دراسة دالة عددية رقم 01

الجزء الأوّل :

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على كما يلي : $3 \quad 4x \quad x^4$. $g(x)$

1) أدرس تغيّرات الدالة g (تحسب النهايات عند وَ).

2) أ) بيّن أنّ المعادلة 0 $g(x)$ تقبل حلّين بالضبط وَ ، حيث : 0 .

ب) تحقّق أنّ : $0,69$ $0,7$ وَ $1,79$ $1,78$.

ج) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

f الدالة العددية المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $\frac{x^4 \quad 1}{x^3 \quad 1}$ ، $f(x)$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$ وحدته $(2cm)$.

1) عيّن نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية : a ، b ، c ، d ، e حيث : $\frac{cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1}$ $ax \quad b$ $f(x)$ وَ $(x \quad 1)$.

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل ( ) للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلته .

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم ( ) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل 1 x يكون : $\frac{x^2 \quad g(x)}{(x^3 \quad 1)^2}$. $f\ (x)$

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ج) أعـط حصرا لكل من : $f(\ )$ وَ $f(\ )$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) أنشئ كلا من المماس (T) وَ ( ) وَ المنحني (C_f) .

6) h هي الدالة المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $\frac{x^4 \quad 1}{|x^3 \quad 1|}$. $h(x)$

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيـمة المطلقة .

ب) إشرح كيف يتم إنشاء (C_h) المنحني الممثل للدالة h ، إنطلاقا من المنحني (C_f) .

ج) أنشئ المنحني (C_h) في نفس المعلم السابق .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 01

الجزء الأول :

لدينا الدالة g المعرّفة على بـ : $g(x) \quad x^4 \quad 4x \quad 3$.

1) دراسة تغيرات الدالة g :

- حساب النهايات : $\lim_{x} x^4 \quad \lim_{x} g(x)$ ، $\lim_{x} g(x) \quad \lim_{x} x^4$.

- الدالة المشتقة : الدالة g قابلة للإشتقاق على و دالتها المشتقة هي : $g'(x) \quad 4x^3 \quad 4$.

تكون : $4x^3 \quad 4 \quad 0$ إذا كان : $x^3 \quad 1$ ، و منه : $x \quad 1$. (أي تكون : $g'(x) \quad 0$ إذا كان : $x \quad 1$).

- جدول التغيرات :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-6	↗	$+\infty$

2) أ) على المجال $;1$ الدالة g مستمرة و رتيبة ، و صورة هذا المجال هي $;6$ وَ $6;$ 0

إذن المعادلة $g(x) \quad 0$ تقبل حل وحيد ينتمي إلى $;1$.

بالمثل : المعادلة $g(x) \quad 0$ تقبل حل وحيد من $;1$.

ب) نحسب : .... $g(\ 0,7)$ وَ .... $g(\ 0,69)$ ، نجد أنّ : $g(\ 0,7) \quad 0 \quad g(\ 0,69)$.

إذن : $0,69$ $0,7$.

نفس الشيء بالنسبة إلى ، سنجد أنّ : $1,79$ $1,78$.

3) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

x	0		α		β		$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		

الجزء الثاني :

لدينا f الدالة العددية المعرّفة على $\{1\}$ بـــ : $f(x) \quad \frac{x^4 \quad 1}{x^3 \quad 1}$.

1) حساب النهايات :

$\lim_{x} \frac{x^4}{x^3} \quad \lim_{x} f(x)$ ، $\lim_{x} f(x) \quad \lim_{x} \frac{x^4}{x^3}$

$\lim_{x} \frac{x^4 \quad 1}{1 \quad x^3 \quad 1} \quad \lim_{x} f(x)$ ، $\lim_{x} f(x) \quad \lim_{x} \frac{x^4 \quad 1}{1 \quad x^3 \quad 1}$.

2) أ) لدينا : $f(x) \quad ax \quad b \quad \frac{cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1}$ ، أي : $f(x) \quad \frac{ax^4 \quad ax \quad bx^3 \quad b \quad cx^2 \quad dx \quad e}{x^3 \quad 1}$

بالمطابقة نجد : $a \quad 1$ ، $b \quad 0$ ، $c \quad 0$ ، $d \quad 1$ ، $e \quad 1$ أي : $a \quad 1$ ، $b \quad 0$ ، $c \quad a \quad 0$ ، $d \quad a \quad 0$ ، $e \quad b \quad 1$

و منه : $\frac{x \quad 1}{x^3 \quad 1} \quad x \quad f(x)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) نعلم أنّ : $f(x)$ x $\frac{x \quad 1}{x^3 \quad 1}$ ، إذن المستقيم ( ) ذو المعادلة x y مقارب لـ (C_f) بجوار و

$\lim_{|x|} \frac{x \quad 1}{x^3 \quad 1}$ 0

ج) الوضعية : ندرس إشارة الفرق x $f(x)$ ، أي : $\frac{x \quad 1}{x^3 \quad 1}$ $f(x)$ x .

x	1	1
$x \quad 1$		
$x^3 \quad 1$		
$f(x) \quad y$		
الوضعية	(C_f) يقع فوق ( )	(C_f) يقع تحت ( )

(C_f) يقطع ( ) في النقطة $(1;1)$

(C_f) يقع فوق ( )

3) الدالة المشتقة : الدالة f قابلة للإشتقاق من أجل كل x يختلف عن 1 و دالتها المشتقة هي :

$\frac{4x^3(x^3 \quad 1) \quad 3x^2(x^4 \quad 1)}{(x^3 \quad 1)^2}$ $f\ (x)$ ، أي : $\frac{x^2 \quad 4x(x^3 \quad 1) \quad 3(x^4 \quad 1)}{(x^3 \quad 1)^2}$ $f\ (x)$ ، أي :

$\frac{x^2(4x^4 \quad 4x \quad 3x^4 \quad 3)}{(x^3 \quad 1)^2}$ $f\ (x)$ ، أي : $\frac{x^2(x^4 \quad 4x \quad 3)}{(x^3 \quad 1)^2}$ $f\ (x)$ ، و منه : $\frac{x^2 \quad g(x)}{(x^3 \quad 1)^2}$ $f\ (x)$.

و منه إشارة $f\ (x)$ من إشارة :

$g(x)$ x^2 ، و هي موضحة في الجدول المقابل

x	$-\infty$	α	0	1	β	$+\infty$
x^2	+	+	+	+	+	
$g(x)$	+	−		−	+	
$x^2 \times g(x)$	+	−	−	−	+	

جدول التغيرات

x	1	
$f\ (x)$		
$f(x)$	$f(\ )$	$f(\ )$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج) حصرا كل من $f(\ )$ وَ $f(\ )$:

1) حصر $f(\ )$:

لدينا : $0,69$ $0,7$ ، أي : $0,240$ $0,23$ ، أي : $1,240.....(1)$ 1 4 $1,23$

وَ $0,33$ $0,34$ ، أي : $1,33$ 1 3 $1,34$ ، أي : $\frac{1}{1,34}$ $\frac{1}{1}$ 3 $\frac{1}{0,33}$ ،

أي : $\frac{1}{1,33}$ $\frac{1}{1}$ 3 $\frac{1}{0,34}$ $.....(2)$

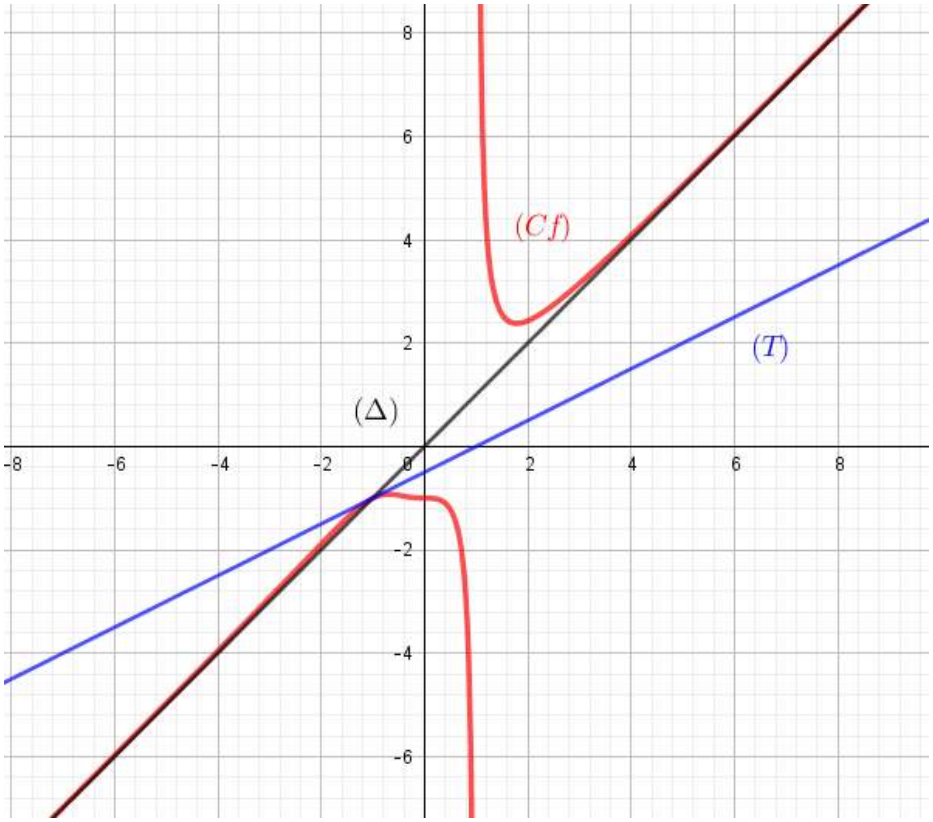
بضرب (1) وَ (2) نجد : $\frac{1,24}{1,33}$ $\frac{1}{1}$ 3 4 ، أي : $\frac{1,23}{0,34}$ $0,93$ ، $0,92$

و منه : $0,92$ $\frac{1}{1}$ 3 4 $0,93$ ، إذن : $0,92$ $f(\ )$ $0,93$.

2) حصر $f(\ )$: نفس الطريقة مثل حصر $f(\ )$ ، و نجد أنّ : $2,42$ $f(\ )$ $2,33$.

4) معادلة المماس : $f(\ 1)$ $f\ (\ 1)(x\ \ 1)$ ، و منه : $\frac{1}{2}x$ $\frac{1}{2}$ $(T):y$.

5) الإنشـــاء :



6) لدينا : $\frac{x^4\ \ 1}{|x^3\ \ 1|}$ $h(x)$.

أ) كتابة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة :

$\frac{x^4\ \ 1}{x^3\ \ 1}$ $f(x).....(x\ \ 1)$ $h(x)$

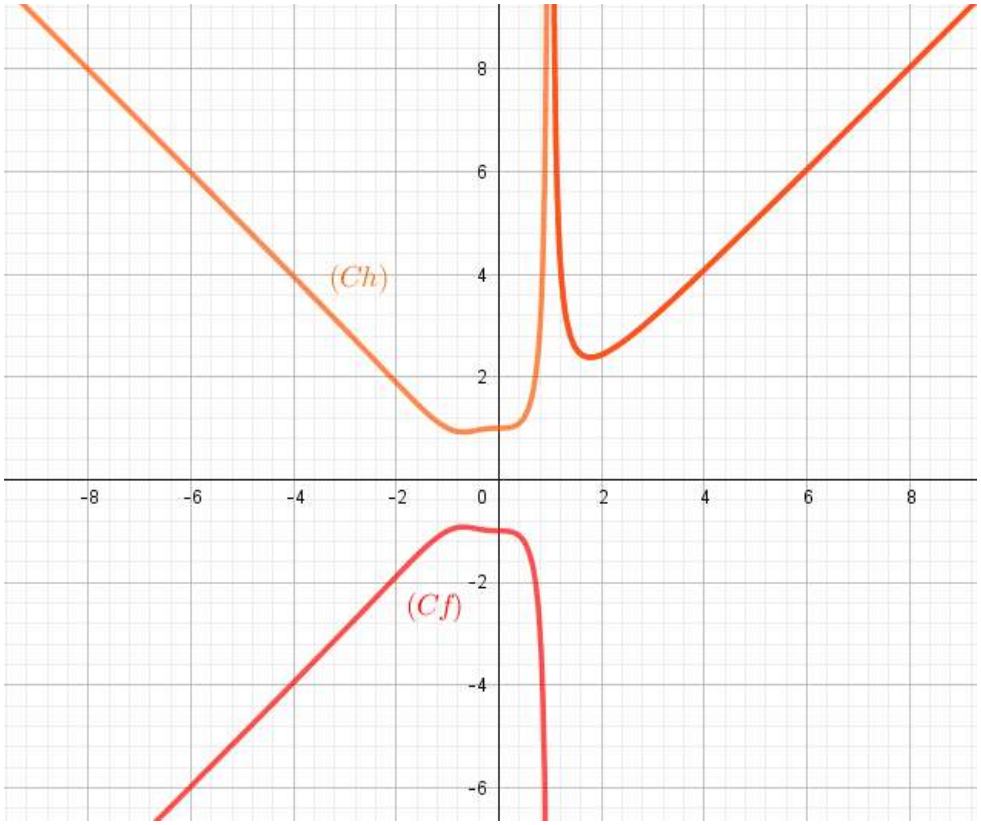
$\frac{x^4\ \ 1}{x^3\ \ 1}$ $f(x).....(x\ \ 1)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) (C_h) ينطبق على (C_f) على $;1$.

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $1;$.

ج) الإنشـــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 02

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$ ، وحدته $(5.cm)$.

نعتبر المنحني (C) الذي معادلته في المعلم $(O;i;j)$ هي : $0 \quad 3x^2 \quad y^2 \quad (y^2 \quad x^2)x$.

1) نفرض الدالة f المعرّفة على $1;3$ كما يلي : $\sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ $f(x)$.

❖ بيّن أنّ المنحني (C) هو إتحاد المنحنيين (C_1) وَ (C_2) الممثلين للدالتين f وَ f على الترتيب .

2) أ) عيّن كلا من : $\lim\limits_{0} \dfrac{f(x)}{x}$ وَ $\lim\limits_{x} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟ .

ب) فسّـــر النتائج هندسيا .

3) أحسب : $\lim\limits_{3} \dfrac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، مـــــاذا تستنتج ؟ .

4) أ) بـيّن أنّـه من أجل كل $0;3 \quad 1;0$ يكون : x $\dfrac{3x \quad x^3}{(x \quad 1)\sqrt{x^2(x \quad 1)(3 \quad x)}}$ $f(x)$.

ب) إستـنـتج إشـــــارة $f(x)$.

ج) أحسـب : $\lim\limits_{1} f(x)$ ، ثـمّ فـسّـر النتيجة هندسيـاً .

د) شكّـــل جدول تغيّرات الدالة f .

5) أنشئ (C_1) ، ثمّ أكمل إنشـــاء المنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة العددية رقم 02

1) (C) هو المنحني الذي معادلته : $x(x^2 \quad y^2) \quad y^2 \quad 3x^2 \quad 0$ ، أي : $x^3 \quad xy^2 \quad y^2 \quad 3x^2 \quad 0$ ، أي :

$y^2(x \quad 1) \quad 3x^2 \quad x^3$ ، و منه : $y^2 \quad \dfrac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}$ ، إذن : $y \quad \sqrt{\dfrac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}$ أو $y \quad \sqrt{\dfrac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}$ ، أي :

$y \quad \sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ أو $y \quad \sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}$ ، و منه : $f(x)$ أو $y \quad f(x)$ مع $y \quad 1;3 \quad x$.

و عليه نقول أنّ (C) هو إتحاد المنحنيين (C_1) وَ (C_2) الممثلين للدالتين f وَ f على الترتيب .

2) أ) تعيين النهايات :

❖) $\sqrt{3}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \sqrt{\dfrac{3 \quad x}{x \quad 1}}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{x\sqrt{\dfrac{3 \quad x}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{\sqrt{\dfrac{x^2(x \quad 1)}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{f(x)}{x}$.

❖) $\sqrt{3}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \sqrt{\dfrac{3 \quad x}{x \quad 1}}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{x\sqrt{\dfrac{3 \quad x}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{\sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x \quad 1}}}{x}$ $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{f(x)}{x}$.

نستنتج أنّ الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند 0 .

ب) **التفسير الهندسي** : نقول أنّ المنحني (C_1) يقبل عند النقطة $O(0;0)$ نصفي مماسين (T_1) وَ (T_2) معامل توجيههما $\sqrt{3}$ وَ $\sqrt{3}$ على الترتيب ، والنقطة O هي نقطة زاوية .

3) $\dfrac{1}{x \quad 3}$ $\lim\limits_{x \quad 3} x \quad \dfrac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\lim\limits_{x \quad 3} \dfrac{\sqrt{\dfrac{x^2(3 \quad x)}{x}} \quad 0}{x \quad 3}$ $\lim\limits_{x \quad 3} \dfrac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، أي :

$\dfrac{1}{(\sqrt{3 \quad x})^2}$ $\lim\limits_{x \quad 3} x \quad \dfrac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\dfrac{1}{3 \quad x}$ $\lim\limits_{x \quad 3} x \quad \dfrac{\sqrt{3 \quad x}}{\sqrt{x \quad 1}}$ $\lim\limits_{x \quad 3} \dfrac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$ ، و منه :

3

0 $\lim\limits_{x \quad 3} \dfrac{x}{(\sqrt{x \quad 1})(\sqrt{3 \quad x})}$ $\lim\limits_{x \quad 3} \dfrac{f(x) \quad f(3)}{x \quad 3}$.

❖) نستنتج أنّ الدالة f لا تقبل الإشتقاق على يسار 3 وَ المنحني (C_1) يقبل نصف مماس عمودي عند النقطة $(3;0)$

4) حساب $f\,(x)$:

$f\,(x) \quad \dfrac{(6x \quad 3x^2)(x \quad 1) \quad (3x^2 \quad x^3)}{2\sqrt{\dfrac{3x^2 \quad x^3}{x \quad 1}}}$ $\dfrac{6x^2 \quad 6x \quad 3x^3 \quad 3x^2 \quad 3x^2 \quad x^3}{(x \quad 1)^2}$ $\dfrac{1}{2} \quad \sqrt{\dfrac{x \quad 1}{3x^2 \quad x^3}}$

أي : $\dfrac{2x^3 \quad 6x}{(x \quad 1)^2}$ $\dfrac{1}{2} \quad \dfrac{\sqrt{x \quad 1}}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ $\dfrac{2(\ x^3 \quad 3x)}{(\sqrt{x \quad 1})^4}$ $\dfrac{1}{2} \quad \dfrac{\sqrt{x \quad 1}}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}}$ ، أي : $f\,(x)$

$f\,(x) \quad \dfrac{x^3 \quad 3x}{(\sqrt{x \quad 1})^3} \quad \dfrac{1}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}} \quad \dfrac{x^3 \quad 3x}{(x \quad 1)\sqrt{x \quad 1}} \quad \dfrac{1}{\sqrt{3x^2 \quad x^3}} \quad \dfrac{3x \quad x^3}{(x \quad 1)\sqrt{(x \quad 1)(3x^2 \quad x^3)}}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و منه : $f(x)$ ، $\dfrac{3x \quad x^3}{(x \quad 1)\sqrt{x^2(x \quad 1)(3 \quad x)}}$ و هو المطلوب .

ب) نلاحظ أنّ إشارة $f(x)$ من إشارة $(3x \quad x^3)$:

لدينا : $(x \quad x)(\sqrt{3} \quad x)(\sqrt{3} \quad x)$ $x(3 \quad x^2)$ x^3 $3x$. سنلخص الإشارة في الجدول التالي :

❖) ممكن دراسة الإشارة على D_f ، ثم في جدول التغيرات نأخذ الإشارة فقط على .

x		$\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
x		‖		○		‖	
$3 \quad x^2$		○		‖		○	
$(3x \quad x^3)$		○		○		○	

ج) حساب النهاية :

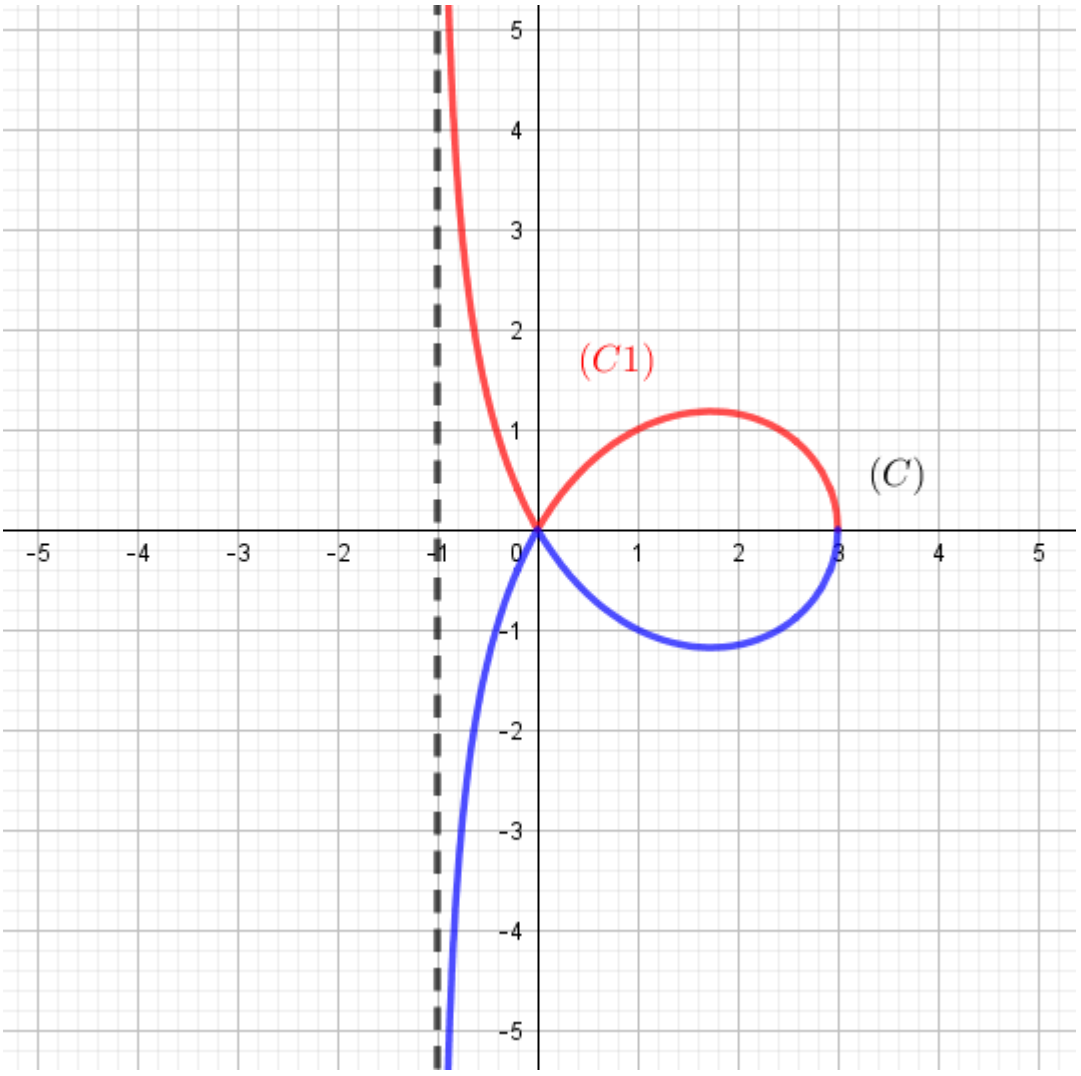
$\lim\limits_{x \quad 1} f(x)$ ، و منه المستقيم ذو المعادلة $1 \quad x$ مقارب عمودي للمنحني (C_1) . 2 0

د) جدول تغيرات الدالة f :

x	1		0		$\sqrt{3}$		3
$f(x)$		‖		‖	○	‖	
$f(x)$		↘	0	↗	$1,5$	↘	0

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) الإنشـــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 03

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\{2\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2-7x-12}{(x-2)^2}$.

و ليكن (C_f) المنحني الممثّل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

ب) فسّر هندسيا النهاية عند 2 .

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية : a ، b ، c ، d بحيث من أجل كل x يختلف عن 2 تكون :

$f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}+\dfrac{d}{(x-2)^2}$.

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل ( ) للمنحني (C_f) بجوار و .

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم ( ) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل 2 x تكون : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-5x+10)}{(x-2)^3}$.

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

4) أ) أحسب : $f(-3)$ ، ثمّ حدّد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

ب) حدّد أيضا نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور التراتيب .

5) أنشئ المنحني (C_f) .

6) m عدد حقيقي . عيّن قيم m حتّى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ ثلاث حلول سالبة .

7) g هي الدالة المعرّفة على كما يلي : $g(x)=f(|x|)$.

أ) بيّن أنّ الدالة g زوجية .

ب) إشرح كيف يتم إنشاء المنحني (C_g) إنطلاقاً من المنحني (C_f) .

ج) أنشئ المنحني (C_g) في نفس المعلم السابق .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 03

1) أ) حساب نهايات الدالة f :

❖ $\lim\limits_{x} (\quad x)$ $\lim\limits_{x} \dfrac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

❖ $\lim\limits_{x} (\quad x)$ $\lim\limits_{x} \dfrac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

❖ $\lim\limits_{0} \quad 2$ $\lim\limits_{x} f(x)$ ، ❖ $\lim\limits_{0} \quad 2$ $\lim\limits_{x} f(x)$.

ب) **التفسير الهندسي** : المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x \quad 2$.

2) أ) $\dfrac{ax(x \quad 2)^2 \quad b(x \quad 2)^2 \quad c(x \quad 2) \quad d}{(x \quad 2)^2}$ ، أي : $f(x) \quad ax \quad b \quad \dfrac{c}{x \quad 2} \quad \dfrac{d}{(x \quad 2)^2}$

$\dfrac{ax^3 \quad 4ax^2 \quad 4ax \quad bx^2 \quad 4bx \quad 4b \quad cx \quad 2c \quad d}{(x \quad 2)^2}$ ، $f(x)$ **بالمطابقة نجد :**

$\begin{matrix} a & 1 \\ b & 2 \\ c & 3 \\ d & 2 \end{matrix}$ ، و منه : $\begin{matrix} a & 1 \\ 4a & b \quad 2 \\ 4a & 4b \quad c \quad 7 \\ 4b & 2c \quad d \quad 12 \end{matrix}$ ، إذن : $\dfrac{2}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{3}{x \quad 2}$ $x \quad 2$ $f(x)$.

ب) **بما أنّ** : $\dfrac{2}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{3}{x \quad 2}$ $x \quad 2$ $f(x)$ وَ 0 $\lim\limits_{|x|} \left(\dfrac{3}{x \quad 2} \quad \dfrac{2}{(x \quad 2)^2}\right)$.

إذن يوجد مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) **معادلته** : $y \quad (\quad)$: $x \quad 2$ **بجواري** وَ .

ج) **دراسة الوضعية** :

ندرس إشارة الفرق : $\dfrac{3x \quad 4}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{2}{(x \quad 2)^2} \quad \dfrac{3}{x \quad 2}$ $(\quad x \quad 2)$ $f(x)$.

x	2	$\frac{4}{3}$	
$\frac{3x \quad 4}{(x \quad 2)^2}$		0	
الوضعية	(C_f) **يقع تحت** $(\quad)$	(C_f) **يقع تحت** $(\quad)$	(C_f) **يقع فوق** $(\quad)$
		(C_f) **يقطع** $(\quad)$ **عند النقطة** $(\frac{4}{3};\frac{10}{3})$	

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) حساب $f'(x)$:

$$f'(x)=\frac{(-3x^2-4x-7)(x-2)^2-2(x-2)(-x^3-2x^2-7x-12)}{(x-2)^4}$$ ، أي :

$$f'(x)=\frac{(x-2)\left[(-3x^2-4x-7)(x-2)-2(-x^3-2x^2-7x-12)\right]}{(x-2)^4}$$ ، أي :

$$f'(x)=\frac{-3x^3+6x^2-4x^2+8x-7x+14+2x^3+4x^2+14x+24}{(x-3)^3}$$ ، أي :

$$f'(x)=\frac{x^3+6x^2+15x+10}{(x-3)^3}$$ ، بملاحظة أنّ : $x^3+6x^2+15x+10=(x+1)(x^2+5x+10)$

و منه : $f'(x)=\frac{(x+1)(x^2+5x+10)}{(x-2)^3}$ ، و هو المطلوب .

ب) ❖ جدول الإشارة :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x^2+5x+10$		$+$		$+$		$+$	
$(x-2)^3$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

ملاحظة : (إشارة $(x-2)^3$ من إشارة $x-2$ ، و إشارة $x^2+5x+10$ هي نفس إشارة a لأنّ : $\Delta<0$) .

❖ جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\|\|$	↗	4	↘	$-\infty$

4) أ) $f(-3)=0$ ، لإيجاد نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل نحل المعادلة : $f(x)=0$ ،

أي : $-x^3-2x^2-7x-12=0$ ، بما أنّ : $f(-3)=0$ فإنّ : -3 هو جذر لـ $(-x^3-2x^2-7x-12)$ ،

إذن : $-x^3-2x^2-7x-12=(x+3)(ax^2+bx+c)$ ، أي :

$-x^3-2x^2-7x-12=ax^3+bx^2+cx+3ax^2+3bx+3c$ ، أي :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بالمطابقة نجد : $\begin{matrix} a & 1 \\ b & 3a & 2 \\ c & 3b & 7 \\ & 3c & 12 \end{matrix}$ ، و منه : 1 $\begin{matrix} a & 1 \\ b & 3a \\ c & 4 \end{matrix}$ ،

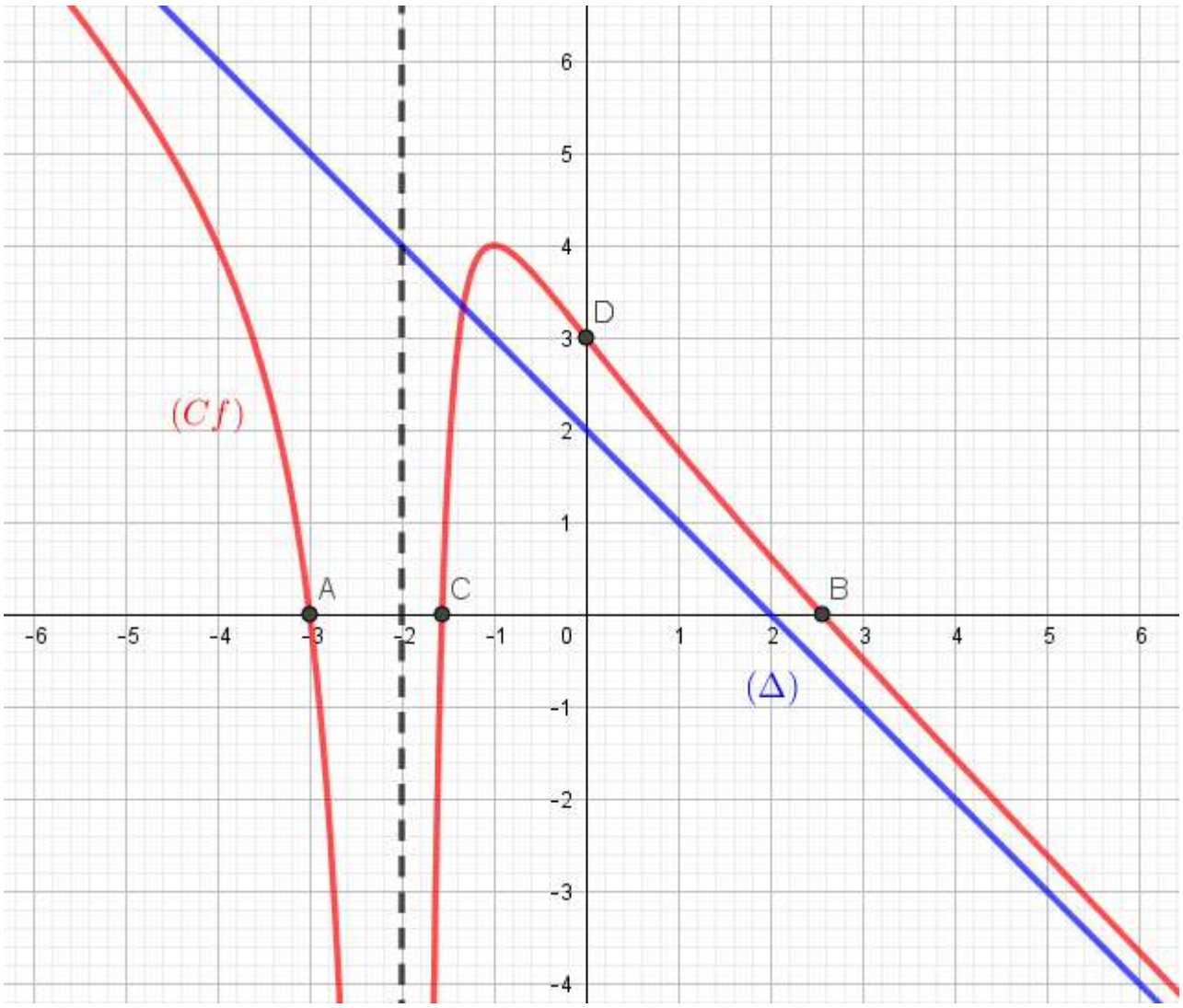
إذن : $(x-3)(x^2+x+4)=x^3-2x^2+7x+12$.

إما : $x-3=0$ ، أو : $x^2+x+4=0$ ، أي : $x_1=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$ وَ $x_2=\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

و منه : (C_f) يقطع حامل محور الفواصل عند : $A(-3;0)$ ، $B(\frac{1+\sqrt{17}}{2};0)$ وَ $C(\frac{1-\sqrt{17}}{2};0)$.

ب) إيجاد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب ، أي نحسب : $f(0)=3$ ، و منه النقطة : $D(0;3)$.

5) الإنشـــــاء :



6) المعادلة : $f(x)=m$ ، تقبل ثلاث حلول سالبة لمـــا : $m=4$ ، $m=3$ (أنظر الإنشاء) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

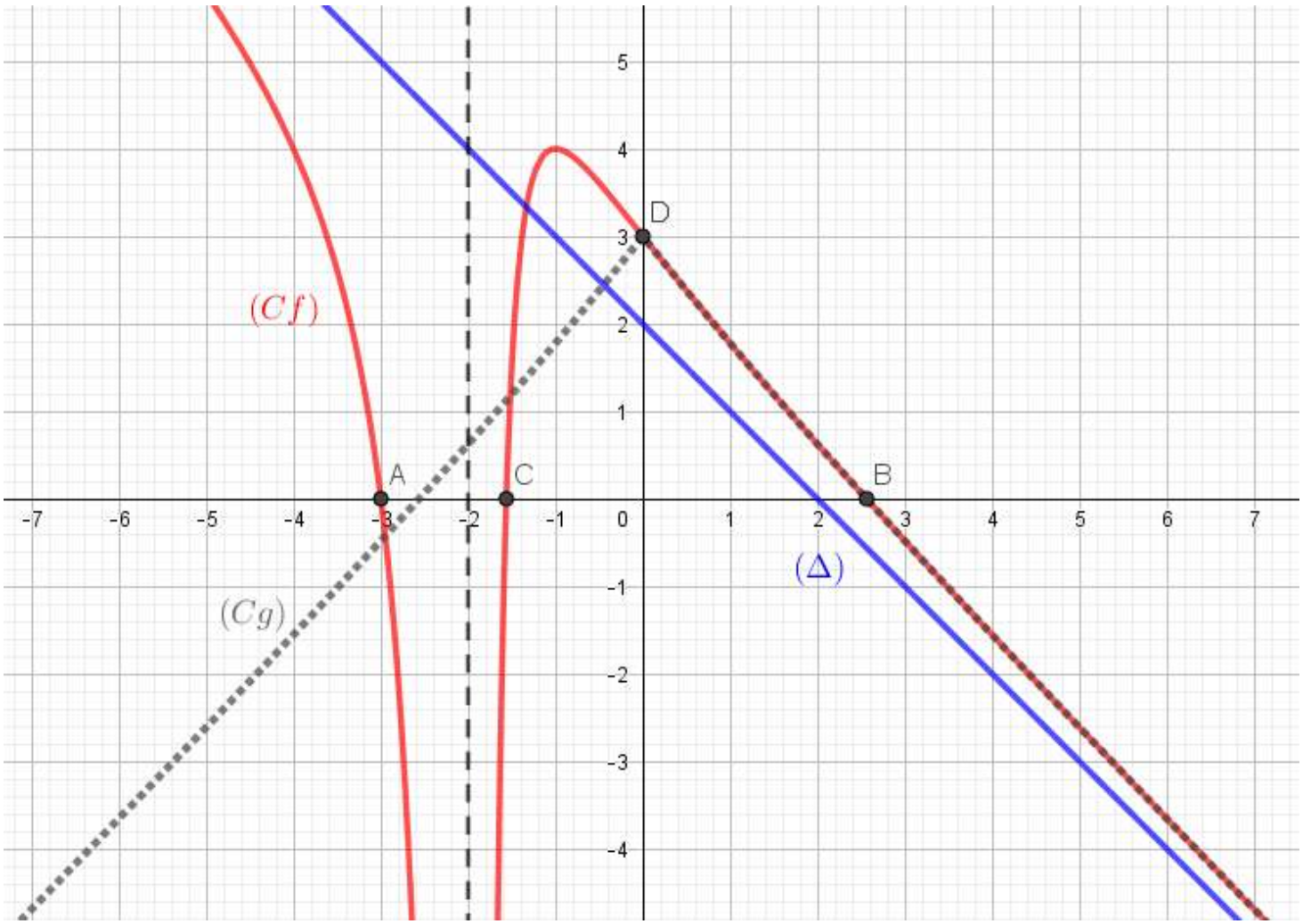
7) لدينا : $f(|x|)$ $g(x)$.

أ) إثبات أن الدالة g زوجية : $g(x)$ $f(|x|)$ $f(|-x|)$ $g(-x)$ ، إذن g زوجية .

ب) ❖ إذا كان : x 0 فإنّ : x ، و منه : $f(x)$ $g(x)$ ، إذن : (C_g) ينطبق على (C_f) في المجال $0;$

❖ ثم ننشئ (C_g) بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأنّ الدالة g زوجية .

ج) الإنشـــــاء :



كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 04

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\;f(x)\quad x\quad \sqrt{x^2\quad 2x}\;\ldots..;x\quad 0$ كما يلي : $\;f(x)\quad \dfrac{(x\quad 1)^3}{x^2}\;\ldots.;x\quad 0$.

وَ ليكن (C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند وَ ، ثمّ فسّر بيانياً النتيجة عند .

2) أدرس إستمرارية الدالة f عند 0 .

3) أ) أحسب : $\lim\limits_{x\quad 0}\dfrac{f(x)}{x}$. ماذا يمكن القول بالنسبة للدالة f ؟ . وَ ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة ؟ .

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $0;$ تكون : $\dfrac{1}{\sqrt{x^2\quad 2x}\quad(\sqrt{x^2\quad 2x}\quad x\quad 1)}$ ، $f\,(x)$

وَ من أجل كل x من $0;$ تكون : $\dfrac{(x\quad 1)^2\quad(x\quad 2)}{x^3}$. $f\,(x)$

ج) شكّـل جدول تغيّرات الدالة f .

4) أ) بيّن أنّ المستقيم $(\quad)$ الذي معادلته : $y\quad x\quad 3$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

ب) أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم $(\quad)$.

5) بيّن أنّ المنحني (C) يقبل نقطة إنعطاف A يطلب تعيين إحداثياها .

6) أنشئ المستقيمات المقاربة وَ المنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 04

لدينا : $f(x) \quad x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad .....; x \quad 0$

$f(x) \quad \frac{(x \quad 1)^3}{x^2} \quad ....; x \quad 0$

1) حساب النهايات :

❖) $\frac{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}$ $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$ $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$ ، أي : $\lim\limits_{x} f(x)$

$\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad \sqrt{x^2(1 \quad \frac{2}{x})}}$ $\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad x\sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}$ $\lim\limits_{x} \frac{x^2 \quad (x^2 \quad 2x)}{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}$ ، $\lim\limits_{x} f(x)$ $(\sqrt{x^2} \quad x; x \quad 0)$

و منه : 1 $\lim\limits_{x} \frac{2x}{x \quad 1 \quad \sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}$ ، إذن : $\lim\limits_{x} f(x) \quad 1$. $\lim\limits_{x} f(x)$

التفسير الهندسي : المستقيم ذو المعادلة $y \quad 1$ مقارب أفقي للمنحني (C) بجوار .

❖) $\lim\limits_{x} \frac{x^3}{x^2}$ $\lim\limits_{x} \frac{(x \quad 1)^3}{x^2}$. $\lim\limits_{x} f(x)$

2) دراسة إستمرارية الدالة f عند 0 :

$f(0) \quad 0$

لدينا : 1 $\lim\limits_{x} {}_0 f(x)$ $\lim\limits_{x} {}_0 \frac{(x \quad 1)^3}{x^2}$ ، إذن : $f(0)$. $\lim\limits_{x} {}_0 f(x)$ 0

و منه نقول أنّ الدالة f ليست مستمرة عند 0 .

3) أ) حساب : $\lim\limits_{x} {}_0 \frac{f(x)}{x}$.

$\lim\limits_{x} {}_0 \frac{x \quad 1 \quad \sqrt{1 \quad \frac{2}{x}}}{x}$ $\lim\limits_{x} {}_0 \frac{x \quad \sqrt{x^2(1 \quad \frac{2}{x})}}{x}$ $\lim\limits_{x} {}_0 \frac{x \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}}{x}$ $\lim\limits_{x} {}_0 \frac{f(x)}{x}$.

❖) إذن : نقول أنّ الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند 0 .

❖) **التفسير الهندسي :** المنحني (C) يقبل نصف مماس عمودي عند النقطة $O(0;0)$.

ب) ❖) حساب $f(x)$ على $0;$:

$f(x) \quad 1 \quad \frac{2x \quad 2}{2\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad 1 \quad \frac{x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}{\sqrt{x^2 \quad 2x}} \quad \frac{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (x \quad 1)}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (x \quad 1)}$

أي : $\frac{1}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad (\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1)} \quad \frac{x^2 \quad 2x \quad (x \quad 1)^2}{\sqrt{x^2 \quad 2x} \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad x \quad 1}$. $f(x)$

نلاحظ أنّه من أجل $0;$ x يكون : $0 \quad x \quad 1 \quad \sqrt{x^2 \quad 2x} \quad \sqrt{x^2 \quad 2x}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و بالتالي ستكون : $f'(x)$ 0 ، أي أنّ الدالة f متناقصة تماما على $0;$.

❖) حساب $f'(x)$ على $0;$:

$$\frac{x(x \quad 1)^2 \quad (x \quad 2)}{x^4} \qquad \frac{x(x \quad 1)^2 \; 3x \quad 2(x \quad 1)}{x^4} \qquad \frac{3(x \quad 1)^2 \quad x^2 \quad 2x \quad (x \quad 1)^3}{x^4} \quad ، f'(x)$$

و منه : $\frac{(x \quad 1)^2 \quad (x \quad 2)}{x^3}$ $f'(x)$.

نلاحظ أنّه من أجل $0;$ x 0 : $f'(x)$ ، (لأنّ : $f'(x)$ تنعدم من أجل 1 x).

و منه : الدالة f متزايدة على $0;$.

ج) تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x		0		1	
$f'(x)$		‖		0	
$f(x)$	1 ↘	‖	↗		
		0			

توضيح مهم : الشيء الجديد بالنسبة للطلبة هو أنّ الدالة f معرفة عند 0 ، أي : $f(0)$ 0 ، لكن نهاية الدالة f على يمين 0 هي .

4) أ) نبيّن أنّ المستقيم ( ) مقارب للمنحني (C) بجوار ، أي :

$$\lim_x \frac{x^3 \quad 2x^2 \quad 3x \quad 1 \quad x^2(x \quad 3)}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x \frac{(x \quad 1)^3}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x f(x) \quad \text{، أي :}$$

$$0 \quad \lim_x \frac{3}{x} \quad \lim_x \frac{3x}{x^2} \quad \lim_x \frac{3x \quad 1}{x^2} \quad (x \quad 3) \quad \lim_x f(x) \; .$$

و منه المستقيم ( ) مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

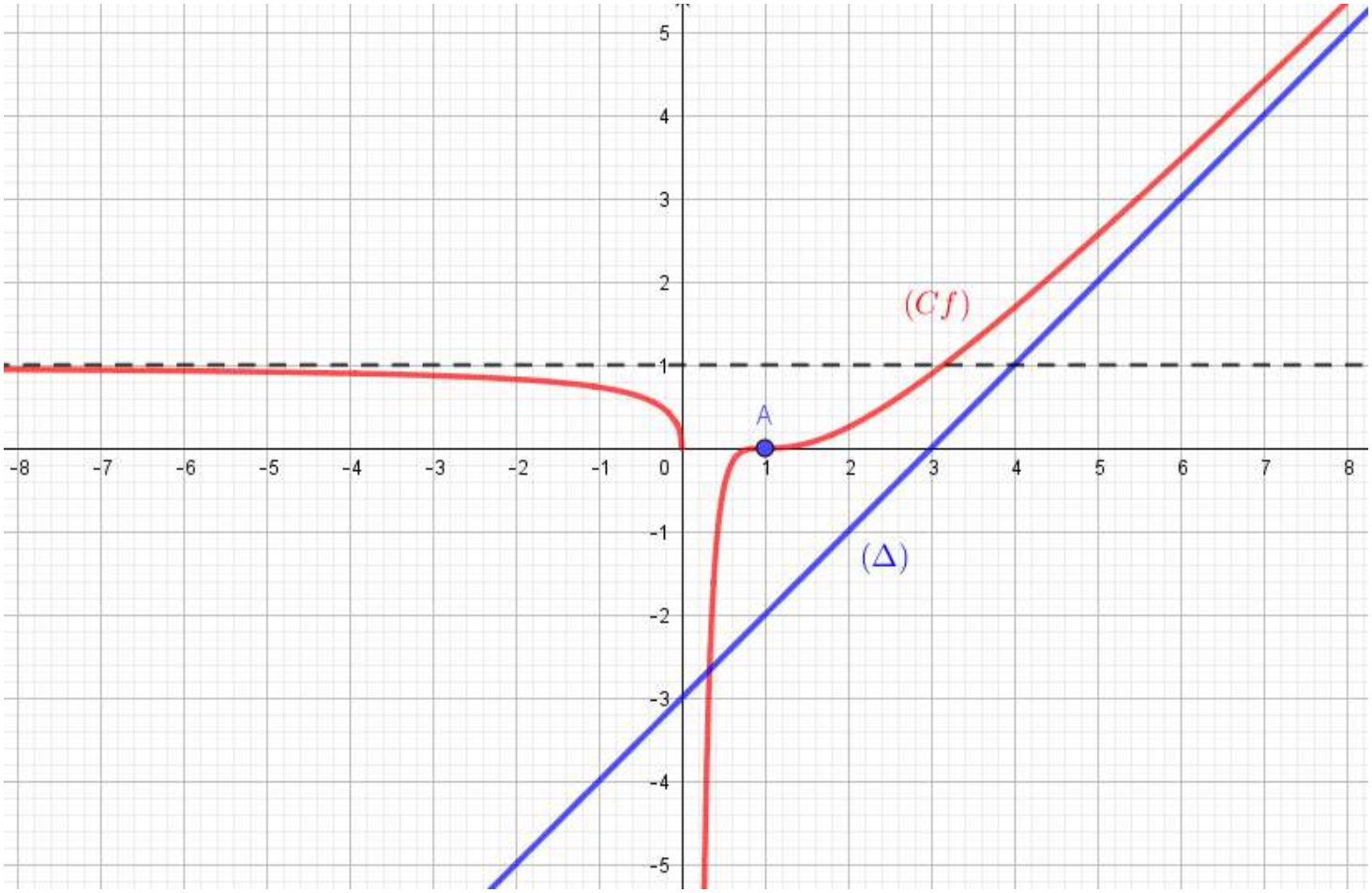
ب) الوضعية : أي ندرس إشارة $\frac{3x \quad 1}{x^2}$ ، و منه الإشارة من إشارة $3x \quad 1$

x	0		$\frac{1}{3}$	
$3x \quad 1$			0	
الوضعية	(C) يقع تحت ( )		(C) يقع فوق ( )	
	(C) يقطع ( ) عند النقطة $(\frac{1}{3}; \quad \frac{8}{3})$			

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) نلاحظ من خلال جدول التغيرات للدالة f أنّ الدالة f تنعدم عند 1 و لا تغيّر إشارتها ،
إذن النقطة $A(1,f(1))$ هي نقطة إنعطاف للمنحني (C) ، أي : النقطة $A(1,0)$.

6) الإنشاء :



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

دراسة دالة عددية رقم 05

الجزء الأوّل :

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\sqrt{1 \quad x^2}$ كما يلي : x $f(x)$.

وَ ليكن (C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) أ) أحسب : $\lim\limits_{x} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

ب) بيّن أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $2x$ y مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

2) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : 0 x $\sqrt{1 \quad x^2}$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) أ) أنشئ المماس (T) وَ المنحني (C) .

ب) حل بيانياً المتراجحة : 1 $2x$ $f(x)$.

ج) تحقّق أنّه من أجل كل 0 x يكون : $f(x)$ 1 $x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$.

الجزء الثّاني :

لتكن الدالة g المعرفة على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ بـ : $g(x)$ $\tan x$ $\sqrt{1 \quad \tan^2 x}$ ..... $\frac{}{2}$ x $\frac{}{2}$

$g(\frac{}{2})$ 0

و ليكن ( ) هو المنحني الممثل للدالة g .

1) بيّن أنّ : $g(\frac{}{2})$ $g(x)$ $\lim\limits_{x} \frac{}{2}$.

2) أحسب : $g(x)$ $\lim\limits_{x} \frac{}{2}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\frac{}{2};\frac{}{2}$ يكون : $\frac{\sin x \quad 1}{\cos x}$ $g(x)$.

ب) أدرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ أنشئ منحناها ( ) في معلم آخر .

الجزء الثالث :

لتكن الدالة h المعرّفة على $2;$ $;0$ كما يلي : $h(x)$ x $\sqrt{1 \quad x^2}$..... x 0

$h(x)$ 2 x $\sqrt{x^2 \quad 4x \quad 5}$ ..... x 2

1) بيّن أنّ المستقيم الذي معادلته : 1 x هو محور تناظر للمنحني (C_h) .

2) شكل جدول تغيّرات الدالة h .

3) أنشئ (C_h) في نفس معلم الدالة f .

المسألة مأخوذة من أحد كتب المغرب الشقيق مع تعديل يوافق المنهاج الجزائري

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل مختصر للدالة رقم 05

الجزء الأول :

1) أ) حساب النهاية : $\lim\limits_{x} f(x)$

$$\lim_{x} f(x) \quad \lim_{x} x \quad \sqrt{1 \quad x^2} \quad \lim_{x} \frac{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2} \quad \lim_{x} \frac{1}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad 0 \quad 1$$

إذن المنحنى (C) يقبل حامل محور الفواصل كمستقيم مقارب بجوار .

ب) بيان أنّ المستقيم (d) مقارب مائل بجوار : أي نحسب $\lim\limits_{x} x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$ ، أي : $\lim\limits_{x} f(x) \quad 2x$

$$\frac{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad \frac{1}{x \quad \sqrt{1 \quad x^2}} \quad 0 \quad 1 \qquad (\quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}) \quad 2x \quad \lim_{x} f(x) \; .$$

إذن المستقيم (d) مقارب مائل للمنحني (C) بجوار .

2) أ) بيان أنّ : $\sqrt{1 \quad x^2} \quad x \quad 0$ من أجل عدد حقيقي x ، نميّز حالتين :

❖) حالة $0 \quad x$ يكون : $0 \quad x \quad \frac{1}{\sqrt{1 \quad x^2} \quad x} \quad \sqrt{1 \quad x^2}$.

❖) حالة $0 \quad x$ يكون : $0 \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$. و منه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $0 \quad x \quad \sqrt{1 \quad x^2}$.

ب) حساب f : $0 \quad \frac{\sqrt{1 \quad x^2} \quad x}{\sqrt{1 \quad x^2}} \quad 1 \quad \frac{x}{\sqrt{1 \quad x^2}} \quad 1 \quad \frac{2x}{2\sqrt{1 \quad x^2}} \quad f\,(x)$.

و منه : الدالة f متزايدة تماما على .

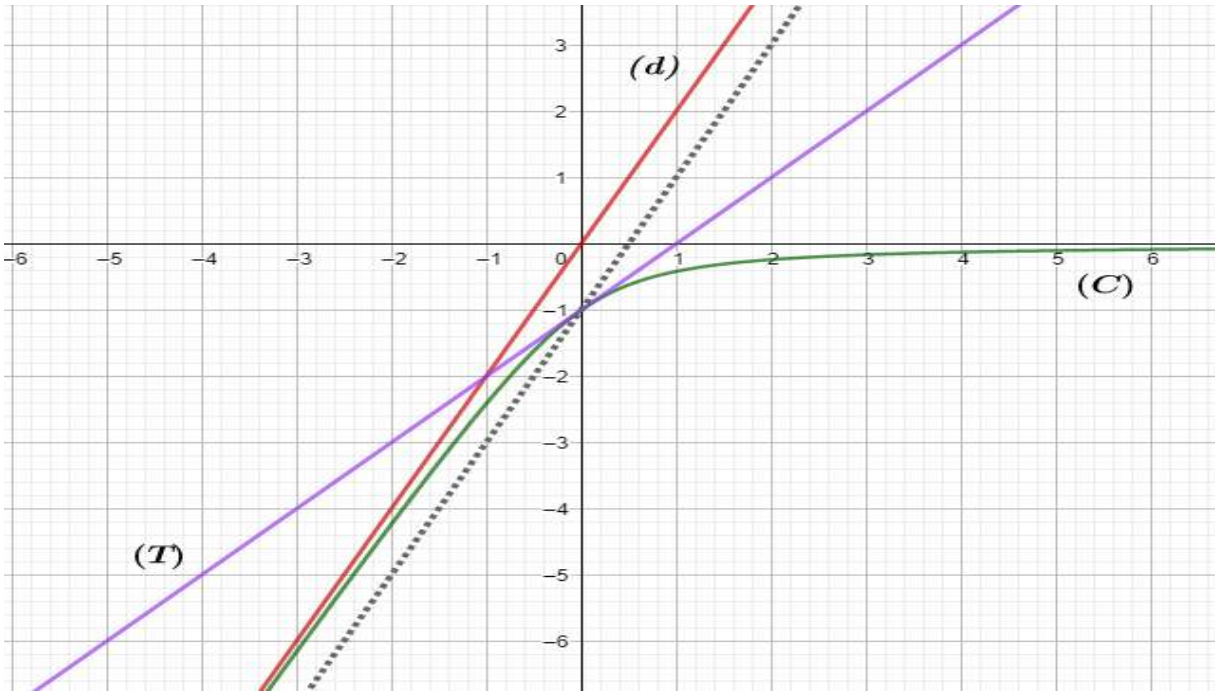
❖) جدول التغيرات :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	0 $-\infty$ ↗

ج) معادلة المماس : $f(0) \quad f\,(0)(x \quad 0)$ ، و منه : $(T) : y \quad x \quad 1$. $(T) : y$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) الإنشاء :



ب) حل المتراجحة : $f(x) \quad 2x \quad 1$ (الحلول هي المجالات التي يكون فيها المنحني (C) فوق المستقيم ذو المعادلة $y \quad 2x \quad 1$) إذن : $S \quad ;0$.

ج) من أجل كل $x \quad 0$ يكون : $x\sqrt{\frac{x^2 \quad 1}{x^2}} \quad x \quad 1 \quad x\sqrt{1 \quad \frac{1}{x^2}} \quad x \quad 1 \quad x(1 \quad \frac{1}{x} \quad \sqrt{1 \quad \frac{1}{x^2}}) \quad x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$

أي : $1 \quad f(x) \quad 1 \quad \sqrt{x^2 \quad 1} \quad x \quad \frac{x\sqrt{x^2 \quad 1}}{x} \quad x \quad 1 \quad x(1 \quad f(\frac{1}{x}))$ ، $(0 \quad x;\ldots..\quad x \quad \sqrt{x^2})$.

الجزء الثاني :

1) بيان أنّ : $g(\frac{}{2}) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$.

لدينا : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} f(\tan x) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x \quad \sqrt{1 \quad \tan^2 x}$ ، أي : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$

$\lim_{x \quad \frac{}{2}} \tan x \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x} \quad 1$

$\lim_{x} f(x) \quad 0$ ، و منه : 0 ، أي : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$ ، و منه : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x) \quad g(\frac{}{2})$.

2) حساب $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$:

أي : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} f(\tan x) \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$ ، أي : $0 \quad \lim_{x \quad \frac{}{2}} \frac{\sin x}{\cos x} \quad 1$

$\lim_{x} f(x)$.

و منه : $\lim_{x \quad \frac{}{2}} g(x)$ ، إذن : المستقيم ذو المعادلة $\frac{}{2} \quad x$ مقارب عمودي للمنحني (C) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) أ) لدينا : $\sqrt{\frac{\cos^2 x \quad \sin^2 x}{\cos^2 x}}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\sqrt{1 \quad (\frac{\sin x}{\cos x})^2}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\tan x$ $\sqrt{1 \quad \tan^2 x}$ $g(x)$ ، أي :

$\frac{1}{\cos x}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}$ $\frac{\sin x}{\cos x}$ $g(x)$ ، و منه : $\frac{\sin x \quad 1}{\cos x}$ $g(x)$.

(**توضيح : بما أنّ** x 0 : **فإنّ** $\cos x$ ، $\cos x$: **أي** $\sqrt{\cos^2 x}$ $\cos x$ $\frac{}{2};\frac{}{2}$.)

ب) دراسة تغيرات الدالة g :

❖ **حساب** $g(x)$:

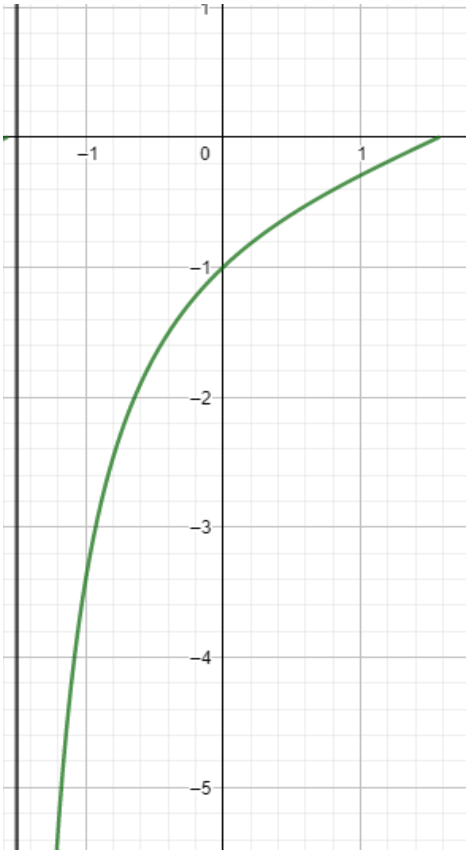
$\frac{1 \quad \sin x}{\cos^2 x}$ $\frac{\cos^2 x \quad \sin^2 x \quad \sin x}{\cos^2 x}$ $\frac{\cos x \quad \cos x \quad (\quad \sin x)(\sin x \quad 1)}{\cos^2 x}$ $g(x)$.

نعلم أنّ : 0 $\sin x$ 1 **من أجل كل** $\frac{}{2};\frac{}{2}$ ، **إذن : الدالة** g **متزايدة تماما على** $\frac{}{2};\frac{}{2}$ x .

❖ **جدول التغيرات :**

x	$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	‖	$+$	‖
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow 0$	‖

❖ **الإنشاء :**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الجزء الثالث :

1) أوّلاً نلاحظ أنّ D_h متناظرة بالنسبة إلى 1 ، ثانياً نحسب : $h(2-x)$ في الحالتين ، أي :

❖) حالة $0 \leq x \leq 2$:

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} - 2 - x = \sqrt{1 + 4 - x^2 + 2x} - 2 - x = \sqrt{1 - (2-x)^2} - 2 - x = h(2-x)$$

❖) حالة $2 \leq x \leq 2$:

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x = \sqrt{(2-x)^2 - 4(2-x) + 5} - (2-x) - 2 = h(2-x) .$$

إذن : من أجل كل x من $[0;2]$ يكون : $h(x) = h(2-x)$

و منه : المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحنى (C_h) .

2) تشكيل جدول تغيرات الدالة h :

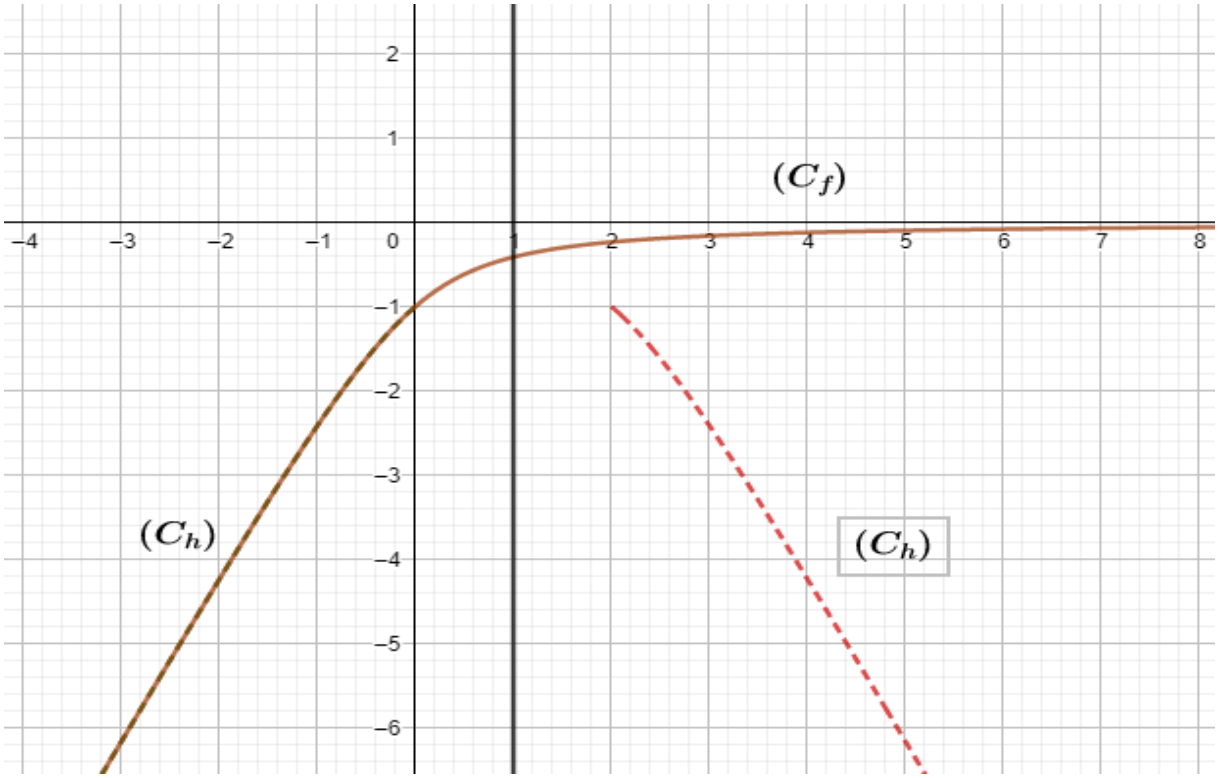
❖) لدينا على المجال $[0;2]$: $f(x) = h(x)$.

❖) على المجال $[2;+\infty[$ نكمل جدول التغيرات بالحفاظ على قيم $f(x)$ و نغير إتجاه الدالة f ، لأنّ المنحنى (C_h) يناظر المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $x = 1$.

❖) جدول التغيرات على المجال $[2;+\infty[$

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	-1 ↘	$-\infty$

3) إنشاء (C_h) :



دراسة دالة عددية (مثلثية) رقم 06 + 07

المسألة رقم 01 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\sin 3x \quad 3\sin x$: كما يلي ، $f(x)$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

1) بيّن أنّ الدالة f دورية و دورها هو 2 .

2) أدرس شفعية الدالة f ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) .

3) أ) قارن بين $f(x)$ وَ $f(\quad x)$. فسّر النتيجة هندسياً .

ب) إستنتج مما سبق مجالا لدراسة الدالة f .

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $\sin 2x \quad 6\sin x$. $f\ (x)$

5) أدرس تغيّرات الدالة f على المجال $0;\frac{}{2}$.

6) أنشئ المنحني (C_f) على $2\ ;2\quad$.

المسألة رقم 02 :

f دالة معرّفة على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ بـــ : $x.\tan x$. $f(x)$

1) أدرس شفعية الدالة f .

2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

3) بيّن أنّه من أجل كل x من $\frac{}{2};\frac{}{2}$ تكون : $\frac{2x \quad \sin 2x}{2\cos^2 x}$. $f\ (x)$

4) أ) نعتبر الدالة g المعرّفة على $0;\frac{}{2}$ كما يلي : $\sin 2x \quad 2x$. $g(x)$

❖) أدرس تغيّرات الدالة g على $0;\frac{}{2}$.

ب) إستنتج تغيّرات الدالة f على المجال $0;\frac{}{2}$.

5) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على المجال $\frac{}{2};\frac{}{2}$.

6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند ذات الفاصلة $\frac{}{4}$.

7) أ) أنشئ (T) و المنحني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i;j)$.

ب) ماهو عدد حلول المعادلة (E) ، حيث : $\frac{1}{x}$. $(E) : \tan x$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل المسألة 01

لدينا : $f(x) \quad \sin 3x \quad 3\sin x$.

1) **إثبات أنّ** f **دورية ، و دورها** 2 **: أي نحسب** $f(x \quad 2\ )$.

$\sin 3(x \quad 2\ ) \quad 3\sin(x \quad 2\ ) \quad \sin(3x \quad 6\ ) \quad 3\sin(x \quad 2\ )$ ، أي : $f(x \quad 2\ )$

$f(x \quad 2\ ) \quad f(x)$ ، و منه : $\sin 3x \quad 3\sin x$.

إذن : الدالة f **دورية و دورها** 2 **، لهذا يمكن دراستها على مجال طوله** 2 **، و ليكن المجال** $\quad ;\quad$.

2) أ) **شفعية الدالة** f :

$f(x) \quad (\sin 3x \quad 3\sin x) \quad \sin 3x \quad 3\sin x \quad 3\sin(\ x) \quad \sin(\ 3x) \quad f(\ x)$.

و منه : الدالة f **فردية ، إذن : المنحنى** (C_f) **يقبل المبدأ** O **كمركز تناظر .**

❖) **نستنتج أنّه يمكن أن ندرس الدالة** f **على المجال** $0;\quad$.

3) أ) **مقارنة** $f(x)$ **وَ** $f(\quad x)$ **، ثم تفسير النتيجة هنديساً :**

$f(\quad x) \quad \sin 3(\quad x) \quad 3\sin(\quad x) \quad \sin(3 \quad 3x) \quad 3\sin(\quad x) \quad \sin(2 \quad 3x) \quad 3\sin(\quad x)$

أي : $\sin 3x \quad 3\sin x$ ، **و منه :** $f(\quad x) \quad f(x)$.

إذن : كتفسير هندسي نقول أنّ المنحنى (C_f) **يقبل محور تناظر و هو المستقيم ذو المعادلة** $x \quad \frac{\quad}{2}$.

ب) **نستنتج مما سبق أنّه يمكننا دراسة الدالة** f **على المجال** $0;\frac{\quad}{2}$.

4) **حساب** $f\ (x)$: $f\ (x) \quad 3(\cos 3x \quad \cos x) \quad 3 \quad \cos 3x \quad 3 \quad \cos x$.

نعلم أنّ : $\cos a \quad \cos b \quad 2\sin(\frac{a \quad b}{2}) \quad \sin(\frac{a \quad b}{2})$

أي : $\sin(\frac{3x \quad x}{2}) \quad 3(\quad 2)\sin(\frac{3x \quad x}{2}) \quad 3(\cos 3x \quad \cos x) \quad f\ (x)$ ،

و منه : $\sin x \quad 6\sin 2x \quad f\ (x)$ ، **و هو المطلوب .**

5) **دراسة تغيرات الدالة** f :

لدينا على المجال $0;\frac{\quad}{2}$ ، **أي :** $\frac{\quad}{2} \quad x \quad 0$ ، **يكون :** $0 \quad 2x \quad 0$ ، **و منه :** $0 \quad \sin x$ **وَ** $0 \quad \sin 2x$.

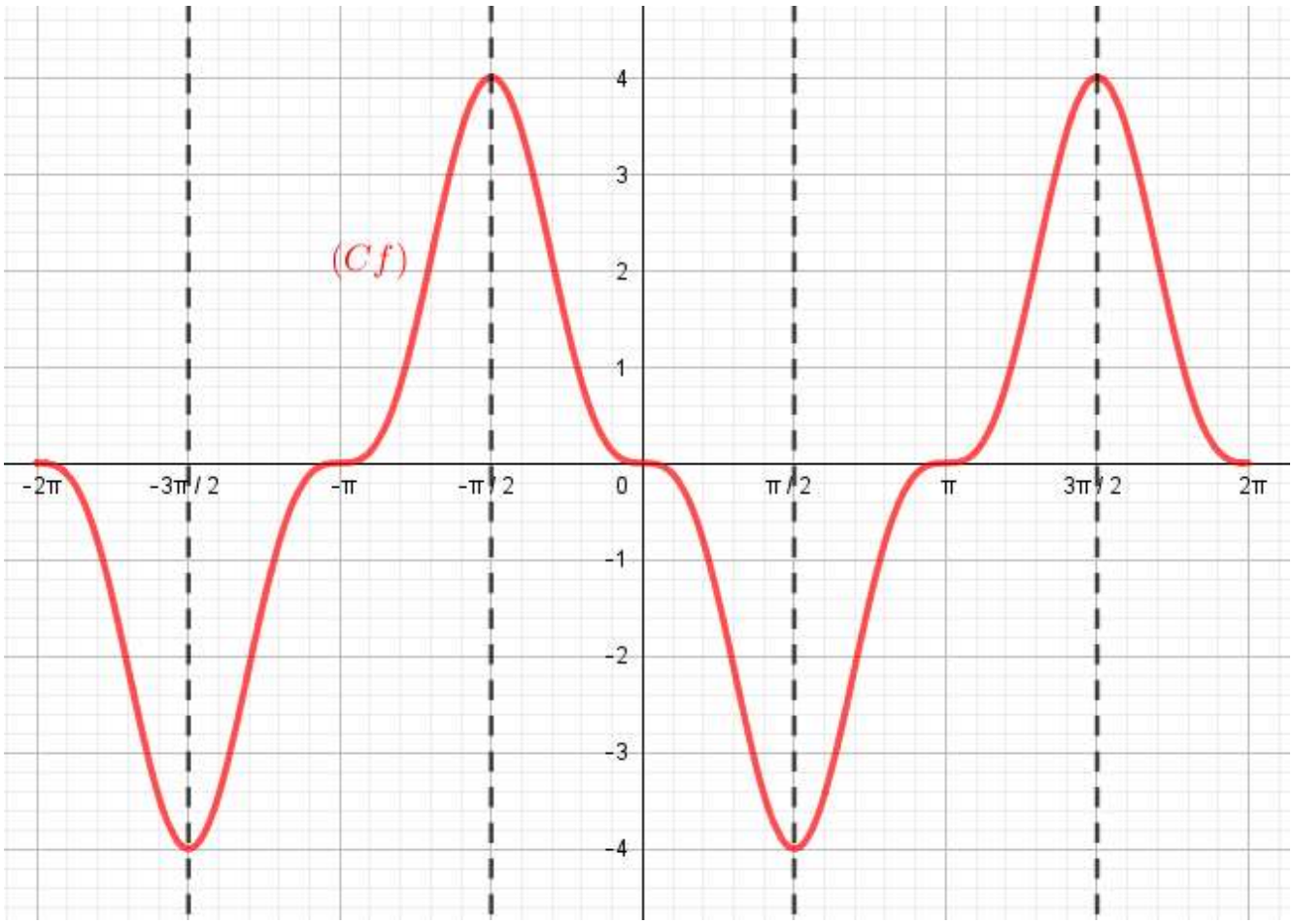
إذن : من أجل كل $0;\frac{\quad}{2}$ $\quad f\ (x) \quad 0 : x$ ، **و بالتالي الدالة** f **متناقصة على** $0;\frac{\quad}{2}$.

❖) **جدول التغيرات :**

x	$0 \qquad\qquad \frac{\quad}{2}$
$f\ (x)$	
$f(x)$	$0 \searrow 4$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6) **الإنشاء :**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل المسألة 02

لدينا : $x.\tan x$. $f(x)$

1) دراسة شفعية الدالة f **:**

أولاً : نلاحظ أنّ 0 **هو مركز لـ** D_f .

ثانياً : $f(x)$ $\tan x$ x $\tan x$ x $x.\tan(\ x)$ $f(\ x)$.

و منه الدالة f **زوجية.**

2) حساب النهايات :

❖) $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} x \tan x$ $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} f(x)$ ، **لأنّ :** 1 0 $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} \tan x$ $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

❖) $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} x \tan x$ $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} f(x)$ ، **لأنّ :** 1 0 $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} \tan x$ $\lim\limits_{x \to \frac{}{2}} \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

3) حساب f **:**

$\dfrac{x}{\cos^2 x}$ $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ x $\dfrac{1}{\cos^2 x}$ $\tan x$ 1 $f\ (x)$ ، **أي :** $\dfrac{\sin x \quad \cos x \quad x}{\cos^2 x}$ ، $f\ (x)$

(نضرب في 2 و نقسم على 2) نجد : $\dfrac{2\sin x \quad \cos x \quad 2x}{2\cos^2 x}$ ، $f\ (x)$ **(نعلم أنّ :** $\cos x$ $2\sin x$ $\sin 2x$ ،

إذن : $\dfrac{\sin 2x \quad 2x}{2\cos^2 x}$ ، $f\ (x)$ **و هو مطلوب .**

4) أ) دراسة تغيّرات الدالة g **حيث :** $\sin 2x$ $2x$ $g(x)$.

❖) **الدالة المشتقة :** $2.\cos 2x$ 2 $g\ (x)$.

نعلم أنّ : 1 $\cos 2x$ 1 ، **أي :** 2 $2.\cos 2x$ 2 ، **و منه :** 4 $2.\cos 2x$ 2 0 .

إذن نستنتج أنّ : 0 $g\ (x)$ ، **و بالتالي : الدالة** g **متزايدة على المجال** $0;\frac{}{2}$.

❖) **جدول التغيرات :**

x	0 $\quad\quad$ $\frac{}{2}$
$g\ (x)$	
$g(x)$	0 ↗

❖) **نلاحظ من جدول التغيرات أنّه من أجل كل** $0;\frac{}{2}$ x **تكون :** 0 $g(x)$.

ب) لدينا : $\dfrac{g(x)}{2\cos^2 x}$ $f\ (x)$ ، **بما أنّ :** 0 $0;\frac{}{2}$ **على** $g(x)$ ، **إذن :** 0 $0;\frac{}{2}$ **على** $f\ (x)$.

و بالتالي : الدالة f **متزايدة على** $0;\frac{}{2}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) بما أنّ الدالة f زوجية، فستكون متناقصة على $0;\frac{}{2}$ ، أي: جدول تغيرات الدالة f على $\frac{}{2};\frac{}{2}$ يكون:

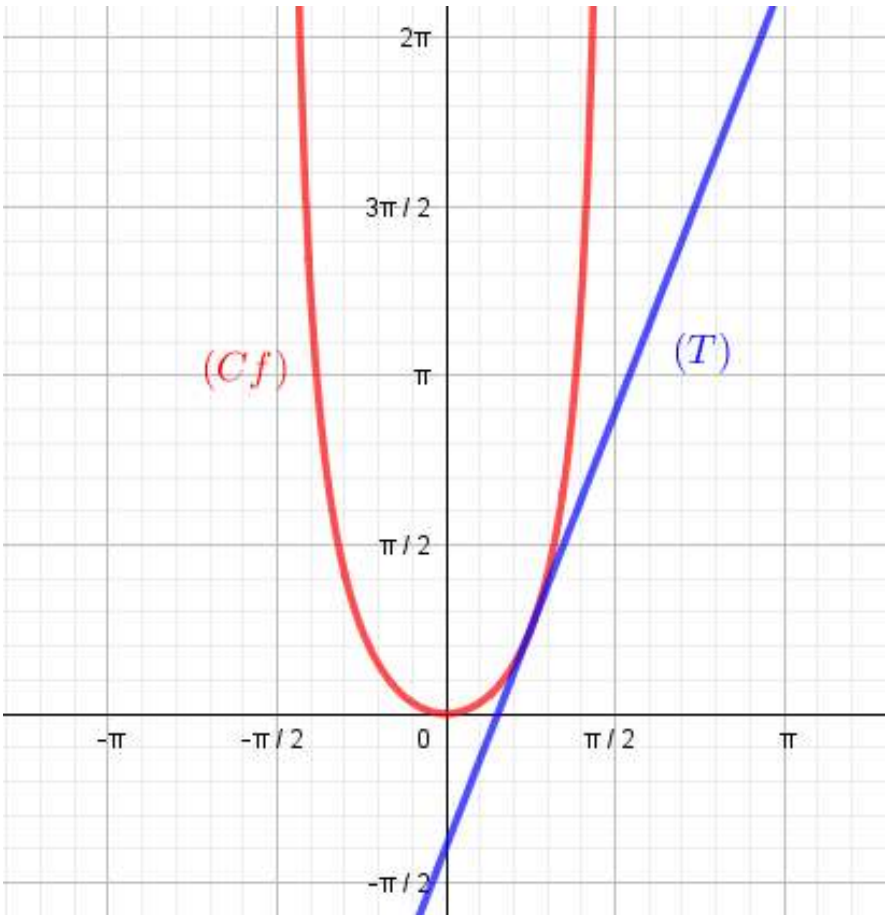
x	$\frac{}{2}$	0	$\frac{}{2}$
$f(x)$	↘	0	↗

6) كتابة معادلة (T) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{}{4}$:

❖) $f(\frac{}{4})$ $f(\frac{}{4})(x \quad \frac{}{4})$ $(T): y$ ، لدينا: $f(\frac{}{4}) \quad \frac{}{4}$ ، أي: $\frac{}{4}$ $(\frac{}{2} \quad 1)(x \quad \frac{}{4})$ $(T): y$ ،
$f(\frac{}{4}) \quad \frac{}{2} \quad 1$

أي: $\frac{}{4} \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{8}^{2} \quad (\frac{}{2} \quad 1)x$ ، ومنه: $(T): y \quad \frac{}{8}^{2} \quad (\frac{}{2} \quad 1)x$ $(T): y$.

7) أ) الإنشاء:



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) عدد الحلول المعادلة : $(E) : \tan x \quad \frac{1}{x}$

أي : $(E) : x.\tan x \quad 1$ ، معناه : $(E) : f(x) \quad 1$. و منه المعادلة تقبل حلين متمايزين .

كتابة الأستاذ : ب.ع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM