تطور جملة ميكانيكية

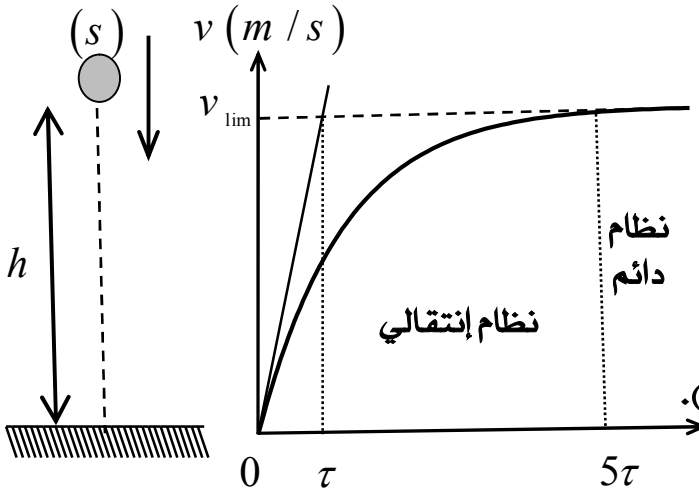
BAC 2023 | السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء | BAC 2023

I- الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي :

يسقط جسم صلب (S) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة إبتدائية (**الشكل-1-**).

بواسطة تجهيز خاص مزود ببرمجية رسم البيانات نحصل على بيان سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن.

خلال سقوطه $v = f(t)$ كما يوضحه (**الشكل-2-**).



الشكل -1- الشكل -2-

تحليل بيان السرعة

من بيان الشكل -2- نستنتج أن سقوط الجسم في الهواء يمر بمرحلتين (نظامين) هما :

- **النظام الإنتقالي :** $t \in [0 - 5\tau]s$ تزداد فيه السرعة بشكل رتيب حتى تصل إلى السرعة الحدية v_{lim}.
- **النظام الدائم :** $t > 5\tau$ تثبت فيه السرعة عند القيمة الحدية V_{lim}.

ملاحظة : V_{lim} السرعة الحدية (ثابتة $v_l = Cte$).

τ ثابت الزمن (الزمن المميز للحركة) يمثل بيانيا فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم المقارب الأفقي.

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

القوى المطبقة على الجسم أثناء سقوطه الشاقولي

قوة الثقل $\vec{P}$

عبارتها $p = mg$ وهي قوة شاقولية نحو الأسفل شدتها ثابتة

حيث :

m كتلة الجملة ب Kg

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$

كل جسم مغمور في مائع يخضع لدافعة أرخميدس تساوي ثقل المائع المزاح

$\Pi = \rho_f v g$ حيث :

ρ_f الكتلة الحجمية للمائع

v حجم الجسم أو المائع المزاح

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

قوة الإحتكاك $\vec{f}$

هي قوة شاقولية معاكسة لجهة الحركة تزداد شدتها بزيادة السرعة شدتها

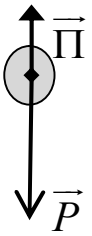
$f = Kv^2$ أو $f = K'v$

K و K' ثابتا الإحتكاك

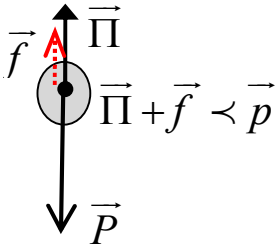
v السرعة ب $m.s^{-1}$

تمثيل القوى كيفيا أثناء سقوط الجسم

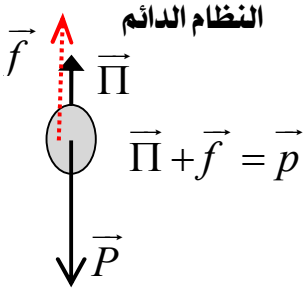
مرحلة الإنطلاق



في النظام الإنتقالي



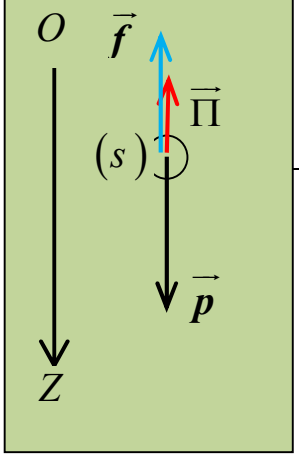
النظام الدائم



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الدراسة النظرية للسقوط الشاقولي (الحقيقي):

تمثيل القوى المؤثرة



القوى الخارجية المؤثرة على جملة ، أثناء سقوطها شاقوليا هي:

قوة الثقل $\vec{p}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الإحتكاك $\vec{f}$

المعادلة التفاضلية للسرعة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (s)) في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطالي نجد: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

بالإسقاط على محور الحركة (OZ) نجد : $p - \Pi - f = m a_G \ldots (1)$

1. في حالة السرعات الصغيرة يكون $f = K.v$:

V حجم الجسم
v سرعة الجسم
ρ_f الكتلة الحجمية للمائع
ρ_s الكتلة الحجمية للجسم

تصبح العلاقة (1) : $m.g - \rho.V.g - K.v = m.\frac{dv}{dt}$

بالتبسيط نجد : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right)$ ($1/\rho_s$)

أي: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

عبارة السرعة الحدية v_l	عبارة التسارع الإبتدائي a_0	ثابت الزمن المميز للحركة τ
في النظام الدائم $(v = v_l = Cte)$ أي : $\frac{dv}{dt} = 0$ ومنه : $\frac{K}{m}v_l = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ إذن : $v_l = \frac{g.m}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$	لما $t = 0$ تكون : السرعة معدومة أي : $v = 0$ ومن المعادلة التفاضلية نكتب: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}\cancel{v}^{0} = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ نجد : $\left.\frac{dv}{dt}\right\|_0 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ أو : $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ أو : $a_0 = \frac{g}{m}(m - \rho_f V)$	بالإعتماد على التحليل البعدي للمقدار $\frac{m}{K}$ نجد : $\frac{[m]}{[K]} = \frac{[m]}{\frac{[f]}{[v]}} = \frac{[m][v]}{[f]}$ $\frac{[m]}{[K]} = \frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}} = T$ ومنه : وحدة الثابت $\frac{m}{K}$ من وحدة الزمن، ويرمز له ب τ أي : $\tau = \frac{m}{K}$
بيانيا: v_l تمثل نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي عند t_f لبيان السرعة $v = f(t)$	بيانيا : a_0 يمثل ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ $a_0 = \left.\frac{dv}{dt}\right\|_{t=0}$	
الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	

ملاحظة: في حالة السرعات الكبيرة $f = K v^2$

وبنفس الخطوات نحصل على المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

وعبارة السرعة الحدية v_l : $v_l = \sqrt{\frac{g}{K}(m - \rho_f V)}$ أو : $v_l = \sqrt{\frac{g.m}{K}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM