الوحدة : تطور جملة ميكانيكية

I. تذكير ببعض المفاهيم الأساسية:

1. المرجع: الحركة مفهوم نسبي فلا يمكن أن نحدد الحالة الحركية لجسم إلا بمقارنته بجسم اخر.
المرجع هو جسم أو نقطة من جسم تنسب لها الحركة.

2. المعلم:

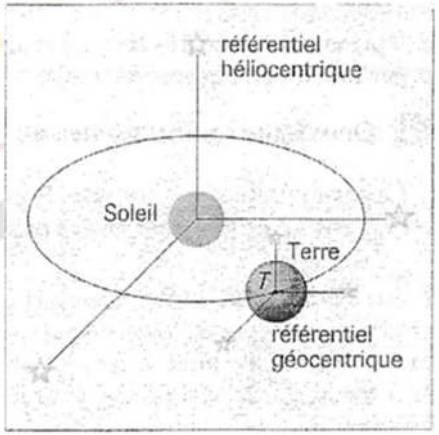
معلم المسافة: معلم متعامد متجانس مرتبط المرجع الحركة $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

معلم الزمن: محور موجه مبدؤه اللحظة $t=0$.

3. المسار : المحل الهندسي لمجوع المواضع التي يشغلها المتحرك أثناء الحركة.

4. المراجع الغاليلية (العطالية) :

تعريف : المرجع الغاليلي هو كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة (بكون ساكن أو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمرجع عطالي آخر)



أمثلة عن المراجع الغاليلية (المراجع العملية)

أ ـ المرجع الهيليومركزي : هو مركز الشمس وهو مقرون بمعلم مبدؤه مركز الشمس و محاوره موجهة نحو ثلاث نجوم ساكنة يستخدم عادة لدراسة الكواكب والمذنبات .

ب ـ المرجع الجيومركزي : هو مركز الأرض وهو مقرون بمعلم مبدؤه مركز الأرض و محاوره موجهة نحو ثلاث نجوم ساكنة يستخدم عادة لدراسة القمر و الأقمار الاصطناعية .

جـ ـ المرجع السطحي الأرضي : يتكون من الأرض ، حيث مبدأ معلمه نقطة من سطح الأرض و محاوره الثلاثة مرتبطة بالأرض و هو يدور مع الأرض بالمعلم السطحي الأرضي.

4. مركز العطالة :

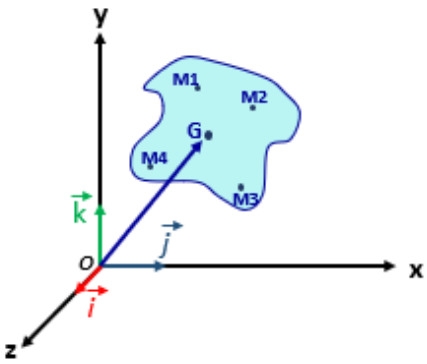
الجملة المعزولة : هي جملة لا تخضع لأي مؤثر خارجي.

الجملة شبه المعزولة : هي جملة التي تخضع لمؤثرات خارجية محصلتها معدومة .

مفهوم مركز العطالة : من اجل جملة معزولة أو شبه معزولة توجد نقطة (C) تكون ساكنة أو تتحرك حركة مستقيمة منتظمة في معلم غاليلي تسمى مركز عطالة الجملة

ملاحظة : في ميكانيك نيوتن نعتبر مركز عطالة جملة (C) منطبق على مركز الثقل (G) و الذي يمثل مركز الأبعاد المتناسبة لمجموعة النقاط العادية المكونة لها والمرفوقة بكتلتها كمعاملات نكتب :

$$\overrightarrow{OG}=\frac{m_1.\overrightarrow{OG_1}+m_2.\overrightarrow{OG_2}+.....+m_n.\overrightarrow{OG_n}}{m_1+m_2+.....+m_n}$$

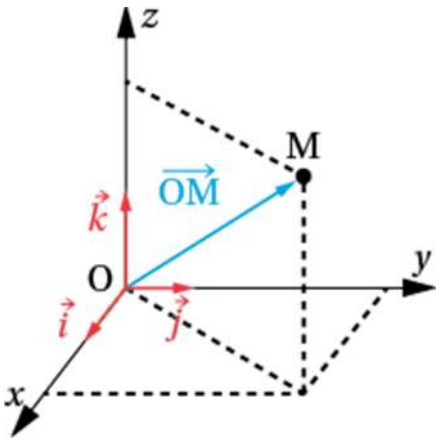


II. قوانين نيوتن

1. شعاع الموضع :

شعاع مبدؤه O مبدأ المعلم ونهايته M موضع المتحرك في اللحظة t.

يشغل المتحرك عند اللحظة t الموضع M المميز بالإحداثيات (x,y,z) حيث $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ أشعة الوحدة لمعلم المسافة.



$$\overrightarrow{OM}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$$

طويلة شعاع الموضع $\left\|\overrightarrow{OM}\right\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

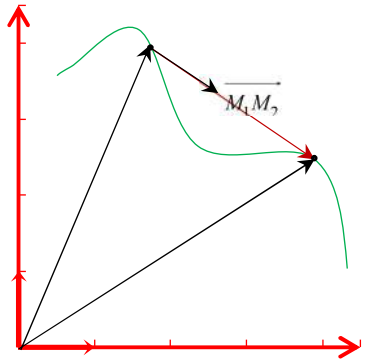
2. شعاع السرعة

1.2. شعاع السرعة المتوسطة: هو التغير في شعاع الموضع خلال زمن معين.

$$\overrightarrow{v_m}=\frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

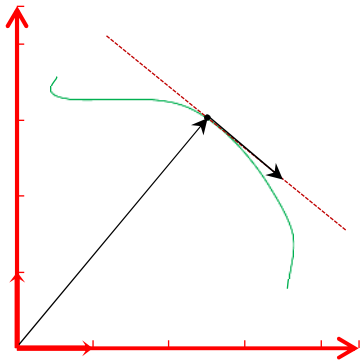
$$\overrightarrow{v_m}=\frac{\overrightarrow{OM_2}-\overrightarrow{OM_1}}{t_2-t_1}=\frac{\overrightarrow{M_1O}+\overrightarrow{OM_2}}{t_2-t_1}$$

$$\overrightarrow{v_m}=\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$$ حيث $\overrightarrow{M_1M_2}$ شعاع الانتقال



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

يكون حامل شعاع السرعة المتوسطة $\overrightarrow{v_m}$ منطبق على حامل شعاع الانتقال $\overrightarrow{M_1M_2}$.



$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}.\vec{j}$$

2.2. شعاع السرعة اللحظية :

عندما يؤول المجال الزمني Δt إلى 0 تصبح السرعة المتوسطة v_m سرعة لحظية v هو مشتقة شعاع الموضع بالنسبة للزمن و نكتب : $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j} + \frac{dz}{dt}.\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j} + v_z.\vec{k}$$

طويلة شعاع السرعة اللحظية $\left\| \vec{v} \right\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

3.شعاع التسارع:

1.3. شعاع التسارع الوسطي

هو التغير في شعاع السرعة خلال زمن معين $\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

2.3. شعاع التسارع اللحظي:

عندما يؤول المجال الزمني Δt إلى 0 يصبح التسارع المتوسط $\overrightarrow{a_m}$ تسارع لحظي $\vec{a}$ هو مشتقة شعاع السرعة بالنسبة للزمن و نكتب : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}.\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}.\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}.\vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k}$$

طويلة شعاع التسارع اللحظي $\left\| \vec{a} \right\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

4. قوانين نيوتن الثلاثة :

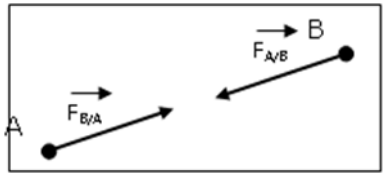
1.4. القانون الأول لنيوتن (نص مبدأ العطالة) :

« في المرجع العطالي يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل قوة لتغيير حالته الحركية »

2.4. القانون الثاني لنيوتن (نظرية مركز العطالة) :

في مرجع غاليلي يكون المجموع الشعاعي لجميع القوى الخارجية المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها في شعاع تسارع مركز عطاتها و نكتب : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

3.4. القانون الثالث لنيوتن (مبدأ الفعلين المتبادلين) :



إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة فان الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة تساويها في الشدة و لهما نفس الحامل و متعاكستان في الاتجاه ونكتب : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

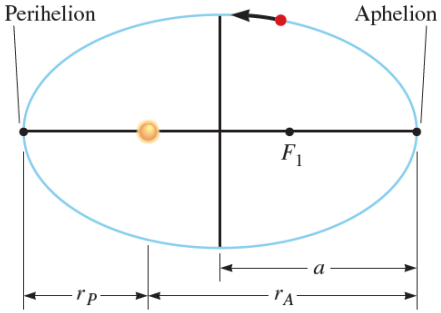
III. تطبيقات قوانين نيوتن:

1. حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب:

1.1. قوانين كيبلر:

1.1.1. القانون الأول (قانون المدارات) :

تتحرك الكواكب وفق مدارات اهليليجية تشغل الشمس إحدى محرقيها .



2a : طول المحور الكبير 2b : طول المحور الصغير

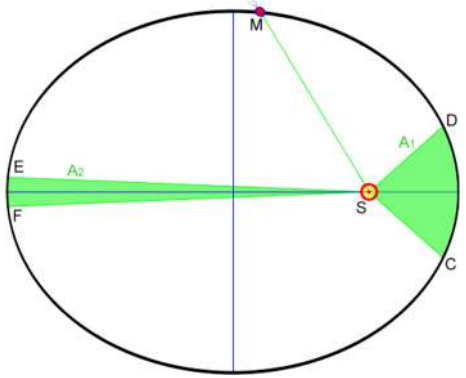
الرأس الأقرب الحضيض (perihelie) . الرأس الأبعد الأوج (aphelie) .

2.1.1. القانون الثاني (قانون المساحات) :

يمسح المستقيم الرابط بين مركز الشمس و مركز الكوكب مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.

3.1.1. القانون الثالث (قانون الدور الفلكي) :

يتناسب مربع دور الكوكب حول الشمس طردا مع مكعب البعد المتوسط a للمدار الاهليليجي و نكتب :



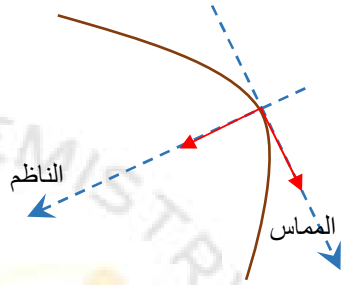
K ثابت قانون كيبلر الثالث $\frac{T^2}{a^3} = K$ أو $T^2 = Ka^3$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2.1. معلم فريني : معلم متعامد ومتجانس $(M,\vec{t},\vec{n})$ مبدؤه

M موضع المتحرك عند اللحظة t

محوراه المماس (مماس لمسار المتحرك) والناظم عمودي على المماس.



$$\vec{a}=\vec{a_t}+\vec{a_n}$$

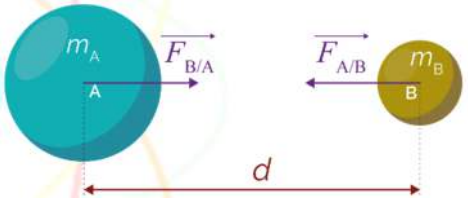
$$\vec{a}=a_t\vec{t}+a_n\vec{n}$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}\quad ;a_n=\frac{v^2}{r}$$

r نصف قطر المسار a_t تسارع مماسي a_n تسارع ناظمي

3.1. قوة الجذب العام لنيوتن:

ليكن الجسمين A و B كتلتهما m_A و m_B يبعدان عن بعضهما بالمسافة d



تنشأ قوة جذب بينهما شدتها $F_{A/B}=\frac{G.m_A.m_B}{d^2}$

حامله المستقيم المار من مركز كتلتيهما.

4.1. حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب بقانون نيوتن.

عند دراسة نيوتن لحركة القمر اعتبر أن المسار دائري وأهمل كل التأثيرات الأخرى ما عدا قوة جذب الكوكب للقمر حينها تصبح الحركة دائرية منتظمة.

1.4.1. تبيان الحركة دائرية منتظمة

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر

$$\sum\vec{F}=m\vec{a}$$

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس : $v=Cte$; $a_t=0$

$$0=m.a_t$$

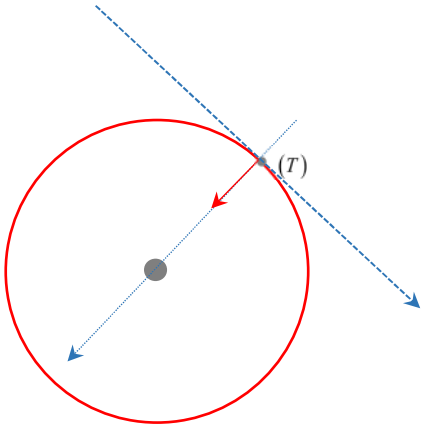
طريقة ثانية

بما أن شعاع القوة $\vec{F}$ ناظمي

وشعاع التسارع $\vec{a}$ مرتبط خطيا مع $\vec{F}$

فإن $\vec{a}$ ناظمي أي أن $\vec{a}=\vec{a_n}$ ومنه $a_t=0$ أي أن : $v=Cte$

2.4.1. عبارة السرعة المدارية:



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر

$$\sum\vec{F}=m\vec{a}$$

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم : $F=ma_n$

$$\frac{G.m.M}{r^2}=m.\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{G.M}{r}=v^2$$

$$v^2=\frac{G.M}{r}\quad .....(1)$$

ومنه $\boxed{v=\sqrt{\frac{G.M}{r}}}$

3.4.1. عبارة الدور

تعريف الدور: الزمن اللازم للقيام بدورة كاملة للكوكب حول الشمس $\boxed{T=\frac{2.\pi.r}{v}}$

عبارة الدور بدلالة G و r و M .

بتربيع عبارة السرعة المدارية

$$T^2=\frac{4.\pi^2.r^2}{v^2}\quad .....(2)$$

بالتعويض بالعلاقة (1) في (2)

$$T^2=\frac{4.\pi^2.r^3}{GM}\quad .....(3)$$

ومنه $\boxed{T=2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}}$

4.4.1. عبارة القانون الثالث لكيبلر

من العلاقة (3) نجد $\frac{T^2}{r^3}=\frac{4.\pi^2}{GM}$

ومنه $\frac{T^2}{r^3}=K=Cte$ حيث ثابت القانون الثالث لكيبلر $K=\frac{4.\pi^2}{GM}$.

5.4.1. القمر الاصطناعي الجيو مستقر

أ. تعريف: هو قمر اصطناعي ساكن بالنسبة لسطح الأرض.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب. شروط القمر الاصطناعي الجيو مستقر:

- أن تكون حركته دائرية منتظمة في نفس جهة دوران الأرض حول نفسها.
- دوره يساوي دور حركة الأرض حول نفسها.
- أن يكون مداره واقع في مستوي خط الاستواء.

2. السقوط الشاقولي لجسم صلب في مائع:

1.2. القوى المطبقة

دافعة أرخميدس:

عند غمر جسم في مائع (سائل أو غاز) تنشأ قوة تؤثر عليه نحو الأعلى تسمى دافعة أرخميدس

تساوي ثقل المائع المزاح $\pi = \rho.V.g$; $m_f = \rho.V$; $\rho = \frac{m_f}{V}$ / $\pi = m_f.g$

قوة الاحتكاك في مائع:

عند حركة جسم في مائع ،يؤثر هذا الأخير عليه بقوة معاكسة لجهة الحركة تتعلق بشكل الجسم وأبعاده وسرعته ولزوجة المائع ، عبارتها $f = k.v^n$ حيث k معامل الاحتكاك و n رتبة السرعة تقبل قيمتين $n=1$ في حالة سرعات صغيرة (حركات بطيئة) و $n=2$ حالة سرعات كبيرة (حركات سريعة)

القوة	الثقل $\vec{P}$	قوة الاحتكاك $\vec{f}$	دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$
نقطة التأثير	مركز الثقل	سطح التلامس	مركز الثقل
الحامل	الشاقول	المستقيم المنطبق على المسار	الشاقول
الاتجاه	نحو الأسفل	معاكس لجهة الحركة	نحو الأعلى
الطويلة	$P = m.g$	$f = k.v^n$	$\pi = \rho.V.g$

2.2. المعادلة التفاضلية للسرعة:

باعتبار الحركة تتم في المرجع السطح الأرضي الذي نعتبره عطاليا

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الشاقول: $P - f - \pi = m.a$

$$m.g - k.v - \rho.V.g = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}.v - g\frac{\rho.V}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g(1 - \frac{\rho.V}{m})$$

3.2. منحنى تطور السرعة:

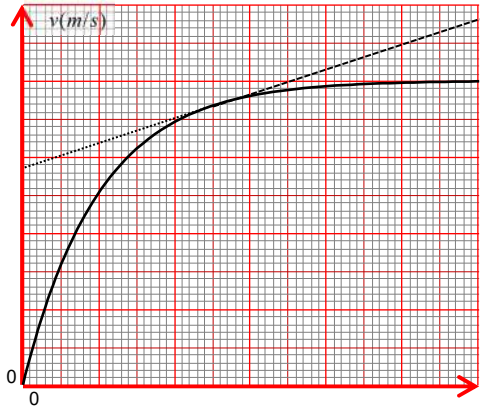
عند ترك جسم يسقط دون سرعة ابتدائية

تكون السرعة معدومة لتتزايد تدريجيا إلى أن تصل إلى قيمة أعظمية (حدية) v_{lim}.

يكون التسارع أعظمي عند بداية السقوط ليتناقص تدريجيا إلى أن ينعدم في النظام الدائم.

أطوار الحركة: حركة مستقيمة متسارعة في النظام الانتقالي. حركة مستقيمة منتظمة في النظام الدائم.

4.2. عبارة السرعة في النظام الدائم:



في النظام الدائم $v = v_{lim} = Cte$; $\frac{dv}{dt} = 0$

نعوض في المعادلة التفاضلية

$$\frac{k}{m}.v_{lim} = g(1 - \frac{\rho.V}{m})$$

$$v_{lim} = \frac{mg}{k}(1 - \frac{\rho.V}{m}) = \frac{g}{k}(m - \rho.V)$$

من أجل $n=2$: $\frac{k}{m}.v_{lim}^2 = g(1 - \frac{\rho.V}{m})$

ومنه

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{k}(1 - \frac{\rho.V}{m})}$$

5.2. ملاحظات هامة:

1. يحسب التسارع بيانيا بحساب معامل توجيه بيان السرعة $v = f(t)$.
2. لإهمال دافعة أرخميدس من عدمها نحسب النسبة $\frac{P}{\pi}$.
3. قيمة التسارع الابتدائي لحركة جسم يسقط دون سرعة ابتدائية $a_0 = a(0) \le g$.

في حالة $a_0 < g$ دافعة أرخميدس غير مهملة $\pi = m.(g - a_0)$.

في حالة $a_0 = g$ دافعة أرخميدس مهملة.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM