تـمـــاريـــن

1 صحيح.

2 صحيح.

3 صحيح.

4 خطأ.

5 خطأ.

6 (3

7 (2

8 (3

9 (3

10
$D_f = \Re$
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

11
$D_f = \Re^*$
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = +\infty$

.

12
$D_f =]-2,1[\cup]1,+\infty[$
$f(-2) = -1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$
$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = -\infty$

13 تصحيح:
$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ <}} k(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

المنحنى الأول يمثل الدالة h.
المنحنى الثاني يمثل الدالة k.
المنحنى الثالث يمثل الدالة g.
المنحنى الرابع يمثل الدالة f.

14
(1 $-\frac{1}{5}$
(2 1
(3 $+\infty$
(4 $-\infty$.

15
(1 9
(2 .9
(3 $+\infty$
(4 $+\infty$.

16
(1 0
(2 0
(3 .1

(4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(5 $-\infty$
(6 $+\infty$

17
(1 . 0
(2 $\sqrt{3}$.
(3 . 3
(4 $+\infty$.

18
(1 $-\frac{1}{3}$
(2 $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ >}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ <}} f(x) = -\infty$
(3 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = -\infty$
(4 $+\infty$.
(5 $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ <}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ >}} f(x) = -\infty$
(6 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = -\infty$

19
(1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
(2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$
(3 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
(4 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
(5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$
(6 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

20
(1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$
(2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
(3 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$
(4 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -2$

21
(1 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)+g(x)) = +\infty$
(2 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)+g(x)) = 3$
(3 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)+g(x)) = -\infty$
(4 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)+g(x)) = -\infty$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

22

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)\times g(x))=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)\times g(x))=0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)\times g(x))=2$

23

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=+\infty$

24

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-3$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-3$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

9) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

10) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-4$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

25

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

3) لا يمكن حساب النهاية.

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

5) لا يمكن حساب النهاية.

6) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

7) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

8) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

9) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

10) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور الفواصل.

26

1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=-\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

2) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

3) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

4) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

5) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

6) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$
منحنى f لا يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

7) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

8) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

27 (1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

(2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$

منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

(3 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$

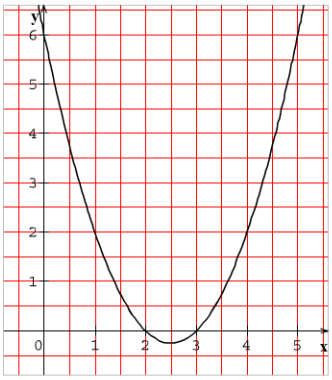
منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

(4 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

(5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

منحنى f يقبل مقارب موازي لمحور التراتيب.

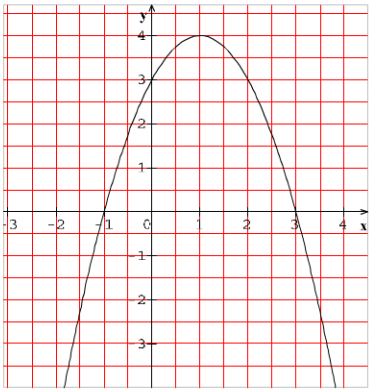


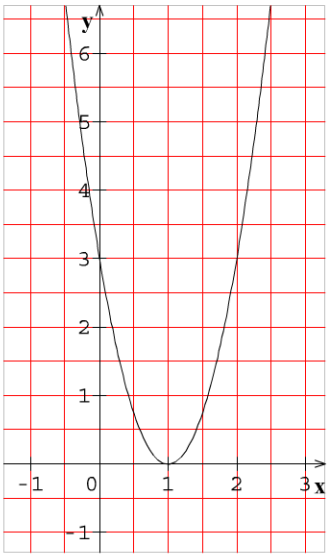
(3

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

28 (1

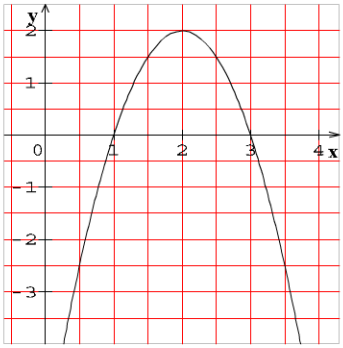
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$





(4

x	$-\infty$		2		$-\infty$
$f'($		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$



(2

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x$		−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{4}$	↗	$+\infty$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

29 (1

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{367}{265}$	↘	$\frac{163}{265}$	↗	$+\infty$

أولا نغير رمز النقطة ليصبح مثلا ω ثم نتبع طريقة تغيير المعلم:بحيث نكتب معادلة (C_f) في المعلم $(J; I; \omega)$ و تصبح:

$F(X)=X^3-X$ حيث: $X=x+0$ و $Y=y+1$

و في الأخير نثبت أن F دالة فردية

(2

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{19}{3}$	↘	$-\frac{13}{3}$	↗	$+\infty$

إثبات المركز يتم بنفس الطريقة السابقة.

(3

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

إثبات المركز يتم بنفس الطريقة السابقة.

30 (1

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$X=-1$ و $y=2$.

(2

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$X=0$ و $y=0$.

(4

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$\infty-$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$X=0$ و $y=1$.

(5

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	2	↘	$+\infty$ ‖ $\infty-$	↘	2

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$X=5$ و $y=2$.

(6

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↘	$+\infty$ ‖ $\infty-$	↘	0

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$X=2$ و $y=0$.

31 (1

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $\infty-$	↗	1

بما أن:

$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y)=0$

فإن: (Δ) مستقيم مقارب لمنحنى الدالة f.

(2

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\infty-$	↗	$-\frac{647}{169}$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$\frac{373}{204}$	↗	$+\infty$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نفس الطريقة لإثبات المقارب المائل.

(3

x	$-\infty$		$-\frac{169}{408}$		1		$\frac{408}{169}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\infty-$	↗	$-\frac{169}{204}$	↘	‖	↘	$\frac{816}{169}$	↗	$+\infty$

نفس الطريقة لإثبات المقارب المائل.

(4

x	$-\infty$		$\frac{239}{408}$		2		$\frac{577}{169}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\infty-$	↗	$\frac{239}{204}$	↘	‖	↘	$\frac{1154}{169}$	↗	$+\infty$

نفس الطريقة لإثبات المقارب المائل.

32

المنحنى الأول يمثل الدالة f.
المنحنى الثاني يمثل الدالة g.
المنحنى الثالث يمثل الدالة h.
المنحنى الرابع يمثل الدالة k.
المنحنى الخامس يمثل الدالة l.
المنحنى السادس يمثل الدالة m.

33

1 (1 0 (2 $-\frac{1}{2}$ (3

4 (5 $\frac{1}{2}$ (4 12 (6

$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ >}} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}} f(x)=-\infty$ (7

3 (8 $\frac{1}{12}$ (9

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$ (10

$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)=-\infty$ (11

34

0 (1 $-\infty$ (2 $+\infty$ (3

0 (4 $-\frac{3}{4}$ (5 0 (6

$\frac{1}{2}$ (7 $+\infty$ (8

35

(1

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

تستخدم الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من النتائج.

(2

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{28}{9}$	↗	-3	↗	12	↗	$+\infty$

تستخدم الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من النتائج.

(3

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-9	↗	7	↘	-9	↗	$+\infty$

تستخدم الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من النتائج.

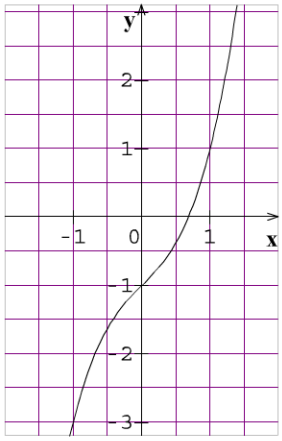
(4

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{3}{2}$	↗	-1	↘	$\infty-$

تستخدم الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من النتائج.

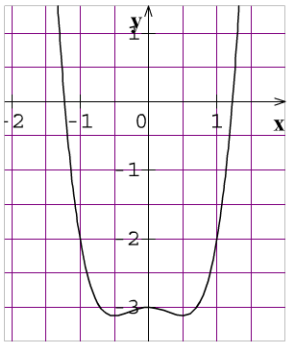
36

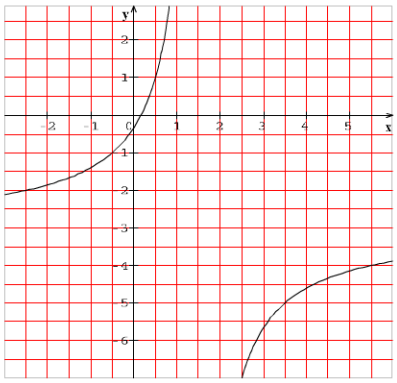
(1



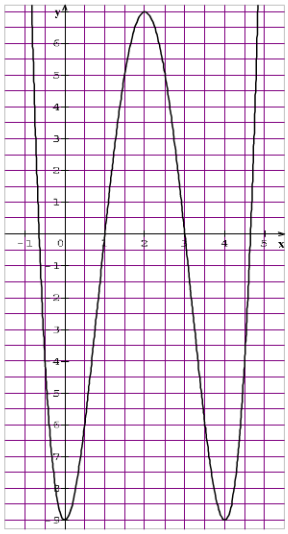
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(2



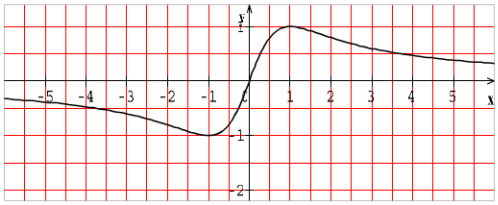


(3

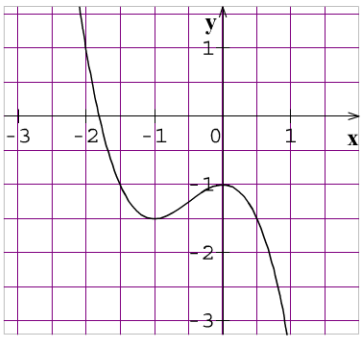


(2

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$



(4



الأجزاء 3) 4) 5) 6) 7) يتم الإجابة عليها بنفس الطريقة.

38 1) ليكن x عدد حقيقي من D:

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x}\right)}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}$$

2) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من D:

$\frac{3}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}>0$ و $\sqrt{x+3}+\sqrt{x}$ ..... (1)

$\sqrt{x+3}+\sqrt{x}>\sqrt{x}$ و $\sqrt{x+3}>0$

أي

$$\frac{3}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}<\frac{3}{\sqrt{x}} \text{ ....(2)}$$

من (1) و (2) نستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D: $0\le f(x)\le\frac{3}{\sqrt{x}}$

37 (1

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) بمأن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{\sqrt{x}}=0$ فإن:

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

39 1)

x	10^4	10^6	10^{10}
$f(x)$	1,01	1	1
x	10^{12}	10^{20}	10^{40}
$f(x)$	1	1	1

2) لدينا من أجل العدد الحقيقي x الموجب تماما:

$x^2 \le x^2+x+1 \le x^2+2x+1$ و x^2+x+1

أي

$x^2 \le x^2+x+1 \le (x+1)^2$

و منه:

$x \le \sqrt{x^2+x+1} \le x+1$

3) لدينا من أجل العدد الحقيقي x الموجب تماما:

$x \le \sqrt{x^2+x+1} \le x+1$

بحساب مقلوب العبارة نجد.

$\frac{1}{x+1} \le \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}} \le \frac{1}{x}$

بضرب النتيجة بـ $x+\sqrt{x}$ مع التبسيط نجد:

$1-\frac{1}{x+1} \le f(x) \le 1+\frac{1}{\sqrt{x}}$

4) بمأن:

$\lim_{x\to+\infty} 1-\frac{1}{1+x}=1$ و $\lim_{x\to+\infty} 1+\frac{1}{\sqrt{x}}=1$

فإن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

40 لدينا من أجل العدد الحقيقي x من D:

$-1 \le \sin x \le +1$

$2 \le 3+\sin x \le 4$

بالقسمة على x نجد:

$\frac{2}{x} \le f(x) \le \frac{4}{x}$

2) بمأن:

$\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x}=0$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$

فإن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

41 1) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من D:

$-1 \le \sin x \le +1$

$x^2-1 \le x^2+\sin x \le x^2+1$

بالقسمة على x نجد:

$\frac{x^2-1}{x} \le f(x) \le \frac{x^2+1}{x}$

2) بمأن:

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x}=+\infty$

فإن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

42 1) $0 \le f(x) \le \frac{2}{\sqrt{x}}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ لأن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{x}}=0$

لا يمكن حساب النهاية لما x يؤول إلى $+\infty$.

2) $\frac{-x}{x^2+3} \le f(x) \le \frac{x}{x^2+3}$

لأن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2+3}=0$, $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x}{x^2+3}=0$

بنفس الطريقة يتم الإجابة على 3) و 4).

43 1) بمأن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$

فإن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معدلته $y=3$.

2) حسب إشارة الفرق $f(x)-y$.

لما $x\in]1\ ,\ +\infty[$ فإن (C_f) يقع أعلى (D).

لما $x\in]-\infty\ ,\ 1[$ فإن (C_f) يقع أسفل (D).

44 1) $b=3$, $a=-2$.

إجابة السؤالين 2) و 3) مثل التمرين 43 .

45 1) بمأن:

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y=0$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)-y=0$

فإن: (C) يقبل (Δ) كمستقيم مقارب.

2) دراسة إشارة الفرق: $f(x)-y$.

46 1) $a=2$, $b=6$, $c=17$

نفس الطرق السابقة للإجابة على 2)

47 1)) الدالة h هي التي توفر الشروط السابقة.

2) لا يمكن تعيين قيمة a من أجل $x=1$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

) الدالة k هي التي تمثيلها البياني(C) .

$(C_f)\cap(d)=\{\ \}$

$(C_f)\cap(xx')=\left\{\left(-\frac{1}{2},0\right)\right\}$ (2

$(C_f)\cap(yy')=\{(0,1)\}$

49 1) المستقيم المقارب المائل معادلته $y=x-2$

المستقيم المقارب العمودي معادلته $x=-2$

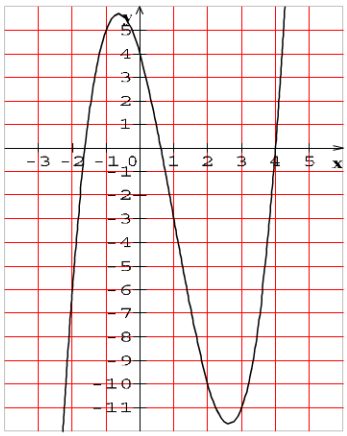
2) $(C_f)\cap(C_g)=\{(-3,-9)\}$.

50 (1

x	$-\infty$		$-\frac{188}{297}$		$\frac{495}{188}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{491}{86}$	↘	$-\frac{1007}{86}$	↗	$+\infty$

2) سبق التطرق إلى كيفية إثبات مركز التناظر.

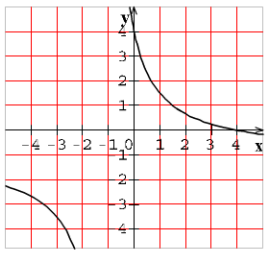
(3



(4

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	−	‖	−
$f(x)$	-1 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ -1

(5



6) النقطتان المتناظرتان بالنسبة للنقطة S هما:

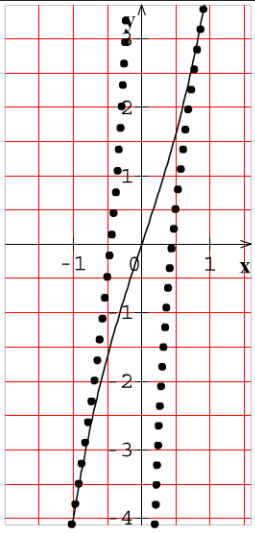
$(0\ ,\ 4)$ و $(-6\ ,\ -2)$

51 (1

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

(2

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$	+		‖	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$



3) $(d):y=5x$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-\frac{1}{x}$	+	‖	−
الوضعية	(C_g) فوق المستقيم	‖	(C_g) تحت المستقيم

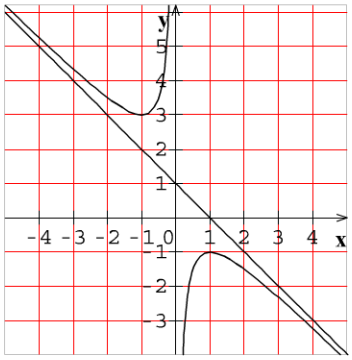
4) $(C_f)\cap(C_g)=\{(-1,-4)\ ,(1,4)\}$

52 1) سبق كيفية إثبات وجود مستقيم مقارب مائل و دراسة الوضعية النسبية.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(2

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	‖	+	0	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$ ‖	↗	-1	↘	$-\infty$



3) لما $m\in]-1,1[$ لا يوجد حلول.
لما $m=-1$ حل مضاعف $x=1$.
لما $m=1$ حل مضاعف $x=-1$.
لما $m\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ يوجد حلين.

4) $I\left(\frac{-m+1}{2},m\right)$

5) المماس يوازي محور الفواصل معناه:
$f'(x_0)=0$ و منه:
$A(-1\ ,\ 3)$, $B(1\ ,\ -1)$.
A ، B و I في استقامية معناه:
$\overline{AI}$, $\overline{AB}$ متوازيان. و هذا محقق.

53 1) ليكن $x\in D$ و $-x\in D$:
لدينا $f(-x)=f(x)$ إذن f زوجية.

(2

x	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	$\frac{9}{2}$	↗	$+\infty$

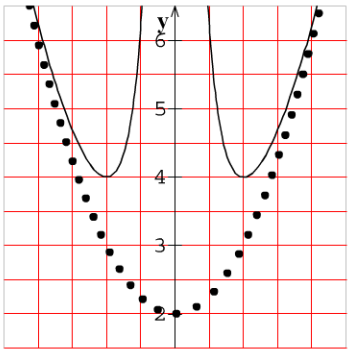
3) معادلة المستقيم المقارب هي: $x=0$.

4) $MN=\frac{1}{x^2}$

$\lim_{x\to-\infty} MN=0$, $\lim_{x\to+\infty} MN=0$.

5) (C) يقع أعلى (P) .

(6

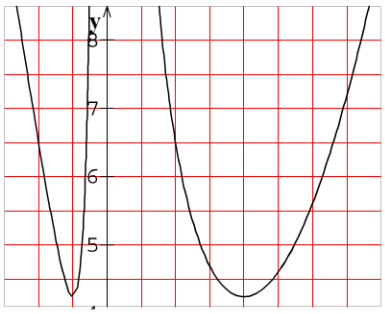


54 1) $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{3}{2}\right)^2$

(2

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	‖	−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{17}{2}$	↗	$+\infty$ ‖	↘	$\frac{17}{2}$	↗	$+\infty$

(3



(4

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		2		$+\infty$
$g'(x$		−	0	+	‖	−	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{134}{65}$	↗	$+\infty$ ‖	↘	$\frac{134}{65}$	↗	$+\infty$

5) المسافة AM ممثلة بالدالة g و تكون لها قيمة
6) يتعامد المماس لـ (H) في النقطة M_1 و المستقيم (AM_1) إذا كان جداء معاملي توجيههما يساوي -1 و هذا محقق لأن: $-\frac{1}{4}\times 4=-1$

نفس الشئ بالنسبة للحالة الثانية.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

55

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$-\frac{1}{4}$	↘	1	↗	$+\infty$

56

1) $D_f=\Re$

2) انطلاقا من $-1 \le \cos x \le +1$ يمكن حصر $f(x)$ ثم الإجابة على السؤال 3).

57

1) $x=1$ ، $y=-2$ ، $y=3$.

2) يتم الرسم.

58

1) $D_f = \Re -\{1\}$

2) أ/ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty$

ب/ $x=1$ معادلة المقارب العمودي.

3) تصحيح: $x?1$

$a=-1$ ، $b=0$ ، $c=-2$

4) معادلة المقارب المائل هي: $y=x-1$

5) $(C)\cap(d)=\{(0\ ,\ 1),(2\ ,\ 3)\}$

59

1) $\varphi(h)=h^2+3h+1$

2) $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{h\to 0} h(x) = 1$

60

تصحيح: المقام هو: $x+2$

1)

$\lim_{x\to -2^{<}} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to -2^{>}} f(x) = +\infty$

2) $a=2$ ، $b=-1$ ، $c=3$

3) $y=2x-1$

4) يمكن التحقق من ذلك.

5) يتم دراسة الوضعية كما سبق.

61

1) $a=1$ ، $b=0$ ، $c=2$ ، $d=-1$

2) $x=1$ ، $x=-1$ ، $y=x$

3) دراسة الوضعية تم التطرق لها سابقا.

62

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

(C) يقبل مستقيم مقارب معادلته: $y=2$

2) أ/ $a=2$ ، $b=-3$ ، $c=-1$

ب/ دراسة الوضعية تتم كما سبق.

63

1) لدينا: $f(x)-1=\frac{u(x)}{x^2}$

و كذلك: $0 \le \frac{u(x)}{x^2} \le \frac{1}{x}$

و منه: $|f(x)-1| \le \frac{1}{x}$

2) بمأن: $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ فإن: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

64

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) من أجل نل عدد حقيقي x:

$f'(x) = x^2 - x - 2$

لما $x\in]-\infty,-1[\cup]2,+\infty[$ فإن: $f'(x)>0$

لما $x\in]-1,2[$ فإن: $f'(x)<0$

3)

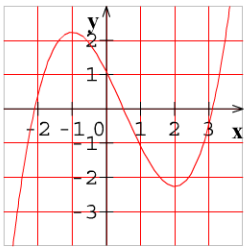
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{17}{12}$	↘	$-\frac{27}{12}$	↗	$+\infty$

4) تم التطرق لإثبات مركز التناظر.

5) للمعادلة $f(x)=0$ ثلاث حلول هي:

$x=\frac{1}{2}$ ، $x=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$ ، $x=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$

6)



7) سبق التعرض لمثل هدا السؤال.

65

1) نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $-x\in\Re$ و $f(-x)=-f(x)$ إذن f فردية.

2)

$f(x+2\pi) = x+2\pi-\sin x$

$f(x+4\pi) = x+4\pi-\sin x$

$f(x+k2\pi) = x+k2\pi-\sin x$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(3

x	0	2π
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	2π

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$0 \le f'(x) \le 2$ و منه f متزايدة على $\Re$.

$-1 \le -\sin x \le 1$

(4 $x-1 \le x-\sin x \le 1+x$

$x-1 \le f(x) \le 1+x$

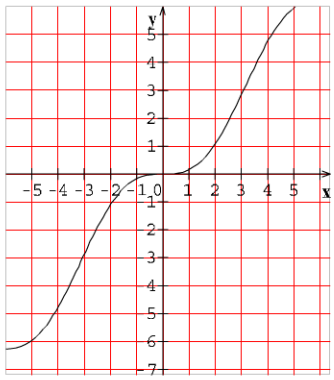
5) لدينا:

$x-1 \ge A$ و $f(x) \ge x-1$

إذن: $f(x) \ge A$

حسب تعريف النهاية لما x يؤول إلى $+\infty$

فإن: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$



66 تصحيح: المقام هو: x-c

1) معادلة المستقيم المقارب هي:x=c.

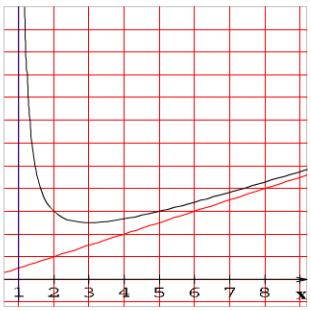
و عليه c=1.

2) لدينا: $f(3) = \frac{5}{2}$ و منه:6a+b=5.

3) لدينا: $f'(3)=0$ و منه: 4a-b=0.

4) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x-1}$

5) (C_f) يقع أعلى (D)



67 (1 $D_f=\Re-\{1,-1\}$

$f'(x) = \frac{x^4-3x^2-18x}{(x^2-1)^2}$ (5

$P(x)=x(x-3)(x^2+3x+6)$

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+	0	−	‖	−	0	+		
$f(x)$	$-\infty$ ↗	‖	$+\infty$ ↗	-9	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$\frac{9}{2}$	↗ $+\infty$		

68 (1 (I $D_f=\Re$

لما $x \in [0,+\infty[$ فإن: $f(x) = \frac{x}{x+1}$

لما $x \in]-\infty,0]$ فإن: $f(x) = \frac{x}{1-x}$

2) f دالة فردية.

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

4) لما $x \in [0,+\infty[$ فإن:

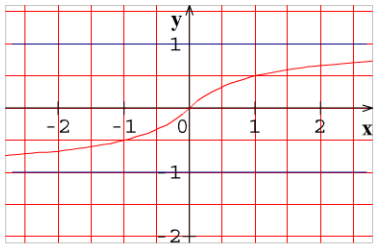
$f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

و منه f قابلة للإشتقاق عند 0.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	-1 ↗	1

(5



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6) لما $y \geq 0$: $x = \frac{y}{1-y}$.

لما $y \leq 0$: $x = \frac{y}{1+y}$.

7) الحل الوحيد على $\Re$ للمعدلة $f(x)=y$ هو

$x = \frac{y}{1-|y|}$.

II) 1) $D_g = \Re - \{-1, 1\}$

2) لما $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, 0]$ فإن: $g(x) = \frac{x}{1+x}$

لما $x \in [0, 1[\cup]1, +\infty[$ فإن: $g(x) = \frac{x}{1-x}$

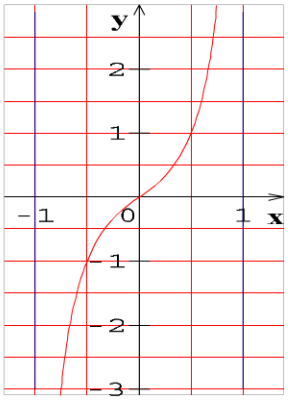
3) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} g(x) = +\infty$

4) $g'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{g(x)}{x} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{g(x)}{x} = 1$

x	-1		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

5)



من أجل كل عدد حقيقي x من المجال]1- ، 1[:

$(f \circ g)(x) = x$

6) نستنتج أن المنحنيين متناظرين بالنسبة إلى (D) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM