيانية :

أ) لدينا : $\lim_{x} g(x)$ 1 ، و نعلم أنّ : c $\lim_{x}(axe^{x}$ be^{x} $c)$ $\lim_{x}(ax$ $b)e^{x}$ c $\lim_{x} g(x)$.

إذن نستنتج أنّ : 1 c .

ب) لدينا : $\lim_{x} g(x)$.

ج) لدينا : 2 $g(0)$ وَ 0 $g(0)$.

- لدينا : 2 $g(0)$ ، أي : 2 $(a$ 0 $b)e^{0}$ 1 2 ، أي : b 1 b ، و منه : 1 .

- نحسب $g(x)$: $e^{x}(a$ ax $b)$ $(ax$ $b)e^{x}$ a e^{x} $g(x)$ ، لدينا : 0 $g(0)$ ، أي :

$e^{0}(a$ a 0 1) 0 ، أي : 1 0 ، و منه : 1 a .

إذن : $(x$ $1)e^{x}$ 1 $g(x)$.

2) أ) تشكيل جدول تغيّرات الدالة g :

x	0
$g(x)$	○
$g(x)$	1 ↘ 2 ↗

ب) الدالة g مستمرة و رتيبة على المجال $1,2;1,3$ ، و بما أنّ : $g(1,2)$ … $(1,3)$ … ، أي : 0 $g(1,3)$ $g(1,2)$.

إذن : حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة 0 $g(x)$ تقبل حلا وحيدا محصور بين : $1,2$ وَ $1,3$.

ج) إشارة $g(x)$:

x	
$g(x)$	○

) لدينا : $\frac{x}{e^{x}}$ 1 $f(x)$.

1) حساب النهايات :

❖) $\lim_{x}\frac{x}{e^{x}}$ 1 $\lim_{x} f(x)$.

❖) 0 $\lim_{x}\frac{1}{\frac{e^{x}}{x}}$ $\frac{1}{x}$ $\lim_{x}\frac{x}{x(\frac{e^{x}}{x}}$ $\frac{1}{x})$ $\lim_{x}\frac{x}{e^{x}}$ 1 $\lim_{x} f(x)$.

❖) بجوار المنحني (C_f) يقبل حامل محور الفواصل كمستقيم مقارب .

2) لدينا : x y : ( ) ، نحسب : $\lim_{x}\frac{x}{e^{x}}$ 1 x $\lim_{x}\frac{x$ xe^{x} $x}{e^{x}}$ 1 x $\lim_{x} f(x)$ ،

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و منه : 0 $\dfrac{xe^{x}}{e^{x}\quad 1}$ x $f(x)$ $\lim\limits_{x}$ ، لأنّ : $\lim\limits_{x}(e^{x}\quad 1)\quad 1$ $\lim\limits_{x}(\quad xe^{x})\quad 0$

إذن : المستقيم $(\quad)$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار .

❖) الوضعية : أي ندرس إشارة $\dfrac{xe^{x}}{e^{x}\quad 1}$ ، إذن : الإشارة من إشارة $(x\quad)$.

x	0
x	
الوضعية	$(\quad)$ يقع فوق (C_f) ؛ $(\quad)$ يقع تحت (C_f) ؛ $(\quad)$ يقطع (C_f) في النقطة O

3) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f :

❖) نحسب : $f\ (x)$:

$\dfrac{g(x)}{(e^{x}\quad 1)^{2}}$ $\dfrac{(x\quad 1)e^{x}\quad 1}{(e^{x}\quad 1)^{2}}$ $\dfrac{(\quad x\quad 1)e^{x}\quad 1}{(e^{x}\quad 1)^{2}}$ $\dfrac{e^{x}\quad 1\quad xe^{x}}{(e^{x}\quad 1)^{2}}$ $\dfrac{(e^{x}\quad 1)\quad xe^{x}}{(e^{x}\quad 1)^{2}}$. $f\ (x)$

إذن : إشارة $f\ (x)$ من إشارة $g(x)$.

❖) جدول التغيّرات :

x	
$f\ (x)$	
$f(x)$	$f(\quad)$ ؛ 0

4) إثبات أنّ : 1 $f(\quad)$.

نعلم أنّ : 0 $g(\quad)$ ، أي : 0 1 $)e$ 1 $(\quad$ $)e$ 1 ، و منه : $\dfrac{1}{1}$. e

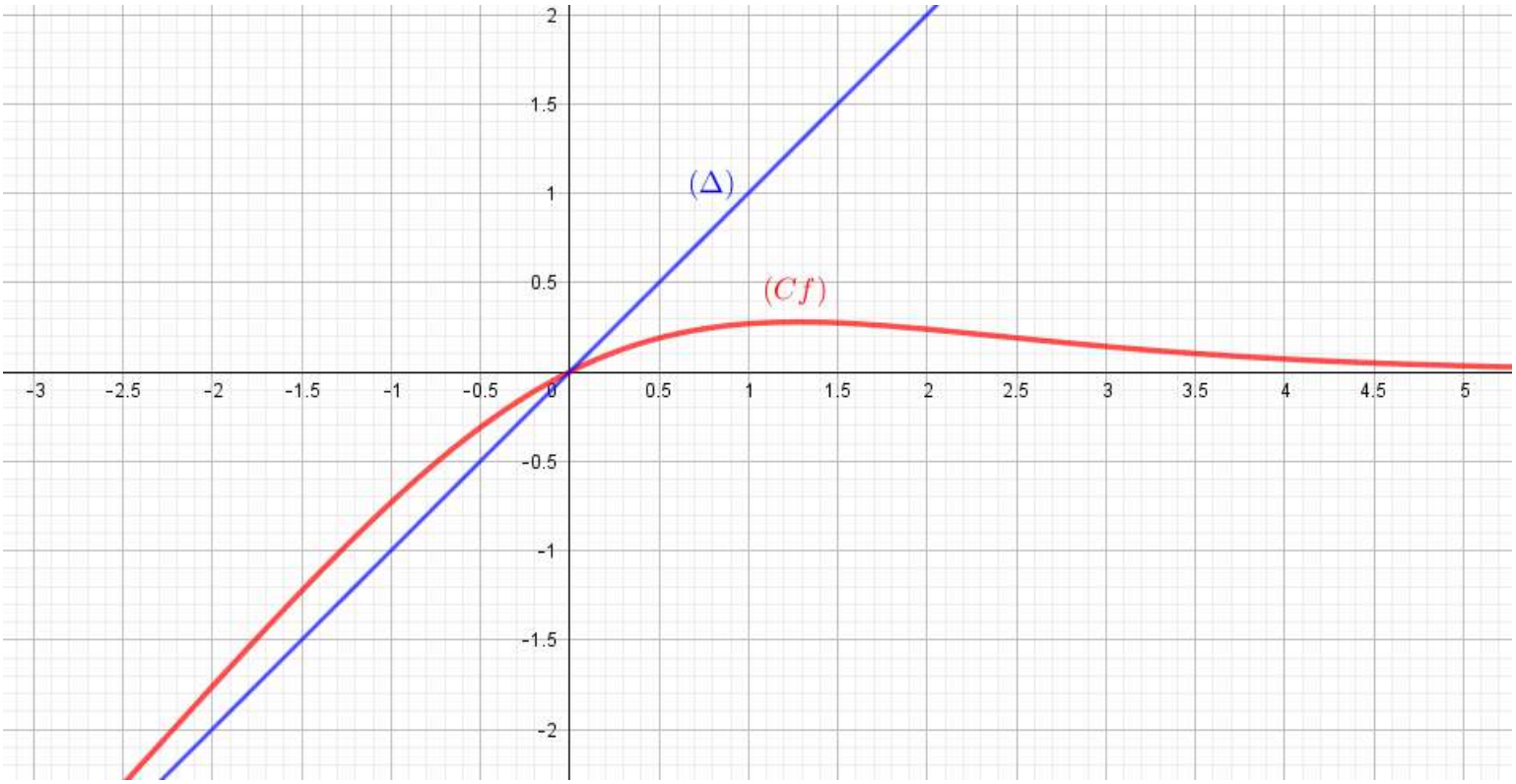
❖) لنحسب : $f(\quad)$: $\dfrac{\quad}{e\quad 1}$ $f(\quad)$ ، أي : $\dfrac{1}{\quad}$ $\dfrac{\quad}{\quad 1}$ $\dfrac{\quad}{1\quad 1}$ $\dfrac{\quad}{\dfrac{1}{1}\quad 1}$ ، $f(\quad)$

و منه : 1 $f(\quad)$ ، و هو المطلوب .

❖) حصر $f(\quad)$: لدينا : $1,3$ ، أي : $0,3$ 1 $0,2$ ، و منه : $0,3$ $f(\quad)$ $0,2$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) الإنشـــــــاء :



6) المناقشة البيانية :

لدينا المعادلة : $f(m)$ $f(x)$ ، عدد حلول هذه المعادلة هو عدد فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم الموازي لحامل محور الفواصل و الذي معادلته : $f(m)$ y .

❖) إذا كان : $0;$ m ، فإنّ : المعادلة تقبل حل واحد .

❖) إذا كان : ; $0;$ m ، فإنّ : المعادلة تقبل حلان متمايزان .

❖) إذا كان : m ، فإنّ : المعادلة تقبل حل واحد .

كتابة الأستاذ : ب . ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة أسية رقم 05

المسألة 05 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $0;$ كما يلي : 0 x $....;e^{\frac{1}{x}}$ $\frac{1}{x^2}$ x x^2 $f(x)$.
0 $f(0)$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

الجزء الأوّل :

1) برهن أنّ المستقيم ( ) الذي معادلته 1 y مقارب للمنحنى (C) .

2) أ) أحسب : $\lim_{x} \frac{f(x)}{x}$ 0 ، و ذلك من أجل كل عدد حقيقي x 0 .

ب) ماذا يمكن إستنتاجه بالنسبة للدالة f ، و بالنسبة للمنحنى (C) ؟.

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $0;$ تكون : $f(x)$ $e^{\frac{1}{x}}$ $\frac{x}{x^4}$ 1 .

4) أدرس تغيّرات الدالة f ، و شكّل جدول تغيّراتها .

الجزء الثاني :

نعتبر g الدالة المعرّفة على $0;$ كما يلي : $xf(x)$ $f(x)$ $g(x)$.

1) بيّن أنّه في المجال $0;$ المعادلتان : $g(x)$ 0 وَ 0 1 $2x$ x^2 x^3 متكافئتان .

2) برهن أنّ المعادلة 0 1 $2x$ x^2 x^3 تقبل حلاً وحيداً α ، حيث : $0,40$ α $0,39$.

3) نفرض (T_a) هو المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة a ، حيث : 0 a .

أ) بيّن أنّ المماس (T_a) يشمل المبدأ O ، إذا وافقط إذا كان : 0 $xf(a)$ $f(a)$.

ب) إستنتج أنّ المماس (T_a) المـــار بالمبدأ يمسّ المنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة .

ج) أنشئ المماس (T_a) ، و المنحنى (C) .

4) بقراءة بيانية ، أعط عدد حلول المعادلة : $f(x)$ mx ، و ذلك حسب قيم الوسيط الحقيقي m .

❖ تعطى النتيـــــجة : $2,029$ $f(\ )$.

حل مختصر للمسألة رقم 05

لدينا : $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ ....; $x\neq 0$.

$f(0)=0$

الجزء الأول :

1) حساب النهاية عند $+\infty$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، لأنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{x^2}=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{\frac{1}{x}})=1$

و منه : عند $+\infty$ المنحني (C) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته : $y=1$: $(\quad)$.

2) أ) حساب النهاية : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$.....$(*)$.

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{x^2+x+1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+x+1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{x^2}{x^3}+\dfrac{x}{x^3}+\dfrac{1}{x^3})e^{\frac{1}{x}}$ ، أي :

$=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x})e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}})+(\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}})+(\dfrac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x}})$ ، أي : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}})+(\dfrac{1}{x})^2e^{\frac{1}{x}}+(\dfrac{1}{x})^3e^{\frac{1}{x}}$ ، بوضع $t=\dfrac{1}{x}$ ، نجد : $\begin{matrix}x & 0\\ t & +\infty\end{matrix}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty}(te^t+t^2e^t+t^3e^t)=0$ ، لأنّ : $\lim\limits_{t\to+\infty}(*)=0$. إذن : $\lim\limits_{t\to+\infty}t^ne^t=0$.

ب) نستنتج أنّ الدالة f تقبل الإشتقاق عند 0 ، و المنحني (C) يقبل عند المبدأ O مماساً هو حامل محور الفواصل .

3) حساب $f'(x)$:

$f'(x)=\dfrac{(2x+1)x^2-2x(x^2+x+1)}{x^4}e^{\frac{1}{x}}+\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}(\dfrac{x^2+x+1}{x^2})$ ، أي :

$f'(x)=e^{\frac{1}{x}}\dfrac{2x^3+x^2-2x^3-2x^2-2x}{x^4}+\dfrac{x^2+x+1}{x^4}$ ، و منه : $f'(x)=\dfrac{1+x}{x^4}e^{\frac{1}{x}}$ ، و هو المطلوب .

4) دراسة تغيرات الدالة f :

❖) لدينا : $f'(x)=\dfrac{1+x}{x^4}e^{\frac{1}{x}}$ ، إشارة $f'(x)$ من إشارة : $(1+x)$.

إذن : الدالة f متزايدة على المجال $]0;1]$ و مناقصة على المجال $[1;+\infty[$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

❖) جدول التغيّرات :

x	0	1
$f\ (x)$	$\|\|$	0
$f(x)$	0	$3e^{\ 1}$ $\searrow$ 1

الجزء الثاني : $xf\ (x)$ $f(x)$ $g(x)$.

1) **لدينا :** 0 $g(x)$ 0 **معناه :** 0 $xf\ (x)$ $f(x)$ **، أي :** 0 $x\dfrac{1\ \ x}{x^4}e^{\ \frac{1}{x}}$ $\dfrac{x^2\ \ x\ \ 1}{x^2}e^{\ \frac{1}{x}}$ ،

أي : 0 $\dfrac{1\ \ x}{x^3}e^{\ \frac{1}{x}}$ $\dfrac{x^2\ \ x\ \ 1}{x^2}$ **، أي :** 0 $\dfrac{1\ \ x}{x^3}e^{\ \frac{1}{x}}$ $\dfrac{x^3\ \ x^2\ \ x}{x^3}$ **، أي :** 0 $\dfrac{x^3\ \ x^2\ \ 2x\ \ 1}{x^3}e^{\ \frac{1}{x}}$

أي : 0 $\dfrac{x^3\ \ x^2\ \ 2x\ \ 1}{x^3}$ **، و منه :** 0 $x^3\ \ x^2\ \ 2x\ \ 1$.

إذن : المعادلتان 0 $g(x)$ **و** 0 **متكافئتان من أجل كل** $0;$ x .

2) **لنضع :** 1 $2x$ x^2 x^3 $h(x)$ **، أي :** 2 $h\ (x)$ $3x^2$ $2x$ **، نلاحظ أنّ :** 0 **، و منه إشارة** $h\ (x)$

موجبة تماما ، إذن : الدالة h **متزايدة تماما على المجال** $0;$.

❖) **الدالة** h **مستمرة و رتيبة على المجال** $0,39;0,40$ **و** $\begin{matrix}h(0,39)\\(0,40)\end{matrix}$ $\begin{matrix}\ldots\\\ldots\end{matrix}$ **، أي :** 0 $h(0,40)$ $h(0,39)$

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة 0 $h(x)$ **تقبل حلا وحيدا محصور بين :** $0,39$ **و** $0,40$.

3) أ) **معادلة المماس** (T_a) **هي :** $f(a)$ $f\ (a)(x\ \ a)$ $y : (T_a)$.

لدينا : (T_a) **يمر بالمبدأ** O **معناه أنّ :** (T_a) O **، أي :** $f(a)$ $f\ (a)(0\ \ a)$ 0 **، و منه :** 0 $af\ (a)$ $f(a)$

إذن هي محققة .

ب) **لدينا :** $\dfrac{a^2\ \ a\ \ 1}{a^2}e^{\ \frac{1}{a}}$ **وَ** $f(a)$ $\dfrac{1\ \ a}{a^4}e^{\ \frac{1}{a}}$ $f\ (a)$ **، و علماً أنّ :** 0 $af\ (a)$ $f(a)$.

إذن : 0 $a\dfrac{1\ \ a}{a^4}e^{\ \frac{1}{a}}$ $\dfrac{a^2\ \ a\ \ 1}{a^2}e^{\ \frac{1}{a}}$ **، أي :** 0 $\dfrac{1\ \ a}{a^3}e^{\ \frac{1}{a}}$ $\dfrac{a^2\ \ a\ \ 1}{a^2}$ **، أي :**

0 $\dfrac{1\ \ a}{a^3}e^{\ \frac{1}{a}}$ $\dfrac{a^3\ \ a^2\ \ a}{a^3}$ **، أي :** 0 $\dfrac{a^3\ \ a^2\ \ 2a\ \ 1}{a^3}$ **، و منه :** 0 $a^3\ \ a^2\ \ 2a\ \ 1$.

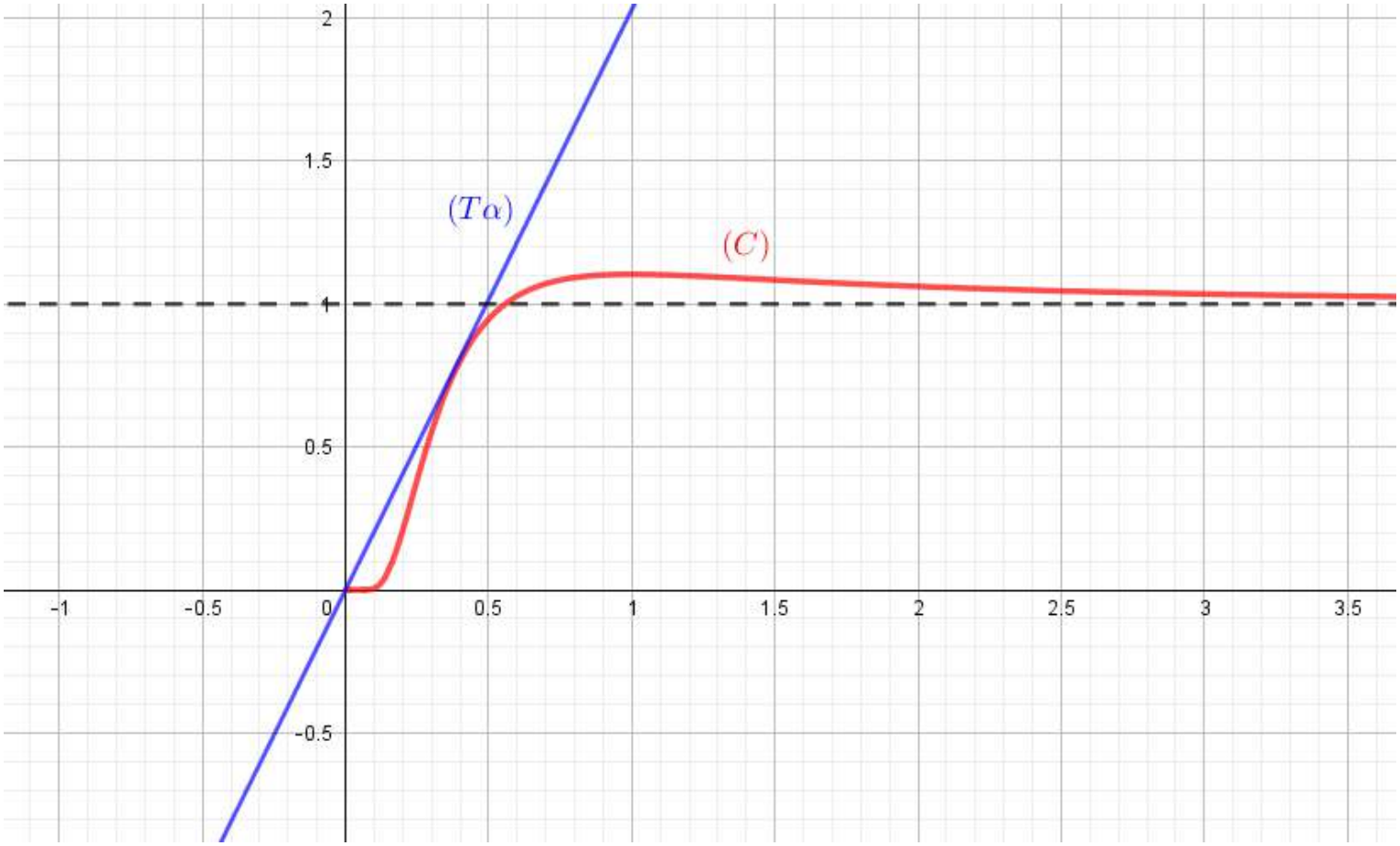
و هذه الأخيرة تقبل حلا وحيدا ، إذن : a .

و عليه : فإنّ المماس (T_a) **المار بالمبدأ** O **يمسّ المنحني** (C) **في النقطة ذات الفاصلة** .

❖) **معادلة المماس :** $2,029x$ $y : (T)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج) الإنشـــــاء :



4) المناقشة البيانية :

لدينا المعادلة : $mx \quad f(x)$.

عدد حلول هذه المعادلة هو عدد فواصل نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم ذو المعادلة $mx \quad y$ هذا الأخير المار بالمبدأ O ، إذن : هناك مناقشة بيانية دورانية .

❖) إذا كان : $2,029 \quad m \quad 0$ فإنّ : المعادلة تقبل حلين متمايزين .

❖) إذا كان : $2,029 \quad m$ أو $0 \quad m$ فإنّ : المعادلة تقبل حل واحد .

كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة أسية ذات الأساس a (رقم 06)

الجزء الأوّل :

1) نعتبر الدالة g المعرفة على كما يلي : $1 \quad x\ln 3 \quad 3^x$. $g(x)$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $0 \quad x$ تكون : $0 \quad g(x)$ ، ثمّ استنتج إتجاه تغيّر الدالة g على .

ب) أحسب : $g(0)$ ، ثم استنتج أنّ : $0 \quad g(x)$ ، و هذا من أجل كل $0 \quad x$.

2) لتكن الدالة h المعرّفة على بـــ : $1 \quad (2 \quad x\ln 3)3^x$. $h(x)$

أ) أدرس تغيّرات الدالة h ، وَ شكل جدولٍ تغيّراتها .

ب) بيّن أنّ المعادلة $0 \quad h(x)$ تقبل حلاً وحيداً محصور بين : $1,6$ وَ $1,7$.

ج) إستنتج إشارة الدالة h على .

الجزء الثّاني :

نعتبر الدالة f المعرّفة على $0;$ كما يلي : $\dfrac{3^x \quad 1}{3^x \quad x\ln 3}$. $f(x)$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل $0 \quad x$ تكون : $\dfrac{1 \quad 3^{\ x}}{1 \quad x\ln 3 \quad 3^{\ x}}$. $f(x)$

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

ج) بيّن أنّه من أجل كل $0 \quad x$ تكون : $\dfrac{h(x) \quad \ln 3}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$. $f\ (x)$

د) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، و شكل جدول تغيّراتها .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل $0 \quad x$ يكون : $\dfrac{(1 \quad x\ln 3) \quad g(x)}{3^x \quad x\ln 3}$. $f(x) \quad x\ln 3$

ب) إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة : $x\ln 3 \quad y$.

3) أ) حدّد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أنشئ المماس (T) وَ المنحنى (C_f) . (الوحدة : $5\ cm$)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للمسألة رقم 06

الجزء الأوّل :

1) لدينا : $g(x) = 3^x - x\ln 3 - 1$ ، أي : $g(x) = e^{x\ln 3} - x\ln 3 - 1$.

أ) حساب : $g(x)$: $g'(x) = \ln 3 \cdot e^{x\ln 3} - \ln 3$ ، أي : $g'(x) = \ln 3(e^{x\ln 3} - 1)$.

من أجل $x > 0$ يكون : $x\ln 3 > 0$ ، أي : $e^{x\ln 3} > e^0$ ، أي : $e^{x\ln 3} > 1$ ، و منه : $e^{x\ln 3} - 1 > 0$.

و بالتالي : $g'(x) > 0$ ، و منه : الدالة g متزايدة على $]0;+\infty[$.

ب) لدينا : $g(0) = 0$ ، من أجل كل : $x > 0$ ، يكون : $g(x) > g(0)$ ، و منه : $g(x) > 0$.

2) لدينا : $h(x) = (2 - x\ln 3)3^x - 1$ ، أي : $h(x) = (2 - x\ln 3)e^{x\ln 3} - 1$.

أ) دراسة تغيّرات الدالة h :

❖) حساب النهايات :

❖) $\lim\limits_{x} h(x) = \lim\limits_{x} (2 - x\ln 3)3^x - 1$ ، لأنّ : $\dfrac{\lim\limits_{x} (2 - x\ln 3)}{\lim\limits_{x} (3^x)}$.

❖) حساب $h'(x)$: $h'(x) = -\ln 3 \cdot e^{x\ln 3}(2 - x\ln 3) - \ln 3 \cdot e^{x\ln 3} - 1$ ، $h'(x) = -\ln 3 \cdot e^{x\ln 3}(3 - x\ln 3)$

و منه : $h'(x)$ من إشارة : $(3 - x\ln 3)$ ، إذن : إشارة $h'(x)$: $-\ln 3 \cdot e^{x\ln 3} < 0$.

لدينا : $x\ln 3 = 3$ ، أي : $x = \dfrac{3}{\ln 3}$ ، و منه : $x\ln 3 < 3$ ، أي : $x < \dfrac{3}{\ln 3}$.

❖) جدول التغيرات :

x	0		$\frac{3}{\ln 3}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	1	↗	$\approx 1,7$	↘	$-\infty$

ب) الدالة h مستمرة و رتيبة على المجال $[1,6;1,7]$ ، وَ $\begin{matrix} h(1,6) \\ (1,7) \end{matrix} \begin{matrix} \cdots \\ \cdots \end{matrix}$ ، أي : $h(1,6) \times h(1,7) < 0$

إذن : حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا محصور بين : $1,6$ وَ $1,7$.

ج) إشارة $h(x)$:

x	0		
$h(x)$	$+$	0	$-$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الجزء الثاني : $\dfrac{3^x \quad 1}{3^x \quad x\ln 3}$. $f(x)$

1) أ) لدينا : $\dfrac{(3^x \quad 1)3^{\ x}}{(3^x \quad x\ln 3)3^{\ x}}$ $\dfrac{3^x \quad 1}{3^x \quad x\ln 3}$ ، $f(x)$ و منه : $\dfrac{1 \quad 3^{\ x}}{1 \quad x\ln 3 \quad 3^{\ x}}$. $f(x)$

ب) حساب النهاية عند :

نعلم أنّ : $0 \quad \lim\limits_{x} 3^{\ x}$ وَ أيضاً : 0 ، إذن : $1 \quad \lim\limits_{x} \quad x \quad 3^{\ x}$ $\lim\limits_{x} \dfrac{1 \quad 3^{\ x}}{1 \quad x\ln 3 \quad 3^{\ x}}$. $\lim\limits_{x} f(x)$

❖) **التفسير الهندسي :** عند المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته : $y \quad 1$

ج) حساب $f\ (x)$: لدينا : $\dfrac{e^{x\ln 3} \quad 1}{e^{x\ln 3} \quad x\ln 3}$ $\dfrac{3^x \quad 1}{3^x \quad x\ln 3}$. $f(x)$

$f\ (x)$ ، أي : $\dfrac{\ln 3 \quad e^{x\ln 3}(e^{x\ln 3} \quad x\ln 3) \quad (\ln 3 \quad e^{x\ln 3} \quad \ln 3)(e^{x\ln 3} \quad 1)}{(e^{x\ln 3} \quad x\ln 3)^2}$

$f\ (x)$ ، أي : $\dfrac{\ln 3 \quad 3^x(3^x \quad x\ln 3) \quad (\ln 3 \quad 3^x \quad \ln 3)(3^x \quad 1)}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$

$f\ (x)$ ، أي : $\dfrac{\ln 3 \quad 3^x(3^x \quad x\ln 3) \quad \ln 3(3^x \quad 1)(3^x \quad 1)}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$

$f\ (x)$ ، أي : $\dfrac{\ln 3 \ 3^{2x} \quad 3^x \quad x\ln 3 \quad 3^{2x} \quad 3^x \quad 3^x \quad 1}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$

$\dfrac{\ln 3 \ (2 \quad x\ln 3)3^x \quad 1}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$ $\dfrac{\ln 3(\ 3^x \quad x\ln 3 \quad 2 \quad 3^x \quad 1)}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$. $f\ (x)$

و منه : $\dfrac{\ln 3 \quad h(x)}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$ $f\ (x)$ ، و هو المطلوب .

د) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f :

❖) لدينا : $\dfrac{\ln 3 \quad h(x)}{(3^x \quad x\ln 3)^2}$ $f\ (x)$ ، إذن : إشارة $f\ (x)$ من إشارة $h(x)$.

❖) جدول التغيّرات :

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	1

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2) أ) $f(x)$ $x\ln 3$ $\dfrac{3^x \quad 1}{3^x \quad x\ln 3}$ $x\ln 3$ $\dfrac{3^x \quad 1 \quad 3^x \quad x\ln 3 \quad (x\ln 3)^2}{3^x \quad x\ln 3}$ ، أي :

$\dfrac{3^x(1 \quad x\ln 3) \quad (1 \quad x\ln 3)(1 \quad x\ln 3)}{3^x \quad x\ln 3}$ $\dfrac{3^x \quad 3^x \quad x\ln 3 \quad 1 \quad (x\ln 3)^2}{3^x \quad x\ln 3}$ $x\ln 3$ $f(x)$ ، أي :

$\dfrac{(1 \quad x\ln 3)(3^x \quad 1 \quad x\ln 3)}{3^x \quad x\ln 3}$ $x\ln 3$ $f(x)$ ، و منه : $\dfrac{(1 \quad x\ln 3) \quad g(x)}{3^x \quad x\ln 3}$ $x\ln 3$ $f(x)$.

ب) لدراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) مع المستقيم (D) يكفي دراسة إشارة : $(1 \quad x\ln 3)$ لأنّه من أجل كل x 0 تكون : 0 $g(x)$ 0 وَ $(3^x \quad x\ln x)$.

❖) نلخص الوضعية في الجدول التالي :

x	0		$\dfrac{1}{\ln 3}$	
$1 \quad x\ln 3$		$+$	0	$-$
الوضعية	(D) يقع فوق (C_f)		(D) يقطع (C_f) في النقطة $A(\dfrac{1}{\ln 3};1)$	(D) يقع تحت (C_f)

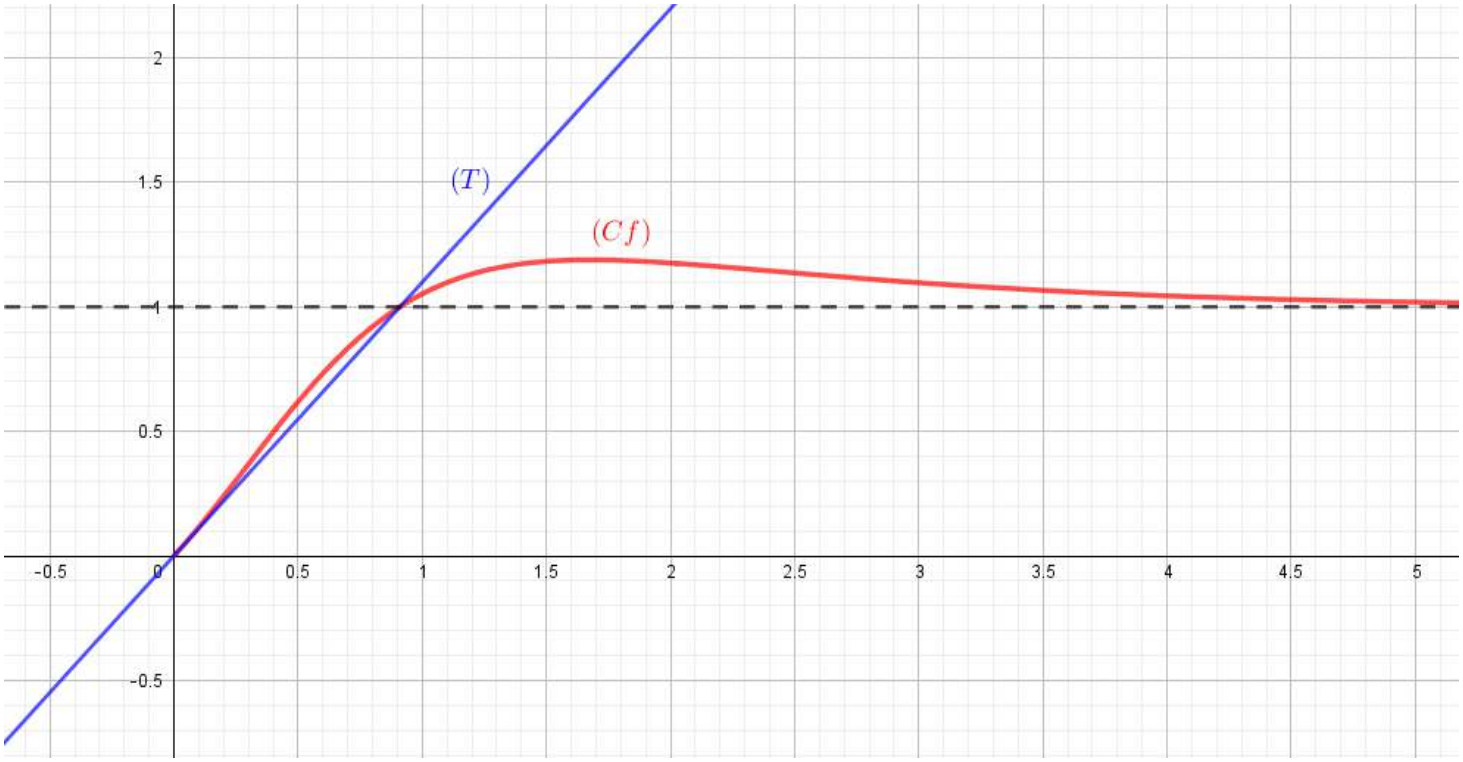
3) أ) كتابة معادلة المماس (T) :

$(T) : y \quad f(0)(x \quad 0) \quad f(0)$ ، لدينا : $\begin{matrix} f(0) & 0 \\ f'(0) & \ln 3 \end{matrix}$ ، و منه : $(T) : y \quad (\ln 3)x$.

❖) نلاحظ أنّ : المماس (T) هو نفسه المستقيم (D) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) الإنشـــــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM