$$S=\left\{\frac{5\pi}{48}+\frac{k\pi}{2},\frac{-\pi}{24}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$$ *

* تمثيل الصور $\frac{23\pi}{24},-\frac{\pi}{24},\frac{77\pi}{48},\frac{53\pi}{48},\frac{29\pi}{48},\frac{5\pi}{48}$

-2- معدلات من الشكل :

$$aCosx+bSinx=c$$

الهدف : حل معادلات من الشكل $aCosx+bSinx=c$

تطبيق : $S_1=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi,2k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ ،

$S_2=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi,-\frac{\pi}{6}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ ،

$S_3=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,-\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$

-4 * $m\succ 2$ أو $m\prec -2$ ، S مجموعة خالية

* $-2\prec m\prec 2$ نضع $\frac{m}{2}=Cos\alpha$

التمـارين

أصحيح أم خاطئ : من1 إلى 8

رقم السؤال	1	2	3	4
الحكم	خاطئ	خاطئ	صحيح	صحيح

رقم السؤال	5	6	7	8
الحكم	صحيح	خاطئ	خاطئ	صحيح

أسئلة متعددة الاختيارات : من 9 إلى 16

رقم السؤال	9	10	11	12	13	14	15	16
1الإجابة الصحيحة	2	2	3	1	3	3	1	1

17

القيس x	القيس الرئيسي	أصغر قيس موجب	$\widehat{AOB}$
$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$
$\frac{53\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{2007\pi}{3}$	π	π	π
493π	π	π	π

18 $-\frac{\pi}{6},-\frac{\pi}{2},-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{3}$

19 المثلث ABC قائم في C

20 $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{7\pi}{12}$

$M\left(\frac{\pi}{3}\right),N\left(\frac{3\pi}{4}\right),P\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ **22**

نحسب y-x و يكون مضاعف 2π **24** **25** **26**

27

.1 $\frac{2\pi}{3}$ — $\alpha=\frac{14\pi}{3}$

.2 $\frac{\pi}{2}\leftarrow\ \alpha=-\frac{35\pi}{2}$

.3 $\frac{\pi}{5}$ — $\alpha=\frac{721\pi}{5}$

.4 π — $\alpha=\frac{2007\pi}{3}$

28

.1 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)$ هو $\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

.2 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}\right)$ هو $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

.3 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{CB}\right)$ هو $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

.4 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{DO}\right)$ هو $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

.5 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right)$ هو $\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$

.6 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BC}\right)$ هو $\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

29

.1 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$ هو $\left(-\frac{3\pi}{8}\right)$

.2 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)$ هو $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

.3 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BA}\right)$ هو (π)

.4 القيس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AD}\right)$ هو $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

30

1	2	3	4	5
$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

31 .1 $\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .2 $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ .3 $\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ يشطب

التكرار 4. $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

36 $A=\sin x-2\cos x$

37 $A=2\sin x$

38 $A=-\cos x$

39 $A=-2\cos x$

40 $A=-2\sin x$

41 $A=\tan x$

42 .1 $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2. $\cos x - \sin x$

3. $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x$ 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

43 2) $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

3) بوضع : $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

45 3) باستعمال دساتير التحويل من النصف إلى الضعف

50 2) $\sin x = -\frac{4}{5}$ ، $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3}{5}$ ،

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = -\frac{4}{5}$ ، $\cos(\pi - x) = -\frac{3}{5}$ ،

$\sin(\pi - x) = -\frac{4}{5}$

3) $\tan x = -\frac{4}{3}$ ، $\tan(\frac{\pi}{2} - x) = -\frac{3}{4}$ ،

$\tan(\pi - x) = \frac{4}{3}$

54 1) قيم x المرفقة للنقطة M هي: $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ،

قيم x المرفقة للنقطة N هي: $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

2) إضافة العبارة : $\cos x = \frac{1}{2}$ الاستنتاج :

$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

56 1) $x = \frac{\pi}{6}$ أو $x = \frac{11\pi}{6}$ ، 2) $x = \frac{3\pi}{4}$ أو

3) $x = \frac{5\pi}{4}$ ، $x = \frac{3\pi}{4}$ أو $x = \frac{\pi}{4}$ 4) $x = \frac{3\pi}{2}$

57 1) $x = \frac{\pi}{3}$ أو $x = -\frac{\pi}{3}$ ، 2) $x = \frac{5\pi}{6}$ أو

3) $x = -\frac{5\pi}{6}$ ، $x = -\frac{\pi}{6}$ أو $x = -\frac{5\pi}{6}$ ،

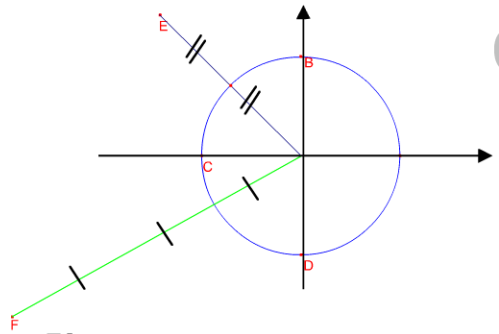
4) $x = -\frac{\pi}{4}$ أو $x = -\frac{3\pi}{4}$

61 بوضع: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ و $\sin x = y$.

62 بوضع: $\sin 2x = 2\sin x.\cos x$

63 بملاحظة أن: $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

64



65 تصحيح: عوض $B\left(2;\frac{\pi}{2}\right)$ نكتب $B\left(2;\frac{\pi}{6}\right)$

66 ملاحظة:الدائرة الوسطى غير مضبوطة على الرسم

$A\left(2;\frac{\pi}{3}\right)$ ، $B\left(3;\frac{\pi}{4}\right)$ ، $C\left(4;\frac{5\pi}{6}\right)$ ، $D\left(4;-\frac{\pi}{3}\right)$ ،

$A'\left(2;\frac{2\pi}{3}\right)$ ، $B'\left(4;\frac{4\pi}{3}\right)$ ، $D'\left(2;-\frac{\pi}{6}\right)$

$OM = 1$ ، $ON = 2\sqrt{2}$

67 1. القيس الرئيسي لـ $\left(\vec{I};\overrightarrow{OM}\right)$ هو $-\frac{\pi}{3}$ ،

القيس الرئيسي لـ $\left(\vec{I};\overrightarrow{ON}\right)$ هو $\frac{\pi}{4}$

2. القيس الرئيسي لـ $\left(\vec{J};\overrightarrow{OM}\right)$ هو $-\frac{5\pi}{6}$ ،

القيس الرئيسي لـ $\left(\vec{J};\overrightarrow{ON}\right)$ هو $-\frac{\pi}{4}$

3. $M\left(1;-\frac{\pi}{3}\right)$ ، $N\left(2\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right)$

69

4	3	2	1
$D\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2};-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$	$C\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}\right)$	$B(0;2)$	$A(1;0)$

8	7	6	5
$H\left(\frac{1}{4};0\right)$	$G\left(-\frac{7}{4};0\right)$	$F\left(-2\sqrt{3};2\right)$	$E(-2;-2)$

70 $C\left(2\sqrt{2};\frac{7\pi}{12}\right)$

71 1) باستعمال العلاقة: $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$

2) $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

73 بملاحظة أن: $\frac{7\pi}{8} = \pi - \frac{\pi}{8}$ و $\frac{5\pi}{8} = \pi - \frac{3\pi}{8}$

74 1) $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، 2) $x = \frac{\pi}{12}$

75 1) $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ ، $\sin 2x = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$

3) بوضع : $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ ، $x = \frac{\pi}{10}$

78 1) وضع $\sin x = y$ ، 2) وضع

3) وضع $\cos x = y$ ، $\cos x = y$ $\Delta = \left(1+\sqrt{3}\right)^2$

79 1) باستعمال دساتير الجمع ،

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

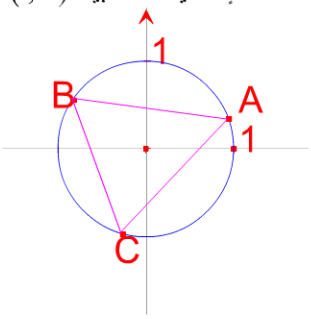
2) $f'(x)=\sin x+\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x+\frac{4\pi}{3})$

3) بما أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،
$f(x)=0$ (الدالة المعدومة) فإنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=0$

أي: $\sin x+\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x+\frac{4\pi}{3})=0$

عوض لتكن النقطة $A(1;\alpha)$ ذات الإحداثيات القطبية
نكتب لتكن النقطة A ذات الإحداثيات القطبية $(1;\alpha)$

80 1)



2) صورة C هي A

5) نستنتج أن: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ ،

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}\cos(\alpha+\frac{2\pi}{3})\\ \sin(\alpha+\frac{2\pi}{3})\end{pmatrix}$ ،

$\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}\cos(\alpha+\frac{4\pi}{3})\\ \sin(\alpha+\frac{4\pi}{3})\end{pmatrix}$

و باستعمال العلاقة الشعاعية السابقة نستنتج أن:

$\cos\alpha+\cos(\alpha+\frac{2\pi}{3})+\cos(\alpha+\frac{4\pi}{3})=0$

و $\sin\alpha+\sin(\alpha+\frac{2\pi}{3})+\sin(\alpha+\frac{4\pi}{3})=0$

81 1) $E(x)=\cos^2 x.\sin^2 x$ ،

2) $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أو $x=k\pi$ ،

3) $D_f=R-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\pi;k\in Z\right\}$ ، $f(x)=1$

82 1) $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$ ،
$\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$

2) $D_A=D_B=R-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\pi;k\in Z\right\}$ ،
$A=4\cos 2x$ ، $B=2$
ملاحظة : ترقيم الفرع الثاني ، 2. بسط العبارتين التاليتين.

83 1. $A(x)=\cos x(2\cos x+1)$
2. $B(x)=\sin x(2\sin x+1)$
3. $C(x)=\cos\frac{x}{2}(2\cos\frac{x}{2}+1)$
4. وضع $D(x)$ بدل $B(x)$

$D(x)=\sin\frac{x}{2}(2\sin\frac{x}{2}+1)$

85 بضرب طرفي الكسر بالعدد : $(\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8})$

86 2) $\frac{3}{2}$

87 باستعمال العلاقتين: $\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$

و $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

88 1) $(\overrightarrow{i;oc})=-\frac{\pi}{6}$ ملاحظة ترميز قيس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{i;oc})$ بدل $(\overrightarrow{i;oc})$.

2) $c\left(2;-\frac{\pi}{6}\right)\rightarrow c(\sqrt{3};-1)$ ،

3) $A(1;\sqrt{3})$ ، 4) $B(\sqrt{3}+1;\sqrt{3}-1)$

5) $OB=2\sqrt{2}$ ، $(\overrightarrow{i;oB})=\frac{3\pi}{12}$ ،

6) $B\left(2\sqrt{2};\frac{\pi}{12}\right)$ ، $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ،

89 1) $x=\frac{\pi}{3}$ أو $x=\frac{2\pi}{3}$ ،

2) $x\in\left[0;\frac{\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{2\pi}{3};2\pi\right[$ ، $S=\{\}$

3) $x=-\frac{\pi}{4}$ أو $x=-\frac{3\pi}{4}$ ،

4) $x\in\left[-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right]$ ، $x=\frac{\pi}{4}$

$x\in\left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[$

5) $x=\frac{\pi}{12}$ أو $x=\frac{7\pi}{12}$ ، $x\in\left[\frac{\pi}{12};\frac{7\pi}{12}\right]$ ،

6) $x=\frac{13\pi}{24}$ أو $x=\frac{5\pi}{24}$ ،

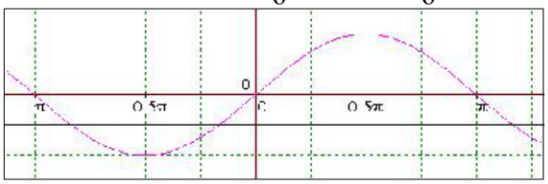
$x\in\left[0;\frac{5\pi}{24}\right[\cup\left]\frac{13\pi}{24};\pi\right]$

7) $x=\frac{13\pi}{30}$ أو $x=\frac{17\pi}{30}$ ،

$x\in\left[0;\frac{13\pi}{30}\right]\cup\left[\frac{17\pi}{30};\pi\right]$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

90 2) $x_A=-\frac{\pi}{6}$ ، $x_B=-\frac{5\pi}{6}$



3) $x_C=\frac{\pi}{4}$ ، $x_D=\frac{3\pi}{4}$

4) $S=\left[-\pi;-\frac{5\pi}{6}\right]\cup\left[-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4};\pi\right]$

92 1) $S=\left\{\pi;\pm\frac{2\pi}{5};\pm\frac{4\pi}{5}\right\}$

2) $\sin 3x=-\sin 2x$ يكافئ

$\sin x.(4\cos^2 x-1)=-2\sin x.\cos x$

يكافئ $\sin x.(4\cos^2 x-1+2\cos x)=0$

يكافئ $(4\cos^2 x+2\cos x-1)=0$ أو $\sin x=0$

بوضع: $y=\cos x$ و حل معادلة من الدرجة 2

نجد: $S=\left\{\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}\right\}$ ومنه: $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ و

$\cos\frac{4\pi}{5}=\frac{-\sqrt{5}-1}{4}$

94 1) $A(2;0)$، $B\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$، $I\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2) OAB . متساوي الساقين ، $\left(\overrightarrow{i};\overrightarrow{oI}\right)=\frac{3\pi}{8}$

3) $I\left(\sqrt{2-\sqrt{2}};\frac{3\pi}{8}\right)$

4) $\cos\frac{3\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

95 1) $S_{OAM}=\frac{1}{2}\sin\alpha$ 2) $S_{\overline{OAM}}=\frac{1}{2}\alpha$ ،

3) $S_{OAP}=\frac{1}{2}\tan\alpha$

4) من $S_{OAM}<S_{\overline{OAM}}<S_{OAP}$ ينتج

$\sin\alpha<\alpha<\tan\alpha$

96 1) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=\frac{2\pi}{5}$ ، $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=\frac{4\pi}{5}$ ،

$\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)=\frac{6\pi}{5}$ ، $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)=\frac{8\pi}{5}$.

4) موع مركز ثقل الخماسي ABCDE ينطبق على O .

5) من العلاقة الشعاعية:

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}=\vec{0}$ لأن O مركز ثقل الخماسي ABCDE .

ينتج: $1+\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+\cos\frac{8\pi}{5}=0$

بما أن: $\frac{8\pi}{5}=2\pi-\frac{2\pi}{5}$ ، $\frac{6\pi}{5}=2\pi-\frac{4\pi}{5}$ إذن:

$1+2\cos\frac{2\pi}{5}+2\cos\frac{4\pi}{5}=0$

6) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$ بملاحظة أن:

إذن: $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM