خواص الموافقة في $\mathbb{Z}$

n عدد طبيعي غير معدوم. a ، b ، c و d أعداد صحيحة.

① $a \equiv a[n]$

② إذا كان: $a \equiv b[n]$ فإنّ: $b \equiv a[n]$.

③ إذا كان: $a \equiv b[n]$ و $b \equiv c[n]$ فإنّ: $a \equiv c[n]$.

④ إذا كان: $a \equiv b[n]$ و $c \equiv d[n]$ فإنّ: $a + c \equiv b + d[n]$.

⑤ إذا كان: $a \equiv b[n]$ و $c \equiv d[n]$ ،فإنّ: $a \times c \equiv b \times d[n]$.

⑥ p عدد طبيعي غير معدوم: إذا كان: $a \equiv b[n]$ فإنّ $a^p \equiv b^p[n]$.

التمرين 1

a و b عددان طبيعيان حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9
ب) بيّن أن: $b \equiv -1[9]$
جـ) هل العددان a و b متوافقان بتردد 9 ؟ برّر إجابتك. دورة 2008 (1)

2. أ) ماهو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9 ؟
ب) استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3

التمرين 2

1. احسب باقي قسمة كل من 3^2 ، 3^3 ، 3^4 ، 3^5 ، 3^6 على 7 .

2. عين باقي قسمة كل من 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي عير معدوم. دورة 2008 (2)
استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7 .

3. بين أن العدد : $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

التمرين 3

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ. تحقق أنّ: $a \equiv 1[3]$.
ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3 دورة 2009 (1) .
جـ .بيّن أنّ: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2. أ.ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة العدد 5^n على 3 .
ب.عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

التمرين 4

1. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9 . دورة 2009 (2)

2. عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد: $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9 .

3. بيّن أن العدد A حيث: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

التمرين 5

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1. أ. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7 .
ب.استنتج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7 . دورة 2010 (1)
جـ.تحقق أنّ: $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق:
$n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.
ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16 .

التمرين 6

في كل من الأسئلة الآتية اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة،مع التعليل:

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:
أ) -3 ب) 2 ج) 3 دورة 2010 (2)

2. x عدد صحيح،إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5 فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو:
أ) 0 ب) 1 ج) 2.

التمرين 7
نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=619$ و $b=2124$

1. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بتردید 5 .

2. أ) بيّن أنّ: $2124\equiv -1[5]$.
ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5 .
ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n}\equiv 1[5]$. دورة 2011 (1)
د)عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$.

التمرين 8
a ، b و c أعداد صحيحة،بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 . باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 . دورة 2011 (2)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a\times b$ ، a^2-b^2

2. أ)أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n}\equiv 1[7]$
ب)تحقق أنّ $48\equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7

التمرين 9
اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل:

1. n و n' عددان طبيعيان حيث: $n=3n'+5$. باقي قسمة n على 3 هو 5 . دورة 2012 (1)

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4 .
(لاحظ أنّ: $2012=3\times 670+2$)

3. n عدد صحيح حيث: $n\equiv 2[11]$ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2-9$ على 11 هو 10 .

التمرين 10
a و b عددان طبيعيان بحيث:
$a+b\equiv 7[11]$ و $a-b\equiv 5[11]$.

1. أ)عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11 .
ب)بيّن أنّ: $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a\equiv 6[11]$ و $b\equiv 1[11]$.

2. أ)أثبت أنّ: $a^5\equiv -1[11]$.
ب)استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $a^{10k}\equiv 1[11]$.

3. أ)تحقق أنّ: $2012=10\times 201+2$.
ب)عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11 . دورة 2012 (2)

التمرين 11
1. هل العددان 2013 و 718 متوافقان بتردید 7 ؟

2. أ)عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .
ب)استنتج أنه،من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n}-1\equiv 0[7]$.

3. أ)عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .
ب)بيّن أنّه،من أجل كل عدد طبيعي n ،العدد $3\times 718^{6n}+2013$ يقبل القسمة على 7 .

4. أ)تحقق أن: $1434\equiv -1[7]$. دورة 2013 (1)
ب)عين الأعداد الطبيعية n ،الأصغر من 25 بحيث: $1434^{2n}+n\equiv 0[7]$.

التمرين 12
a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 6[7]$.

1. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7 .

2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+3b^2 على 7 .

3. أ)تحقق أنّ: $b\equiv -1[7]$. دورة 2013 (2)
ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7 .

4. عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$.

التمرين 13
مة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9 .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$.

3. استنتج أنّ: $4\times10^4+3\times10^3+2\times10^2+28\equiv 1[9]$. دورة 2014 (1)

4. أ) تحقق أنّ: $2^3\equiv -1[9]$.
عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n}+n-1\equiv 0[9]$.

التمرين 14 عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الخمس مع التبرير:

1. عدد قواسم 1435 هو:
أ) 8. ب) 5. جـ) 2.

2. إذا كان $a\equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:
أ) 1−. ب) 7. جـ) 6.

3. العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:
أ) 2. ب) 4. جـ) 3.

4. إذا كان $x\equiv 2[5]$ و $y\equiv 2[5]$ فإنّ:
أ) $x^9+y^9\equiv 3[5]$. ب) $x^9+y^9\equiv 2[5]$.
جـ) $x^9+y^9\equiv 4[5]$.

5. لدينا $27\equiv 21[6]$ إذن: دورة 2014 (2)
أ) $9\equiv 7[6]$. ب) $9\equiv 7[2]$. جـ) $9\equiv 7[3]$.

التمرين 15 عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التعليل، من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1. إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a\equiv -1[5]$ فإنّ:
أ) $a\equiv 2[5]$. ب) $a\equiv 6[5]$. جـ) $a\equiv 99[5]$.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 99− على 7 هو:
أ) 1−. ب) 6. جـ) 1.

3. من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد 10^n-1 يقبل القسمة على:
أ) 3. ب) 5. جـ) 2.

4. مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:
أ) عدد زوجي. ب) مضاعف للعدد 3.
جـ) مضاعف للعدد 4. دورة 2015 (1)

التمرين 16
a و b عددان صحيحان يحققان: $a\equiv 13[7]$ و $b\equiv -6[7]$.

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b . دورة 2015 (2)

2. بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7

3. أ) تحقق أنّ: $a\equiv 2015[7]$ و $b\equiv 1436[7]$.
ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2015^3+1436^3 .
جـ) استنتج أنّ: $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0[7]$.

التمرين 17

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0 ، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 و 2^4 على العدد 5 .

2. أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون: $2^{4n}\equiv 1[5]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 . دورة 2016 (1)

3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2^{2016}+2+n\equiv 0[5]$.

التمرين 18

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج انّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k}\equiv 1[9]$.
جـ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 . دورة 2016 (2)

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n}\equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n}+4^n+1$ مضاعفا للعدد 9 .

التمرين 19 نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a=2016$ $b=1437$ و $c=1954$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من a ، b و c على 5
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد:
$a+b+c$ ، $a\times b\times c$ و b^4 على 5 .
3. أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $b^{4n}\equiv 1[5]$
ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5 .
4. أ) تحقق أنّ: $c\equiv -1[5]$. دورة 2017 (1)
ب) بيّن أنّ: $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$.

التمرين 20 a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث:
$a\equiv -5[7]$ ، $b=1966$ ، $c=2017$.
1. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد:
a ، b و c على 7 . دورة 2017 (2)
2. تحقق أنّ: $b\equiv -1[7]$.
3. أثبت أن العدد: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2$ يقبل القسمة على 7 .
4. تحقق أنه،من أجل كل عدد طبيعي k : $2^{3k}\equiv 1[7]$
ثم استنتج أنّ: $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ و $2^{3k+2}\equiv 4[7]$.
5. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 2^n+3 قابلا للقسمة على 7 .

التمرين 21 الاستثنائية (1)
1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 9 .
ب) بيّن أنّ:من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n}\equiv 1[9]$
جـ) استنتج أنّ:من أجل كل عدد طبيعي n :
$4^{3n+1}\equiv 4[9]$.
2. تحقق أنّ: $2020^{1438}\equiv 4[9]$.
3. بيّن أنّ العدد $(2020^{1438}-2017^2+1995)$ يقبل القسمة على 9 .

التمرين 22 الاستثنائية (2)
a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 14[13]$ و $b\equiv -1[13]$.
1. أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$ ، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13 .
2. بيّن أنّ العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13 .
3. عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث:
$b^{2017}+n+1438\equiv 0[13]$

التمرين 23
1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .
2. عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2018=4\alpha+2$.
3. بيّن أنّ العدد: $2^{2018}+2017^8-5$ يقبل القسمة على 5 .
4. أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n :
$12^n\equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n\equiv 2^n[5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث:
$12^n+(-3)^n-4\equiv 0[5]$. دورة 2018 (1)

التمرين 24
a و b عددان طبيعيان غير معدومان حيث $a=4b+6$.
1. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
2. بيّن أنّ a و b متوافقان بتردد 3 .
3. نضع $b=489$. دورة 2018 (2)
أ) تحقق أنّ $a\equiv -1[13]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018}+40^{2968}$ على 13 .
جـ) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد:
$a^{2n}+n+3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين 25
a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2019$ و $b=2969$.
1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7 .
ب) استنتج أنّ العددين a و $3b$ متوافقان بتردد 7 .
2. بيّن أنّ: $9a+b\equiv 0[7]$. دورة 2019 (1)
3. تحقق أنّ: $2a\equiv -1[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2969}\times a^{2969}$ على 7 .
4. عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n+an+2\equiv 0[7]$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 26

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2019$ و $b=1441$.

1. تحقق أنّ: $a\equiv 13[17]$. دورة 2019 (2)

2. بيّن أنّ: a و b متوافقان بتردید 17 ، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17 .

3. بيّن أنّ $a\times b\equiv -1[17]$ ثمّ استنتج أنّ:
$3a^2\times b^2+14\equiv 0[17]$.

4. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17 .

5. بيّن أنّ: $2019^{1954}+169^{2n}+1441^{2969}-13\equiv 0[17]$

6. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق:
$n+1954^{1962}+16\equiv 0[17]$.

التمرين 27

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث:
$a=2020$ ، $b=2970$ و $c=1441$.

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a ، b و c على 9 دورة 2020 (1)

2. تحقّق أنّ العدد b و $(a+5)$ متوافقان بتردید 9 .

3. تحقّق أنّ: $2a\equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9 .

4. بيّن أنّ العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9 .

التمرين 28

a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ ، $b=2020$.

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .

2. بيّن أنّ : $a^2+b^2\equiv -1[7]$ ثم استنتج أنّ العدد $\left(a^2+b^2\right)^{1962}-8$ يقبل القسمة على 7 .

3. أ.عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 .
ب.بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n}\equiv 1[7]$
ثم استنتج أنّ: $4^{3n+1}\equiv 4[7]$.
جـ.بيّن أنّ: $b^{21}\equiv 1[7]$. دورة 2020 (2)

4. عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n+a+b^{21}\equiv 0[7]$

التمرين 29

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a=2926$ و $b=1715$

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13 دورة 2021 (1)

2. أ.بيّن أنّ: $b+1\equiv 0[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $b\equiv -1[13]$
ب.بيّن أنّ العدد $a^{1442}+b^{2021}$ يقبل القسمة على 13

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n=27^n+1$
أ.تحقّق أنّ $27\equiv 1[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $A_n\equiv 2[13]$
ب.عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون:
$A_n+n+11\equiv 0[13]$

التمرين 30 لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث:
$a=2021$ ، $b=1442$ و $c=1954$

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و c على 3

2. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بتردید 3

3. أ.بيّن أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3
ب.استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون:
$n+a+b-c\equiv 0[3]$ دورة 2021 (2)

4. عيّن باقي قسمة العدد $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}$ على 3

التمرين 31

1. عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2. تحقق أنّ:
$\left(10^{2008}\right)^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون:
$10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$. تقني رياضي 2010

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM