الأستاذ : قطار أحمد يسين

❖ تتميز كُل الأنوية المُشعة (الغير مُستقرة) بثلاث ثوابت $(\lambda \ , t_{\frac{1}{2}} \ , \tau)$, يكفي معرفة أحدُها لنستنتج الباقين إنطلاقا من العلاقتين :

$$\tau \times \lambda = 1 \qquad \ln 2 = t_{\frac{1}{2}} \times \lambda$$

حيث :

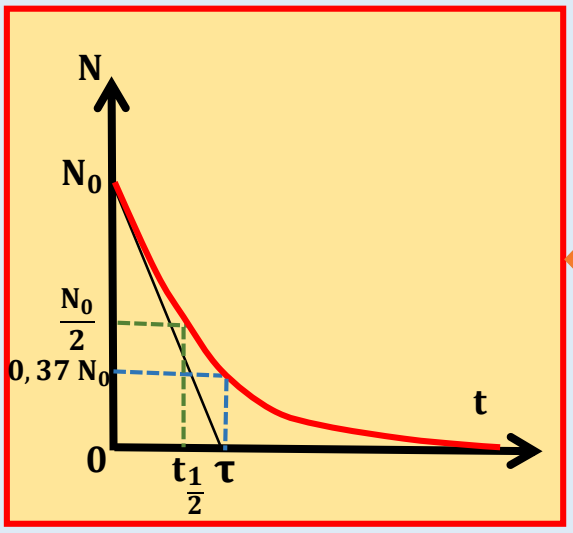
τ : ثابت الزمن

$t_{\frac{1}{2}}$: نصف العُمر

λ : ثابت النشاط الإشعاعي(ثابت التفكك)

❖ في أغلب البيانات , نستخرج أحد الثوابت وإنطلاقا من العلاقتين فوق نستنتج قيمة : λ أو $t_{\frac{1}{2}}$ أو τ .

✓ **الحالة 01 :** $N = f(t)$



✓ هذا البيان $N = f(t)$ يمثل تغيرات عدد الأنوية المتبقية N بدلالة الزمن t

✓ المنحنى البياني يوافق عبارة التناقص الإشعاعي :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

✓ دالة أسية متناقصة حيث τ يوافق نقطة تقاطع محور الفواصل مع المماس عند الصفر , أو يوافق

$$N(\tau) = 0{,}37\ N_0$$

✓ ولإستخراج زمن نصف العُمر : $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$

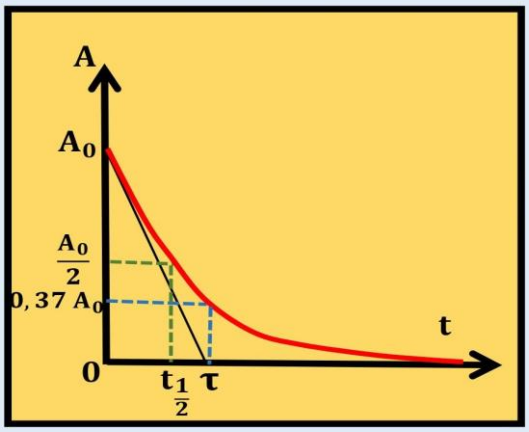
الإثبات الرياضي

- $N(\tau) = N_0 e^{-\lambda\tau} = N_0 e^{-\frac{1}{\tau}\tau} = N_0 e^{-1} = 0{,}37 N_0$
- $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = N_0 e^{-\lambda \times \frac{ln2}{\lambda}} = N_0 e^{-\ln 2} = N_0 e^{\ln 2^{-1}} = N_0 \times 2^{-1} = 0{,}5\ N_0$

ملاحظة :

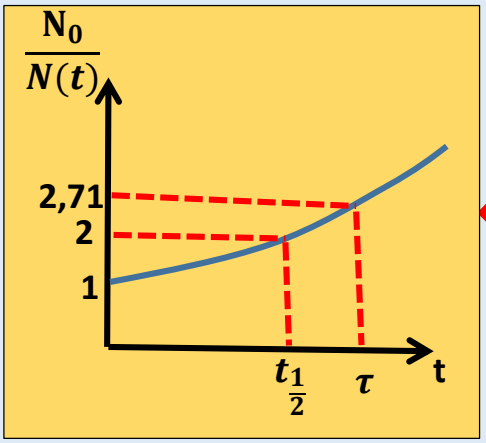
-نفس الشيء في حالة $m(t)$, $n(t)$, $A(t)$ حيث نعتمد على العلاقات وبنفس الطريقة في كل منحنى بياني حيث :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$
$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$
$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$$
$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

✓ **الحالة 02 : المنحنى البياني** : $\frac{N_0}{N(t)} = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$ نقلب الطرفين

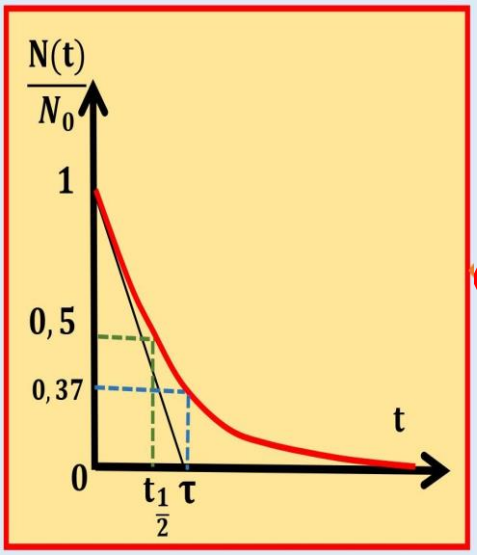
$\frac{N_0}{N(t)} = \frac{e^{\lambda t}}{1} \Rightarrow \frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t}$

- $t = t_{\frac{1}{2}}$: $\frac{N_0}{N(t_{\frac{1}{2}})} = e^{\lambda t_{\frac{1}{2}}} = e^{\lambda \times \frac{ln2}{\lambda}} = e^{ln2} = 2$
- $t = \tau$: $\frac{N_0}{N(\tau)} = e^{\lambda \times \tau} = e^{\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^{1} = 2,71$
- $t = 0$: $\frac{N_0}{N(0)} = e^{\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشتق: $(e^{\lambda t})' = \lambda e^{\lambda t}$ = موجب

فهي دالة أسية متزايدة كما في المنحنى .

✓ **الحالة 03 : المنحنى البياني** : $\frac{N(t)}{N_0} = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

- $t = t_{\frac{1}{2}}$: $\frac{N\left(t_{\frac{1}{2}}\right)}{N_0} = e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = e^{-\lambda \times \frac{ln2}{\lambda}} = e^{-ln2}$

$= e^{ln2^{-1}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$

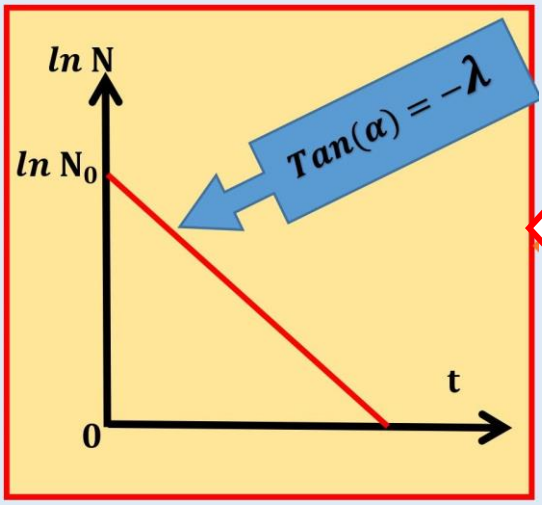
- $t = \tau$: $\frac{N(\tau)}{N_0} = e^{-\lambda \tau} = e^{-\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^{-1} = 0,37$
- $t = 0$: $\frac{N(0)}{N_0} = e^{-\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشتق: $(e^{-\lambda t})' = -\lambda e^{\lambda t}$ = سالب

فهي دالة أسية متناقصة كما في المنحنى .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

✓ الحالة 04 : المنحنى البياني $ln\ N = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ← ندخل ln على الطرفين

$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) \Rightarrow \ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$

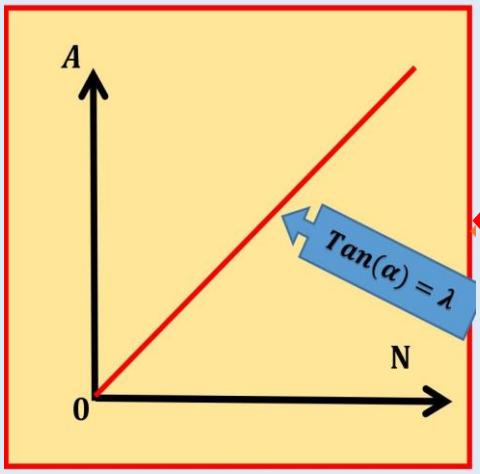
$\Rightarrow \boxed{\ln N = -\lambda t + \ln N_0}$

✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan\alpha\ t + b$

$\begin{cases} \ln N_0 = b \ (b \text{ نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب}) \\ -\lambda = \tan\alpha \ (\tan\alpha \text{ تمثل الميل أو معامل التوجيه}) \end{cases}$

✓ الحالة 05 : المنحنى البياني $ln\ A = f(N)$



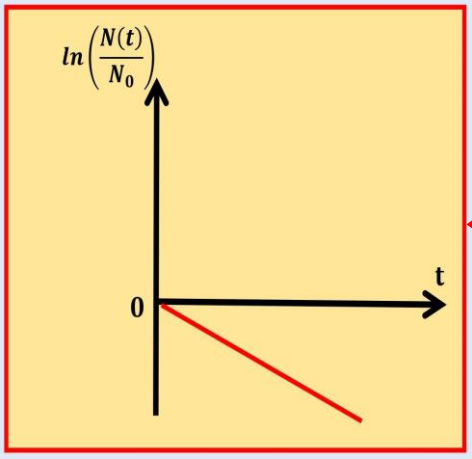
✓ العلاقة التي تربط تناقص النشاط الإشعاعي A بدلالة الأنوية المتبقية $N(t)$ هي $\boxed{A(t) = \lambda \times N(t)}$,

مباشرة هي معادلة مستقيم يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan\alpha\ t$

$\begin{cases} A = \lambda \times N \\ y = tan\ \alpha\ t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lambda = tan\ \alpha}$

الحالة 06 : المنحنى البياني $ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow$

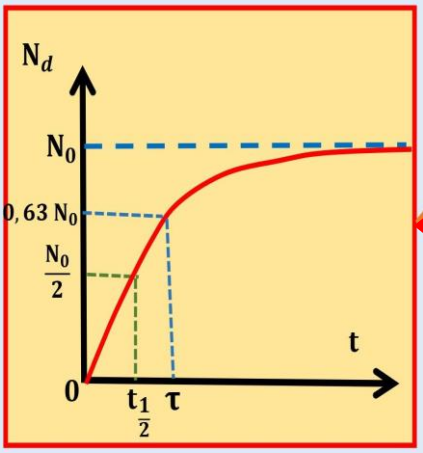
ندخل ln على الطرفين $\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln e^{-\lambda t} \Rightarrow$

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \begin{cases} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \\ y = tan\ \alpha\ t \end{cases}$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهيهُ سالب فهو نازل نحو الأسفل إذن : $\boxed{-\lambda = tan\ \alpha}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الحالة 07 : المنحنى البياني $N_d(t) = f(t)$



● المنحنى يمثل التزايد في الأنوية المتشكلة (المتفككة)

$N_d(t)$ بلالـــة الزمن t : حيث $N_d(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

$\bullet [N_d(t)]' = [N_0(1 - e^{-\lambda t})]' = [N_0 - N_0 e^{-\lambda t}]' =$

$-(-\lambda N_0 e^{-\lambda t}) = +\lambda N_0 e^{-\lambda t}$ = موجب ⇒ (إذن البيان أسي مُتزايد)

$\bullet\ t = 0 \quad : N_d(0) = N_0(1 - e^{-\lambda \times 0}) = 0$

$\bullet t = t_{\frac{1}{2}} : N_d\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}\right) = N_0\left(1 - e^{-\lambda \frac{ln2}{\lambda}}\right)$

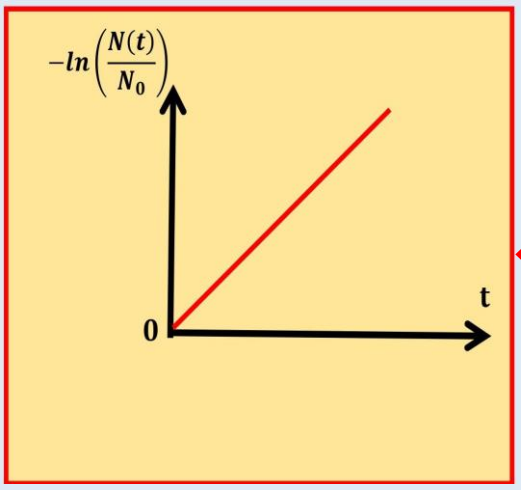
$N_0(1 - e^{-\ln 2}) = N_0(1 - e^{\ln 2^{-1}}) = N_0(1 - 2^{-1})$

$= 0{,}5N_0$

$\bullet t = \tau \ : N_d(\tau) = N_0(1 - e^{-\lambda \tau}) = N_0\left(1 - e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}}\right)$

$N_0(1 - e^{-1}) = 0{,}63N_0$

الحالة 08 : المنحنى البياني $-ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$



● $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ⇒ $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ⇒

ندخل على الطرفين ln : $\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln e^{-\lambda t}$ ⇒

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t$ ⇒ $-\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t$

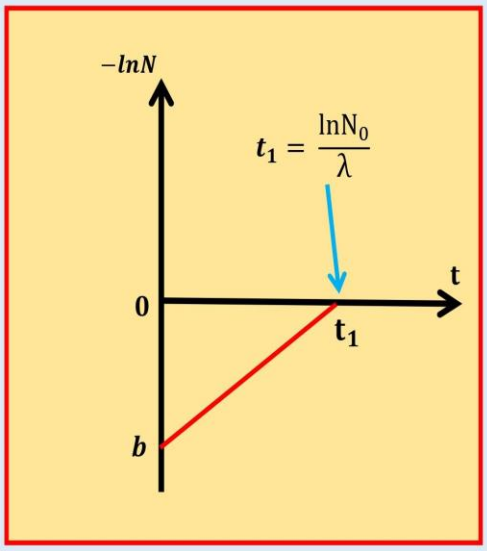
$\begin{cases} -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t \\ y = tan\ \alpha\ t \end{cases}$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهيهُ موجب فهو

إذن : $\lambda = tan\ \alpha$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الحالة 09 : المنحنى البياني $-lnN = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ندخل على الطرفين ln

$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) \Rightarrow \ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$

$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$ نضرب الطرفين في $(-)$

$\Rightarrow -\ln N = \lambda t - \ln N_0$

✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ إذن :

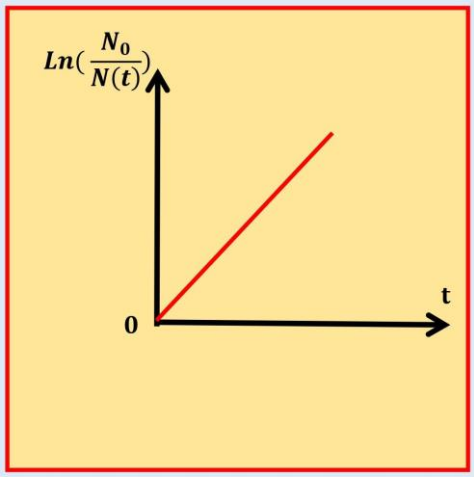
$$\begin{cases} -\ln N = \lambda t - \ln N_0 \\ y = tan\ \alpha\ t + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln N_0 = b \ (b \text{ نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب}) \\ \lambda = \tan\alpha \ (\tan\alpha \text{ تمثل الميل أو معامل التوجيه}) \end{cases}$$

- $-\ln N(t_1) = \lambda t_1 - \ln N_0 \qquad 0 = \lambda t_1 - \ln N_0$

$\lambda t_1 = \ln N_0 \qquad t_1 = \frac{\ln N_0}{\lambda}$

الحالة 10 : المنحنى البياني $\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = f(t)$



- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$

نقلب الطرفين $\frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t}$ ندخل ln على الطرفين

$\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t \Rightarrow \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t$

$$\begin{cases} \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t \\ y = tan\ \alpha\ t \end{cases}$$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهيُ موجب فهو

إذن : $\lambda = tan\ \alpha$

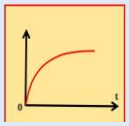
خلاصة

- توجد بعض البيانات الأخرى المحتملة الأساس هو فهم الفكرة وليس حفظها ثـــم تطبيق نفس المراحل حيث نميز كخلاصة:

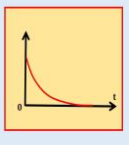
معادلة مستقيم من الشكل : $y = \tan\alpha\ t + b$

- مستقيم لا يمر بالمبدأ : $y = \tan\alpha\ t + b$
- مستقيم يمر بالمبدأ : $y = \tan\alpha\ t$

علاقة أسية (تحتوي على $e^{f(x)}$) بعد إشتقاقها نعرفها إما تكون :



- دالة أسية متزايدة



- دالة أسية متناقصة

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM