دراسة دالة عددية رقم 01

الجزء الأوّل :

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على كما يلي : $3 \quad 4x \quad x^4$. $g(x)$

1) أدرس تغيّرات الدالة g (تحسب النهايات عند وَ).

2) أ) بيّن أنّ المعادلة 0 $g(x)$ تقبل حلّين بالضبط وَ ، حيث : 0 .

ب) تحقّق أنّ : $0,69$ $0,7$ وَ $1,79$ $1,78$.

ج) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

f الدالة العددية المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $\frac{x^4 \quad 1}{x^3 \quad 1}$ ، $f(x)$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$ وحدته $(2cm)$.

1) عيّن نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية : a ، b ، c ، d ، e حيث : $\frac{cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1}$ $ax \quad b$ $f(x)$ وَ $(x \quad 1)$.

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل ( ) للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلته .

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم ( ) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل 1 x يكون : $\frac{x^2 \quad g(x)}{(x^3 \quad 1)^2}$. $f\ (x)$

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ج) أعـط حصرا لكل من : $f(\ )$ وَ $f(\ )$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) أنشئ كلا من المماس (T) وَ ( ) وَ المنحني (C_f) .

6) h هي الدالة المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $\frac{x^4 \quad 1}{|x^3 \quad 1|}$. $h(x)$

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيـمة المطلقة .

ب) إشرح كيف يتم إنشاء (C_h) المنحني الممثل للدالة h ، إنطلاقا من المنحني (C_f) .

ج) أنشئ المنحني (C_h) في نفس المعلم السابق .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 01

الجزء الأول :

لدينا الدالة g المعرّفة على بـ : $g(x) \quad x^4 \quad 4x \quad 3$.

1) دراسة تغيرات الدالة g :

- حساب النهايات : $\lim_{x} x^4 \quad \lim_{x} g(x)$ ، $\lim_{x} x^4 \quad \lim_{x} g(x)$.

- الدالة المشتقة : الدالة g قابلة للإشتقاق على و دالتها المشتقة هي : $g'(x) \quad 4x^3 \quad 4$.

تكون : $4x^3 \quad 4 \quad 0$ إذا كان : $x^3 \quad 1$ ، و منه : $x \quad 1$. (أي تكون : $g'(x) \quad 0$ إذا كان : $x \quad 1$).

- جدول التغيرات :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-6	↗	$+\infty$

2) أ) على المجال $;1$ الدالة g مستمرة و رتيبة ، و صورة هذا المجال هي $;6$ وَ $6;$ 0

إذن المعادلة $g(x) \quad 0$ تقبل حل وحيد ينتمي إلى $;1$.

بالمثل : المعادلة $g(x) \quad 0$ تقبل حل وحيد من $;1$.

ب) نحسب : .... $g(\ 0,7)$ وَ .... $g(\ 0,69)$ ، نجد أنّ : $g(\ 0,7) \quad 0 \quad g(\ 0,69)$.

إذن : $0,69$ $0,7$.

نفس الشيء بالنسبة إلى ، سنجد أنّ : $1,79$ $1,78$.

3) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

x	0		α		β		$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		

الجزء الثاني :

لدينا f الدالة العددية المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $f(x) \quad \frac{x^4 \quad 1}{x^3 \quad 1}$.

1) حساب النهايات :

$\lim_{x} \frac{x^4}{x^3} \quad \lim_{x} f(x)$ ، $\lim_{x} \frac{x^4}{x^3} \quad \lim_{x} f(x)$

$\lim_{x} \frac{x^4 \quad 1}{1 \quad x^3 \quad 1} \quad \lim_{x} f(x)$ ، $\lim_{x} \frac{x^4 \quad 1}{1 \quad x^3 \quad 1} \quad \lim_{x} f(x)$.

2) أ) لدينا : $\frac{cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1} \quad ax \quad b$ ، أي : $f(x) \quad \frac{ax^4 \quad ax \quad bx^3 \quad b \quad cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1}$ $f(x)$

بالمطابقة نجد : $a \quad 1$ ، $b \quad 0$ ، $c \quad 0$ ، $d \quad 1$ ، $e \quad 1$ ، أي : $a \quad 1$ ، $b \quad 0$ ، $c \quad a \quad 0$ ، $d \quad a \quad 0$ ، $e \quad b \quad 1$ ، و منه : $\frac{x \quad 1}{x^3 \quad 1} \quad x \quad f(x)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) نعلم أنّ : $f(x)\quad x\quad \dfrac{x\quad 1}{x^3\quad 1}$ ، إذن المستقيم $(\quad)$ ذو المعادلة $x\quad y$ مقارب لـ (C_f) بجوار $\lim\limits_{|x|} \dfrac{x\quad 1}{x^3\quad 1}\quad 0$ و

ج) الوضعية : ندرس إشارة الفرق $x\quad f(x)$ ، أي : $\dfrac{x\quad 1}{x^3\quad 1}\quad x\quad f(x)$.

x	1		1	
$x\quad 1$				
$x^3\quad 1$				
$f(x)\quad y$				
الوضعية	$(\quad)$ يقع فوق (C_f)	$(\quad)$ يقع تحت (C_f)		$(\quad)$ يقع فوق (C_f)
		(C_f) يقطع $(\quad)$ في النقطة $(\quad 1;1)$		

3) الدالة المشتقة : الدالة f قابلة للإشتقاق من أجل كل x يختلف عن 1 و دالتها المشتقة هي :

$\dfrac{4x^3(x^3\quad 1)\quad 3x^2(x^4\quad 1)}{(x^3\quad 1)^2}$ ، أي : $f\ (x)$ $\dfrac{x^2\quad 4x(x^3\quad 1)\quad 3(x^4\quad 1)}{(x^3\quad 1)^2}$ ، أي : $f\ (x)$

$\dfrac{x^2(4x^4\quad 4x\quad 3x^4\quad 3)}{(x^3\quad 1)^2}$ ، أي : $f\ (x)$ $\dfrac{x^2(x^4\quad 4x\quad 3)}{(x^3\quad 1)^2}$ ، و منه : $f\ (x)$ $\dfrac{x^2\quad g(x)}{(x^3\quad 1)^2}$. $f\ (x)$

و منه إشارة $f\ (x)$ من إشارة :

$x^2\quad g(x)$ ، و هي موضحة في الجدول المقابل

x	$-\infty$	α	0	1	β	$+\infty$
x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	
$g(x)$	$+$	$-$		$-$	$+$	
$x^2\times g(x)$	$+$	$-$	$-$	$-$	$+$	

جدول التغيرات

x	1	
$f\ (x)$		
$f(x)$	$f(\quad)$	$f(\quad)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج) حصرا كل من $f(\ )$ وَ $f(\ )$:

1) حصر $f(\ )$:

لدينا : $0,69$ $0,7$ ، أي : $0,240$ ^{4} $0,23$ ، أي : $1,240.....(1)$ ^{4} 1 $1,23$

وَ $0,33$ ^{3} $0,34$ ، أي : $1,33$ ^{3} 1 $1,34$ ، أي : $\dfrac{1}{1,34}$ $\dfrac{1}{^{3}1}$ $\dfrac{1}{0,33}$ ،

أي : $\dfrac{1}{1,33}$ $\dfrac{1}{^{3}1}$ $\dfrac{1}{0,34}$ .....(2)

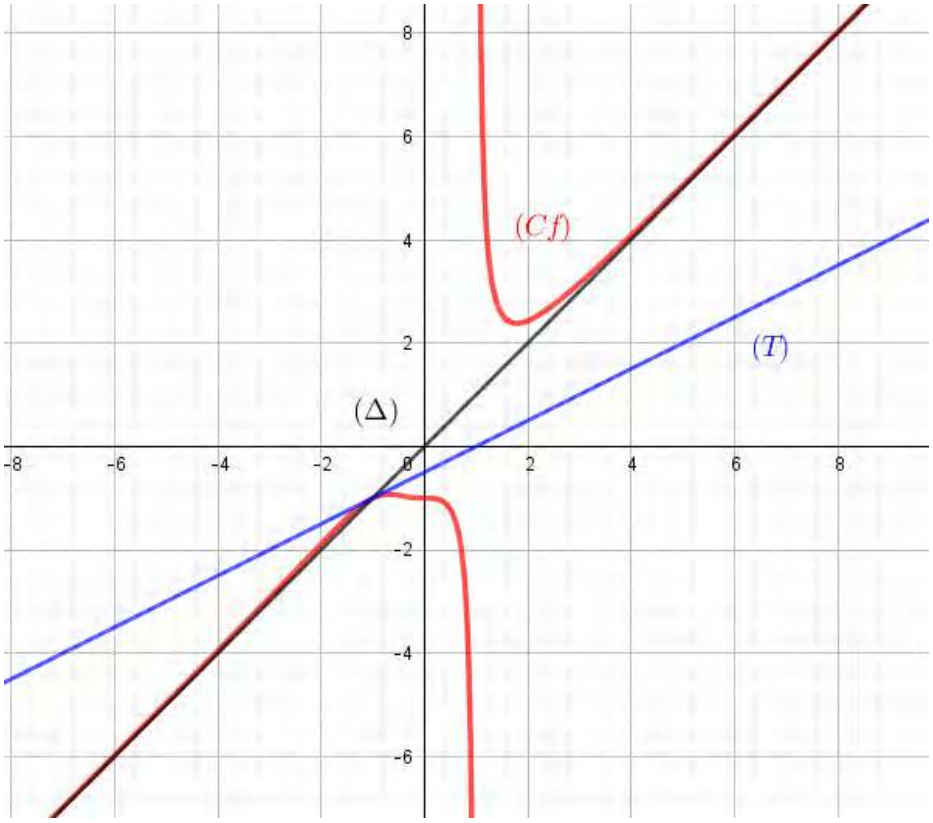
بضرب (1) وَ (2) نجد : $\dfrac{1,24}{1,33}$ $\dfrac{^{4}1}{^{3}1}$ $\dfrac{1,23}{0,34}$ ، أي : $0,93$ $\dfrac{^{4}1}{^{3}1}$ $0,92$ ،

و منه : $0,92$ $\dfrac{^{4}1}{^{3}1}$ $0,93$ ، إذن : $0,92$ $f(\ )$ $0,93$.

2) حصر $f(\ )$: نفس الطريقة مثل حصر $f(\ )$ ، و نجد أنّ : $2,42$ $f(\ )$ $2,33$.

4) معادلة المماس : $f(\ 1)$ $f\ (\ 1)(x\ \ 1)$ ، و منه : $(T):y\ \ \dfrac{1}{2}x\ \ \dfrac{1}{2}$ ، $(T):y$.

5) الإنشـــاء :



6) لدينا : $\left|\dfrac{x^{4}\ \ 1}{x^{3}\ \ 1}\right|$ $h(x)$.

أ) كتابة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة :

$h(x)$ $\dfrac{x^{4}\ \ 1}{x^{3}\ \ 1}$ $f(x).....(x\ \ 1)$

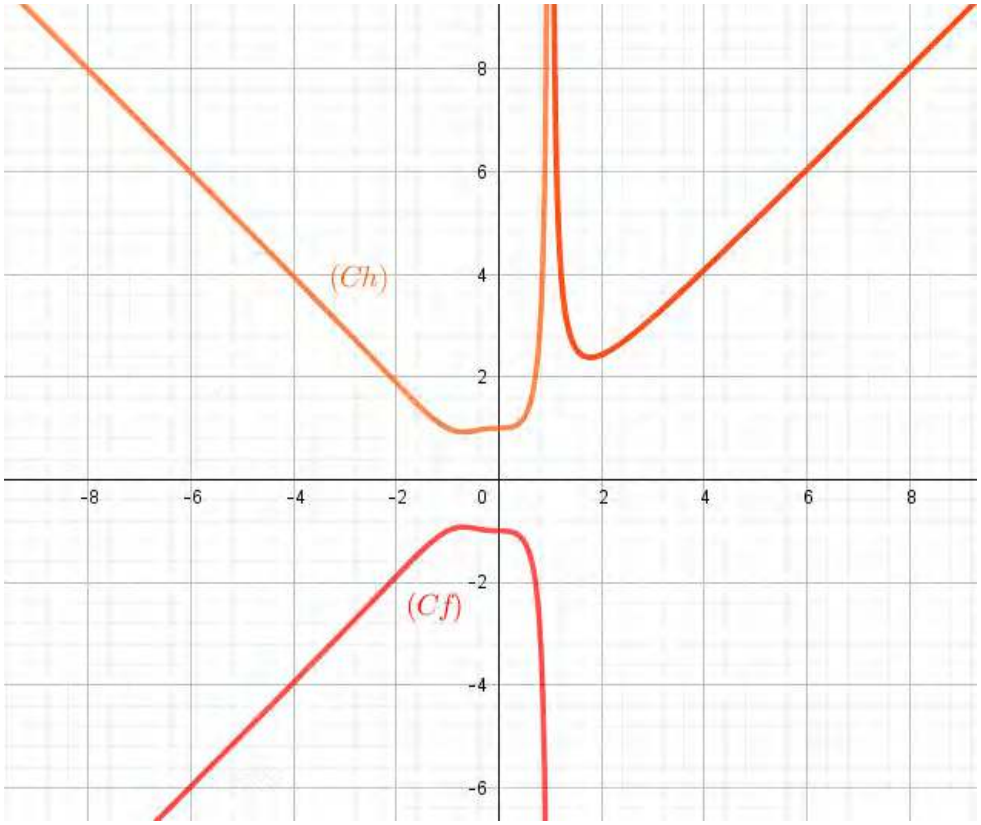
$\dfrac{x^{4}\ \ 1}{x^{3}\ \ 1}$ $f(x).....(x\ \ 1)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) (C_h) ينطبق على (C_f) على $1;$.

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $1;$.

ج) الإنشـــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 02

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$ ، وحدته $(5.cm)$.

نعتبر المنحني (C) الذي معادلته في المعلم $(O;i;j)$ هي : $0 \quad 3x^2 \quad y^2 \quad (y^2 \quad x^2)x$.

1) نفرض الدالة f المعرّفة على $1;3$ كما يلي : $\sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ $f(x)$.

❖ بيّن أنّ المنحني (C) هو إتحاد المنحنيين (C_1) وَ (C_2) الممثلين للدالتين f وَ f على الترتيب .

2) أ) عيّن كلا من : $\lim\limits_{0} \dfrac{f(x)}{x}$ وَ $\lim\limits_{x} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟ .

ب) فسّـــر النتائج هندسيا .

3) أحسب : $\lim\limits_{3} \dfrac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، مـــــاذا تستنتج ؟ .

4) أ) بـيّن أنّـه من أجل كل $0;3 \quad 1;0$ يكون : x $\dfrac{3x \quad x^3}{(x \quad 1)\sqrt{x^2(x \quad 1)(3 \quad x)}}$ $f(x)$.

ب) إستـنـتج إشـــــارة $f(x)$.

ج) أحسـب : $\lim\limits_{1} f(x)$ ، ثـمّ فـسّـر النتيجة هندسيـاً .

د) شكّـــل جدول تغيّرات الدالة f .

5) أنشئ (C_1) ، ثمّ أكمل إنشـــاء المنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة العددية رقم 02

1) (C) هو المنحني الذي معادلته : $0 \quad 3x^2 \quad y^2 \quad x(x^2 \quad y^2) \quad 0$ ، أي : $x^3 \quad xy^2 \quad y^2 \quad 3x^2$ ، أي :

y ، أي : $\sqrt{\frac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}$ أو : $y \quad \sqrt{\frac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}$ ، إذن : $y^2 \quad \frac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}$ ، و منه : $y^2(x \quad 1) \quad 3x^2 \quad x^3$

$y \quad \sqrt{\frac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ أو $y \quad \sqrt{\frac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ ، و منه : $f(x)$ أو $y \quad f(x)$ مع $y \quad 1;3$.

و عليه نقول أنّ (C) هو إتحاد المنحنيين (C_1) وَ (C_2) الممثلين للدالتين f وَ f على الترتيب .

2) أ) تعيين النهايات :

❖) $\sqrt{3}$ $\lim_{x \quad 0} \sqrt{\frac{3 \quad x}{x \quad 1}}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{x\sqrt{\frac{3 \quad x}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{\sqrt{\frac{x^2(x \quad 1)}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{f(x)}{x}$.

❖) $\sqrt{3}$ $\lim_{x \quad 0} \sqrt{\frac{3 \quad x}{x \quad 1}}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{x\sqrt{\frac{3 \quad x}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{\sqrt{\frac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim_{x \quad 0} \frac{f(x)}{x}$.

نستنتج أنّ الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند 0 .

ب) **التفسير الهندسي** : نقول أنّ المنحني (C_1) يقبل عند النقطة $O(0;0)$ نصفي مماسين (T_1) وَ (T_2) معامل توجيههما $\sqrt{3}$ وَ $\sqrt{3}$ على الترتيب ، والنقطة O هي نقطة زاوية .

3) $\frac{1}{x \quad 3}$ $\lim_{x \quad 3} x \quad \frac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\lim_{x \quad 3} \frac{\sqrt{\frac{x^2(3 \quad x)}{x}} \quad 0}{x \quad 3}$ $\lim_{x \quad 3} \frac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، أي :

$\frac{1}{(\sqrt{3 \quad x})^2}$ $\lim_{x \quad 3} x \quad \frac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\frac{1}{3 \quad x}$ $\lim_{x \quad 3} x \quad \frac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\lim_{x \quad 3} \frac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، و منه :

3

0 $\lim_{x \quad 3} \frac{x}{(\sqrt{x \quad 1})(\sqrt{3 \quad x})}$ $\lim_{x \quad 3} \frac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$.

❖) نستنتج أنّ الدالة f لا تقبل الإشتقاق على يسار 3 وَ المنحني (C_1) يقبل نصف مماس عمودي عند النقطة $(3;0)$

4) حساب $f(x)$:

$f(x) \quad \frac{(6x \quad 3x^2)(x \quad 1) \quad (3x^2 \quad x^3)}{2\sqrt{\frac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}}$ $\frac{6x^2 \quad 6x \quad 3x^3 \quad 3x^2 \quad 3x^2 \quad x^3}{(x \quad 1)^2}$ $\frac{1}{2}$ $\sqrt{\frac{x \quad 1}{3x^2 \quad x^3}}$

أي : $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x \quad 1}}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ $\frac{2(\quad x^3 \quad 3x)}{(\sqrt{x \quad 1})^4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x \quad 1}}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ ، أي : $f(x) \quad \frac{2x^3 \quad 6x}{(x \quad 1)^2}$

$f(x) \quad \frac{x^3 \quad 3x}{(\sqrt{x \quad 1})^3}$ $\frac{1}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ $\frac{x^3 \quad 3x}{(x \quad 1)\sqrt{x \quad 1}}$ $\frac{1}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ $\frac{3x \quad x^3}{(x \quad 1)\sqrt{(x \quad 1)(3x^2 \quad x^3)}}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و منه : $f(x)$ ، و هو المطلوب .

ب) نلاحظ أنّ إشارة $f(x)$ من إشارة $(3x \quad x^3)$:

لدينا : $3x \quad x^3 \quad x(3 \quad x^2) \quad x(\sqrt{3} \quad x)(\sqrt{3} \quad x)$. سنلخص الإشارة في الجدول التالي :

❖) ممكن دراسة الإشارة على ، ثم في جدول التغيرات نأخذ الإشارة فقط على D_f .

x	$\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
x			
$3 \quad x^2$			
$(3x \quad x^3)$			

ج) حساب النهاية :

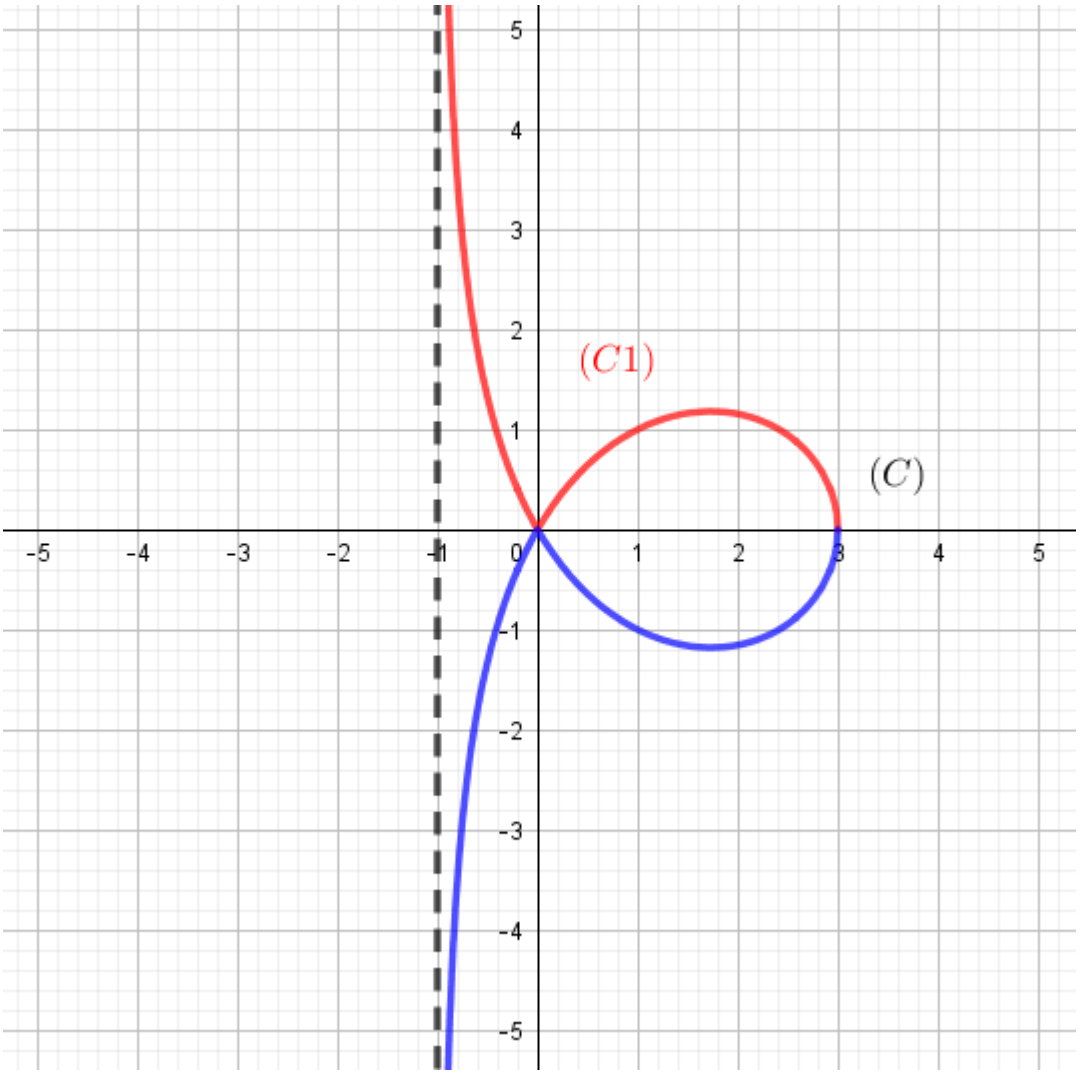
$\lim_{x \to 1} f(x)$ ، و منه المستقيم ذو المعادلة 1 x مقارب عمودي للمنحني (C_1) .

د) جدول تغيرات الدالة f :

x	1	0	$\sqrt{3}$	3
$f(x)$		‖	0	‖
$f(x)$		0 ↘	$1,5$ ↗	↘ 0

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) الإنشـــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 03

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\{ 2\}$ كما يلي : $\dfrac{x^3 \quad 2x^2 \quad 7x \quad 12}{(x \quad 2)^2}$. $f(x)$

و ليكن (C_f) المنحني الممثّل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

ب) فسّر هندسيا النهاية عند 2 .

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية : a ، b ، c ، d بحيث من أجل كل x يختلف عن 2 تكون :

$\dfrac{d}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{c}{x \quad 2} \quad b \quad ax$. $f(x)$

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل ( ) للمنحني (C_f) بجوار و .

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم ( ) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل 2 x تكون : $\dfrac{(\quad x \quad 1)(x^2 \quad 5x \quad 10)}{(x \quad 2)^3}$. $f'(x)$

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

4) أ) أحسب : $f(\quad 3)$ ، ثمّ حدّد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

ب) حدّد أيضا نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور التراتيب .

5) أنشئ المنحني (C_f) .

6) m عدد حقيقي . عيّن قيم m حتّى يكون للمعادلة : $f(x)$ ثلاث حلول سالبة .

7) g هي الدالة المعرّفة على كما يلي : $f(|x|)$. $g(x)$

أ) بيّن أنّ الدالة g زوجية .

ب) إشرح كيف يتم إنشاء المنحني (C_g) إنطلاقاً من المنحني (C_f) .

ج) أنشئ المنحني (C_g) في نفس المعلم السابق .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 03

1) أ) حساب نهايات الدالة f :

❖) $\lim\limits_{x} (\quad x)$ $\lim\limits_{x} \dfrac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

❖) $\lim\limits_{x} (\quad x)$ $\lim\limits_{x} \dfrac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

❖) $\lim\limits_{0} f(x)$ 2 ، ❖) $\lim\limits_{0} f(x)$ 2 $\lim\limits_{x} f(x)$.

ب) **التفسير الهندسي** : المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته 2 x .

2) أ) $\dfrac{ax(x \quad 2)^2 \quad b(x \quad 2)^2 \quad c(x \quad 2) \quad d}{(x \quad 2)^2}$ $\dfrac{d}{(x \quad 2)^2}$ $\dfrac{c}{x \quad 2}$ b ax ، $f(x)$ أي :

$\dfrac{ax^3 \quad 4ax^2 \quad 4ax \quad bx^2 \quad 4bx \quad 4b \quad cx \quad 2c \quad d}{(x \quad 2)^2}$ ، $f(x)$ **بالمطابقة نجد :**

$\begin{matrix} a & 1 \\ b & 2 \\ c & 3 \\ d & 2 \end{matrix}$ ، **و منه :** $\begin{matrix} a & 1 \\ 4a & b \quad 2 \\ 4a & 4b \quad c \quad 7 \\ 4b & 2c \quad d \quad 12 \end{matrix}$ ، **إذن :** $\dfrac{2}{(x \quad 2)^2}$ $\dfrac{3}{x \quad 2}$ 2 x $f(x)$.

ب) **بما أنّ :** $\dfrac{2}{(x \quad 2)^2}$ $\dfrac{3}{x \quad 2}$ x 2 $f(x)$ وَ 0 $\lim\limits_{|x|} (\dfrac{3}{x \quad 2} \quad \dfrac{2}{(x \quad 2)^2})$.

إذن يوجد مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) **معادلته :** $y \quad x \quad 2$ **بجواري** $(\quad)$ وَ .

ج) **دراسة الوضعية :**

ندرس إشارة الفرق : $\dfrac{3x \quad 4}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{2}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{3}{x \quad 2}$ $(\quad x \quad 2)$ $f(x)$.

x	2	$\frac{4}{3}$
$\dfrac{3x \quad 4}{(x \quad 2)^2}$		
الوضعية	(C_f) **يقع تحت** $(\quad)$	(C_f) **يقع تحت** $(\quad)$ / (C_f) **يقع فوق** $(\quad)$ / (C_f) **يقطع** $(\quad)$ **عند النقطة** $(\frac{4}{3};\frac{10}{3})$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) حساب $f'(x)$:

$$\frac{(-3x^2-4x-7)(x-2)^2-2(x-2)(-x^3-2x^2-7x-12)}{(x-2)^4}$$ ، أي : $f'(x)$

$$\frac{(x-2)\left[(-3x^2-4x-7)(x-2)-2(-x^3-2x^2-7x-12)\right]}{(x-2)^4}$$ ، أي : $f'(x)$

$$\frac{-3x^3+6x^2-4x^2+8x-7x+14+2x^3+4x^2+14x+24}{(x-3)^3}$$ ، أي : $f'(x)$

$$\frac{x^3+6x^2+15x+10}{(x-3)^3}$$ ، بملاحظة أنّ : $f'(x)$ ، $10+15x+6x^2+x^3=(x+1)(x^2+5x+10)$

و منه : $\frac{(x+1)(x^2+5x+10)}{(x-2)^3}$ ، $f'(x)$ ، و هو المطلوب .

ب) ❖ جدول الإشارة :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$
$x^2+5x+10$		$+$		$+$
$(x-2)^3$		$-$		$+$
$f'(x)$		$\|\|$	0	$+$

ملاحظة : (إشارة $(x-2)^3$ من إشارة $x-2$ ، و إشارة $x^2+5x+10$ هي نفس إشارة a لأنّ : $\Delta<0$) .

❖ جدول التغيرات :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$	0	$+$
$f(x)$	↘	$\|\|$	-4	↗

4) أ) $f'(x)=0$ ، لإيجاد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل نحل المعادلة : $f'(x)=0$ ،

أي : $-3x^3-2x^2-7x-12=0$ ، بما أنّ : $f'(-3)=0$ فإنّ : -3 هو جذر لـ $(-x^3-2x^2-7x-12)$ ،

إذن : $-3x^3-2x^2-7x-12=(x+3)(ax^2+bx+c)$ ، أي :

$-3x^3-2x^2-7x-12=ax^3+bx^2+cx+3ax^2+3bx+3c$ ، أي :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بالمطابقة نجد : $\begin{matrix} a & 1 \\ b & 3a & 2 \\ c & 3b & 7 \\ & 3c & 12 \end{matrix}$ ، و منه : 1 $\begin{matrix} a & 1 \\ b & 3a \\ c & 4 \end{matrix}$ ،

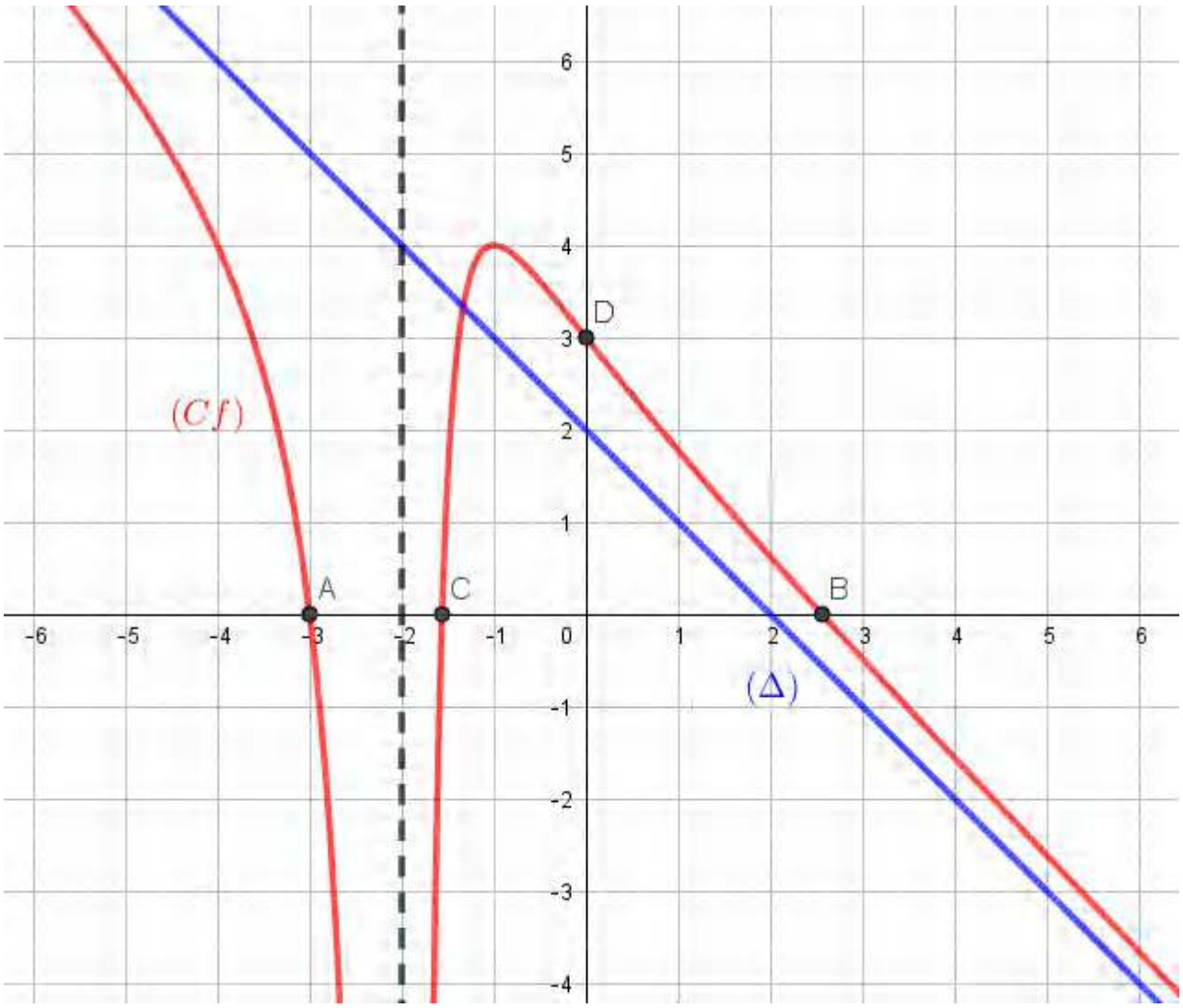
إذن : $(x-3)(x^2+x+4) = x^3-2x^2+7x-12$.

إما : $x-3=0$ ، أو : $x^2+x+4=0$ ، أي : $x_1 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ وَ $x_2 = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

و منه : (C_f) يقطع حامل محور الفواصل عند : $A(-3;0)$ ، $B(\frac{1+\sqrt{17}}{2};0)$ وَ $C(\frac{1-\sqrt{17}}{2};0)$.

ب) إيجاد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب ، أي نحسب : $f(0)$ ، و منه النقطة : $D(0;3)$.

5) الإنشـــــاء :



6) المعادلة : $f(x)=m$ ، تقبل ثلاث حلول سالبة لمـــا : $m=4$ ، $m=3$ (أنظر الإنشاء) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

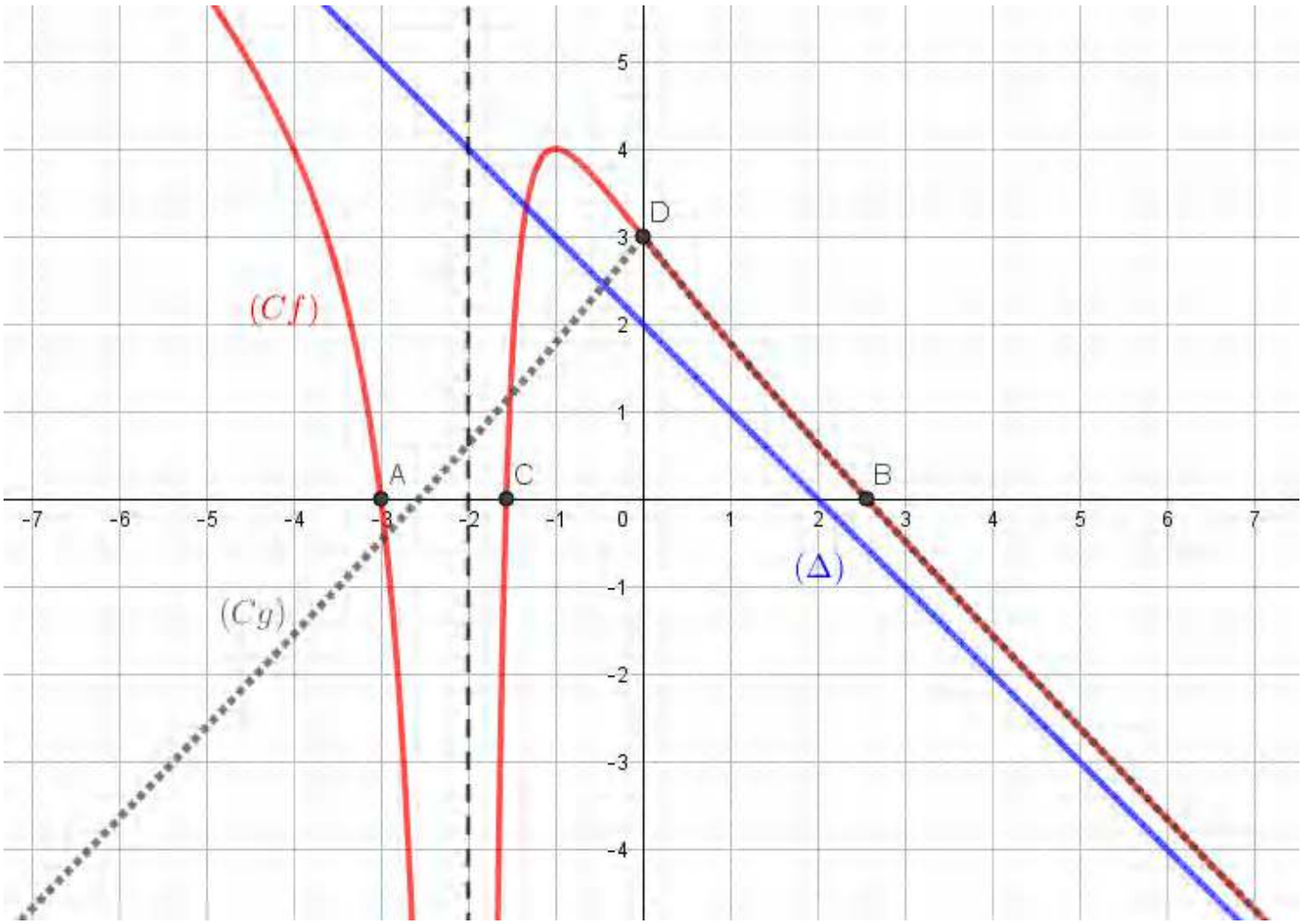
7) لدينا : $f(|x|)$ $g(x)$.

أ) إثبات أن الدالة g زوجية : $g(x)$ $f(|x|)$ $f(|-x|)$ $g(-x)$ ، إذن g زوجية .

ب) ❖ إذا كان : $x \geq 0$ فإنّ : $|x| = x$ ، و منه : $f(x) = g(x)$ ، إذن : (C_g) ينطبق على (C_f) في المجال $[0;+\infty[$

❖ ثم ننشئ (C_g) بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأنّ الدالة g زوجية .

ج) الإنشـــــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 04

نعتبر الدالة f المعرّفة على كما يلي : $f(x)$ x $\sqrt{x^2}$ $2x$ $\ldots.;x$ 0 .
$f(x)$ $\frac{(x\ 1)^3}{x^2}$ $\ldots.;x$ 0

وَ ليكن (C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند وَ ، ثمّ فسّر بيانياً النتيجة عند .

2) أدرس إستمرارية الدالة f عند 0 .

3) أ) أحسب : $\lim_{x\ 0} \frac{f(x)}{x}$. ماذا يمكن القول بالنسبة للدالة f ؟ . وَ ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة ؟ .

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $0;$ تكون : $f\ (x)$ ، $\frac{1}{\sqrt{x^2\ 2x}\ (\sqrt{x^2\ 2x}\ x\ 1)}$

وَ من أجل كل x من $0;$ تكون : $f\ (x)$. $\frac{(x\ 1)^2\ (x\ 2)}{x^3}$

ج) شكّـل جدول تغيّرات الدالة f .

4) أ) بيّن أنّ المستقيم ( ) الذي معادلته : 3 x y مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

ب) أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم ( ) .

5) بيّن أنّ المنحني (C) يقبل نقطة إنعطاف A يطلب تعيين إحداثياها .

6) أنشئ المستقيمات المقاربة وَ المنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 04

لدينا : $f(x) \quad x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad .....; x \quad 0$

$f(x) \quad \frac{(x \quad 1)^3}{x^2} \quad ....; x \quad 0$

1) حساب النهايات :

❖) $\frac{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}$ $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$ $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$ ، أي : $\lim\limits_{x} f(x)$

$\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad x\sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}$ $\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad \sqrt{x^2(1 \quad \frac{2}{x})}}$ $\lim\limits_{x} \frac{x^2 \quad (x^2 \quad 2x)}{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}$ ، $\lim\limits_{x} f(x)$ $(\sqrt{x^2} \quad x; x \quad 0)$

و منه : 1 $\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad 1 \quad \sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}$ ، إذن : $\lim\limits_{x} f(x)$ 1 $\lim\limits_{x} f(x)$.

التفسير الهندسي : المستقيم ذو المعادلة $y \quad 1$ مقارب أفقي للمنحني (C) بجوار .

❖) $\lim\limits_{x} \frac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} \frac{(x \quad 1)^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

2) دراسة إستمرارية الدالة f عند 0 :

$f(0) \quad 0$

لدينا : 1 0 $\lim\limits_{x} \frac{(x \quad 1)^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$ $\lim\limits_{x} f(x)$ ، إذن : $f(0)$.

و منه نقول أنّ الدالة f ليست مستمرة عند 0 .

3) أ) حساب : $\lim\limits_{x} \frac{f(x)}{x}$.

$\lim\limits_{x} \frac{x \quad 1 \quad \sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}{x}$ $\lim\limits_{x} \frac{x \quad \sqrt{x^2(1 \quad \frac{2}{x})}}{x}$ $\lim\limits_{x} \frac{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}{x}$ $\lim\limits_{x} \frac{f(x)}{x}$.

❖) إذن : نقول أنّ الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند 0 .

❖) **التفسير الهندسي :** المنحني (C) يقبل نصف مماس عمودي عند النقطة $O(0;0)$.

ب) ❖) حساب $f\,(x)$ على $;0$:

$f\,(x) \quad 1 \quad \frac{2x \quad 2}{2\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad 1 \quad \frac{x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (x \quad 1)}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (x \quad 1)}$

أي : $\frac{1}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1)} \quad \frac{x^2 \quad 2x \quad (x \quad 1)^2}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}$. $f\,(x)$

نلاحظ أنّه من أجل $;0$ x يكون : $0 \quad x \quad 1 \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و بالتالي ستكون : $f'(x)$ 0 ، أي أنّ الدالة f متناقصة تماما على $0;$.

❖) حساب $f'(x)$ على $0;$:

$$\frac{x(x \quad 1)^2 \quad (x \quad 2)}{x^4} \qquad \frac{x(x \quad 1)^2 \; 3x \quad 2(x \quad 1)}{x^4} \qquad \frac{3(x \quad 1)^2 \quad x^2 \quad 2x \quad (x \quad 1)^3}{x^4} \quad ، f'(x)$$

و منه : $\frac{(x \quad 1)^2 \quad (x \quad 2)}{x^3}$ $f'(x)$.

نلاحظ أنّه من أجل $0;$ x 0 : $f'(x)$ ، (لأنّ : $f(x)$ تنعدم من أجل 1 x).

و منه : الدالة f متزايدة على $0;$.

ج) تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x		0		1	
$f'(x)$		‖		0	
$f(x)$	1 ↘	‖	↘ 0		↗

توضيح مهم : الشيء الجديد بالنسبة للطلبة هو أنّ الدالة f معرفة عند 0 ، أي : $f(0)$ 0 ، لكن نهاية الدالة f على يمين 0 هي .

4) أ) نبيّن أنّ المستقيم ( ) مقارب للمنحنى (C) بجوار ، أي :

$$\lim_x \frac{x^3 \quad 2x^2 \quad 3x \quad 1 \quad x^2(x \quad 3)}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x \frac{(x \quad 1)^3}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x f(x) \quad \text{، أي :}$$

$$0 \quad \lim_x \frac{3}{x} \quad \lim_x \frac{3x}{x^2} \quad \lim_x \frac{3x \quad 1}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x f(x) \; .$$

و منه المستقيم ( ) مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار .

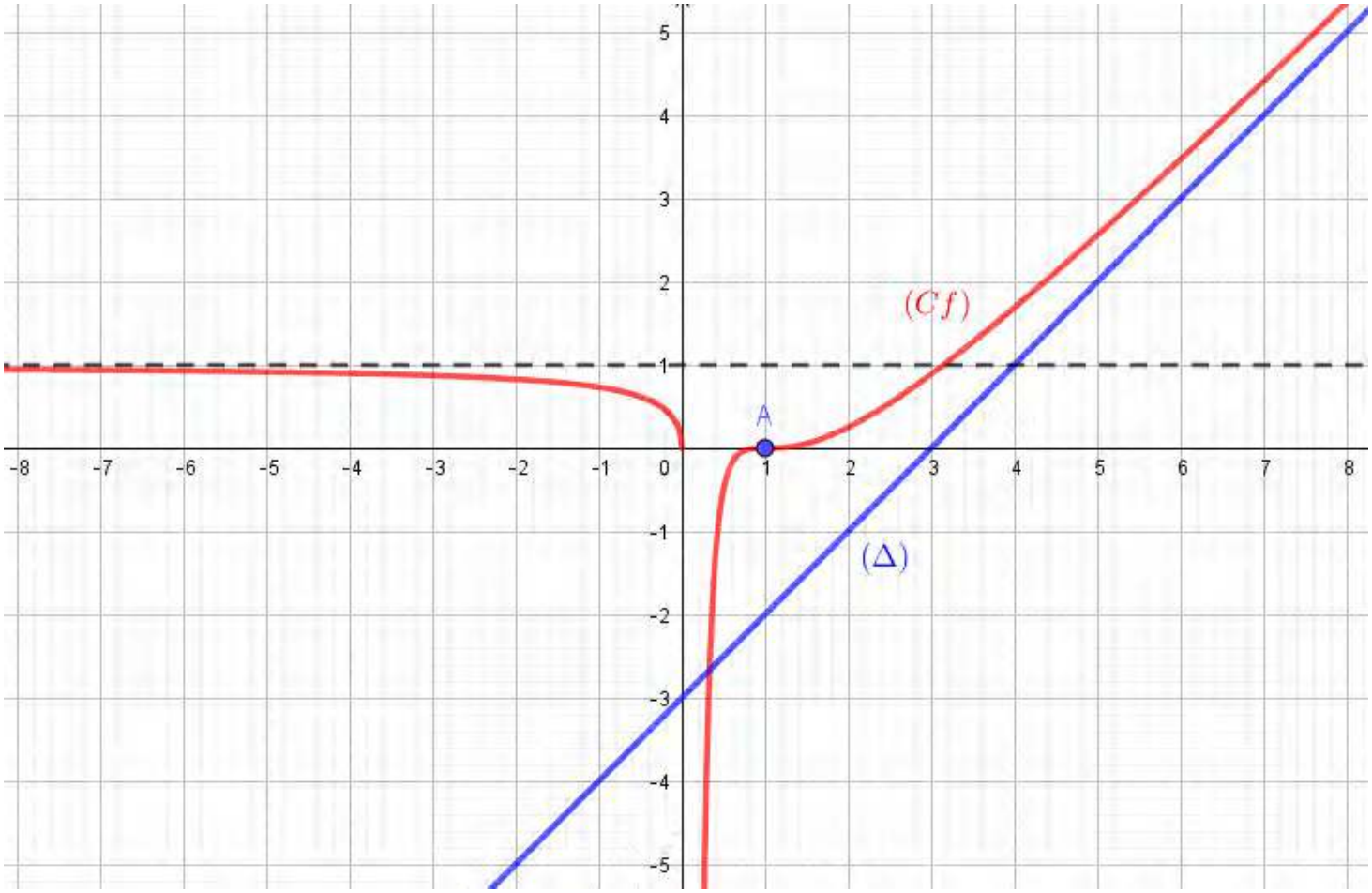
ب) الوضعية : أي ندرس إشارة $\frac{3x \quad 1}{x^2}$ ، و منه الإشارة من إشارة $3x \quad 1$

x	0		$\frac{1}{3}$	
$3x \quad 1$			0	
الوضعية	(C) يقع تحت ( )		(C) يقع فوق ( )	
	(C) يقطع ( ) عند النقطة $(\frac{1}{3}; \frac{8}{3})$			

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) نلاحظ من خلال جدول التغيرات للدالة f أنّ الدالة f تنعدم عند 1 و لا تغيّر إشارتها ،
إذن النقطة $A(1,f(1))$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C) ، أي : النقطة $A(1,0)$.

6) الإنشاء :



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 05

الجزء الأوّل :

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\sqrt{1 \quad x^2}$ كما يلي : x $f(x)$.

وَ ليكن (C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) أحسب : $\lim\limits_{x} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

ب) بيّن أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $2x$ y مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

2) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : 0 x $\sqrt{1 \quad x^2}$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) أ) أنشئ المماس (T) وَ المنحني (C) .

ب) حل بيانياً المتراجحة : 1 $2x$ $f(x)$.

ج) تحقّق أنّه من أجل كل 0 x يكون : $f(x)$ 1 $x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$.

الجزء الثّاني :

لتكن الدالة g المعرفة على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ بـ : $g(x)$ $\tan x$ $\sqrt{1 \quad \tan^2 x}$ ..... $\frac{}{2}$ x $\frac{}{2}$

$g(\frac{}{2})$ 0

و ليكن ( ) هو المنحني الممثل للدالة g .

1) بيّن أنّ : $g(\frac{}{2})$ $g(x)$ $\lim\limits_{x} \frac{}{2}$.

2) أحسب : $g(x)$ $\lim\limits_{x} \frac{}{2}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\frac{}{2};\frac{}{2}$ يكون : $\frac{\sin x \quad 1}{\cos x}$ $g(x)$.

ب) أدرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ أنشئ منحناها ( ) في معلم آخر .

الجزء الثالث :

لتكن الدالة h المعرّفة على $2;$ $;0$ كما يلي : $h(x)$ x $\sqrt{1 \quad x^2}$..... x 0

$h(x)$ 2 x $\sqrt{x^2 \quad 4x \quad 5}$ ..... x 2

1) بيّن أنّ المستقيم الذي معادلته : 1 x هو محور تناظر للمنحني (C_h) .

2) شكل جدول تغيّرات الدالة h .

3) أنشئ (C_h) في نفس معلم الدالة f .

المسألة مأخوذة من أحد كتب المغرب الشقيق مع تعديل يوافق المنهاج الجزائري

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 05

الجزء الأول :

1) أ) حساب النهاية : $\lim\limits_{x} f(x)$

$$\lim_{x} f(x) \quad \lim_{x} x \quad \sqrt{1 \quad x^2} \quad \lim_{x} \frac{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2} \quad \lim_{x} \frac{1}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad 0 \quad 1$$

إذن المنحني (C) يقبل حامل محور الفواصل كمستقيم مقارب بجوار .

ب) بيان أنّ المستقيم (d) مقارب مائل بجوار : أي نحسب $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$ ، أي : $\lim\limits_{x} f(x) \quad 2x$

$$\frac{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad \frac{1}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad 0 \quad 1 \quad (\quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}) \quad 2x \quad \lim_{x} f(x) \quad .$$

إذن المستقيم (d) مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

2) أ) بيان أنّ : $0 \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$ من أجل عدد حقيقي x ، نميّز حالتين :

❖) حالة $0 \quad x$ يكون : $0 \quad \frac{1}{\sqrt{1 \quad x^2} \quad x} \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$.

❖) حالة $0 \quad x$ يكون : $0 \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$. و منه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $0 \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$.

ب) حساب f : $0 \quad \frac{\sqrt{1 \quad x^2} \quad x}{\sqrt{1 \quad x^2}} \quad 1 \quad \frac{x}{\sqrt{1 \quad x^2}} \quad 1 \quad \frac{2x}{2\sqrt{1 \quad x^2}} \quad f\,(x)$.

و منه : الدالة f متزايدة تماما على .

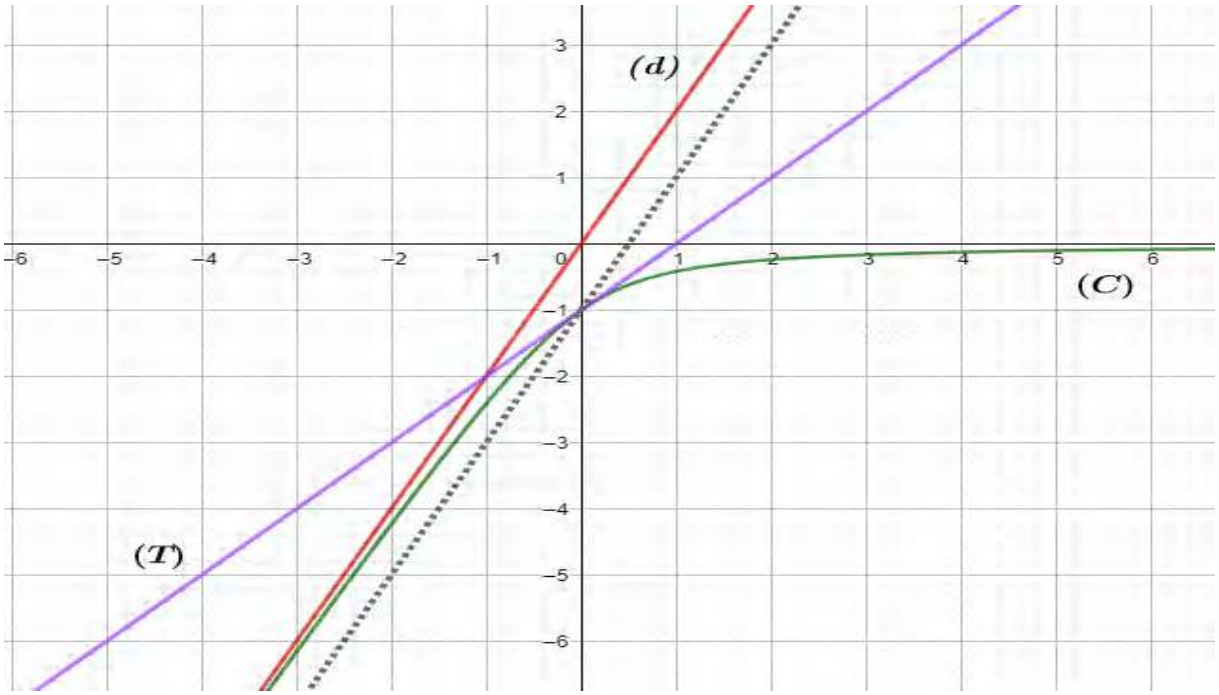
❖) جدول التغيرات :

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	0 $-\infty$ ↗

ج) معادلة المماس : $f(0) \quad f\,(0)(x \quad 0)$ ، و منه : $(T) : y \quad x \quad 1$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) الإنشاء :



ب) حل المتراجحة : $f(x) \quad 2x \quad 1$ (الحلول هي المجالات التي يكون فيها المنحني (C) فوق المستقيم ذو المعادلة $y \quad 2x \quad 1$) إذن : $S \quad ;0$.

ج) من أجل كل $x \quad 0$ يكون : $x\sqrt{\frac{x^2 \quad 1}{x^2}} \quad x \quad 1 \quad x\sqrt{1 \quad \frac{1}{x^2}} \quad x \quad 1 \quad x(1 \quad \frac{1}{x} \quad \sqrt{1 \quad \frac{1}{x^2}}) \quad x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$

أي : $1 \quad f(x) \quad 1 \quad \sqrt{x^2 \quad 1} \quad x \quad \frac{x\sqrt{x^2 \quad 1}}{x} \quad x \quad 1 \quad x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$ ، $(0 \quad x \quad ....;x \quad \sqrt{x^2})$.

الجزء الثاني :

1) بيان أنّ : $g(\frac{}{2}) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$.

لدينا : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} f(\tan x) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x \quad \sqrt{1 \quad \tan^2 x}$ ، أي : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$

$\lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x} \quad 1$

$\lim_{x} f(x) \quad 0$ ، و منه : 0 ، أي : $g(\frac{}{2}) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$.

2) حساب $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$:

أي : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} f(\tan x) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$ ، أي : $0 \quad 1$

$\lim_{x} f(x) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x}$.

و منه : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$ ، إذن : المستقيم ذو المعادلة $x \quad \frac{}{2}$ مقارب عمودي للمنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) لدينا : $\sqrt{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\sqrt{1 - (\frac{\sin x}{\cos x})^2}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\sqrt{1 - \tan^2 x}$ $\tan x$ $g(x)$ ، أي :

$\frac{1}{\cos x}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $g(x)$ ، و منه : $\frac{\sin x - 1}{\cos x}$ $g(x)$.

(**توضيح : بما أنّ** x $-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$ **فإنّ :** $\cos x$ ، $\cos x$ **أي :** $\sqrt{\cos^2 x}$).

ب) دراسة تغيرات الدالة g :

❖ **حساب** $g'(x)$:

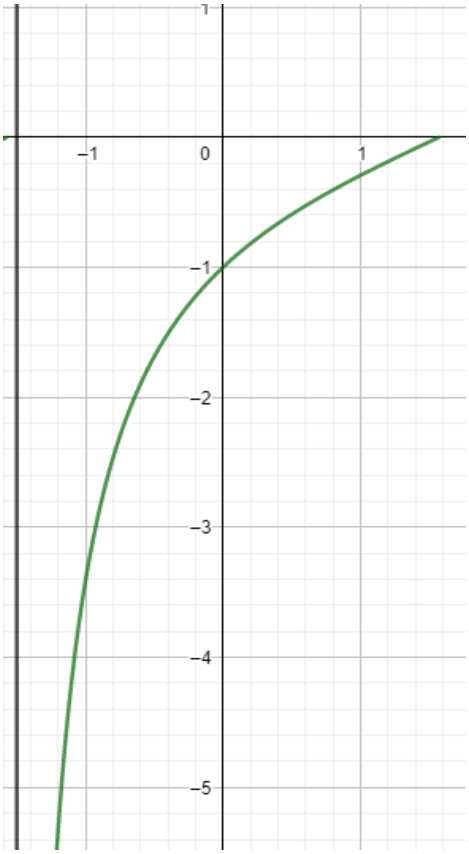
$\frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$ $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x - \sin x}{\cos^2 x}$ $\frac{\cos x \cos x - (-\sin x)(\sin x - 1)}{\cos^2 x}$ $g'(x)$.

نعلم أنّ : $\cos x$ 0 $\sin x$ 1 **من أجل كل** x $-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$ ، **إذن : الدالة** g **متزايدة تماما على** $-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$.

❖ **جدول التغيرات :**

x	$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	‖	$+$	‖
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow 0$	‖

❖ **الإنشاء :**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الجزء الثالث :

1) أوّلاً نلاحظ أنّ D_h متناظرة بالنسبة إلى 1 ، ثانياً نحسب : $h(2-x)$ في الحالتين ، أي :

❖) حالة $x \leq 2$:

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} - x = \sqrt{1 + x^2 - 2x + 4} - x = \sqrt{1 + (2-x)^2} - 2 + x = h(2-x)$$

❖) حالة $x \geq 2$:

$$h(x) = x - \sqrt{x^2 - 1} = x - \sqrt{(2-x)^2 + 4(2-x) + 5} = 2 - (2-x) = h(2-x) .$$

إذن : من أجل كل x من $]-\infty;2]$ يكون : $h(x) = h(2-x)$

و منه : المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحنى (C_h) .

2) تشكيل جدول تغيرات الدالة h :

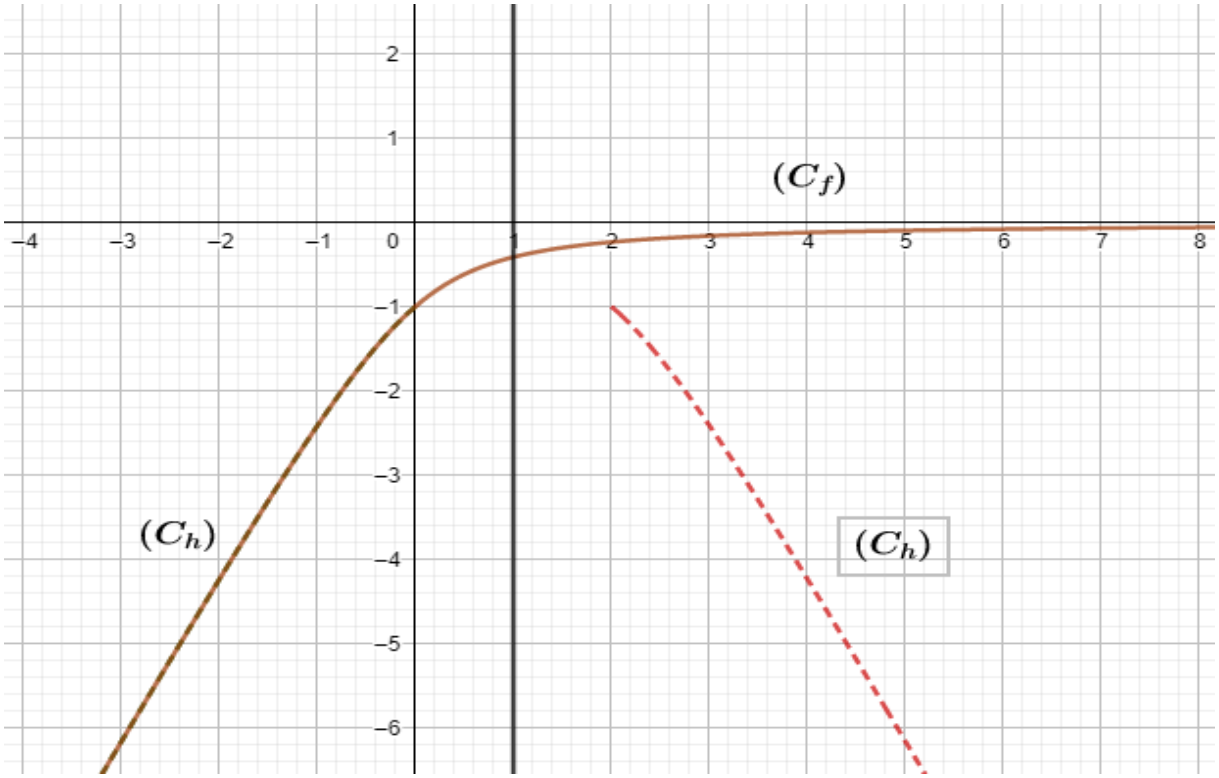
❖) لدينا على المجال $]-\infty;2]$: $f(x) = h(x)$.

❖) على المجال $]2;+\infty[$ نكمل جدول التغيرات بالحفاظ على قيم $f(x)$ و نغير إتجاه الدالة f ، لأنّ المنحنى (C_h) يناظر المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $x = 1$.

❖) جدول التغيرات على المجال $]-\infty;2]$

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	-1 ↘	$-\infty$

3) إنشاء (C_h) :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية (مثلثية) رقم 06 + 07

المسألة رقم 01 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\sin 3x \quad 3\sin x$: كما يلي ، $f(x)$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) بيّن أنّ الدالة f دورية و دورها هو 2 .

2) أدرس شفعية الدالة f ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) .

3) أ) قارن بين $f(x)$ وَ $f(\quad x)$. فسّر النتيجة هندسياً .

ب) إستنتج مما سبق مجالا لدراسة الدالة f .

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $\sin 2x \quad 6\sin x$. $f\ (x)$

5) أدرس تغيّرات الدالة f على المجال $0;\frac{}{2}$.

6) أنشئ المنحني (C_f) على $2\ ;2\quad$.

المسألة رقم 02 :

f دالة معرّفة على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ بـــ : $x.\tan x$. $f(x)$

1) أدرس شفعية الدالة f .

2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

3) بيّن أنّه من أجل كل x من $\frac{}{2};\frac{}{2}$ تكون : $\frac{2x \quad \sin 2x}{2\cos^2 x}$. $f\ (x)$

4) أ) نعتبر الدالة g المعرّفة على $0;\frac{}{2}$ كما يلي : $\sin 2x \quad 2x$. $g(x)$

❖) أدرس تغيّرات الدالة g على $0;\frac{}{2}$.

ب) إستنتج تغيّرات الدالة f على المجال $0;\frac{}{2}$.

5) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على المجال $\frac{}{2};\frac{}{2}$.

6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند ذات الفاصلة $\frac{}{4}$.

7) أ) أنشئ (T) و المنحني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

ب) ماهو عدد حلول المعادلة (E) ، حيث : $\frac{1}{x}$. $(E) : \tan x$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل المسألة 01

لدينا : $f(x) \quad \sin 3x \quad 3\sin x$.

1) إثبات أنّ f دورية، و دورها 2 : أي نحسب $f(x \quad 2\ )$.

$f(x \quad 2\ ) \quad \sin 3(x \quad 2\ ) \quad 3\sin(x \quad 2\ ) \quad \sin(3x \quad 6\ ) \quad 3\sin(x \quad 2\ )$ ، أي :

$f(x \quad 2\ ) \quad \sin 3x \quad 3\sin x$ ، و منه : $f(x \quad 2\ ) \quad f(x)$.

إذن : الدالة f دورية و دورها 2 ، لهذا يمكن دراستها على مجال طوله 2 ، و ليكن المجال $\quad ; \quad$.

2) أ) شفعية الدالة f :

$f(\ x) \quad \sin(\ 3x) \quad 3\sin(\ x) \quad \sin 3x \quad 3\sin x \quad (\sin 3x \quad 3\sin x) \quad f(x)$.

و منه : الدالة f فردية، إذن : المنحنى (C_f) يقبل المبدأ O كمركز تناظر .

❖ نستنتج أنّه يمكن أن ندرس الدالة f على المجال $0; \quad$.

3) أ) مقارنة $f(x)$ وَ $f(\quad x)$ ، ثم تفسير النتيجة هندسياً :

$f(\quad x) \quad \sin 3(\quad x) \quad 3\sin(\quad x) \quad \sin(3 \quad 3x) \quad 3\sin(\quad x) \quad \sin(2 \quad 3x) \quad 3\sin(\quad x)$

أي : $3\sin x \quad \sin 3x \quad 3\sin(\quad x) \quad \sin(\quad 3x) \quad f(\quad x)$ ، و منه : $f(x) \quad f(\quad x)$.

إذن : كتفسير هندسي نقول أنّ المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر و هو المستقيم ذو المعادلة $\frac{}{2} \quad x$.

ب) نستنتج مما سبق أنّه يمكننا دراسة الدالة f على المجال $0;\frac{}{2}$.

4) حساب $f\ (x)$: $f\ (x) \quad 3 \quad \cos 3x \quad 3 \quad \cos x \quad 3(\cos 3x \quad \cos x)$.

نعلم أنّ : $\cos a \quad \cos b \quad 2\sin(\frac{a \quad b}{2}) \quad \sin(\frac{a \quad b}{2})$

أي : $f\ (x) \quad 3(\cos 3x \quad \cos x) \quad 3(\ 2)\sin(\frac{3x \quad x}{2}) \quad \sin(\frac{3x \quad x}{2})$ ،

و منه : $f\ (x) \quad 6\sin 2x \quad \sin x$ ، و هو المطلوب .

5) دراسة تغيرات الدالة f :

لدينا على المجال $0;\frac{}{2}$ ، أي : $\frac{}{2} \quad x \quad 0$ ، يكون : $0 \quad 2x$ ، و منه : $\sin x \quad 0$ وَ $\sin 2x \quad 0$.

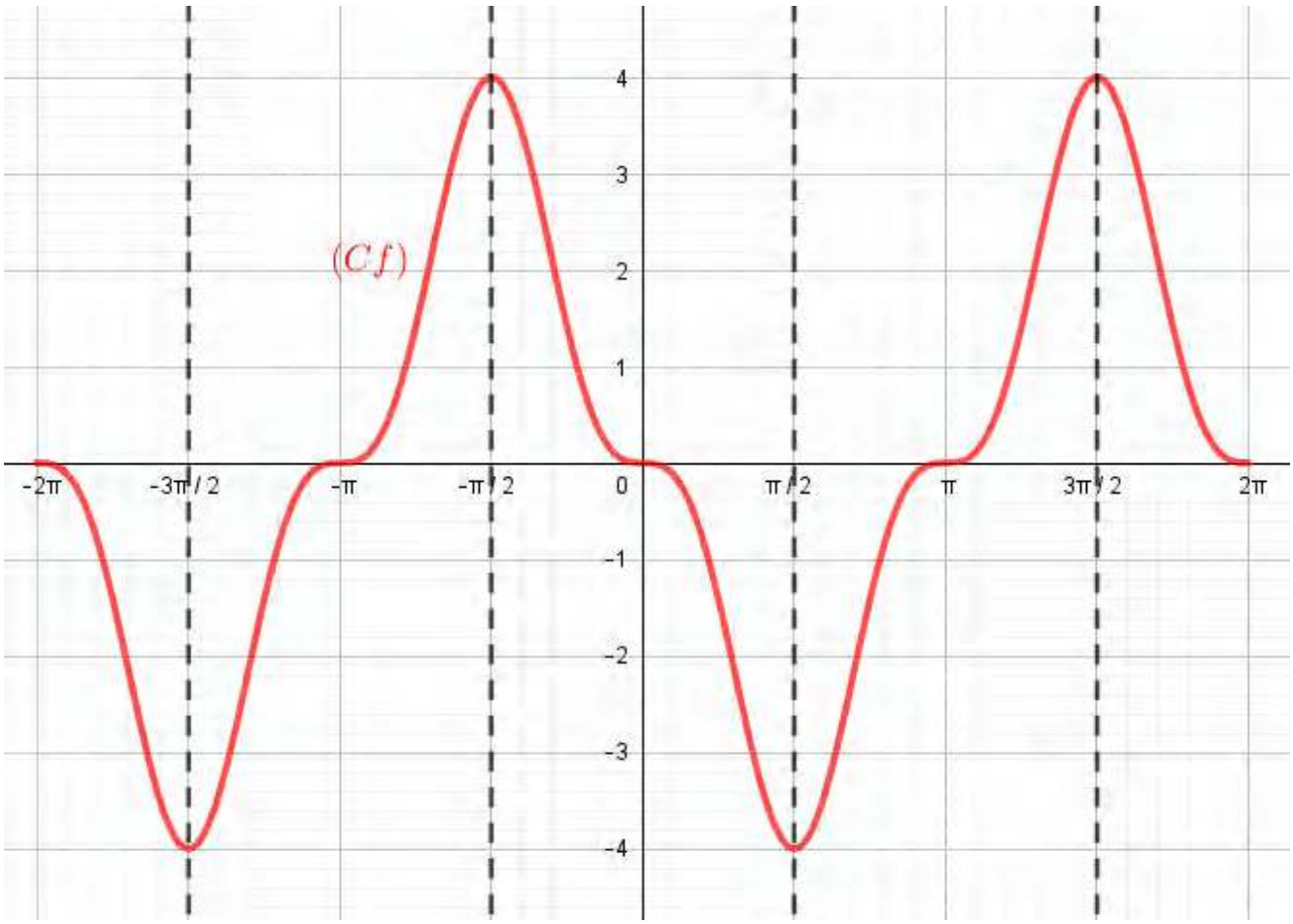
إذن : من أجل كل $0;\frac{}{2} \quad x$: $f\ (x) \quad 0$ ، و بالتالي الدالة f متناقصة على $0;\frac{}{2}$.

❖ جدول التغيرات :

x	$0 \qquad\qquad\qquad\qquad \frac{}{2}$
$f\ (x)$	
$f(x)$	$0 \searrow 4$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6) **الإنشاء :**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل المسألة 02

لدينا : $x.\tan x \quad f(x)$.

1) دراسة شفعية الدالة f :

أولاً : نلاحظ أنّ 0 هو مركز لـ D_f .

ثانياً : $f(x) \quad \tan x \quad x \quad \tan x \quad x \quad x.\tan(\quad x) \quad f(\quad x)$.

و منه الدالة f زوجية .

2) حساب النهايات :

❖) $\lim_{x \quad \frac{}{2}} x \quad \tan x \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} f(x)$ ، لأنّ : $\frac{1}{0} \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x} \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x$.

❖) $\lim_{x \quad \frac{}{2}} x \quad \tan x \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} f(x)$ ، لأنّ : $\frac{1}{0} \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x} \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x$.

3) حساب f :

$\frac{x}{\cos^2 x} \quad \frac{\sin x}{\cos x} \quad x \quad \frac{1}{\cos^2 x} \quad \tan x \quad 1 \quad f(x)$ ، أي : $\frac{\sin x \quad \cos x \quad x}{\cos^2 x} \quad f(x)$ ،

(نضرب في 2 و نقسم على 2) نجد : $\frac{2\sin x \quad \cos x \quad 2x}{2\cos^2 x} \quad f(x)$ ، (نعلم أنّ : $\cos x \quad 2\sin x \quad \sin 2x$) ،

إذن : $\frac{\sin 2x \quad 2x}{2\cos^2 x} \quad f(x)$ ، و هو مطلوب .

4) أ) دراسة تغيّرات الدالة g حيث : $\sin 2x \quad 2x \quad g(x)$.

❖) الدالة المشتقة : $2.\cos 2x \quad 2 \quad g(x)$.

نعلم أنّ : $1 \quad \cos 2x \quad 1$ ، أي : $2 \quad 2.\cos 2x \quad 2$ ، و منه : $4 \quad 2.\cos 2x \quad 2 \quad 0$.

إذن نستنتج أنّ : $0 \quad g(x)$ ، و بالتالي : الدالة g متزايدة على المجال $0;\frac{}{2}$.

❖) جدول التغيرات :

x	$0 \qquad\qquad \frac{}{2}$
$g(x)$	
$g(x)$	0 ↗

❖) نلاحظ من جدول التغيرات أنّه من أجل كل $0;\frac{}{2} \quad x$ تكون : $0 \quad g(x)$.

ب) لدينا : $\frac{g(x)}{2\cos^2 x} \quad f(x)$ ، بما أنّ : $0 \quad g(x)$ على $0;\frac{}{2}$ ، إذن : $0 \quad f(x)$ على $0;\frac{}{2}$.

و بالتالي : الدالة f متزايدة على $0;\frac{}{2}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) بما أنّ الدالة f زوجية، فستكون متناقصة على $0;\frac{}{2}$ ، أي: جدول تغيرات الدالة f على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ يكون:

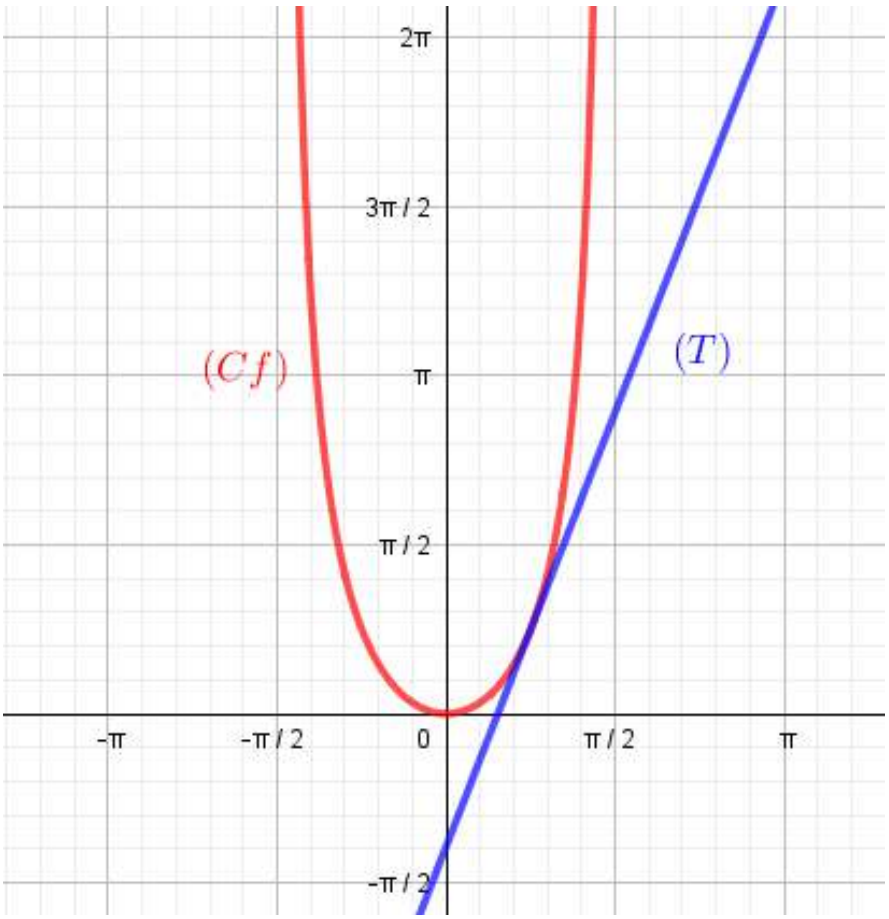
x	$\frac{}{2}$	0	$\frac{}{2}$
$f(x)$	↘	0	↗

6) كتابة معادلة (T) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{}{4}$:

❖) $f(\frac{}{4})$ $f(\frac{}{4})(x \quad \frac{}{4})$ $(T): y$ ، لدينا: $f(\frac{}{4}) \quad \frac{}{4}$ ، أي: $\frac{}{4}$ $(\frac{}{2} \quad 1)(x \quad \frac{}{4})$ $(T): y$ ،
$f(\frac{}{4}) \quad \frac{}{2} \quad 1$

أي: $\frac{}{4} \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{8}^{2} \quad (\frac{}{2} \quad 1)x$ ، ومنه: $(T): y \quad \frac{}{8}^{2} \quad (\frac{}{2} \quad 1)x$ $(T): y$.

7) أ) الإنشاء:



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) عدد الحلول المعادلة : $(E) : \tan x \quad \frac{1}{x}$

أي : $(E) : x.\tan x \quad 1$ ، معناه : $(E) : f(x) \quad 1$. و منه المعادلة تقبل حلين متمايزين .

كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM