30 تمرين محلول



الإحتمالات

الشعب العلمية

5min Maths

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

جمع الأستاذ: شعبان أسامة





ثمن هذا الملف: دعاء خالص من القلب

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 1

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمسابقة توظيف ، يسحب مترشح عشوائيا بالتتالي وبدون إرجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات ، ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات وبطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية ، لايمكن التمييز بين البطاقات باللمس .

1 / نعتبر الحادثتين A و B حيث : A هي الحادثة : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية "

B هي الحادثة : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

- أحسب $P(A)$ و $P(B)$.

2 / ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ . عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب . عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

جـ . أحسب الأمل الرياضي والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X

الحل:

1 / حساب $P(A)$ و $P(B)$

عدد عناصر مجموعة الإمكانيات هو

$$card(\Omega)=A_{10}^{2}=\frac{10!}{(10-2)!}=\frac{10!}{8!}=\frac{10\times 9\times 8!}{8!}=90$$

$$P(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)}=\frac{A_{2}^{2}}{90}=\frac{1}{45}$$

$$P(B)=\frac{card(B)}{card(\Omega)}=\frac{2\left(A_{8}^{1}\times A_{2}^{1}\right)}{90}=\frac{16}{45}$$

2 / أ . تعيين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

يمكن سحب بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية أو سحب بطاقتان تتعلقان بمادة الرياضيات أو سحب بطاقة تتعلق باللغة الفرنسية واخرى بالرياضيات أوسحب بطاقة تتعلق بالرياضيات وأخرى تتعلق بالفرنسية

ومنه $X\in\{0,1,2\}$

ب) تعيين قانون إحتمال المتغير العشوائي X

ت) $P(X=0)=\frac{A_{8}^{2}}{90}=\frac{28}{45}$ ، $P(X=1)=P(B)=\frac{16}{45}$

$$P(X=2)=P(A)=\frac{1}{45}$$

ومنه قانون احتمال المتغير العشوائي X

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{28}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{1}{45}$

جـ. حساب الأمل الرياضي والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=0\times\frac{28}{45}+1\times\frac{16}{45}+2\times\frac{1}{45}=\frac{18}{45}$$

$$V(X)=\sum_{i=1}^{3}x_i^2P_i-\left(E(X)\right)^2$$

$$=0^2\times\frac{28}{45}+1^2\times\frac{16}{45}+2^2\times\frac{1}{45}-\left(\frac{18}{45}\right)^2=\frac{64}{225}$$

ومنه الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\simeq 0,53$

تمرين 2:

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء ، ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين متشابهة لانفرق بينها باللمس .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق . نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

1) بين أنّ : إحتمال الحدث A $P(A)=\frac{1}{2}$ ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) بيّن أنّ : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$.

الحل:

لدينا : صندوق على خمس كرات بيضاء ، ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) تبيان أنّ : $P(A)=\frac{1}{2}$

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{3\times 35}{210}=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$$

حساب $P(B)$:

$$P(B)=\frac{C_5^1\times C_5^3+C_5^2\times C_5^2+C_5^3\times C_5^1+C_5^4}{C_{10}^4}=\frac{5\times 10+10\times 10+10\times 5+5}{210}$$

أي $P(B)=\frac{205}{210}=$

2) أ) تعيين قيم المتغير العشوائي X :

قيم X هي $\{0;1;2;3\}$

ب) تبيان أنّ : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$:

لدينا : $P(X=0)=\frac{C_3^0\times C_7^4}{C_{10}^4}=\frac{1\times 35}{210}=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{3\times 21}{210}=\frac{3}{10}$

ج) قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X معرف بالجدول :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

لدينا : $P(X=3)=\frac{C_3^3\times C_7^1}{C_{10}^4}=\frac{1\times 7}{210}=\frac{1}{30}$ و

$$P(X=1)=\frac{C_3^1\times C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{3\times 35}{210}=\frac{1}{2}$$

حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X :

$$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=1.2$$

تمرين 3:

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام : 2 , 2 , 1 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 2 , 2 , 1 , 1

1) نسحب كرة واحدة من الكيس.

أ – ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1.

ب – إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها أحمراً

2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون ارجاع .

أ – ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا

ب – ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

ج – ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3

الحل:

1) أ- احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 هو $P(A)=\frac{3}{7}$

ب- B الحادثة للحصول على كرة حمراء $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P_A(B) = \frac{\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}$$

2 أ- احتمال الحصول على كرتين تحمل رقما فرديا : $P(c) = \frac{1}{7}$

ب- احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون : $P(D) = \frac{3}{7}$

ج- احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 : $P(E) = \frac{3}{14}$

تمرين 4:

Ω هي مجموعة الأعداد الطبيعية من 0 الى 49

1- أ- عين الأجزاء من Ω التالية :

A : عناصر A هي مضاعفات العدد 3 .

B : عناصر B هي مضاعفات العدد 4 .

C : عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 .

D : عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 .

ب- أحسب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω .

ج- عبر عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال .

2- نختار عشوائيا عددا من Ω ونسمي الاعداد السابقة احتمالات الحوادث A ، B ، C وD على الترتيب .

- أحسب احتمالي الحادثتين التاليتين :

E الحصول على عدد أولي ، F الحصول على عدد ذي رقمين متساويين .

الحل:

عناصر A هي مضاعفات العدد 3 :

$$\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 49\}$$

عناصر B هي مضاعفات العدد 4 :

$$\boldsymbol{B} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 39, 44, 48\}$$

عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 :

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \{0, 12, 24, 36, 48\}$$

عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 :

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 49, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 39, 44, 48\}$$

ب- حساب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω :

$$\boldsymbol{P(A)} = \frac{17}{100} \times 50 = 34\% \quad ، \quad \boldsymbol{P(B)} = \frac{13}{100} \times 50 = 26\%$$

$$\boldsymbol{P(C)} = \frac{5}{100} \times 50 = 10\% \quad ، \quad \boldsymbol{P(C)} = \frac{25}{100} \times 50 = 50\%$$

ج- التعبير عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال :

$$\boldsymbol{P(A)} = \frac{34}{100} = \frac{17}{50} \quad ، \quad \boldsymbol{P(B)} = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}$$

$$\boldsymbol{P(C)} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \quad ، \quad \boldsymbol{P(C)} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

2 - حساب احتمالي الحادثتين :

$$\boldsymbol{F} = \{11, 22, 33, 44\}$$

$$\boldsymbol{E} = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}$$

$$\boldsymbol{P(E)} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} \quad ، \quad \boldsymbol{P(F)} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 5:

ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 6 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

أ- 3 أرقام ؟

ب- 3 أرقام مختلفة ؟

ج-أرقام مختلفة ؟

الحل:

أ : $6 \times 6 \times 6 = 216$ أي : $6^3 = 216$.

ب : $6 \times 5 \times 4 = 120$ ونرمز الى العدد $6 \times 5 \times 4$ ب : A_6^3 أي : $A_6^3 = 6 \times 5 \times 4$

ج : $A_6^6 = 720$ نرمز الى العدد A_6^6 ب : $6!$ أي : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

تمرين 6:

يتكون قسم من 20 تلميذا ، أحمد تلميذ من هذا القسم

1- نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم) .
   - أحسب a عدد الطرائق الممكنة .
2- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد .
   - أحسب b عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
3- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد .
   - أحسب c عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
4- جد علاقة بين الأعداد : a ، b و c .

الحل:

1- عدد الطرائق الممكنة : $a = \frac{20 \times 19}{2} = 190$ نرمز الى هذا العدد ب: $C_{20}^2 = \frac{20 \times 19}{2}$

2- اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد : 71 $\frac{19 \times 18}{}$

3- اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد هو : $c = 1 \times 19 =$ 19

نلاحظ أن : $a = b + c$ أي : $C_{20}^2 = C_{19}^2 + C_{19}^1$

تمرين 7 :

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :
   أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
   ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
   ت- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
   أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي x
   ب- أحسب الامل الرياضي
   ت- أحسب التباين والانحراف المعياري

الحل:

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

- أ- نسمي A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^3+C_4^3}{56} = \frac{4+4}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

ب- نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^3+C_3^3}{56} = \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$$

ت- نسمي C حادثة الحصول على " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{56} = \frac{1*4*3}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

- أ – قيم المتغير العشوائي هي : $x = \{0, 1, 2, 3\}$

$$P(x=0) = \frac{C_4^3}{56} = \frac{4}{56}$$

$$P(x=1) = \frac{C_4^1 * C_4^2}{56} = \frac{6*4}{56} = \frac{24}{56}$$

$$P(x=2) = \frac{C_4^2 * C_4^1}{56} = \frac{4*6}{56} = \frac{24}{56}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^3}{56} = \frac{4}{56}$$

x	0	1	2	3
$p(x=xi)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

ب- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(0 * \frac{4}{56}\right) + \left(1 * \frac{24}{56}\right) + \left(2 * \frac{24}{56}\right) + \left(3 * \frac{4}{56}\right) = 1.5$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{4} (xi - E(x))^2 * pi = \frac{15}{28}$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v(x)} = 0.73$

تمرين 8:

في صندوق توجد كرتان لونهما أحمر ، وثلاث كرات لونها أخضر ، وأربع كرات لونها أبيض ، وكرتان لونهما أصفر .

نقوم بسحب كرتين في ان واحد وبطريقة عشوائية من هذا الصندوق

1- أ- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أحمر .

ب- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أبيض .

ج- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أصفر .

د- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أخضر .

2- ماهو احتمال سحب كرتين من نفس اللون .

3- ماهو احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون .

4- ماهو احتمال سحب كرتين لونهما ليس (0 أبيض) ولا أصفر .

5- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأقل خضراء .

6- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأكثر خضراء .

$$p(x=0) = \frac{C_4^4}{56} = \frac{4}{56}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الحل:

1-نسمي A حادثة سحب كرتين لونهما أحمر :

$$P(A)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

2-نسمي B حادثة سحب كرتين لونهما أبيض :

$$P(B)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_4^2}{C_{11}^2}=\frac{6}{55}$$

3- نسمي C حادثة سحب كرتين لونهما أصفر :

$$P(C)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

4- نسمي D حادثة سحب كرتين لونهما أخضر :

$$P(D)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{3}{55}$$

7- احتمال سحب كرتين من نفس اللون :

نسمي الحادثة T " سحب كرتين من نفس اللون "

الطريقة 1 :

$$P(\mathrm{T})=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2+C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

الطريقة 2 : بماأن الحوادث $A.B.C.D$ مستقلة فيمكننا حساب :

$$P(\mathrm{T})=P(A)+P(\mathrm{B})+P(\mathrm{C})+P(\mathrm{D})=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

-3- احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون :

نسمي الحادثة H " سحب كرتين مختلفتي اللون "

$$P(H)=1-P(\mathrm{T})=\frac{4}{5}$$

4-- احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر :

نسمي الحادثة R " سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر "

$$P(R)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{10}{55}=\frac{2}{11}$$

5—احتمال ان تكون احداهما على الاقل خضراء :

نسمي الحادثة Z " ان تكون احداهما على الاقل خضراء "

$$P(Z)=\frac{C_3^1C_8^1+C_3^2C_8^0}{C_{11}^2}=\frac{3*8+3}{55}=\frac{27}{55}$$

تمرين 9:

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1-أ-أحسب عدد الحالات الممكنة .

ب-احسب الاحتمالات التالية :

A - 3 كرات من نفس اللون .

B – كرة على الأقل حمراء .

C - كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي x المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

أ-ماهي قيم x ؟

ب-أحسب الإحتمالات التالية : $P(x=1)$ ، $P(x=3)$ واستنتج: $P(x=2)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج-أحسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري

الحل:

1-أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

ب- A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3+C_4^3}{56} = \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

B حادثة الحصول على " كرة على الأقل حمراء "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

C حادثة الحصول على " كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

2—تعيين قيم x : $x = \{1,2,3\}$

$$P(x=1) = P(A) = \frac{5}{56}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56} = \frac{12}{56}$$

استنتاج : $P(x=2) = ?$

لدينا : $P(x=1)+P(x=2)+P(x=3) = 1$

$$P(x=2) = 1-(P(x=1)P(x=3))$$

$$P(x=2) = \frac{39}{56}$$

ج—حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

$$E(x) = \left(1*\frac{5}{56}\right)+\left(2*\frac{39}{56}\right)+\left(3*\frac{12}{56}\right) = 2.12$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3}(xi-E(x))^2 * pi = 0.28$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v(x)} = 0.53$

تمرين 10:

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

- نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

المطلوب :

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب- احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ت- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

الحل:

نرمز الى القريصات الحمراء ب : R

نرمز الى القريصات البيضاء ب : B

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 11:

كيس به 10 كريات متماثلة لانميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1- نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x و احسب أمله الرياضي

الحل:

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

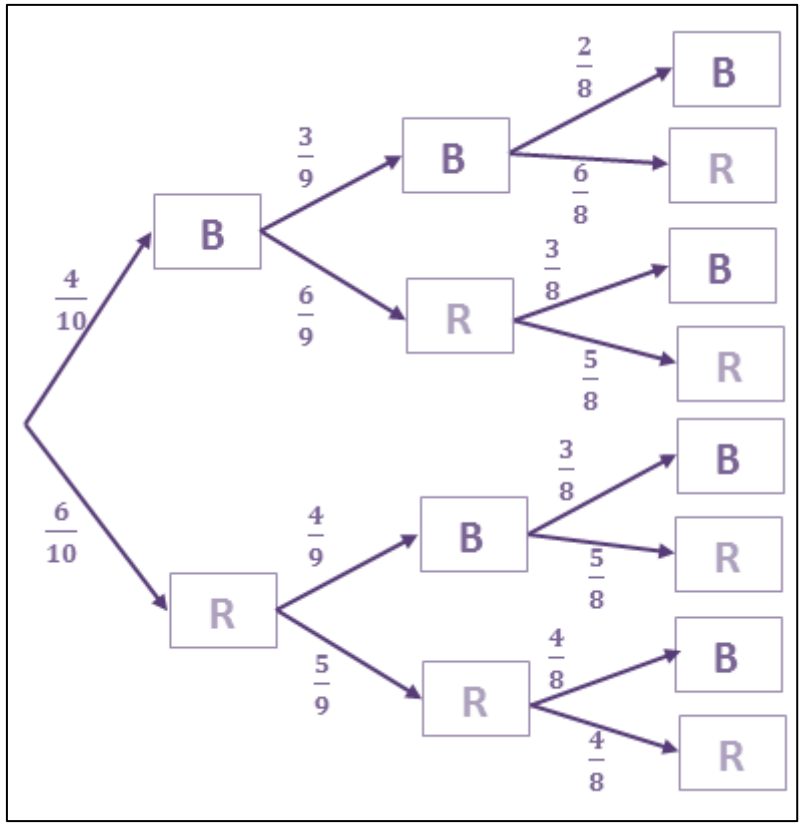
نسمي A حادثة الحصول على3 كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^3}{120} = \frac{1}{30}$$

نسمي B حادثة الحصول على الأقل على كرية حمراء:

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_6^1C_4^2+C_6^2C_4^1+C_6^3C_4^0}{120} = \frac{36+60+20}{120} = \frac{29}{30}$$

2-قيم المتغير العشوائي هي : $x = \{0, 1, 2, 3\}$



احتمال

أ- الحصول على 3 قريصات من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8} + \frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8} = \frac{144}{720}$$

ب- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين :

$$P(B) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

ت- $P(x = 0) = \frac{5761}{720}$

$$P(x = 1) = \frac{C_6^2C_4^1}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_6^1C_4^2}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

$$P(x = 3) = \frac{C_6^0C_4^3}{\quad} = \frac{4}{\quad} = \frac{1}{\quad}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

x	0	1	2	3
$p(x = xi)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{6}\right) + \left(1 * \frac{1}{2}\right) + \left(2 * \frac{3}{10}\right) + \left(3 * \frac{1}{30}\right) = \frac{6}{5}$$

تمرين 12:

كيس يحتوي على 5 كرات منها 3 لونها حمراء و 2 سوداء

التجربة 1 : نسحب عشوائيا كرة ونسجل لونها ثم نعيدها الى الكيس ، ثم نسحب مرة أخرى و ندون لونها .

1- أنشئ لكل تجربة شجرة الاحتمالات .
2- ماهو احتمال التحصل على كرتين في كل تجربة حيث :
أ- حمراويتين .
ب- سوداويتين ت- من لونين مختلفين

الحل:

1.احتمال التحصل على كرتين حمراويتين

$$P(A) = \frac{3}{5} * \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

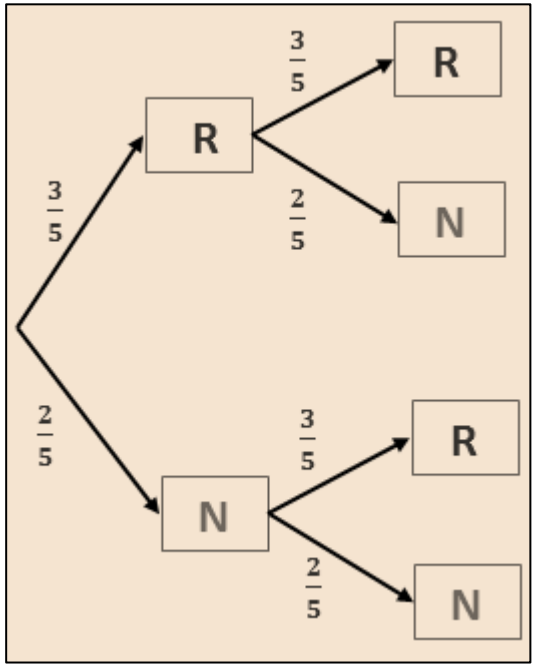
2. 1.احتمال التحصل على سوداويتين

$$P(B) = \frac{2}{5} * \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

3. 1.احتمال التحصل على من لونين مختلفين .

$$P(C) = \frac{3}{5} * \frac{2}{5} + \frac{3}{5} * \frac{2}{5} = \frac{12}{25}$$

شجرة الاحتمالات:



تمرين 13:

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال وأربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه ابراهيم وامرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

- أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :
أ- A " تكوين لجنة تضم 3 رجال " .
ب- B –" تكوين لجنة تضم رجل وامرأتين .
ت- C - " تكوين لجنة تضم ابراهيم " .
ث- D -" تكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة "
- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .
2- احسب أمله الرياضي .
3- أحسب التباين والانحراف المعياري .

الحل:

عدد الحالات الممكنة ، أي عدد اللجان هو :

- $C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220$
- A : " تكوين لجنة تضم 3 رجال " .

- $P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_8^3}{220} = \frac{14}{55}$
- B تكوين لجنة تضم رجل وامرأتين "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{12}{55}$$

- C تكوين لجنة تضم ابراهيم "
- $P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \frac{1}{4}$
- D تكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة "
- $P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \frac{9}{22}$

- 2—تعيين قيم x : $x = \{0,1,2,3\}$
- $P(x=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{1}{55}$
- $P(x=1) = 1 - P(B) = \frac{12}{55}$
- $P(x=2) = \frac{C_4^1 \times C_8^2}{220} = \frac{28}{55}$
- $P(x=3) = 1 - P(A) = \frac{14}{55}$

x	0	1	2	3
$p(x=xi)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

—حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

- $E(x) = \left(1 * \frac{12}{55}\right) + \left(2 * \frac{28}{55}\right) + \left(3 * \frac{14}{55}\right) = 2$

-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3} (xi - E(x))^2 * pi = \frac{6}{11}$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{\frac{6}{11}}$

تمرين 14:

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء ، احدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منهما تحملان الرقم 2 و الأخريان تحملان الرقم 3 . نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد ، ونسحب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

1- ماهو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟
2- ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين ؟
3- نعرف المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .
أ- عين قيم المتغير العشوائي x ، ثم أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x
ب- أحسب الأمل الرياضي $E(x)$ ، ثم أحسب الإنحراف المعياري δ .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الحل:

- عدد الحالات الممكنة هي : $C_7^2 = 21$

1-احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 هو :

- عدد الحالات الممكنة هي : $C_7^2 = 21$

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^1 + C_2^2}{21} = \frac{9}{21}$$

2- ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين :

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^2}{21} = \frac{1}{21}$$

أ - تعيين قيم المتغير العشوائي x : $x = \{3,4,5,6,7,8,10\}$

ب - قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x :

$$P(x=3) = \frac{C_1^1 \times C_2^1}{21} = \frac{2}{21}$$

$$P(x=4) = \frac{C_2^2 + C_1^1 \times C_2^1 + C_1^1 \times C_2^1}{21} = \frac{3}{21}$$

$$P(x=5) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=6) = \frac{3}{21}$$

$$P(x=7) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=8) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=10) = \frac{C_2^2}{21} = \frac{1}{21}$$

x	3	4	5	6	7	8	10
$p(x=xi)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$

- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(3 * \frac{2}{21}\right) + \left(4 * \frac{3}{21}\right) + \left(5 * \frac{4}{21}\right) + \left(6 * \frac{3}{21}\right) + \left(7 * \frac{4}{21}\right) + \left(8 * \frac{4}{21}\right) + \left(10 * \frac{1}{21}\right) =$$

حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3} \left(xi - E(x)\right)^2 * pi$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v}$

تمرين 15:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها.

- بالنسبة للمربي الأول، بين اليوم الأول و الشهر، 20% من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 70% تصبح ملونة و 10% تبقى بيضاء.
- بالنسبة للمربي الثاني، اليوم الأول و الشهر ، 7% من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 80% تصبح ملونة و 13% تبقى بيضاء.

بائع طيور اشترى أفراخ طيور عمرها يوم واحد : 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.

أ) بين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$.

ب) عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر.

ج) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المربي الأول ؟

2) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع. ما احتمال أن تبقى بعد شهر، ثلاثة فقط على قيد الحياة ؟

3) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه. عين قانون الاحتمال لـ X و أمله الرياضي.

الحل:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقسها

النوع / المربي	يصبح ملون C	يبقى أبيض B	لا يبقى على قيد الحياة M
$E1$	$0,7$	$0,1$	$0,2$
$E2$	$0,8$	$0,13$	$0,07$

بالنسبة لبائع الطيور: 70% من المربي الاول و 30% من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.

2) نبين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$:

$p(V)=0,8\times0,7+0,93\times0,3=0,839$

3) تعيين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر:

$p(C)=0,7\times0,7+0,8\times0,3=0,73$

4) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الاول ؟

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}$$

$$p(B\cap E1)=0,1\times0,7=0,07$$

$$p(B)=0,1\times0,7+0,13\times0,3=0,109$$

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}=\frac{0,07}{0,109}\cong 0,642$$

1) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع.

2) لدينا اختبار برنولي ذات رتبة $n=5$ و احتمال $p=p(V)=0,839$.

3) نسمي A الحادثة : " بعد شهر، تبقى ثلاثة فقط على قيد الحياة"

$$p(A)=C_5^3p^3(1-p)^3=10(0,839)^3(0,161)^2\cong 0,153$$

1) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه.

2) تعيين قانون الاحتمال لـ X و أمله الرياضي.

قيم X:

$$X=\{-10\ ;50\ ;300\}$$

$p(X=300)=p(C)=0,730$

$p(X=50)=p(B)=0,109$

$$p(X=-10)=p(\overline{V})=1-p(V)=1-0,839=0,161$$

- قانون الاحتمال:

x_i	-10	50	300	المجموع
P_i	0,161	0,109	0,730	1

$E(X)=222,84\ DA$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 16:

يحتوي كيس U_1 على 5 كرات بيضاء و 7 كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

1) للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.

أ) لتكن B الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ". بين أن $p(B)=\frac{5}{36}$.

ب) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟

2) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة (أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى).

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح x DA إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر 20 DA إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.

أ) عين قيم Y.

ب) عين قانون احتمال Y.

ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة x.

د) من أجل أي قيم للعدد x، يكون $E(Y)\geq 0$ ؟

الحل:

يحتوي كيس U_1 على 5 كرات بيضاء و 7 كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.

ج) لتكن B الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ".

- نبين أن: $p(B)=\frac{5}{36}$

باستعمال قوانين الاحتمالات الكلية نجد: $p(B)=\frac{5}{72}+\frac{5}{72}=\frac{5}{36}$

د) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟

$p_B(U_1)=\frac{p(B\cap U_1)}{p(B)}=\frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)}=\frac{1}{2}$ و $p_B(U_2)=\frac{p(B\cap U_2)}{p(B)}=\frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)}=\frac{1}{2}=$

$p_B(U_1)$

3) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة (أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى).

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح x DA إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر 20 DA إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.

أ) تعيين قيم Y:

$Y(\Omega)=\{-40\ ;\ x-20\ ;\ 2x\}$

ب) قانون احتمال Y:

y_i	-40	$x-20$	$2x$
p_i	$961/1296$	$310/1296$	$25/1296$

ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة x:

$$E(Y)=\frac{360\,x-58040}{1296}$$

د) تعيين قيم للعدد x حيث: $E(Y)\geq 0$:

$E(Y)\geq 0$ يكافئ $360\,x-58040\geq 0$ يكافئ $x\geq 161{,}24$

قيم x حيث: $E(Y)\geq 0$: هي الأعداد الطبيعية الأكبر أو تساوي 162.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 7 1:

كيس به 5 كرات حمراء تحمل الاعداد 2 ،2.2.2.-3 ، أربع كرات خضراء تحمل الأعداد 3 ، 3 ، 3 ، 2- وكرة زرقاء تحمل العدد 1- .

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

1- أحسب احتمال الحصول على :

أ – كرتين من نفس اللون .

ب – كرتين من لونين مختلفين .

ج - كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا .

2- نعرف من اجل كل سحبة من السحبات السابقة المتغير العشوائي x كمايلي :

- اذا سحبنا كرتين تحملان نفس العدد نرفق لها العدد نفسه .
- اذا سحبنا كرتين تحملان عددين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

- عين قيم المتغير العشوائي x .
- عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x ، ثم أحسب أمله الرياضياتي .

الحل:

1-أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^2 = 45$$

ب- A حادثة الحصول على " كرتين من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^2+C_4^2}{45} = \frac{10+6}{45} = \frac{16}{45}$$

B حادثة الحصول على " كرتين من لونين مختلفين "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1\times C_5^1+C_5^1\times C_4^1+C_1^1\times C_4^1}{45} = \frac{29}{45}$$

C حادثة الحصول على " كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا "

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_7^1\times C_3^1}{45} = \frac{21}{45}$$

2—تعيين قيم x : $x = \{-2,-1,2,3\}$

$$P(x=-2) = \frac{C_2^2}{45} = \frac{1}{45}$$

$$P(x=-1) = \frac{C_1^1\times C_2^1}{45} = \frac{2}{45}$$

$$P(x=2) = \frac{C_3^2+C_3^1\times C_1^1+C_3^1\times C_2^1}{45} = \frac{12}{45}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^2+C_3^1\times C_4^1+C_4^1\times C_2^1+C_4^1\times C_1^1}{45} = \frac{30}{45}$$

x	-2	-1	2	3
$p(x=xi)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{30}{45}$

ج—حساب الامل الرياضي :

$$E(x) = \frac{22}{9}$$

تمرين 18:

يحتوي كيس على 3 كرات خضراء تحمل الرقم 0 كرتين حمراوين تحملان الرقم 5

وكرة سوداء تحمل الرقم y حيث (y عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 5 و 10)

كل الكريات لانميز بينها عند اللمس .

نسحب في آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1 - ما احتمال الحصول على :

A- 3 كرات من نفس اللون ؟

B – - 3 كرات ألوانها مختلفة ؟

C كرتان فقط من نفس اللون ؟

3- ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث .

- أ- عين قانون الاحتمال ثم الامل الرياضي بدلالة y
- ب- ماهي قيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$

الحل:

أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_6^3 = 20$$

ب- A حادثة الحصول على "3 كرات من نفس اللون "

أي 3 كرات خضراء

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3}{20} = \frac{1}{20}$$

B حادثة الحصول على " 3 كرات ألوانها مختلفة "

اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{20} = \frac{6}{20}$$

C حادثة الحصول على " كرتان فقط من نفس اللون "

اي : كرتين خضراوين و 1 من البقية

أو

كرتين حمراوين و 1 من البقية .

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^2 \times C_3^1 + C_2^2 \times C_4^1}{20} = \frac{13}{20}$$

2—تعيين قيم x : $x = \{0,5,10,y,y+5,y+10\}$

3 كرات خضراء

$$P(x=0) = P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3}{20} = \frac{1}{20}$$

$P(x=5) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{20} = \frac{6}{20}$ (اي كرتين خضراوين وواحدة حمراء)

$P(x=10) = \frac{C_2^2 \times C_3^1}{20} = \frac{3}{20}$ (كرتين حمراوين وواحدة خضراء)

$(x=y) = \frac{C_3^2 \times C_1^1}{45} = \frac{3}{20}$ (اي 2 خضراوين و واحدة سوداء)

$P(x=y+5) = \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{45} = \frac{6}{20}$ (اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء)

$(x=y+10) = \frac{C_2^2 \times C_1^1}{45} = \frac{1}{20}$ (اي 2حمراوين و واحدة سوداء)

x	0	5	10	y	$y+5$	$10+y$
$p(x=xi)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{1}{20}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ج- كتابة الامل الرياضي بدلالة y وقيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$:

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{20}\right) + \left(5 * \frac{6}{20}\right) + \left(10 * \frac{3}{20}\right) + \left(y * \frac{3}{20}\right) + \left((y+5) * \frac{6}{20}\right) + \left((y+10) * \frac{1}{20}\right) = 20$$

بعد التبسيط نجد :

$$E(x) = \frac{1}{2}y + 5$$

قيمة y حتى يكون : $E(x) = 20$:

$E(x) = \frac{1}{2}y + 5 = 0$ أي : $y = 30$.

تمرين 19:

تستقبل ثانوية التلاميذ الجدد المتوجهين الى السنة الأولى ثانوي من ثلاث متوسطات M_1 ، M_2 ، M_3 من بينهم 30 % من M_1 ، 15 % من M_2 ، والباقي من M_3 .

في أخر سنة نحصي عدد التلاميذ الذين يعيدون السنة

10% من تلاميذ المتوسطة M_1 يعيدون السنة .

25 % من تلاميذ المتوسطة M_2 يعيدون السنة .

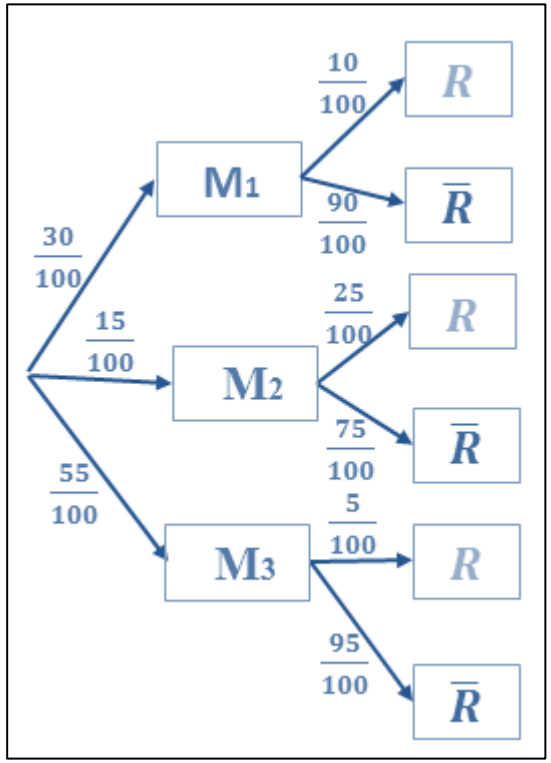
5 % من تلاميذ المتوسطة M_3 يعيدون السنة .

نسمي R " التلميذ الذي يعيد السنة "

نختار عشوائيا تلميذا من السنة أولى

1- شكل شجرة الإحتمالات .
2- ماحتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة ؟
3- ما احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة M_3 علما أنه معيد للسنة ؟

4- الحل:



التلميذ الذي يعيد السنة: R

التلميذ الذي ينجح: $\bar{R}$

احتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة :

$$R = (M_1 \cap R) \cup (M_2 \cap R) \cup (M_3 \cap R)$$

باستعمال نظرية الإحتمالات الكلية :

$$P(R) = P(M_1 \cap R) \cup P(M_2 \cap R) \cup P(M_3 \cap R)$$

$$P(R) = \left(\frac{30}{100} \times \frac{10}{100}\right) + \left(\frac{15}{100} \times \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{55}{10} \quad \frac{5}{}\right.$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(R) = 0.095$$

احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة M_3 علما أنه معيد للسنة أي حساب الاحتمال الشرط

$$P_R(M3) = \frac{P(M3 \cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(M3) = \frac{\left(\frac{55}{100} \times \frac{5}{100}\right)}{0.095} = 0.29$$

تمرين 20:

الرقم السري لبطاقة بنكية عبارة عن عدد مكون من أربع ارقام مأخوذة من المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

1- كم رقما سريا يمكن تشكيله ؟
2- الرقم السري للبطاقة مختار بطريقة عشوائية عن طريق الكمبيوتر .
   - أحسب احتمال كل الحوادث التالية :
   - A " الرقم السري عبارة عن عدد زوجي " .
   - B –" الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط " .
   - C - " الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 " .
   - D -" الرقم السري مكون من ارقام مختلفة "

الحل:

1- عدد الأرقام السرية هي : $n^p = 9^4 = 6561$
2- الرقم السري عبارة عن عدد زوجي:

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3}{9^4} = \frac{4}{9}$$

3- الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط :

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{4^4}{9^4} = \frac{256}{6561}$$

4- الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 :

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3}{9^4} = \frac{2048}{6561}$$

5- الرقم السري مكون من ارقام مختلفة :

$$P(D) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{A_9^4}{9^4} = \frac{3024}{6561}$$

تمرين 21:

1- يحتوي كيس U_1 على 5 كرات ، ثلاث منها تحمل الرقم 2 وكرتان تحملان الرقم 3 .

ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 كرات : ثلاث منها بيضاء واثنان حمراء لايمكن التمييز بينها

- نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمه ، ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد n كرة من الكيس U_2 بحيث n هو الرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة من الكيس U_1 .

أ- ماهو إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء .
ب- ماهو إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 .

2- ليكن x المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة
أ- ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي x .
ب- بين أن : $P(x = 0) = \frac{11}{50}$
ت- حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي x .
ث- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي x .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الحل:

1- إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{50}$$

2- إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 :

$$P_B(R) = \frac{p(R \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3}}{\frac{C_2^1}{C_5^1}} = \frac{3}{10}$$

- القيم الممكنة ل x : بما أن عدد الكرات الحمراء هو 2 فانه مهما كانت قيمة n (2 او 3) فإن عدد الكرات الحمراء التي يمكن سحبها في آن واحد هي : 0 او 1 او 2
- تبيان أن : $P(x=0) = \frac{11}{50}$

الحادثة : $(x=0)$ معناه عدم سحب اي كرة حمراء اذا :

سحب كرة تحمل الرقم 2 من U1 وسحب كرتين بيضاويتين من U2

أو سحب كرة تحمل الرقم 3 من U1 وسحب 3 كرات بيضاء من U2

ومنه : $P(x=0) = \left(\frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^2}{C_5^2}\right) + \left(\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3}\right) = \frac{11}{50}$

3- قانون الاحتمال :

$$P(x=1) = 1 - \left(\frac{11}{50} + \frac{9}{50}\right) = \frac{30}{50}$$

$$P(x=2) = \left(\frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2}\right) + \left(\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3}\right) = \frac{9}{50}$$

x	0	1	2
$p(X=xi)$	$\frac{11}{50}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{9}{50}$

ج- حساب الامل الرياضياتي : $E(x)$:

$$E(x) = \left(0 * \frac{11}{50}\right) + \left(1 * \frac{30}{50}\right) + \left(2 * \frac{9}{50}\right) = \frac{24}{25}$$

تمرين 22:

لدينا كيسان يحتوي كل منهما على 5 كرات ، كرات الكيس الأول تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وكرات الكيس الثاني تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3

1- نسحب عشوائيا كرة من كل كيس و نعتبر المتغير العشوائي x الذي يساوي مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .
   أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي x ؟
   ب- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي x ؟
   ت- أحسب احتمال الحصول على مجموع زوجي ؟
2- نكرر عملية السحب السابقة أربع مرات مع ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس المسحوبة منه في كل مرة .
   - ما هو احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط ؟

الحل:

أ- القيم التي ياخذها x

الجدول التالي يعطي في كل حالة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

سحبة1 / سحبة2	1	1	2	2	2
1	2	2	3	3	3
2	3	3	4	4	4
2	3	3	4	4	4
3	4	4	5	5	5
3	4	4	5	5	5

القيم الممكنة هي : 2 ، 3 ، 4 ، 5

أ- قانون الاحتمال :

من الجدول نستنتج أن :

$$P(x=2)=\frac{2}{25}$$

$$P(x=3)=\frac{7}{25}$$

$$P(x=4)=\frac{10}{25}$$

$$P(x=5)=\frac{6}{25}$$

x	2	3	4	5
$p(X=k)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{6}{25}$

ج – احتمال الحصول على مجموع زوجي :

هذا الاحتمال هو :

$$P(s)=P(x=2)+P(x=4)=\frac{2}{25}+\frac{10}{25}=\frac{12}{25}$$

1.احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط :

أي : $C_4^3\left(\frac{12}{25}\right)^3\left(1-\frac{12}{25}\right)^1$: $\frac{89856}{390625}$

تمرين 23:

ثلاث صناديق A,B,C يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث :

الصندوق A يحوي : كرتين حمراء و 8 خضراء

الصندوق B يحوي : 3 كريات حمراء و 7 خضراء

الصندوق C يحوي : 4 كريات حمراء و 6 خضراء

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

1- شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية .
2- ماالاحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟
3- ماالاحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول ؟
4- اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول ؟

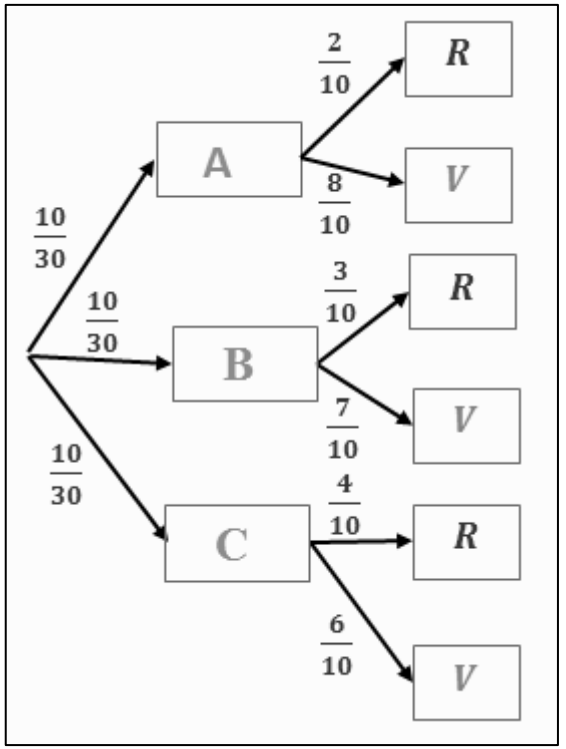
الحل:

1 – شجرة الاحتمالات :

نرمز الى الكرية الحمراء ب : R

نرمز الى الكرية الخضراء ب : V

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



2 - احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء هي :

$$P(R)=\frac{10}{30}\times\frac{2}{10}+\frac{10}{30}\times\frac{3}{10}+\frac{10}{30}\times\frac{4}{10}=\frac{9}{30}$$

3.احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الاول هي :

$$P(R\cap A)=\frac{10}{30}\times\frac{2}{10}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$$

4.حساب احتمال اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء علما انها قد سحبت من الصندوق الاول

$$P_R(A)=\frac{P(A\cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(A)=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{9}{30}}=\frac{2}{9}$$

تمرين 24:

التمرين [1][باك علوم تجريبية 2019][م1] [4 ن]---- كتابة: ذ-ب

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : " سحب كريتين من نفس اللون " ، B : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

1) بيّن أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة B .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

الحل:

عدد السحبات الممكنة : $C_{12}^{2}=\frac{12!}{2!(12-2)!}=66$.

1) تبيان أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$:

A : " سحب كريتين من نفس اللون "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{66}=\frac{10+21}{66}=\frac{31}{66}$$

- حساب إحتمال الحادثة B :

B : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

$$P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{66}=\frac{28+6}{66}=\frac{34}{66}=\frac{17}{33}$$

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

لدينا : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $P_A(B)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_4^2}{66}=\frac{15}{66}$ و منه

$$P_A(B)=\frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\frac{15}{31}$$.

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

لدينا : $X\in\{3;4;5\}$.

$P(X=3)=\frac{C_5^2}{66}=\frac{10}{66}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_7^1}{66}=\frac{35}{66}$ ،

$P(X=5)=\frac{C_7^2}{66}=\frac{21}{66}$

قانون الإحتمال:

X_i	3	4	5
$P(X=X_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

بـ - حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=3\times\frac{10}{66}+4\times\frac{35}{66}+5\times\frac{21}{66}=\frac{275}{66}$$

تمرين 25:

التمرين [1][بك علوم تجريبية 2019][م1] [4 ن]--- كتابة: ذ-ب

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

الحل:

عدد السحبات الممكنة : $C_{10}^3=\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$.

1) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الارقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

لدينا : $X\in\{0;1;2;4;8\}$.

$P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{120}=\frac{64}{120}$ ،

$P(X=1)=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ ، $P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{120}=\frac{15}{120}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$P(X=4)=\frac{C_5^2\times C_3^1}{120}=\frac{30}{120}$ ، $P(X=8)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}$.

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	4	8
$P(X=X_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$E(X)=0\times\frac{64}{120}+1\times\frac{1}{120}+2\times\frac{15}{120}+4\times\frac{30}{120}+8\times\frac{10}{120}=\frac{231}{120}$.

2) تبيان أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

A : " سحب ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا "

$P(A)=\frac{C_7^3}{120}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$

3) عدد السحبات الممكنة $A_{10}^2=90$.

B : " سحب كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي "

C : " سحب كريتين تحملان رقمين جداؤهما زوجي "

$P(B)=\frac{2A_2^1\times A_3^1+2A_3^1\times A_5^1}{90}=\frac{42}{90}$ ،

$P(C)=\frac{2A_3^1\times A_7^1+A_7^2}{90}=\frac{84}{90}$ ، $P(B\cap C)=\frac{A_7^2}{90}=\frac{42}{90}$

إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي :

$P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}}=\frac{42}{84}=\frac{1}{2}$

تمرين 26:

نفرض أنه في مدينة ما ، إحتمالي ميلاد ذكر أو أنثى متساويان نختار عشوائيا عائلة

ذات 5 أطفال ، أحسب احتمال :

1. من بين الأطفال الخمسة يوجد 4 ذكور على الأقل
2. عدد الإناث أكبر من عدد الذكور
3. ثلاثة أطفال على الأقل متتابعون من نفس الجنس

الحل:

اختار خمسة اطفال يعني تشكيل قائمة ذات 5 عناصر من العنصرين F و G ، F " انثى " G " ذكر "

مثلا : FGFGG هو اختيار عدد الاختيارات الممكنة هو عدد القوائم أي $2^5=32$

1) لتكن الحادثة A " يوجد 4 ذكور على الاقل "

نسمي A_1 " يوجد 4 ذكور " A_2 " يوجد 5 ذكور "

إذن $p(A_1)=\frac{C_5^4}{2^5}$ و $p(A_2)=\frac{C_5^5}{2^5}$

نعلم أن $A=A_1\cup A_2$ و بالتالي

$p(A)=p(A_1)+p(A_2)$

$=\frac{3}{16}$

$A_1=\{GGGGF,GGGFG,GGFGG,GFGGG,FGGGG\}$ $A_2=\{GGGGG\}$

2) نسمي الحادثة B " عدد الإناث أكبر من عدد الذكور "

نسمي B_1 " يوجد 5 إناث " B_2 " يوجد 4 إناث " B_3 " يوجد 3 إناث "

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نعلم أن $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ إذن

$$p(B) = p(B_1) \cup p(B_2) \cup p(B_3)$$

$$= \frac{1+C_5^4+C_5^3}{2^5} = \frac{1}{2}$$

3) نسمي الحادثة C " ثلاثة أطفال على الأقل من نفس الجنس متتابعون "

و اعتبرنا الإناث مثلا يكون لدينا $\{FFFGG, GFFFG, GGFFF, GFFFF, FFFFF\}$

نفس الشيء بالنسبة للذكور و بالتالي

$$p(C) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

تمرين 27:

حساب الإحتمالات الشرطية باستعمال الشجرة (العنكبوتية)

نعتبر صندوقين أحدهما U_1 يحوي 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء و الآخر U_2 يحوي 3 كرات خضراء

و 6 كرات حمراء . كل الكرات لا نميز بينها باللمس .

ترمي حجر نرد مكعب غير مزور ، مرقم من 1 الى 6 . إذا تحصلنا على أحد الرقمين 5 أو 6 نسحب كرة

عشوائيا من الصندوق U_1 و في الحالات الأخرى نسحب كرة من الصندوق U_2

نسمي A الحادثة " الكرة المسحوبة خضراء " و نسمي الحادثة B " نحصل على أحد الرقمين 5 أو 6 "

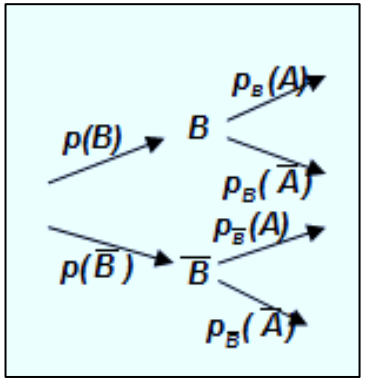
1) أحسب $p(B)$ ($p(\overline{B})$

2) أحسب $p_B(A)$ و استنتج $p_B(\overline{A})$

3) أحسب $p_{\overline{B}}(A)$ و استنتج $p_{\overline{B}}(\overline{A})$

4) أكمل الشجرة بالقيم العددية المحصل عليها

5) استنتج $p(A)$



الحل:

1) النرد غير مزور (حالة تساوي احتمال) ومنه $p(B) = \frac{1}{3}$; $p(\overline{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2) إذا تحققت B فإن السحب يتم من الصندوق U_1 و في هذه الحالة احتمال الحصول على كرة خضراء هو $\frac{5}{8}$

(لأننا في حالة تساوي احتمال) أي $p_B(A) = \frac{5}{8}$ و بالتالي $p_B(\overline{A}) = \frac{3}{8}$

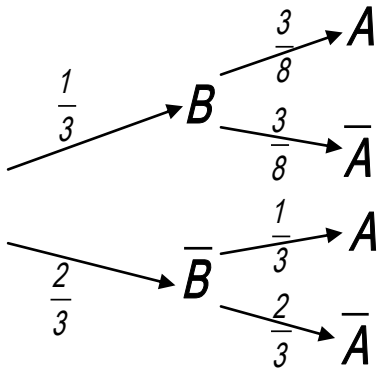
3) إذا تحققت $\overline{B}$ يتم السحب من الصندوق U_2 و منه $p_{\overline{B}}(A) = \frac{1}{3}$ و بالتالي

$$p_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{2}{3}$$

4) $p(A) = p(B) \times p_B(A) + p(B) \times p_{\overline{B}}(A)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$p(A) = \frac{1}{3}\times\frac{5}{8}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{3}(\frac{5}{8}+\frac{2}{3})$$
$$= \frac{31}{72}$$



تمرين 28:

1) A و B حادثتان مستقلتان . بين أن

أ) $\overline{B}$ A مستقلتان ب) $\overline{A}$ B مستقلتان ج) $\overline{A}$ $\overline{B}$ مستقلتان

2) يرمي قاذفان T و S في نفس الوقت هدفا معينا . الحادثتان S " A يصيب الهدف " ، B " T يصيب الهدف"

مستقلتان و احتمالاهما $p_S = \frac{4}{5}$ و $p_T = \frac{7}{8}$ على الترتيب

- أحسب إحتمال الحوادث التالية :

أ) S و T يصيبان الهدف ب) S فقط يصيب الهدف ج) الهدف لم يصب د) الهدف يصاب

هـ) قاذف واحد يصيب الهدف.

الحل:

1) أ) لدينا $p(A\cap\overline{B}) = p(A) - p(A\cap B)$ لأن $A\cap\overline{B} = A - A\cap B$

و منه $p(A\cap\overline{B}) = p(A) - p(A)\times p(B)$ و بالتالي

$$p(A\cap\overline{B}) = p(A)\left[1-p(B)\right]$$

أي $p(A\cap\overline{B}) = p(A)\times p(\overline{B})$

ب) بنفس الطريقة نجد $p(\overline{A}\cap B) = p(\overline{A})\times p(B)$

ج) لدينا

$$p(\overline{A}\cap\overline{B}) = p(\overline{A\cup B}) = 1-p(A\cup B) = 1-\left[p(A+p(B)-p(A\cap B)\right]$$

أي

$$p(\overline{A}\,\text{Ç}\,\overline{B}) = 1 - P(A) - p(B) + p(A)\times p(B)$$
$$= (1 - p(A))(1 - p(B)) = p(\overline{A})\times p(\overline{B})$$

2) أ) $p = p_S\times p_T = \frac{7}{10}$ ب) $p = p_S(1-p_T) = \frac{4}{5}\times\frac{1}{8} = \frac{1}{10}$ ج)

$$p = (1-p_S)(1-p_T) = \frac{1}{5}\times\frac{1}{8} = \frac{1}{40}$$

د) $p = p_S + p_T - p_S\times p_T = \frac{4}{5}+\frac{7}{8}-\frac{7}{10} = \frac{37}{40}$ هـ)

$$p = p_S(1-p_S) + p_T(1-p_T) = \frac{11}{40}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 29:

لصيانة أجهزة التدفئة تراقب شركة عن بعد خلال فصل الصيف الأجهزة .

من الأجهزة هي تحت الضمان . من بين الأجهزة التي تحت الضمان % نعلم أن 20 الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحداها $\frac{1}{100}$ ، و من بين الأجهزة التي ليست تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحدها $\frac{1}{10}$.

الحادثة " المدفئة تحت الضمان "Gنسمي

1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

" المدفئة غير صالحة B " المدفئة تحت الضمان و هي غير صالحة " ، A "

2) في سكن ما المدفئة غير صالحة . بين أن احتمال أنها تحت الضمان هو $\frac{1}{41}$

3) المراقبة مجانية إذا كانت المدفئة تحت الضمان ، و يقدر ثمن المراقبة بـ 800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة بينما يقدر بـ 2800 DA. إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة.

المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثمن تكلفة مراقبة مدفئة . عين Xليكن و أمله الرياضياتي .Xقانون احتمال

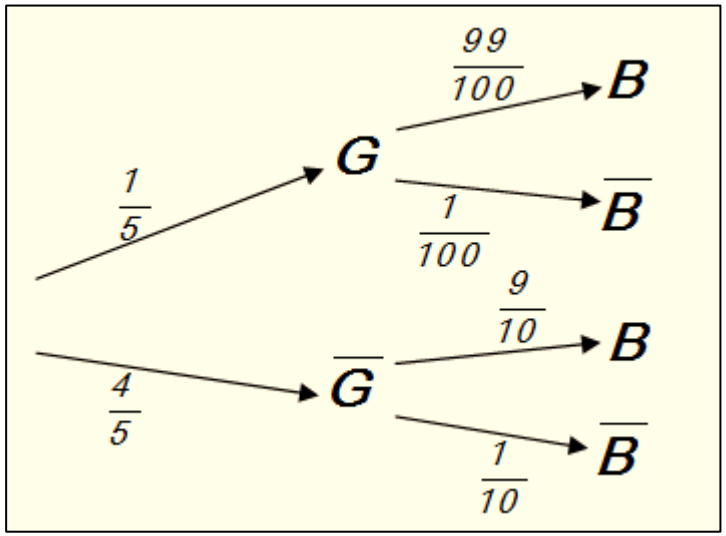
الحل:

1) $P(A)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{100}=\frac{1}{500}$

$P(B)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{100}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{41}{500}$

2) $P_B(G)=\frac{P(G\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{1}{41}$

3) $E(X)=800\times\frac{18}{25}+2800\times\frac{2}{25}=800DA$.



تمرين 30:

صندوق يحوي كريتين لا نميز بينهما في اللمس ، إحداهما بيضاء و الأخرى سوداء . نسحب 3 مرات و بالإرجاع

N و للكرية السوداء بالرمز B كرية واحدة . نرمز للكرية البيضاء بالرمز

مجموعة المخارج هي

$E=\{BBB,BBN,BNB,NBB,BNN,NBN,NNB,NNN\}$

إذا كان سحب الكرية البيضاء يؤدي إلى ربح 20 دينارا و سحب الكرية السوداء يؤدب إلى خسارة 10 دنانير

فإن الدالة $X:E\to\mathbb{R}$ التي ترفق بكل مخرج الربح المناسب تأخذ القيم :

60 ، 30 ، 0 ، -30

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(مثل 30) يمكن اعتبار الحادثة X و لكل قيمة لـ

$(X=30)=\{BBN, BNB, NBB\}$ التي احتمالها $\left(\frac{3}{8}\right)$

الحل:

Xنحصل على قانون احتمال جديد على المجموعة $E'=X(E)$ نسميه قانون المتغير

الربح x_i	-30	0	30	60
الإحتمال $p_i=p(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Xالأمل الرياضياتي لـ

$$E(X)=-30\times\frac{1}{8}+0\times\frac{3}{8}+30\times\frac{3}{8}+60\times\frac{1}{8}$$
$$=\frac{120}{8}=15$$

التباين هو

$$Var(X)=\frac{1}{8}(-30-15)^2+\frac{3}{8}(0-15)^2+\frac{3}{8}(30-15)^2+\frac{1}{8}(60-15)^2$$
$$=\frac{5400}{8}=675$$

و يمكن حساب $Var(X)$ بالقانون $Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$

الإنحراف المعياري هو

$$\sigma(X)=\sqrt{\text{Var(X)}}$$
$$=\sqrt{675}\simeq 25,98$$

بالتوفيق في دورة 2020

أ.شعبان

"ان كان هناك توفيق فهو من الله عز و جل

و ان وجد خطا فهو مني و من الشيطان"

اذا ورد خطا مطبعي عليكم بتبليغنا على بريد الصفحة...شكرا



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM