ثانوية حمدان خوجة - المشرية - الأستاذ لعرج لعراجي

سلسلة في الهندسة في الفضاء

الشعبة : 3 رياضي 3 تقني رياضي و 3 علوم تجريبية

التمرين الأول

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة $3x + 2y - z - 5 = 0$ و (D) المستقيم المعرف بـ $x - 2y + z - 3 = 0$ و $x - y - z + 2 = 0$

1. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).
2. عين معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يتضمن (D) و العمودي على (P) .

التمرين الثاني

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر سطح الكرة (S) التي معادلتها :
$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 6 - 5t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1. بين أن $(D) \cap (S) = \varnothing$
2. حدد معادلة ديكارتية لكل مستوي من المستويين (P_1) و (P_2) المماسين لسطح الكرة (S) و اللذان يشملان المستقيم (D) و أعط إحداثيات A و B نقطتا تماسهما لـ (S) على التوالي.
3. بين أن $(D) \perp (AB)$.
4. تحقق أن النقطة $C(1, -1, 3)$ تنتمي إلى المستوي (P) الذي معادلته $x - y + z - 5 = 0$ ثم أوجد معادلة سطح الكرة (Γ) المماسة للمستوي (P) في النقطة C و المارة من النقطة D(1,1,1).

التمرين الثالث

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A(1,1,0) و B(1,0,-1) , C(-1,0,1)
ليكن المستوي (Q) الذي معادلته: $2x + 3y + z - 6 = 0$

1. أوجد معادلة للمستوي $(ABC) = (P)$.
2. بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدين.
3. استنتج التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q).
4. ليكن سطح الكرة (**S**) التي مركزها **Ω**(1,2,4) و و المماسة للمستوي (P).
   - حدد معادلة ديكارتية ل سطح الكرة (**S**).
   - بين أن (Q) و (S) يتقاطعان وفق دائرة (C) يتم تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

التمرين الرابع

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A(-3, 0, -1) و B(1,5,-1) و C(-1,3,0)
و سطح الكرة (**S**) التي مركزها **Ω**$(1,3,-\frac{1}{2})$ و طول نصف قطرها $R = \frac{9}{2}$

1. حدد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).
2. عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و الشعاع $\vec{n}(5,-4,2)$ ناظما له.
3. أحسب $d(\Omega;(P))$ و استنتج أن (P)يقطع (S) في دائرة (C).
4. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من و العمودي **Ω** على المستوي (P).
5. عين إحداثيات النقطة H مركز الدائرة (C) وأحسب R' طول نصف قطر الدائرة (C).
6. نعتبر المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

احسب $d(\Omega ;(D))$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (D) و سطح الكرة (S)

التمرين الخامس

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث:

$A(-1\,;2\,;1), B(1\,;-6\,;-1), C(2\,;2\,;2)$.

1. بين أن A , B , C ليست على إستقامة واحدة.و الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC).
2. أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
3. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) و المار بالنقطة $D\ (0\ ;\ 1\ ;-1)$.
4. عين إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ABC).ما هي المسافة بين D و المستوي (ABC).
5. لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (DC) للوسيط الحقيقي t حيث $(\overrightarrow{DM}= t\ \overrightarrow{DC})$; تحقق أن المسافة AM تأخذ أصغر قيمة ممكنة من أجل $t = \frac{5}{14}$.أستنتج إحداثيات النقطة Q الاسقاط العمودي للنقطة A على (DC).

التمرين السادس

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A(1 , 0 , 0) و B(0,2,0) و C(0,0,2) و $\Omega(\frac{1}{2},1,1)$ و O' المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوي (ABC)

1. أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
2. أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (O' Ω)
3. حدد إحداثيات النقطة O'
4. نعتبر سطح الكرة (S_λ) التي مركزها Ω و طول نصف قطرها λ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما.
   - أعط معادلة ديكارتية لـ (S_λ).
   - أوجد قيمة λ بحيث يكون المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة (S_λ).
   - أوجد قيمة λ بحيث يكون تقاطع المستوي (ABC) و سطح الكرة (S_λ) هو دائرة المحيطة بالمثلث ABC.

التمرين السابع

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A(1 , − 1 , 1) و B(3,1,-1) المستوي (P) ذا المعادلة $2x - 3y + 2z = 0$ و (D) المستقيم المعرف بـالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = -2 - 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

1. حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المار من A و العمودي على (D)
2. حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المار من B و الموازي لـ (P)
3. أحسب d(A,(P)) و d(A,(D)).

التمرين الثامن

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث

www. Arouj.ahalmontada.com منتدى الرياضيات للأستاذ لعراجي لعرج قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$A(1,-1,0)$ ، $B(-1,0,1)$ و $C(0,2,-1)$.

1. بين أن بين أن A , B , C تمثل مستوي (P) يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.
2. تحقق أن النقطة $J(0,1,0)$ تنتمي إلى المستوي (Q) ذا المعادلة $-4x-3y-5z+3=0$.
3. حدد الوضع النسبي للمستويين (P) و (Q).
4. حدد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي أحد أقطارها [BJ].
5. بين أن المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة محدد مركزها و نصف قطرها.

التمرين التاسع

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C ، حيث $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1. بين أن النقط A , B , C ليست على استقامة واحدة.
2. ليكن (Δ) مستقيما المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t : t\in IR \\ z=4+t \end{cases}$

أ- بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).

ب- أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3. ليكن H مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

أ- بين أن H نقطة مشتركة للمستوي (ABC) و المستقيم (Δ).

ب- عين طبيعة المجموعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث:

$$(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$$

ج- حدد طبيعة المجموعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث:

$\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\sqrt{29}$ يتم تحديد العناصر المميزة

د- عين طبيعة و العناصر المميزة للتقاطع $(\Gamma_1)\cap(\Gamma_1)$

ه- هل النقطة $S(-8,1,3)$ تنتمي إلى $(\Gamma_1)\cap(\Gamma_1)$ ؟

التمرين العاشر

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1. عين معادلة ديكارتية للمستوي P المار من النقطة $A(1,0,1)$ و الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}$ ناظما له.
2. ليكن (P') المستوي الذي معادلته $x+2y-z+1=0$ و لتكن النقطة $B(0,1,1)$.

أ- بين أن المستويين P و P' متعامدان.

ب- أحسب المسافتين d و d' للنقطة B عن المستويين P و P' على الترتيب.

3. أ) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم D تقاطع المستويين P و P'.

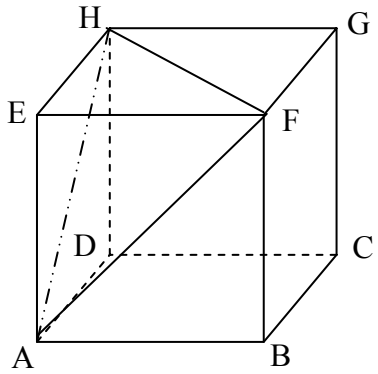
ب) عين إحداثيات النقطة H من D بحيث يكون المستقيم (BH)عموديا على (D).

جـ) تحقق أن $MH^2=d^2+d'^2$.

التمرين الحادي عشر

نعتبر المكعب ABCDEFGH طول ضلعه a (a عدد حقيقي موجب تماما).

ليكن I نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (AFH).



1. أحسب بدلالة a الجداءات السلمية التالية:

$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{AF}$ ، $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ ، $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AF}$

2. أستنتج أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعامدين.

3. نقبل أيضا أن الشعاعين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعامدين.استنتج أن النقطة I هي الاسقاط العمودي للنقطة E على المستوي (AFH).

4. أ) بين أن المستقيمين (AF) و (EH) متعامدين و كذلك المستقيمين (AF) و (EI)

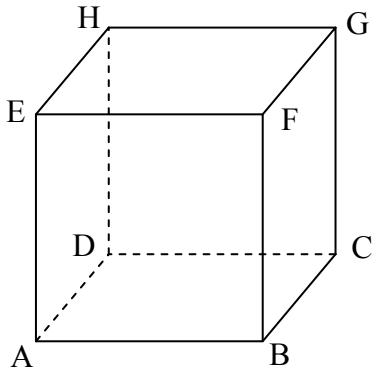
ب) استنتج أن المستقيم (AF) عمودي على المستقيم (HI).

جـ) استنتج أن المستقيم (AH) عمودي على المستقيم (FI).

5. ماذا تمثل النقطة I بالنسبة إلى المثلث AFH. ؟

التمرين الثاني عشر

نعتبر المكعب ABCDEFGH طول ضلعه 1



نختار المعلم المتعامد المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.حيث $\vec{i}=\overrightarrow{AB}$ ، $\vec{j}=\overrightarrow{AD}$ و $\vec{k}=\overrightarrow{AE}$.

النقط I , J , K , L , M , N منتصفات القطع المستقيمة

[BC] ، [CD] ، [DH] ، [HE] ، [EF] و [FB] على الترتيب.

1. عين احداثيات النقط I , K و M.

2. بين أن النقط I , J , K , L , M , N تنتمي ألى نفس المستوي P يطلب تعيين معادلته.

3. بين أن الشعاع $\overrightarrow{AG}$ ناظميا للمستو P.

4. بين أن الاسقاطات العمودية للنقط I , J , K , L , M , N على المستقيم (AG) تنطبق على نفس النقطة و لتكن T.

التمرين الثالث عشر

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C ، D حيث

$A(-1\,;0\,;2),\ B(3\,;2\,;-4),\ C(1\,;-4\,;2),\ D(5\,;-2\,;4)$

نعتبر النقطتين I, J منتصفي القطعتين المستقيمتين [AB] ، [CD] و النقطة K حيث : $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

عين احداثيات النقط J,K,I .

بين أن النقط K,J ,I ليست على استقامة واحدة.

أوجد معادلة ديكارتية للمستوي (IJ K).

أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AD).ثم بين أنه يقطع المستوي (IJ K) في نقطة L يطلب تعيين إحداثياتها.

عين العدد الحقيقي k بحيث $\overrightarrow{AL}=k\overrightarrow{AD}$

التمرين الرابع عشر

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر متوازي المستطيلات ABCDEFGH المعرف بما يلي:

$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ ، $\overrightarrow{AD} = 6\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 4\vec{k}$. I ، J و K المنتصفات على الترتيب للقطع [EF] ، [FB] و [AD].

1. حدد على الشكل الملحق النقط I، J و K.أعط إحداثيات النقط B، D و E ثم تحقق أن إحداثيات النقط I، J و K على الترتيب هي:$(1;0;4)$; $(2;0;2)$ و $(0;3;0)$.
2. ليكن (P_1) المستوي ذو المعادلة $y = 0$ و (P_2) المستوي ذو المعادلة $2x + z = 0$.

أ- أعط الشعاع $\vec{n}_1$ ناظمي للمستوي (P_1) و $\vec{n}_2$ ناظمي للمستوي (P_2).

ب- استنتج أن (P_1) و (P_2) متقاطعين.

ج- ليكن (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) بين أن $(\Delta) = (IJ)$.

3. ليكن الشعاع $\vec{n}(2;2;1)$

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على كل من $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$.

ب- أستنتج أن الشعاع $\vec{n}$ ناظمي للمستوي **(IJK)**

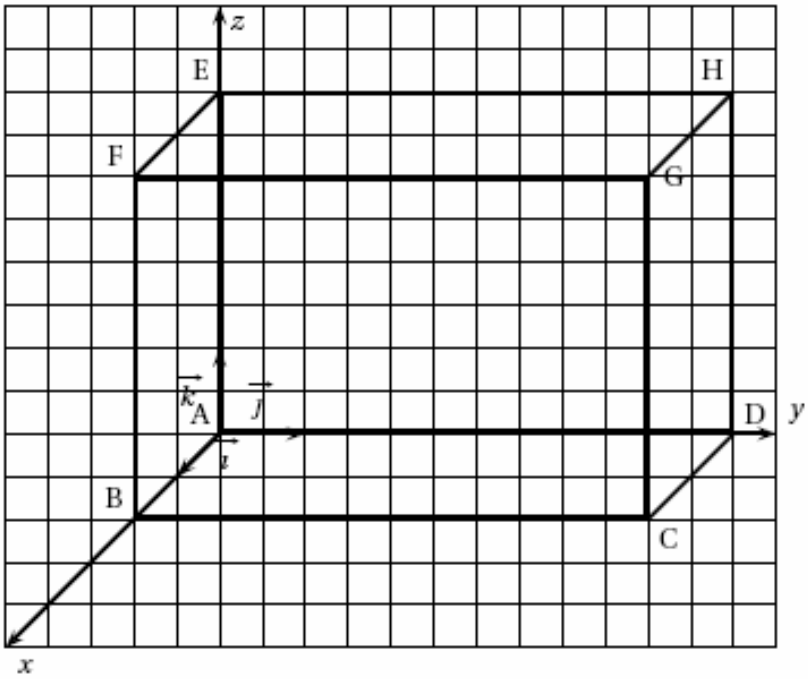
ج- بين أن معادلة المستوي (IJK) هي $2x + 2y + z = 6$

4. نعتبر المستوي (P_3) ذو المعادلة الديكارتية : $x + y = 5$.

أ- عين إحداثيات النقطتين R و T تقاطع المستوي مع المحورين (Ax) و (Ay) على الترتيب.

ب- تحقق أن النقطة I تنتمي إلى المستوي (P_3) .

ج- على الشكل المرفق علم النقط R و T ثم أرسم المستوي (P_3) .



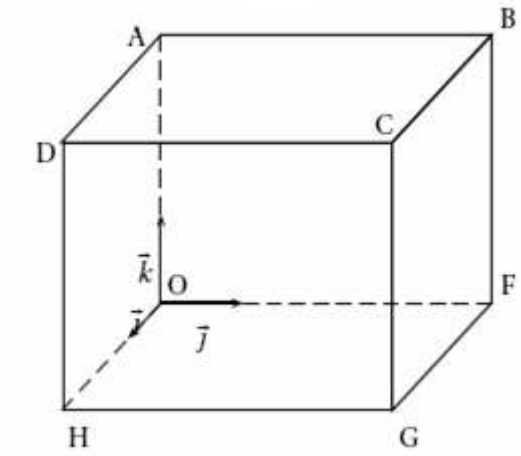
التمرين الخامس عشر

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث:
$A(-1\,;2\,;1), B(1\,;-6\,;-1), C(2\,;2\,;2)$.

1. بين أن A , B , C ليست على إستقامة واحدة.و الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC).
2. أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
3. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) و المار بالنقطة $D\ (0\ ;\ 1\ ;-1)$.
4. عين إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ABC).ما هي المسافة بين D و المستوي (ABC).
5. لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (DC) للوسيط الحقيقي t حيث $(\overrightarrow{DM}=t\,\overrightarrow{DC})$; تحقق أن المسافة AM تأخذ أصغر قيمة ممكنة من أجل $t=-\frac{5}{14}$.أستنتج إحداثيات النقطة Q الاسقاط العمودي للنقطة A على (DC).

التمرين السادس عشر

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط نعتبر متوازي المستطيلات ABCDOFGH المعرف بـ:
$\overrightarrow{OH}=3\vec{i}\ ;\ \overrightarrow{OF}=4\vec{j}\ ;\ \overrightarrow{OA}=3\vec{k}$



ليكن L منتصف القطعة [CG] .

1. نعتبر (P) مجموعة النقط ذات الإحداثيات $x\ ;\ y\ ;\ z$ و التي تحقق المعادلة : $4x-3y+8z-12=0$ أي من بين النقط A;B;O;G;H;L تنتمي إلى (P).
2. استنتج أن المجموعة (P) هي المستوي (BLH).
3. أعط المركبات السلمية للشعاع $\vec{n}$ الناظمي للمستوي (P).
4. ليكن (Δ) المستقيم المار بالنقطة A و شعاع توجيهه $\vec{n}$.
بين أن (Δ) هو مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{LH}=0$ و $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BL}=0$
ثم استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)
5. بين أن النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{-48}{89};\frac{36}{89};\frac{171}{89}\right)$ تنتمي إلى (Δ) و (P).