كل ما تحتاج في هذا المحور

1) **مجموعة التعـريف:** $f(x)=e^{U}$ تكون معرفة حسب مجال تعريف $U(x)$

2) **خـواص:**

$$e^{-a}=\frac{1}{e^{a}}$$
$$\operatorname{Ln} e^{a}=a$$
$$e^{\operatorname{Ln} a}=a$$
$$e^{a}=e^{b}\Rightarrow a=b$$
$$e^{a}>e^{b}\Rightarrow a>b$$

$$e^{a}>0$$
$$e^{0}=1$$
$$e^{a}\times e^{b}=e^{a+b}$$
$$\frac{e^{a}}{e^{b}}=e^{a-b}$$
$$(e^{a})^{b}=e^{a\times b}$$

3) **النهايات الشهيرة:**

$$\lim_{x\to-\infty} x^{n}.e^{x}=0$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x}=\lim_{\alpha\to 0}\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} e^{x}=0$$
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^{n}}=\lim_{\alpha\to+\infty}\frac{e^{\alpha}}{\alpha}=+\infty$$

4) **حساب المشتقــة:** $f(x)=e^{U}$ تكون مشتقتها $f'(x)=U'e^{U}$

5) **جدول الإشارة:** لدراسة إشارة من العبارة العامة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ $a.\alpha\neq 0$ يكون:

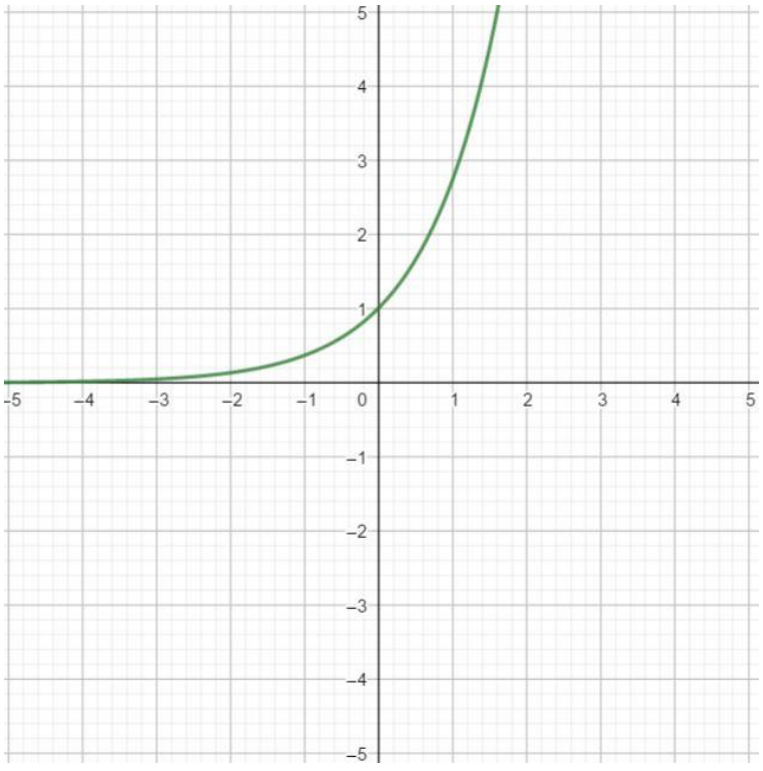
- إذا كان a و b متماثلان في الإشارة:

x	
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	نفس إشارة a

- إذا كان a و b مختلفان في الإشارة:

x		x_0	
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	نفس إشارة $a.\alpha$

6) **منحنى الدالة e^{x} أو exp(x):**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

سلسلة التمارين

التمريـن الأول: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x+3-4e^x$$
$$\lim_{x\to-\infty} (x^2-3x+4)e^x$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{3x}+2}{e^{2x}-1}$$
$$\lim_{x\to0} \frac{e^{2x}-1}{x}$$

التمريـن الثاني: حل في R ما يلي:

$$e^x = 2$$
$$e^x = -3$$
$$e^{2x} - 3e^x - 10 = 0$$
$$e^{3x+4} + 4e^{2x+3} - 5e^{x+2} = 0$$
$$e^x - 5e^{-x} + 4 \geq 0$$

التمريـن الثالث:

نعتبر الدالة: $f(x) = (ax+b)e^{-x} + 1$ المعرفة على المجال]∞+ ;2-[حيث تمر بالنقطة A(-1 ;1) ومعامل توجيهه عندها يساوي e-

1) أوجد العددين a وb
2) بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$
3) أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها
4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف S يطلب تعيين احداثياتها
5) أوجد معادلة المماس (T) عند S
6) أنشئ المنحنى (C_f)
7) لتكن الدالة g المعرفة على المجال]∞+ ;2-[كما يلي: $g(x) = f(x^2)$ عين اتجاه تغيرات الدالة g

التمريـن الرابـع:

I. g دالة معرفة بـ: $g(x) = e^x + x + 1$
1) أدرس تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,28 < \alpha < -1,27$
3) أدرس حسب قيم x إشارة g(x)

II. f دالة عددية ذات المجهول x حيث: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$
نسمي (C) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس
1) عين مجموعة التعريف البياني للدلة f ثم أحسب النهايات على أطراف مجال التعريف
2) بين أنه مهما كان x من D_f فإن: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$
3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f
4) أحسب f(α) ثم استنتج حصرا للعدد f(α)
5) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها معدومة
6) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)
7) بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) معادلته y=x

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الخامس:

f دالة عددية معرفة بـ: $f(x) = x + \frac{e^x}{e^x+1}$ ونسمي (θ) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها
2) برهن أن المنحنى (θ) يقبل مستقيما مقاربا مائل بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته
3) برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: y=x+1 مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$
4) برهن أن المنحنى (θ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1 < \alpha < 0$
5) أوجد احداثيتي S نقطة تقاطع المنحنى (θ) مع محور التراتيب
6) برهن أن S مركز تناظر للمنحنى (θ)
7) أنشئ المنحنى (θ) (وحدة الطول = 4cm)
8) بين أنه توجد نقطة من المنحنى (θ) يكون عندها ميل المماس يساوي $\frac{5}{4}$
9) برهن أن المنحنى (θ) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان

التمريـن السادس:

I. نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g
2) أحسب g(0) ثم استنتج إشارة g(x) حسب قيم x

II. نعتبر فيما يلي الدالة f حيث: $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$ حيث (C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) بين أن الدالة f معرفة على R
2) بين أنه يمكن كتابة f على الشكل: $f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$
3) أحسب نهاية الدالة f على أطراف مجال التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا
4) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
5) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها معدومة
6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
7) أنشئ المنحنى (C_f) آخذا بعين الاعتبار: $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$

التمريـن السـابع:

f دالة عددية معرفة على R كما يلي: $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$ ونسمي (C_f) المنحنى البياني للدالة f

I. أدرس تغيرات الدالة h على R ثم أدرس اشارتها حيث: $h(x) = xe^x + 1$

II. نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلين α و β حيث: $1,14 < \alpha < 1,15$ و $-1,85 < \beta < -1,84$
3) أدرس حسب قيم x إشارة g(x)

III.

1) أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا
2) أكتب f'(x) بدلالة g(x) ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3) أحسب f(α) ثم عين حصرا له
4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
5) أدرس تغيرات الدالة U على R حيث: $U(x) = e^x - xe^x - 1$ ثم عين إشارتها
6) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)
7) أرسم المنحنى (C_f) والمماس (T) حيث نقبل $-1,19 < f(\beta) < -1,18$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نتائج التمارين

التمريـن الأول:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x+3-4e^{x} = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} (x^{2}-3x+4)e^{x} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{3x}+2}{e^{2x}-1} = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} \frac{e^{2x}-1}{x} = 2$$

التمريـن الثاني:

$S_1 = \{\ln(2)\}$

$S_2 = \{\emptyset\}$

$S_3 = \{\ln(5)\}$

$S_4 = \{-1\}$

$S_5 = [0;+\infty[$

التمريـن الثالث:

$a = b = -1$

$f(x) = (-x-1)e^{-x}+1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$f'(x) = xe^{-x}$

$f''(x) = (1-x)e^{-x}$

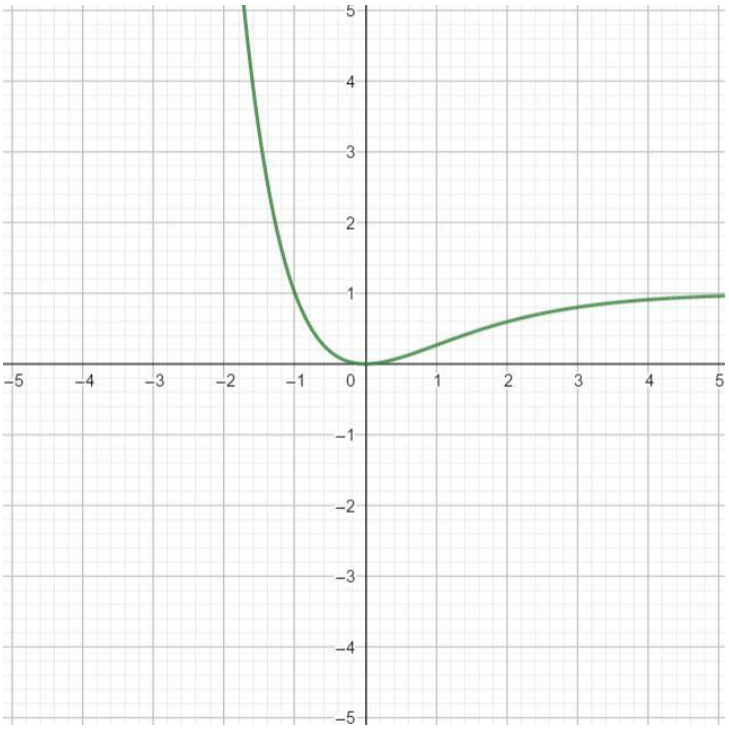
$S(1;\frac{-2}{e}+1)$

$(T): y = e^{-1}x - 3e^{-1}+1$

$g'(x) = 2x^{3}e^{-x^{2}}$

x	-2	0	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$e^{2}+1$ ↘	0	↗ 1

x	-2	0	$+\infty$
g'(x)	-	0	+
g(x)	$-5e^{-4}+1$ ↘	0	↗ 1



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الرابع:

$D_g=R$

$g(x)=e^x+x+1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$g'(x)=e^x+1$

$g(-1{,}28)\times g(-1{,}27)<0$

x	$-\infty$		$+\infty$
g'(x)	+		
g(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
g (x)	-	0	+

$D_f=R$

$f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$f'(x)=\dfrac{e^x\times g(x)}{(e^x+1)^2}$

$f(\alpha)=\alpha+1$

$-0{,}28<f(\alpha)<-0{,}27$

$(\Delta): y=\frac{1}{2}x$

$f(x)-y=\dfrac{x(e^x-1)}{2(e^x+1)}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y=0$; $y=x$ م.م.م

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	0 ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f(x)-y	+	0	+
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(Δ) يمس (C_f)	(C_f) فوق (Δ)

التمريـن الخامــس:

$D_f=R$

$f(x)=x+\dfrac{e^x}{e^x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$f'(x)=\dfrac{e^{2x}+3e^x+1}{(e^x+1)^2}$

$g(-1{,}28)\times g(-1{,}27)<0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-y=0$; y=x م.م.م

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y=0$; y=x+1 م.م.م

$x<f(x)<x+1$

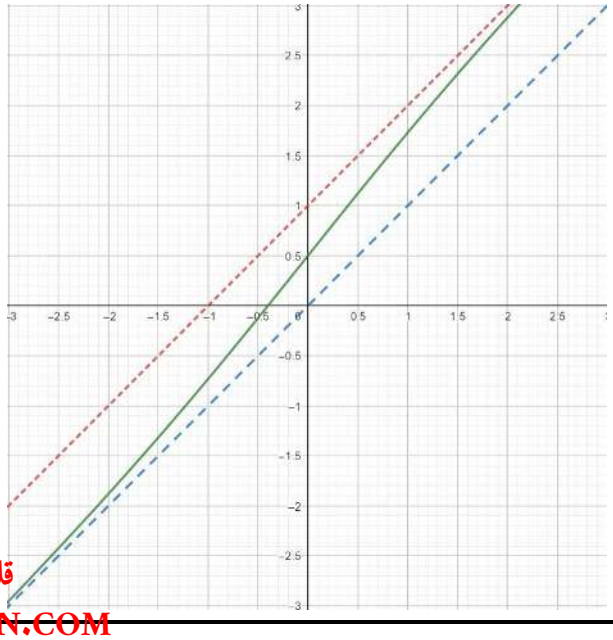
$f(-1)\times f(0)<0$

S(0 ;1/2)

$f(x)+f(-x)=1$

$f'(x)=\frac{5}{4}\Rightarrow$ x=0

x	$-\infty$	$+\infty$
f'(x)	+	
f(x)	$-\infty$ ↗	$+\infty$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الســادس:

$D_g=R$

$g(x)=e^{-x}+x-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$g'(x)=-e^{-x}+1$

$g(0)=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	
g(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g(x)		+	0	+	

$D_f=R$

$f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\Rightarrow$ y=0 م.م.أ

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1\Rightarrow$ y=1 م.م.أ

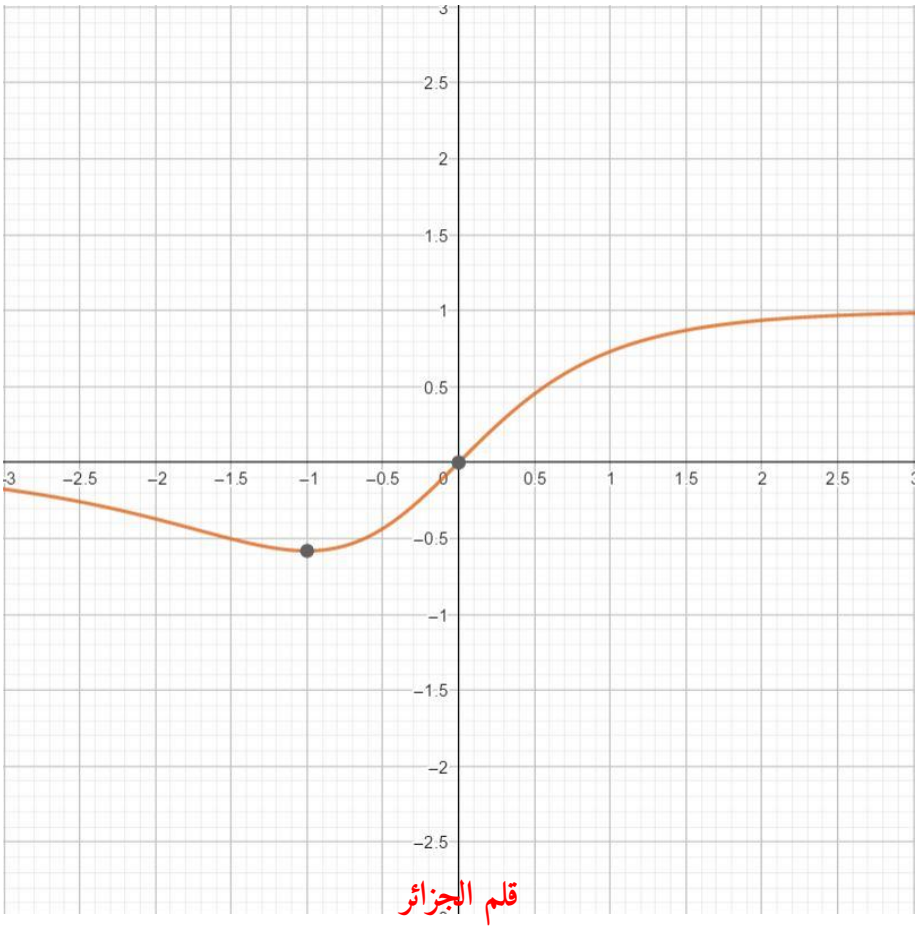
$f'(x)=\dfrac{e^{-x}(x+1)}{(x+e^{-x})^2}$

$(\Delta): y=x$

$f(x)-y=\dfrac{-x\times g(x)}{x+e^{-x}}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	0	↘	-0,6	↗	1

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)-y		+	0	-	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمريـن الســابع:

$D_h=R$

$h(x)=xe^x+1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

$h'(x)=(x+1)e^x$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
h'(x)	-	0	+
h(x)	1 ↘	0,6	↗ $+\infty$

x	$-\infty$	$+\infty$
h(x)	+	

$D_g=R$

$g(x)=x+2-e^x$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

$g'(x)=1-e^x$

$g(1{,}14)\times g(1{,}15)<0 \Rightarrow g(\alpha)=0$

$g(-1{,}85)\times g(-1{,}84)<0 \Rightarrow g(\beta)=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g'(x)	+	0	-
g(x)	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

x	$-\infty$	β	α	$+\infty$
g(x)	-	0	+	0 -

$D_f=R$

$f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1 \Rightarrow$ y=-1 أ.م.م

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0 \Rightarrow$ y=0 أ.م.م

$f'(x)=\dfrac{e^x\times g(x)}{[h(x)]^2}$

$f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$

$0{,}465<f(\alpha)<0{,}467$

(T) : y=x

$u(x)=e^x-xe^x-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} u(x)=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=-\infty$

$u'(x)=-xe^x$

$f(x)-y=\dfrac{(1+x)\times u(x)}{h(x)}$

x	$-\infty$	β	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0 -
$f(x)$	−1 ↘	$f(\beta)$	↗ $f(\alpha)$	↘ 0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
u'(x)	+	0	-
u(x)	−1 ↗	0	↘ $-\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
u(x)	-	0	-

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f(x)-y	+		0	-	0	-	
الوضعية	(C_f) فوق (T)		(C_f) يقطع (T)	(C_f) تحت (T)	(C_f) يمس (T)	(C_f) تحت (T)	



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM