# سلسلة استعد للبكالوريا رقم (08)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية :2008/2007

الشعبـــــة :علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

## المحور : التحويلات النقطية في المستوي المركب و التشابه المباشـــــر

**التمرين (01)** المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ . $s$ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(x;y)$ النقطة $M'(x';y')$ بحيث :

$$\begin{cases} x' = -2y - 3 \\ y' = 2x + 1 \end{cases}$$

1/ عيّن إحداثي النقطة $A'$ صورة النقطة $A(1;-1)$ بالتحويل $s$

2/ ما هي احداثيي النقطة $B'$ صورة النقطة $B(-1;-1)$ بالتحويل $s$ و ماذا تستنتج ؟

3/ عيّن الكتابة المركبة للتحويل $s$

4/ عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل $s$

**التمرين (02)** المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ .عيّن في كل حالة من الحالات التالية الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل الذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ والمعرفة بالعبارة المركبة التالية :

1/ $z' = z + 1 - 2i$ ، 4/ $z' = (1+i)z + 2i$

2/ $z' = 3z + 2 - i$ ، 5/ $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z$

3/ $z' = -iz + 2$ ، 6/ $z' = -z + 4 + 8i$

**التمرين (03)** المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

**1/** عيّن التشابه المباشر $S_1$ الذي يحول النقطة $A(1;2)$ إلى النقطة $B(1;4)$ ويحول النقطة $C(2;-1)$ إلى النقطة $D(5;2)$ ثم عيّن عناصره المميزة

**2/** عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر $S_2$ الذي مركزه $M_0(1;0)$ ويحول النقطة $M_1(1;-1)$ إلى النقطة $M_2(3;0)$

**3/** عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر $S_3$ الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول النقطة $A(2.1)$ إلى النقطة $B(-3;3)$



إعداد الأستاذ: حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (04)** المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

**1/** عيّن الدوران الذي يحول النقطة $A(1;-2)$ إلى النقطة $B(1;0)$ و يحول النقطة $C(1;-1)$ إلى النقطة $O$ ثم عيّن عناصره المميزة

**2/** عيّن مركز الدوران الذي زاويته $\frac{-\pi}{3}$ و يحول $A\left(1;\sqrt{3}\right)$ إلى النقطة $B(2;2)$

**التمرين (05)** المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

تعطى النقط $A(-1+2i)$ ، $B(3-i)$ ، $C(7+\lambda i)$ حيث $\lambda$ عدد حقيقي

نعتبر التشابه المباشر $s$ الذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ و

$z'=az+b$ و $a$ ، $b$ عددان مركبان و $a\neq 0$ بحيث : $B$ صورة $A$ و $C$ صورة $B$

1/ عيّن $a$ بدلالـــــة $\lambda$

2/ عيّن $\lambda$ ، إن وجدت ، بحيث يكون $s$ :

أ) انسحاب ، ب) دوران

**التمرين (06)** في المستوي المركّب ، نعتبر التحويل النقطي $T$ يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'=az+a$ مع $a$ عدد مركب.

1) عيّن $a$ حتى يكون التحويل $T$ انسحابا يطلب شعاعه.

2) عيّن $a$ حتى يكون التحويل $T$ دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$ . أوجد مركزه .

3) عيّن $a$ حتى يكون التحويل $T$ تحاك نسبته $-3$ . أوجد مركزه .

4) عين الطبيعة والعناصر المميّزة للتحويل $T$ في حالة $a=-1-i$ .

**التمرين (07)** 1) أعط العناصر المميّزة للتشابه المباشر $f$ المعرف بالكتابة المركّبة التالية :

$z'=(1-i)z+2-i$ .

2) في كل من الحالات التالية ، عين التشابه المباشر $s$ حيث $f\circ s$ يكون :

ـ التحاكي الذي مركزه $O$ ونسبته $\frac{1}{2}$ .

ـ الانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(1;-1)$ .

ـ التشابه المباشر الذي مركزه $B\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ ، زاويته $\frac{5\pi}{4}$ ونسبته 2.

**التمرين (08)** $A$ نقطة من المستوي لاحقتها 1 ؛ $h$ التحاكي الذي مركزه $A$ ونسبته $-2$ ؛ $r$ الدوران الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ .

أكتب العبارة المركبة لكل من التحويلات $h$ ، $r$ ، $r\circ h$ و $h\circ r$ .

هل $r\circ h=h\circ r$ ؟



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (09)** ليكن $ABA'$ مثلث متساوي الأضلاع مباشر النقطة $B'$ معرفة بـــ: $\overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AA'}$

ليكن $S$ التشابه المباشر الذي يحول $A$ إلى $A'$ و يحول $B$ إلى $B'$

1/ عيّن نسبة وزاوية التشابه $S$

2/ لتكن النقطة $I$ مركز التشابه $S$ ، عيّن الشروط على $I$ بحيث : $S(A) = A'$

- أنجز رسما وأنشئ $I$

3/ أنشئ الصورة $A''$ للنقطة $A'$ بالتحويل $S$

**التمرين (10)** $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[AC]$ ، قطراه $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في النقطة $I$ . الموازي للمستقيم $(AB)$ والذي يشمل $I$ يقطع $(AD)$ في $E$ و $(BC)$ في $F$ . 1/ تحقق أن : أ) المثلثان $DAB$ و $DEI$ متشابهان

ب) المثلثان $ABC$ و $IFC$ متشابهان

2/ استنتج أن $I$ منتصف $[EF]$

**التمرين (11)** في المستوي الموجّه، $ABC$ مثلث قائم $A$ ومتساوي الساقين حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$ .نعيّن $I$ منتصف القطعة $[BC]$، $M$ نقطة كيفية من $[BC]$ متمايزة عن $B$ و $C$.

$P$ و $Q$ نقطتان من $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث يكون $APMQ$ مستطيلا .

أ ــ برّر وجود تشابه مباشر وحيد $S$ حيث $S(A) = B$ و $S(Q) = P$ .

ب ــ حدّد الطبيعة والعناصر المميّزة لهذا التشابه .

جـــ ــ استنتج أن المثلثين $IQA$ و $IPB$ متقايسان مباشرة .

**التمرين (12)** في المستوي الموجّه ، نعتبر مربّعا مباشرا $ABCD$ ذي المركز $O$ . لتكن $P$ نقطة من القطعة $[BC]$ وتختلف عن $B$. نعيّن $Q$ تقاطع المستقيمين $(AP)$ و $(CD)$.

المستقيم $\Delta$ العمودي على $(AP)$ في $A$، يقطع $(BC)$ في $R$ و $(CD)$ في $S$ .

1. أنجز رسما .

2. ليكن $r$ الدوران ذي المركز $A$ والزاوية $\frac{\pi}{2}$ .

أ ــ حدّد صورة المستقيم $(BC)$ بالدوران $r$ مبرّرا إجابتك .

ب ــ عيّن صورة لكل من النقطتين $R$ و $P$ بالدوران $r$.

جـــ ــ ما هي طبيعة كل من المثلثين $ARQ$ و $APS$؟

3. نسمي $N$ منتصف القطعة $[PS]$ و $M$ منتصف القطعة $[QR]$. ليكن $s$ التشابه المباشر ذي المركز $A$ ، النسبة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$ .

أ ــ عيّن صورة لكل من النقطتين $R$ و $P$ بالتشابه $s$ .

ب ــ ما هو المحل الهندسي للنقطة $N$ لمّا $P$ تمسح القطعة $[BC]$ باستثناء $B$ ؟

برهن أنّ النقط $M$ ، $B$ ، $N$ و $D$ في استقامية .



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

# التدريب على حل تمارين بكالوريات

**التمرين (01)** نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ :

$$z^3-(-\sqrt{3}+2i)z^2+(-5+\sqrt{3}i)z-8i=0 \ldots\ldots\ldots(1)$$

1) تحقق أن $(i)$ حل للمعادلة (1)

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1)

نسمي $z_0$ ، $z_1$ ، $z_2$ حلول المعادلة (1) حيث : $z_0=-i$ ، $z_1$ هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب.

3) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ . نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ صور $z_0$ ، $z_1$ ، $z_2$ على الترتيب ، عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه $A$ ويحول النقطة $B$ إلى $C$ واستنتج نوع المثلث $ABC$ .

**التمرين (02)** ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغيّر المركّب $z$ المعرّف كما يلي :

$$P(z)=z^3-(2-3i)z^2+9z-18+27i$$

1) أ- ليكن $\overline{z}$ مرافق $z$ . احسب $\overline{P(z)}$ بدلالة $\overline{z}$.

ب- حل في $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$ إذا علمت أنها تقبل حلين مترافقين $z_1$ و $\overline{z_1}$ .

2) في المستوي المركب ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ ذات اللاحقات $3i$ ، $-3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) عيّن زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه $B$ ويحول $C$ إلى $A$ . واستنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

ب) عين إحداثيي النقطة $G$ مرجح للنقط $A$ ، $B$ و $C$ المرفقة بالمعاملات 1، 2 ، 2- على الترتيب

جـ ) عين مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $MA^2+2MB^2-2MC^2=25$

**التمرين (03)** 1 .حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-(1+i)z-2-i=0$.

نرمز بـ $z_1$ و $z_2$ لحلّي هذه المعادلة، حيث $z_1$ هو الحلّ الذي جزؤه الحقيقي موجب.

2 . المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

$A$، $B$ و $C$ النقط التي لواحقها على الترتيب $z_1$، $z_2$ و $z_3$ حيث $z_3=3-2i$.

أ) عيّن لاحقة النقطة $I$ منتصف القطعة $[BC]$.

ب)أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}$ واستنتج:

- أنّ $C$ هي صورة $B$ بتحويل نقطي يُطلب تعيين عناصره المميّزة.
- نوع المثلث $ABC$.

ج) عيّن لاحقة النقطة $D$ نظيرة $A$ بالنسبة إلى $I$.



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (04)** 1- أحسب : $\left(\sqrt{3}-i\right)^{2}$

2-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^{2}-\left(\sqrt{3}+3i\right)z-1+\sqrt{3}i=0\ldots..\left(E\right)$

ليكن $z_1$ و $z_2$ حلي المعادلة $\left(E\right)$ بحيث الجزء الحقيقي لـــ $z_2$ موجب تماما

أ- اكتب على الشكلين الجبري والمثلثي كل من $z_1$ و $z_2$ .

ب- بين أن لكل عدد طبيعي فردي $n$ يكون: $z_1^{6n}+z_2^{6n}+2=0$ .

3- لتكن $M_1$ و $M_2$ صورتي العددين المركبين $z_1$ و $z_2$ على الترتيب في المستوي المركب وليكن $S$ التشابه الذي مركزه $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{3}{2}\right)$ ويحول $M_1$ إلى $M_2$ . عين العناصر المميزة للتشابه $S$

**التمرين (05)** 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول $z$

$$z^{2}-(7+i)z+14+2i=0$$

نرمز لحلى هذه المعادلة بالرمزين $z_1$ ، $z_2$ بحيث يكون : $|z_1|\succ|z_2|$

2- لتكن $A$ و $B$ صورتي العددين المركبين $z_1$ و $z_2$ على الترتيب في المستوي المركب

أ) بيّن أن المثلث $OAB$ قائم ومتقايس الساقين

ب) عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة $A$ إلى النقطة $B$ ، والنقطة $B$ إلى النقطة $O$

ج) لتكن النقطة $C$ صورة النقطة $O$ بهذا الدوران . ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$.

**التمرين (06)** نعتبر المعادلة في $\mathbb{C}$ : $z^{3}-(4+i)z^{2}+(13+4i)z-13=0.....(E)$

1) برهن أن المعادلة $\left(E\right)$ تقبل حلا تخيليا صرفا $z_0$ يطلب تعيينه .

2) حل عندئذ المعادلة $\left(E\right)$

3) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ تعطى النقط:

$A$ ، $B$ و $C$ ذات اللواحق $i$ ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

أ) ليكن $r$ الدوران الذي مركزه النقطة $B$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ . عين لاحقة النقطة $A'$ صورة $A$ بالدوران $r$ .

ب)برهن أن النقط $A'$ ، $B$ و $C$ تقع على استقامة واحدة ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو المركز $B$ و الذي يحول النقطة $C$ إلى $A'$



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (07)** $M$ نقطة من المستوي المركب $(P)$ لاحقتها $z$ حيث $z = x + iy$ (وحدة القياس $4\ cm$).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كما يلي:

$$F(z) = z^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right].z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

- احسب $F(i)$ ثمّ استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.
- أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أنّ $b$ هو التخيلي الصرف والآخر $a$.

2. نعرّف التحويل النقطي $T$ الذي يرفق بكلّ نقطة $M$ لاحقتها $z$ النقطة $M'$ لاحقتها $z'$ حيث $z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} + i$.

- حدد طبيعة التحويل $T$ ثمّ عيّن عناصره المميزة.
- أنشئ النقط $\Omega$، $M_1$ و $M_2$ إذا علمت أنّ $\Omega$ هي النقطة الصامدة بالتحويل $T$ و $M_1$ صورة $O$ و $M_2$ صورة $M_1$ بالتحويل $T$.

3. نعرّف متتالية نقط المستوي $(P)$ كما يلي:

$M_0 = O$ ومن أجل عدد طبيعي $n$ فإنّ $M_{n+1} = T(M_n)$.

نسمّي $z_n$ لاحقة النقطة $M_n$ ونضع $Z_n = z_n - \omega$ حيث $\omega$ لاحقة النقطة $\Omega$.

- احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة $Z_n$ بدلالة $n$ واستنتج عندئذ $z_n$.
- حدد موقع النقطة $M_{2008}$.

---

**التمرين (08)** نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود ذو المتغير المركب $z$ حيث :

$$P(z) = z^3 - (1+4i)z^2 - (5-3i)z + 2 + 2i$$

1- بيّن أن العدد $i$ هو جذر لـ $P(z)$

2- عيّن العدد المركب $\lambda$ حيث : $P(z) = (z-i)(z^2 + \lambda z - 2 + 2i)$

3- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

4- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن النقط

$A(0;1)$ ، $B(0;2)$ ، $C(1;1)$

أ- عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه $B$ ويحول $A$ إلى $C$

ب- $M$ و $M'$ نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z$ و $z'$ على الترتيب و $S$ تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة $M$ النقطة $M'$ بحيث : $z' = (1+i)z + 2$

- ما هي طبيعة المثلث $BMM'$ ؟
- عين مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث يكون : $\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \left\|\overrightarrow{OM'}\right\|$

**التمرين (09)** 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ :

$$z^2-4(1+i)z+1+8i=0$$

نسمي $z_1$ و $z_2$ حلي هذه المعادلة علما أن $|z_1|\succ|z_2|$

1) اكتب العدد $(z_1^{\,2}-z_2^{\,2})$ على شكله الأسي .

2)اكتب العدد $\left(\frac{z_1^{\,2}-z_2^{\,2}}{8\sqrt{2}}\right)^{1994}$ على شكله الجبري

3) النقطتان $A$ و $B$ صورتا العددين المركبين $z_1$ و $z_2$ على الترتيب في المستوي المركب

$\alpha$) عيّن إحداثي مركز التشابه $S$ الذي نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ والذي يرفق بالنقطة $A$ النقطة $B$ ( $S(A)=B$ )

$\beta$) اكتب معادلة لصورة المستقيم $(AB)$ بالتشابه $S$

---

**التمرين (10)** 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-(2+i)z+3+i=0$ .

نرمز للحلين بـــ $z_0$ و $z_1$ حيث $|z_0|>|z_1|$.

2) $A$ ، $B$ و $C$ نقط من المستوي لواحقها على الترتيب 1 ، $z_0$ و $z_1$.

أوجد إحداثيي النقطة $G$ مركز المسافات المتساوية للنقط $A$، $B$ و $C$ .

3) $T$ التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث :

$\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.

أ ــ بيّن أن $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$ .

ب ــ استنتج طبيعة التحويل $T$ وعناصره المميّزة . ج ــ أكتب العبارة المركبة للتحويل $T$ .

4) $A'$، $B'$ و $C'$ صور النقط $A$، $B$ و $C$ على الترتيب بالتحويل $T$ .بيّن أن النقط $A'$، $B'$ و $C'$ في استقامية

---

**التمرين (11)** 1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول $z$ :

$$z^2-2(1+2i)z+9+20i=0$$

نسمي $z_1$ ، $z_2$ حلي هذه المعادلة بحيث : $|z_1|\prec|z_2|$

2/ النقطتان : $M_1$ ، $M_2$ صورتا العددين المركبين $z_1$ ، $z_2$ على الترتيب في مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. $\omega$ نقطة من حامل محور الفواصل و $r$ الدوران الذي مركزه $\omega$ و يحول $M_1$ إلى $M_2$ .

- عيّن مركز وزاوية الدوران $r$




قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

**التمرين (12)** 1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $4z^2-12z+153=0$

2/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ( وحدة الرسم : $1cm$ )

نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $P$ ذات اللواحق : $z_A=\frac{3}{2}+6i$ ، $z_B=\frac{3}{2}-6i$ ،

$z_C=-3-\frac{1}{4}i$ ، $z_P=3+2i$ و الشعاع $\vec{\omega}$ المعرف باللاحقة : $z_{\vec{\omega}}=-1+\frac{5}{2}i$

أ) عيّن اللاحقة $z_Q$ للنقطة $Q$ صورة النقطة $B$ بالانسحاب $t$ الذي شعاعه $\vec{\omega}$ .

ب) عيّن اللاحقة $z_R$ للنقطة $R$ صورة النقطة $P$ بالتحاكي $h$ الذي مركزه $C$ ونسبته $\frac{-1}{3}$

ج) عيّن اللاحقة $z_S$ للنقطة $S$ صورة النقطة $P$ بالدوران $r$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

د) أنشئ النقط : $P$ ، $Q$ ، $R$ و $S$

3/ أ) أثبت أن الرباعي $PQRS$ متوازي أضلاع

ب) احسب : $\frac{z_R-z_Q}{z_P-z_Q}$ ثم استنتج الطبيعة الخاصة لمتوازي الأضلاع $PQRS$

ج) برهن أن النقط $P$ ، $Q$ ، $R$ و $S$ تنتمي إلى دائرة واحدة $(C)$ يطلب تعيين لاحقة مركزها $\Omega$ ونصف قطرها $\rho$ . هل المستقيم $(AP)$ مماس للدائرة $(C)$ ؟

---

**التمرين (13)** 1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية إذا علمت أنها تقبل حلا حقيقيا $z_0$ :

$$z^3+2z^2-16=0 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

2/ اكتب حلول المعادلة (1) على الشكل الأسي

3/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

لتكن $z_A=-2-2i$ ، $z_B=2$ ، $z_D=-2+2i$

أ) عيّن اللاحقة $z_C$ للنقطة $C$ بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع ثم ارسم شكلا

ب) لتكن النقطة $E$ صورة النقطة $C$ بالدوران الذي مركزه $B$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ و النقطة $F$ صورة النقطة $C$ بالدوران الذي مركزه $D$ وزاويته $\frac{+\pi}{2}$ .

- احسب $z_E$ و $z_F$ لاحقتي النقطتين $E$ و $F$ على الترتيب .أنشئ $E$ و $F$
- تحقق أن : $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث $AEF$

ج) عيّن صورة المثلث $EBA$ بالدوران الذي مركزه $I$ منتصف القطعة $[EF]$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين (14)** 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب $z$ التالية :

$z^2-2(2-i)z+6=0$ .

يرمز بـــ $z_1$ للحل الذي له أصغر طويلة و $z_2$ للحل الآخر .

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . نسمي $A$ ، $B$ ، $M_1$ و $M_2$ النقط التي لواحقها $2i$ ، $6$ ، $z_1$ و $z_2$ على الترتيب .

$\alpha$ و $\beta$ عددان مركّبان و $T$ تحويل نقطي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ ، النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ بحيث $z'=\alpha z+\beta$ .

أ ــ عيّن $\alpha$ و $\beta$ علما أنّ صورة $A$ بالتحويل $T$ هي $B$ وصورة $M_1$ بالتحويل $T$ هي $M_2$.

ب ــ ما هي طبيعة التحويل $T$ ؟ أعط عناصره المميّزة

---

**التمرين (15)** 1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2(3+2i)z+1+12i=0$

يرمز $z_1$ $z_2$ إلى حلى هذه المعادلة حيث : $|z_2|\succ|z_1|$ .

**2-** المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_1$ ، $z_2$ ، $1+4i$ ، $2-i$ .

أ – عيّن التشابه المباشر $s$ الذي يحول النقطة $A$ إلى $C$ و النقطة $D$ إلى النقطة $B$ ( تعطى العناصر المميزة للتشابه المباشر $s$ )

ب–لتكن النقطة $K_0$ التي لاحقتها $3i$ ، نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $K_{n+1}=s(K_n)$

و $u_n=\left\|\overrightarrow{\omega K_n}\right\|$ حيث $\omega$ هو مركز التشابه $s$

– احسب $\left\|\overrightarrow{\omega K_n}\right\|$ بدلالة $n$ .

– ما هي طبيعة المتتالية $(u_n)$ ؟ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ و ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية $(u_n)$

---

**التمرين (16)** 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة :$z^2-(2-7i)z-13(1+i)=0$.....(1)

2) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس مباشر . $A$ و $B$ صورتا العددين المركبين $z_1$ و $z_2$ حلي المعادلة (1)على الترتيب بحيث الجزء الحقيقي لـــ $z_1$ موجب.

أ) عيّن المركز $\omega$ للتشابه $S$ الذي نسبته 2 و زاويته $\frac{3\pi}{2}$ والذي يحول $A$ إلى $B$

ب) عيّن لاحقة النقطة $C$ صورة النقطة $B$ بالتشابه $S$

ج) اكتب معادلة لصورة المستقيم $(AB)$ بالتشابه $S$

3) أ) عيّن لاحقة $D$ مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

ب) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$

ج) عيّن المجموعة $(\gamma)$ للنقط ذات اللاحقة $z$ حيث :

$MA^2-MB^2+MC^2=\lambda$ حيث $\lambda$ مساحة الرباعي $ABCD$

**التمرين (17)** 1- ليكن العددان المركبان $z_1$ و $z_2$ حيث :

$$z_1 = \sqrt{2}(1-i) \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{\sqrt{2}+(-1+\sqrt{2})i}{1-z_1}$$

أ- اكتب العدد $z_1$ على الشكل المثلثي .

ب- برهن أن $z_2 = -i$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر. $M$ و $M'$ نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z$ و $z'$ على الترتيب . نضع $z = x+iy$ و $z' = x'+iy'$ و نعتبر التحويل النقطي $S$ الذي يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث :

$$\begin{cases} X' = \sqrt{2}(x+y+1) \\ y' = \sqrt{2}(-x+y+1)-1 \end{cases}$$

أ- أكتب $z'$ بدلالة $z$

ب- استنتج الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل $S$

ج- $(\Delta)$ مستقيم ذو المعادلة $x+y+1=0$ ، اكتب معادلة لصورة المستقيم $(\Delta)$ بالتحويل $S$

د) اكتب معادلة لصورة الدائرة $(\gamma)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2 بالتحويل $S$

3- أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل $S \circ S$ .

ب- برهن أن $S \circ S$ هو تشابه مباشر .

ج- قارن بين العناصر المميزة للتحويلين $S$ و $S \circ S$

---

**التمرين (18)** ليكن $ABC$ مثلث مباشر .النقط $A'$ ، $B'$ و $C'$ الواقعة خارج المثلث $ABC$ بحيث المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ متقايسة الأضلاع .

النقط $J$ ، $K$ و $L$ مراكز ثقل المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ على الترتيب .

**نقترح البرهان على أن المثلث $JKL$ متقايس الأضلاع.**

ليكن $S_A$ التشابه المباشر الذي مركزه $A$ والذي يحول $K$ إلى $C$ و $S_B$ التشابه المباشر الذي مركزه $B$ ويحول $C$ إلى $J$ .

1/ عيّن نسبة وزاوية $S_A$

2/ عيّن نسبة وزاوية $S_B$

3/ - برهن أن : $S_B \circ S_A$ دوران يطلب تعيين زاويته .

- برهن أن $L$ هي مركز $S_B \circ S_A$

4/ استنتج من السؤال الثالث أن المثلث $JKL$ متقايس الأضلاع

---

**التمرين (19)** 1) أحسب العدد المركب $(2\sqrt{3}+i)^3$ .

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول $z$ التالية : $z^3 = 18\sqrt{3}+35i$ .

نرمز بـــ : $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ إلى حلول هذه المعادلة