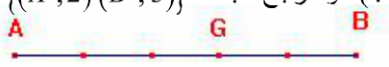
تمـــاريـــن

1 صحيح . 2 خطأ 3 خطأ
4 صحيح . 5 خطأ 6 خطأ
7 خطأ 8 صحيح . 9 صحيح
10 صحيح.
11 الاقتراح الثالث 12 لا يوجد
13 الاقتراح الثاني 14 الاقتراح الثالث
15 الاقتراح الثالث 16 الاقتراح الثاني
17 الاقتراح الثاني

18 1) هو مرجح الجملة $\{(A,2)(B,3)\}$



2) هو مرجح الجملة $\{(A,1)(B,2)\}$



3) في الشكل المقابل



4) هو مرجح الجملة $\{(A,3)(B,2)\}$



19 تنشأ النقط G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 بنفس طريقة التمرين 18

20 الحالة 1) $\{(A,1)(B,2)\}$
الحالة 2) $\{(A,2)(B,1)\}$
الحالة 3) $\{(A,1)(B,-3)\}$
الحالة 4) $\{(A,3)(B,-2)\}$
الحالة 5) $\{(A,2)(B,-1)\}$

21

الحالة 1	$G=\{(A,1)(B,1)\}$
الحالة 2	$G=\{(A,5)(B,-3)\}$
الحالة 3	$G=\{(A,5)(B,-6)\}$
الحالة 4	$G=\{(A,-7)(B,3)\}$
الحالة 5	$G=\{(A,1)(B,-6)\}$
الحالة 6	G ليست مرجحا لجملة مثقلة

22

الحالة 1)	$(\alpha,\beta)=(2,1)$
الحالة 2)	$(\alpha,\beta)=(5,-7)$
الحالة 3)	$(\alpha,\beta)=(3,-2)$
الحالة 4)	$(\alpha,\beta)=(2,-1)$

23 $A=\{(C,1)(B,-3)\}$ ، $B=\{(A,2)(C,1)\}$

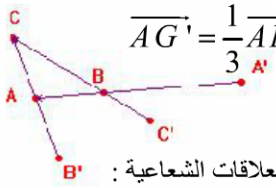
24 $A=\{(C,1)(B,-4)\}$ ،
$C=\{(A,3)(B,-4)\}$

25 $B=\{(A,1)(C,1)\}$ ، $C=\{(A,-1)(B,2)\}$

26 نستخدم المساواة الشعاعية $\alpha\overrightarrow{CA}+\beta\overrightarrow{CB}=\vec{0}$
وعلاقة شال ($\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$)

27 G_1 هو نظير A بالنسبة إلى B و G_2 هو نظير B بالنسبة إلى C

28 1)ننشئ باسخدام المساواتين الشعاعيتين
$\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AG'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



2) $\overrightarrow{GG'}=-\frac{8}{3}\overrightarrow{AB}$

29 1) نستخدم للإنشاء العلاقات الشعاعية :
$\overrightarrow{A'A}=3\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{B'C}=2\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{C'C}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

2) لاحظ أن :
$$\begin{cases}(2-3)\overrightarrow{MA'}=2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\\(-2+1)\overrightarrow{MB'}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\\(3-1)\overrightarrow{MC'}=3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\end{cases}$$

3) من المساواة في 2) نجد : $\overrightarrow{A'B'}=2\overrightarrow{A'C'}$

30 (2
$\overrightarrow{AG_1}=-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BG_2}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

3) لاحظ أن : $\overrightarrow{AG_1}=2\overrightarrow{BG_2}$

31 1) $N=\{(C,1)(B,-4)\}$ أي
$\overrightarrow{NC}-4\overrightarrow{NB}=\vec{0}$ و باسخدام علاقة شال نجد :
$\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{BN}=\vec{0}$
2) استعمل مبرهنة طاليس و نستعمل نفس المبرهنة لإثبات أن $LMJI$ متوازي أضلاع
لإثبات أن $O=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$ نلاحظ أن :
$O=\{(L,3)(J,3)\}=\{(A,2)(C,1)(B,2)(C,1)\}$
$O=\{(A,2)(B,2)(C,2)\}=\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$

32 1) $L=\{(A,-2)(C,3)\}$
2) $K=\{(B,1)(C,4)\}$

33 1) $M=\{(B,5)(C,6)\}$ ،
$N=\{(A,2)(B,5)\}$ ، $P=\{(A,1)(C,3)\}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2)لتكن G نقطة تقاطع (NC) و (BP) نبرهن أن $G \in (AM)$

يمكن أن نعبر عن كون G مرجح النقطتين A و M نبرهن وجود α حيث :

$G = \{(A,\alpha)(B,5)(C,6)\} = \{(A,\alpha)(M,11)\}$

وبالتالي $G \in (AM)$

نفرض أن $G = \{(A,\alpha)(B,5)(C,6)\}$ و نسمي $P' = \{(A,\alpha)(C,6)\}$

G هو أيضا مرجح الجملة : $\{(B,5)(P',\alpha+6)\}$ إذن $P = P'$ إذن $P \in (AC) \cap (BG)$

و بما أن $P = \{(A,1)(C,3)\}$ فإن : $\alpha = 2$

34 2) لاحظ أن : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ وبالتالي :

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}\right) + \overrightarrow{AI} = \left(-\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}\right) + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

وأن : $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AD}$ و بالتالي

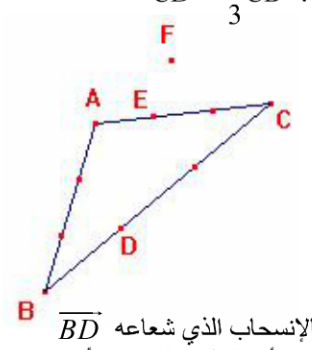
$\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AJ} = \left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}\right) + 3\overrightarrow{AD} = \left(-\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}\right) + 3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

3) لاحظ أن : $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{CI}$ 4) أ) لدينا D منتصف $[AK]$ و $(AL)//(DC)$ إذن C منتصف $[KL]$ (لاحظ أن $C \in [KL]$ ب)يمكن أن نبرهن أن $\overrightarrow{KL} = 2\overrightarrow{DB}$ باستعمال خواص متوازي أضلاع

35 1) نستعمل العلاقة : $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

2) نستعمل العلاقة :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$



3) F هو صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BD}$

4) باستعمال علاقة شال و الأسئلة السابقة نبرهن أن :

$\overrightarrow{DF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{DE}$

36 1) تكون G موجودة إذا و فقط إذا كان :

$(m^2+2)+(m^2+m-3) \neq 0$ أي

$m \in IR - \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$

37 1) الحالة $P = C$ نجد : $\beta = -\frac{4}{3}$ 2) الحالة $\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{AB}$ نجد : $\beta = -\frac{2}{15}$

38 يفضل إستعمال خاصية التجمع لإنشاء المرجح في هذه الحالات

39 1) $G = \{(A,1)(B,1)(C,1)\}$

2) $G = \{(A,5)(B,-3)(C,-1)\}$

3) $G = \{(A,6)(B,-6)(C,-1)\}$

4) $G = \{(A,-5)(B,3)(C,-2)\}$

5) $G = \{(A,-1)(B,-3)(C,2)\}$

6) $G = \{(A,-1)(B,0)(C,-4)\}$

40 1) نعتبر النقطتين $G_1 = \{(A,-1)(C,2)\}$ ثم منتصف $[G_1B]$ 2) نعتبر I منتصف $[BC]$ ثم $F = \{(I,-2)(A,1)\}$ 3) $G = \{(B,2)(C,1)\}$ 4) إختيار كيفي 5) إختيار $I_1 = \{(A,3)(B,-2)\}$ ثم منتصف $[I_1C]$ 6) $J = C$

41 1) $G = \{(A,-3)(B,4)(C,2)\}$

2) $G = \{(A,2)(B,-5)(C,-5)\}$

3) $G = \{(A,2)(B,0)(C,-1)\}$

4) $G = \{(A,0)(B,1)(C,1)\}$

5) $G = \{(A,1)(B,-2)(C,4)\}$

42 بالنسبة للحالة الأولى :

$D = \{(A,1)(B,1)(C,-1)\}$ معناه

$A = \{(B,1)(C,-1)(D,-1)\}$ معناه

$B = \{(A,1)(C,-1)(D,-1)\}$ معناه

$C = \{(A,1)(B,1)(D,-1)\}$

43 1) ننشئ I منتصف $[AC]$ ثم G هو منتصف $[IB]$

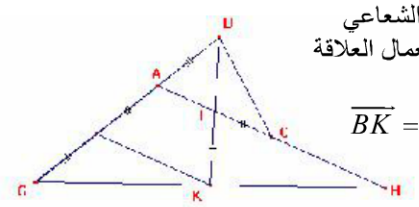
2) $(\alpha, \beta, \gamma) = (-4, 2, 1)$

44 1) لأن : $1+2+(-4) \neq 0$

2) $\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$ و ننشئ باستعمال خواص الجمع الشعاعي

45 2) باستعمال العلاقة

$\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

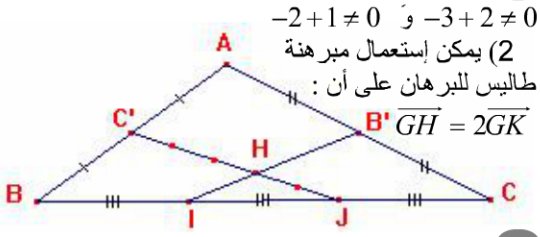
(حيث $K=\{(B,-2)(C,3)\}$

وبملاحظة أن G منتصف $[AK]$ و I وَ J منتصفي $[AB]$ وَ $[AC]$ يمكن أن نبرهن أن : $\overrightarrow{IG}=3\overrightarrow{IJ}$

46 1) يمكن إنشاء النقط G , H , K لأن :

$0-3+2\neq 0$ وَ $-2+1\neq 0$

2) يمكن إستعمال مبرهنة طاليس للبرهان على أن : $\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{GK}$



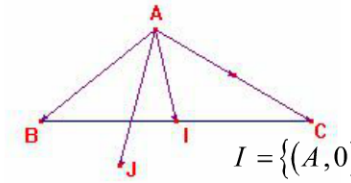
47 1) يمكن إستعمال الجمع الشعاعي و خواص قطري متوازي أضلاع أو إستعمال علاقة شال وخواص منتصف قطعة

1) من العلاقة الشعاعية المبرهنة في 1) ينتج :

و منه : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AI}=\vec{0}$

$A=\{(I,-2)(B,1)(C,1)\}$

48 1) الإنشاء



2) $I=\{(A,0)(B,1)(C,1)\}$

$J=\{(A,1)(B,-2)(C,-1)\}$

49 1) ننشئ باستعمال العلاقة : $\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{BC}$ 2) G منتصف $[AI]$ لأن : $G=\{(I,1)(A,1)\}$

50 1) الجملتين تقبلان مرجحين لأن مجموع المعاملات غير معدوم

2)بجمع المساوتين: $\overrightarrow{KB}-2\overrightarrow{KA}=\vec{0}$ وَ $\overrightarrow{LC}+3\overrightarrow{LA}=\vec{0}$

وَباستخدام علاقة شال في المساوتين نجد :

أي $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+4\overrightarrow{LG}-\overrightarrow{KG}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{GK}+4\overrightarrow{GL}=\vec{0}$ (لأن G وركز ثقل المثلث ABC)

51 1) يمكن للإنشاء إستعمال الخاصية :

$\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM}$ وَ نأخذ مثلا : $M=A$

2) $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BC}$ أي $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{CA}$ نجد

السؤال الأول ($\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BC}$) يجيب عن هذا السؤال

52 2)نستعمل خاصية التجميع فنكتب :

$M=\{(A,1)(B,1)(C,1)(D,3)\}$

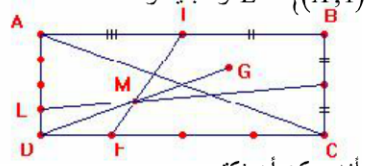
أي : $M=\{(G,3)(D,3)\}$ أي أن G منتصف $[GD]$

3) نعتبر الآن أن : $M=\{(I,2)(F,4)\}$ أي M,I,F في إستقامية

4) نعتبر الآن أن :

$M=\{(L,4)(P,2)\}$ حيث : $P=\{(B,1)(C,1)\}$

وَ $L=\{(A,1)(D,3)\}$ و البقية واضحة



53 لاحظ أنه يمكن أن نكتب :

$G=\{(A,1)(I,6)\}$ إذن $G\in(AI)$ ثم

$G=\{(B,2)(J,5)\}$ إذن $G\in(BJ)$

$G=\{(C,4)(H,3)\}$ إذن $G\in(CH)$

54 1) نكتب : $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB}$ وَ $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC}$

2) نعوض المساواة الموجودة في السؤال السابق في العلاقة : $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ نجد :

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$ أي أن $G=\{(A,1)(I,1)\}$

3) نعوض النقطتين المثقلتين بنفس المعامل بمنتصفهما المثقل بمجموع المعاملين للنقطتين

55 1) يمكن أن نكتب: $H=\{(C',2)(J,3)\}$ أي أن:

لأن $H=\{(A,1)(B,1)(B,1)(C,2)\}$

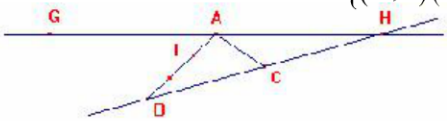
$\begin{cases}C'=\{(A,1)(B,1)\}\\J=\{(B,1)(C,2)\}\end{cases}$

و بالتالي : $H=\{(A,1)(B,2)(C,2)\}$

2) إستعمل مبرهنة طاليس (لاحظ أن $(IJ)//(B'C')$)

56 2)لاحظ أن : $G=\{(I,3)(C,-2)\}$ لكن :

$I=\{(A,2)(B,1)\}$



وَبالتالي : $G=\{(A,2)(B,1)(C,-2)\}$

3) أ) $L=\{(B,1)(c,-2)\}$ و بالتالي $L\in(BC)$ و يمكن أن نكتب $G=\{(A,2)(L,-1)\}$ و بالتالي $L\in(AG)$ استخلص

ب) بما أن $L=H$ وَ $\overrightarrow{BL}=2\overrightarrow{BC}$ فإن : $k=2$

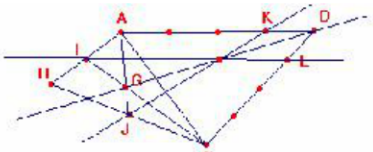
57 1) اعلم أنه إذا كان G مركز ثقل مثلث فإن : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GI}$ و لدينا $\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{GI}$

2) $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\left(\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IC}\right)$

$\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=2\overrightarrow{HI}=\overrightarrow{HG}$

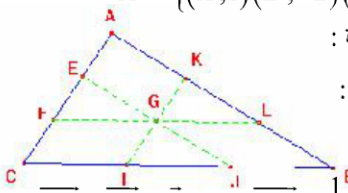
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) $\overrightarrow{HA}=2\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}\right)$



و بالتالي : $H=\{(A,1)(B,-2)(C,-2)\}$

58 1) من المساواة :



نجد : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=0$

2) من المساواة $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$ نجد : $2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$

3) أ) استخدم علاقة شال مع المساواة $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=0$

ب)استخرج 3 عامل مشترك من المساواة 3)-أ)

59 2) نكتب :

$H=\{(I,2)(C,1)(D,3)\}=\{(G,3)(D,3)\}$ أي

$H\in(DG)$

3)

$H=\{\{(A,1)(D,3)\}\{(B,1)(C,1)\}\}$

$H=\{(K,4)(J,2)\}$

أي $H\in(JK)$

4)

$H=\{\{(A,1)(B,1)\}\{(C,1)(D,3)\}\}$

$H\in(IL)$ أي $H=\{(I,2)(L,4)\}$

5) استخلص

60 1)الشكل من أجل $k=\frac{1}{3}$

2) من العلاقات :

$\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\quad,\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\quad,\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

نجد

$3\overrightarrow{GI}=2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\,,3\overrightarrow{GJ}=2\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}\,,3\overrightarrow{GL}$

$3\overrightarrow{GI}=2\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}\,,3\overrightarrow{GL}=2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}$

و بجمع المساوات الثلاثة طرفا إلى طرف نجد :

$\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}+\overrightarrow{GL}=\vec{0}$

3) G هي مركز ثقل المثلث IJL

61 1) من $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ نجد : $2\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$

أي : $K=\{(A,2)(B,1)\}$

ومن : $\overrightarrow{BI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ نجد : $2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ أي

$I=\{(C,2)(B,1)\}$

2) و 3) يمكن استعمال مبرهنة طاليس

- الرباعي $EKJI$ متوازي أضلاع لأن قطراه متناصفان

62 1) $I=\{(A,1)(B,2)\}$ ، $J=\{(B,2)(C,3)\}$

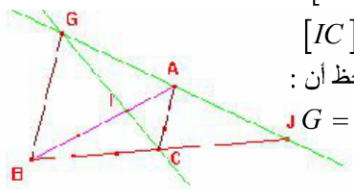
2) يمكن أن نكتب :

$H=\{(A,1)(B,2)(C,3)\}=\{(I,3)(C,3)\}$

أي H منتصف $[IC]$

وَ بما أن G منتصف $[IC]$

فإن : $G=H$ 3) لاحظ أن :



$G=H=\{(A,1)(J,5)\}$

63 1) بما أن :

$G=\{\{(A,-2)(B,-1)\}(C,2)\}=\{(I,-3)(C,2)\}$

فإن النقط G,J,A في استقامية

- بالنسبة للنقط G,I,C لاحظ أن :

$G=\{(A,-2)\{(B,-1)(C,2)\}\}=\{(A,-2)(J,1)\}$

2) من 1) $G\in(AJ)$ وَ $G\in(CI)$

3) لاحظ أن: A منتصف $[GJ]$ وَ أن C منتصف $[BJ]$

64 1)

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=2\overrightarrow{MI}$

2) $\left\|\overrightarrow{MI}\right\|=\frac{AB}{2}$ معناه $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=AB$ وَ E

هي الدائرة التي مركزها I وَ نصف قطرها $R=\frac{AB}{2}$

65 1) الإنشاء

2) $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{-MA}+4\overrightarrow{MB}\right\|$ أي

3) (E) هي محور القطعة $[GH]$ $MG=MH$

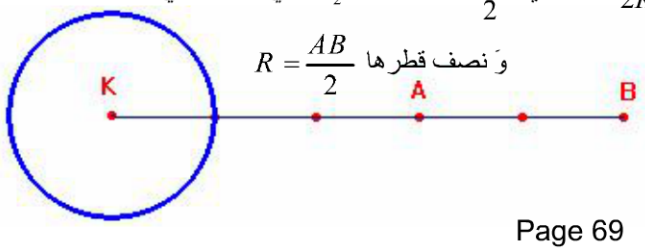
66 1) من العلاقة $\overrightarrow{AK}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ نجد :

$K=\{(A,5)(B,-3)\}$ أي $5\overrightarrow{KA}-3\overrightarrow{KB}=\vec{0}$

2) $\left\|5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=AB$ تكافئ $\left\|2\overrightarrow{MK}\right\|=AB$

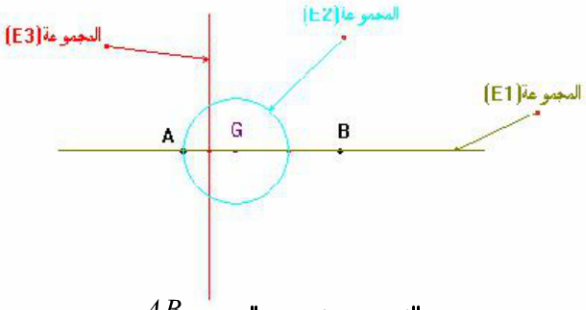
أي $MK=\frac{AB}{2}$ و E_2 هي الدائرة التي مركزها K

وَ نصف قطرها $R=\frac{AB}{2}$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

67 2) أ) الشعاعان $\overrightarrow{2MA}+\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا معناه $\overrightarrow{MG}//\overrightarrow{AB}$ و E_1 هو المستقيم (AB)



ب) $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=AB$ معناه $MG=\dfrac{AB}{3}$

و E_2 هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها $R=\dfrac{AB}{3}$

جـ) $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=3MA$ معناه $MG=MA$ و E_3 هي محور القطعة $[GA]$

68 1) و 2) ينشأ الشكل كما تقدم

3): $\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|-2\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}\right\|$ تكافئ $MG=MK$ ومجموعة النقط هي محور القطعة $[GA]$

69 1) ينشأ الشكل كما تقدم

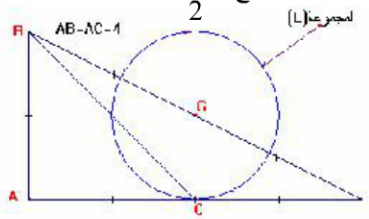
2) المجموعة E هي الدائرة التي مركزها C ونصف قطرها 2

3) المجموعة E' هي محور القطعة $[CD]$

70 1) الدالة f ترفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' حيث : $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MG}$ أي أن $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GM'}=\vec{0}$ أي أن الدالة f ترفق بكل نقطة M من المستوي نظيرتها M' بالنسبة إلى G

2)أ) $\vec{u}=\overrightarrow{MM'}$ معناه $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$ و الدالة g ترفق بالنقطة M النقطة M' صورتها بالإنسحاب شعاعه $\vec{u}$

ب) المجموعة E هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها طويلة الشعاع $\dfrac{\left\|\vec{u}\right\|}{2}$



71 1) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MG}$

2) $M\in(E)$ تكافئ $\left\|-2\overrightarrow{MG}\right\|=4$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=2$

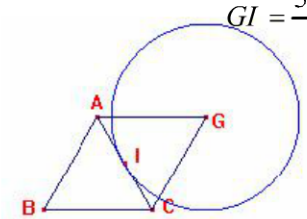
3) المجموعة (E) هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 2

72 1) الرباعي $ABCG$ فيه قطران متناصفان و ضلعان متتابعان متقايسان

2) أ) E هي الدائرة التي مركزها G

ب) منتصف $[AC]$ $\quad R=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ و نصف قطرها

$GI=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ لأن E نقطة من



73 1) نكتب

$G=\{\{(B,-1)(C,-1)\}(A,4)\}=\{(A,4)(I,-2)\}$

$G=\{(A,2)(I,-1)\}$

2) $A=\{(G,2)(B,1)(C,1)\}$ 3) هي الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها $R=\dfrac{BC}{2}$

74 1) ننشئ كما تقدم

2) نكتب من جهة :

$G=\{(A,1)\{(B,4)(C,-2)\}\}=\{(A,1)(J,2)\}$

أي أن $G\in(AJ)$ و من جهة أخرى :

$G=\{\{(A,1)(B,4)\}(C,-2)\}=\{(I,5)(C,-2)\}$

أي أن : $G\in(CI)$

3) نجد : $MI=MJ$ و مجموعة النقط هي محور القطعة $[IJ]$

4) نجد : $MG=\dfrac{4}{3}AC$ و مجموعة النقط هي الدائرة مركزها G و نصف قطرها $R=\dfrac{4}{3}AC$

75 1) نسمي $G_1=\{(A,3)(B,5)(C,2)\}$ و $G_2=\{(A,3)(C,2)\}$ نجد : $MG_1=MG_2$ والمجموعة E_1 هي محور القطعة $[G_1G_2]$

2) نجد : $\overrightarrow{MG_1}=\dfrac{3}{10}\overrightarrow{AC}$ و مجموعة النقط E_2 هي النقطة M التي تحقق هذه المساواة

3) نجد : $\left\|-5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right\|=10MG_2$ و مجموعة النقط E_3 هي الدائرة مركزها G_2 و نصف قطرها

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$R=\frac{\left\|-5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right\|}{10}$$

76 1) نكتب : $a\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+a\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ أي : $a\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right)=\overrightarrow{DB}$ لكن $ABCD$ مستطيل إذن $a=1$

2) نلاحظ أن :

$u(M)=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$ وَ

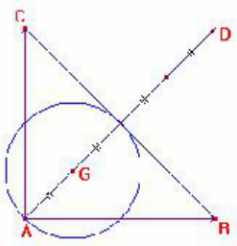
$v(M)=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}$

للشعاعان $u(M)$ وَ $v(M)$ نفس الطويلة

معناه $MD=\left\|\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}\right\|$ و مجموعة النقط هي الدائرة التي مركزها D و تشمل النقطة B

77 1) $M'=\{(A,-1)(B,1)(M,2)\}$ تكافئ

$\overrightarrow{MM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AI}$



استخلص

2) $M''=\{(A,1)(B,1)(M,-1)\}$ تكافئ

استخلص $\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IM''}=\vec{0}$

3) عندما تمسح النقطة M الدائرة التي مركزها A و تشمل I

أ) النقطة M' تمسح الدائرة التي مركزها I و تشمل A

ب) النقطة M'' تمسح الدائرة التي مركزها B و تشمل I

78 2) أ) $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ب) أكتب : $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}$ وَ $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}$

جـ) أنظر الشكل

د) $AG=\sqrt{2}$ ، $AD=4\sqrt{2}$

3) أ) نجد : $MG=\sqrt{2}$ دائرة مركزها G و نصف قطرها $R=\sqrt{2}$

79 1) بما أن $k+(k+1)+(k-1)+(-3k+1)=1$ فإن G معرفة من أجل كل قيمة لـ k

2) لاحظ أن $ABCD$ متوازي أضلاع و بالتالي : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ إذن :

$A=\{(B,1)(C,-1)(D,1)\}$

- باسخدام علاقة شال (أستعمل النقطة A في الأشعة $(\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GC},\overrightarrow{GD})$ و غستخدام العلاقة :

$k\overrightarrow{GA}+(k+1)\overrightarrow{GB}+(k-1)\overrightarrow{GC}+(-3k+1)\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

نجد :

$\overrightarrow{GA}+k\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

لكي نجد : $\overrightarrow{AG}=2k\overrightarrow{DB}$

3) مجموعة النقط هي المستقيم الذي شعاع توجيهه $\overrightarrow{DB}$ و يشمل النقطة A

80 1) ننشئ كما تقدم النقطتين :

$G_1=\{(A,2)(B,1)(C,-1)\}$ وَ

$G_{-1}=\{(A,2)(B,-1)(C,1)\}$ وَ النقطة I

2) النقطة G_k لأن ك

$(k^2+1)+(k)+(-k)\neq 0$ من أجل كل عدد حقيقي k

- باستخدام علاقة شال في المساواة :

$(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}=k\overrightarrow{G_kC}-k\overrightarrow{G_kB}$ (النقطة B في $(\overrightarrow{G_kC})$ نجد $\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

3)إذا انطبقت N على G_k فإن G_k يقع على (BC) و يكون عندئذ معامل النقطة A معدوم أي أن :

$k^2+1=0$ وَ هذا مستحيل على المجموعة IR

4)لاحظ أن الدالة f متناقصة على المجال $[-1,+1]$ ، النهاية الحدية الكبرى هي $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ و النهاية الحدية الصغرى هي $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$

5) مجموعة النقط G_k هي القطعة المستقيمة $[G_{-1}G_1]$ من المستقيم الذي يوازي $\overrightarrow{BC}$ وَ يشمل A

81 : 1) المثلث ABC قائم في B 2) (Γ_1) هو المستقيم الموازي لـ AC و يشمل $G=\{(A,1)(B,2)(C,1)\}$

3) (Γ_2) هي الدائرة التي مركزها $G=\{(A,1)(B,2)(C,1)\}$ و نصف قطرها $R=\frac{1}{4}AC$

4) أ) لاحظ أن : $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ وَ $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\left\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right\|$

ب) نعوض النقطة M بالنقطة B في المساواة 4) بالنسبة لـ B' لاحظ أنه و بعد التعويض

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$\left\|2\overrightarrow{BB'}\right\| = \left\|\overrightarrow{AC}\right\|$ و $\overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'C} = \vec{0}$

جـ)

82 1) نكتب :

$G = \{\{(A,1)(B,2)\}(C,3)\} = \{(J,3)(C,3)\}$ أي

أن $G \in (JC)$ ثم G منتصف $[JC]$

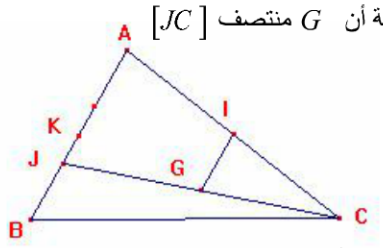
2) الشعاعان $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ و

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}$ مرتبطان خطيا معناه $\overrightarrow{MG} // \overrightarrow{MI}$ حيث :

منتصف $[AC]$ و المجموعة (E) هي المستقيم (IG)

3) يمكن لذلك استعمال النقطة K منتصف $[AB]$

و بملاحظة أن G منتصف $[JC]$



83 1) لاحظ أن :

$G = \{\{(A,1)(C,1)\}(B,2)\} = \{(I,2)(B,2)\}$

حيث : I منتصف $[AC]$ و بالتالي G منتصف $[IB]$

2) (E_1) هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها

$R = \dfrac{AC}{4}$

3) أ) لاحظ أن : $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

للتحقق نعوض النقطة N بالنقطة B

ب) المجموعة (E_2) هي الدائرة مركزها G و تشمل

النقطة B

84 1) المجموعة (Δ) هي محور القطعة $[G_1G_2]$ حيث

: $G_1 = \{(A,1)(B,1)(C,1)\}$

و $G_2 = \{(D;4)(E,-1)\}$

2) لاحظ أن : $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{ED}$ و باعتبار

$G_3 = \{(A,1)(B,-1)(C,1)\}$ المجموعة (Γ) هي

الدائرة التي مركزها

النقطة G_3 و نصف قطرها ED

85 1) $J = \{(A,3)(B,-2)(C,4)\}$

2) نبرهن أن : $\overrightarrow{AC} = \dfrac{4}{3}\overrightarrow{GC}$

3) هي الدائرة مركزها I و نصف قطرها IA

86 1) يكون G_k إذا وفقط إذا كان : $k \in IR - \{0\}$

2) نستعمل علاقة شال و المساواة :

$k\overrightarrow{G_kA} - \overrightarrow{G_kB} + \overrightarrow{G_kC} = \vec{0}$

2) الرباعي $ABCG_1$ متوازي أضلاع لأن :

$\overrightarrow{AG_1} = \overrightarrow{BC}$ 3) هو نصف مستقيم حده G_1 و يوازي

(BC)

87 1) G_m موجود لأن :

$(2m) + (1-m) + (2-m) \neq 0$ من أجل كل عدد حقيقي

m

2) $G_1 = \{(A,2)(B,0)(C,1)\}$ في الثلث من $[AC]$

قريبا من A

3) $\overrightarrow{AG_m} = \dfrac{1-m}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}$

4) نستعمل العلاقة المبرهنة في 3) و علاقة شال

4) مجموعة النقط هي المستقيم الموازي لـ $\overrightarrow{AD}$ و يشمل

G_1

88 1) $G = \{(A,2)(B,-3)(C,-5)\}$ و تكون

إحداثيي G في المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$: $G\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{6}\right)$

ملاحظة : نتناول بنفس الطريقة 2) و 3)

89 2) $G(1,0)$ 3) ب) بحساب المركبتين السلميتين

لـ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ 4) $C = \{(A,-6)(B,1)\}$

90 2) $M\left(\dfrac{5}{2},0\right)$ و $N(0,5)$ 3) أ) $I\left(\dfrac{3}{2},2\right)$

ب) $\overrightarrow{MI} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{MN}$ جـ) $I = \{(M,3)(N,2)\}$

91 2) $G\left(-\dfrac{2}{3},1\right)$ 3) $H(-5,4)$ 4) ليست في

استقامية

92 2) $G(-5,6)$ 3) $K\left(\dfrac{3}{5},-\dfrac{14}{5}\right)$ 4)

$G = \{(A,-3)(B,-2)(C,4)\} = \{(K,5)(C,4)\}$

أي أن $G \in (KC)$

بالحساب نجد : $\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix}-7\\11\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix}-\frac{7}{5}\\\frac{11}{5}\end{pmatrix}$

و منه : $\overrightarrow{CG} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{CK}$

93 1) لأن : $3+7 \neq 0$ 2)

$G\begin{pmatrix}\frac{11}{10}\\-\frac{4}{4}\end{pmatrix}$ 3) $\overrightarrow{OG} = \dfrac{3}{10}\overrightarrow{OA} + \dfrac{7}{10}\overrightarrow{OB}$

94 2) $G(5,-6)$ 3) يمر المستقيم (BG) بمبدأ

المعلم O إذا وفقط إذا كان : $\overrightarrow{OB} // \overrightarrow{OG}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

95 2) $H(2,6)$ 3) $G\left(2,\frac{13}{3}\right)$ 4) بفرض :

$x+1\neq 0$ و نحل الجملة : $\begin{cases}\frac{2-x}{1+x}=1\\ \frac{1+5x}{1+x}=\frac{5}{2}\end{cases}$ و x غير موجود

96 1) $BCDE$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{ED}$ أي $E(4,-1)$ 2) $G\left(\frac{5}{3},-\frac{1}{3}\right)$

3) لدينا : $L=\{(B,1)(C,1)(D,1)(E,1)\}$ و منه : $L(1,-2)$ و نبرهن أن : $\overrightarrow{LA}=3\overrightarrow{LG}$

4) أ) استعمل خواص الجمع الشعاعي في الهندسة التحليلية و G هو مركز ثقل المثلث ABD

5) نكتب :

$G=\{(A,2)\{(B,1)(C,1)\}\{(D,1)(E,1)\}\}$

$G=\{(A,2)(I,2)(J,2)\}=\{(A,1)(I,1)(J,1)\}$

97 1) $B'(4,2)$ و $K(2,1)$ 2) $(\alpha,\beta)=\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$ 3) $J\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$ 4) لاحظ أن $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{IJ}$

98 نكتب : $100\overrightarrow{GA}+x\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ و نلاحظ أن : $\overrightarrow{GB}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AG}$ نجد : $M_B=40g$

99 $G=\{(H,1)(H',1)(O,16)\}=\{(I,2)(O,16)\}$

$G=\{(I,1)(O,8)\}$ حيث : I منتصف $[HH']$ و ننشئه

باستخدام المساواة : $\overrightarrow{IG}=\frac{8}{9}\overrightarrow{IO}$ و لحساب المسافة OG

نلاحظ أن $OI=OH\cdot\sin(52,5°)$ و $OG=\frac{1}{9}OI$

100 نعتبر في المعلم $(A,\vec{i},\vec{j})$ النقط :

$A(0,0),B(0,18),C(13,18),D(25,0)$ و

نحسب إحداثيي مركز

المسافات المتساوية لهذه النقط

101 الطريقة الأولى :

1) مركز عطالة الصفيحة $IBCD$ و H مركز عطالة الصفيحة $AIEF$ و بالتالي مركز عطالة الصفيحة $ABCDEF$ هو مركز عطالة O و H إذن $G\in(OH)$

2) بنفس الطريقة لكن نعتبر المستطيلين $ABCJ$ و $JDEF$ نبرهن أن $G\in(O'H')$ استخلص

الطريقة الثانية :

$G=\{(O,2)(H,3)\}$ لأن مساحة المستطيل $IBCD$ هي 2 و مساحة المستطيل $AIEF$ هي 3

في المعلم $(A,\vec{I},\vec{J})$ لدينا : $H\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ و $O\left(2,\frac{1}{2}\right)$ و بالتالي : $G\left(\frac{11}{10},\frac{11}{10}\right)$

102 الطريقة 1 : نعتبر O_1 مركز المستطيل $ABCI$ و O_2 مركز المستطيل $IDEF$ و مركز عطالة الصفيحة هو $G=\{(O_1,2)(O_2,4)\}=\{(O_1,1)(O_2,2)\}$

وهناك طرق أخرى

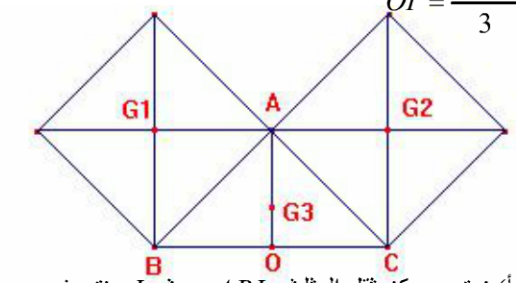
103 نحسب إحداثيي مرجح الجملة :

$\{K_{300}(5,5),L_{600}(15,5),J_{100}(10,15)\}$

104 2) $I\in(OA)$ لأن : A هو منتصف $[G_1G_2]$ و G_3 ينتمي إلى (OA)

3) لاحظ أن : $I=\{(G_1,36)(G_2,36)(G_3,18)\}$

4) $OI=\frac{14\sqrt{2}}{3}$



105 أ) نعتبر مركز ثقل المثلث ABI حيث I منتصف $[AC]$ المثقل بالمعامل 3 و مركز ثقل المثلث CID المثقل بالمعامل 1

ب) هو مركز ثقل مراكز ثقل المثلثات OAB,OAD,ODC

جـ) هو مرجح الجملة $\{(O_1,1)(O_2,4)\}$ حيث O_1 مركز الدائرة ذات أصغر نصف قطر

د) نعتبر الخمس مستطيلات الأفقية المثقل بالمعامل 5 و مركز الثلاث مستطيلات الأخرى المثقلة بـ 3

106 : يمكن إعتبار مراكز الثلاث مربعات التي تقايس المربع المنزوع المثقلة بنفس المعامل

أو إعتبار مركز أحد المربعات المثقل 1 و المستطيل (إتحاد مربعين) المثقل 2

109 1) الشعاعان $\overrightarrow{PB}$ و $\overrightarrow{PC}$ مرتبطان خطيا إذن يوجد عدد حقيقي p بحيث : $\overrightarrow{PB}=p\overrightarrow{PC}$ إذن :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$P=\{(B,1)(C,-p)\}$ و بنفس الطريقة بالنسبة لـ Q و R

2) نستعمل السؤال السابق لإثبات أن :

$$P\begin{pmatrix}\frac{1}{p-1}\\ \frac{p}{p-1}\end{pmatrix}\quad Q\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{1-q}\end{pmatrix}\quad R\begin{pmatrix}\frac{r}{r-1}\\ 0\end{pmatrix}$$

3) نستعمل $\overrightarrow{PQ}\ //\ \overrightarrow{PR}$

4) $\overrightarrow{PC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

110 2) لاحظ أن G هو نقطة تقاطع المتوسطين في المثلث ABC إذن G هو مركز ثقله

3) ب) نكتب : $K=\{(A,1)(B,1)(C,1)(C,-2)\}$

$K=\{(G,3)(C,-2)\}$

4) أ) من العلاقة (1) و باستعمال علاقة شال نجد :

$\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{AG}-2\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

ب) نكتب :

$A=\{(D,1)(G,3)(C,-2)\}=\{(D,1)(K,1)\}$

5) المجموعة (E) هي محور القطعة $[AI]$

6) أ) I_m موجود إذا و فقط إذا كان : $m\in IR-\{-1\}$ ب) نكتب : $I_m=\{(D,m)(K,1)\}$ و العلاقة الشعاعية : $m\overrightarrow{I_mD}+\overrightarrow{I_mK}=\vec{0}$ و علاقة شال

جـ) الدالة متناقصة تماما على مجموعة تعريفها

د) و المحل الهندسي للنقطة I_m هو المستقيم (AD) بإستثناء D

111 1) المحل الهندسي للنقطة G_m هو المستقيم Δ الذي يشمل A و يوازي $\overrightarrow{BC}$

3) في المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ النقطة I هي تقاطع (BG_m) وَ محور التراتيب و يمكن لذلك تعيين معادلة المستقيم (BG_m) و نفس الشيء بالنسبة للنقطة J (لكن مع محور الفواصل)

و للبرهان على أن النقط J,I,O في استقامية نعبر عن $\overrightarrow{OJ}$ بدلالة $\overrightarrow{OI}$

112 1) لأجل $k=-1$

أ) $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{IA}$ ب) التحويل هو إنسحاب شعاعه $2\overrightarrow{IA}$

2) لأجل : $k=2$ جـ) نكتب :

$G=\{(A,2)(B,-1)(C,2)\}=\{(J,1)(B,-1)\}$

وبالتالي $G\in(BJ)$

د) $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$ هـ) التحويل هو تحاكي مركزه G و نسبته (- 2)

3) أ) المجموعة (E_1) هي الدائرة التي قطرها $[B'C']$ حيث B',C' صورتا B,C بالإنسحاب

ب) المجموعة (E_2) هي الدائرة التي قطرها $[B"C"]$ حيث B',C' صورتا B,C بالتحاكي

113 1) بالتبادل الداخلي $\widehat{IAC}=\widehat{ACD}$ وَ $\widehat{CDA}=\widehat{IAB}$ استخلص

و باستخدام مبرهنة طاليس يمكن أن نكتب :

$\frac{IB}{IC}=\frac{AB}{AD}$ لكن : $AD=AC$ و منه النتيجة

2) من المساواة : $\frac{IB}{IC}=\frac{AB}{AC}$ يمكن أن نكتب :

$b\overrightarrow{IB}=c\overrightarrow{CI}$ و بالتالي : $I=\{(B,b)(C,c)\}$

3)

$$a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+c\overrightarrow{OC}=a\overrightarrow{OA}+\left(b\overrightarrow{OI}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{OI}+c\overrightarrow{IC}\right)$$

$$a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+c\overrightarrow{OC}=a\overrightarrow{OA}+(b+c)\overrightarrow{OI}$$

لأن : $I=\{(B,b)(C,c)\}$

و بما أن : $O=\{(A,a)(B,b)(C,c)\}$ فإن :

$O\in(AI)$ و بالتالي : $a\overrightarrow{OA}+(b+c)\overrightarrow{OI}=\vec{0}$

و بطريقة مماثلة نبرهن أن : $O\in(CK)$ وَ $O\in(BJ)$

114 I - 1) أ) وَ ب) لاحظ أن : مساحة ($AA'B$) $=\frac{1}{2}dAB=\frac{1}{2}hA'B$

وَ أن : مساحة ($AA'C$) $=\frac{1}{2}dAC=\frac{1}{2}hA'C$

وبالتالي : $\frac{h}{d}=\frac{AB}{A'B}=\frac{AC}{A'C}$

و بالتالي : $A'=\{(B,b)(C,c)\}$

2) نتناول بنفس الطريقة

3) نعتبر العبارة الشعاعية : $a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}$ و نكتبها على ثلاثة طرق كما في التمرين 113

II 1) أ) لاحظ أن : $tg\beta=\frac{AK}{BK}$ وَ $tg\gamma=\frac{AK}{KC}$ و بالتالي $\frac{KB}{KC}=\frac{tg\gamma}{tg\beta}$

ب) بجداء الوسطين و الطرفين (استعمل الأشعة مع مراعاة التوجيه) نجد : $K=\{(C,tg\gamma)(B,tg\beta)\}$

جـ) نتناول بنفس الطريقة

د) انظر الفرع I

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

115 I - يطلب دراسة تغيرات الدالة f

II 1) أ) المحل الهندسي للنقطة K هي القطعة المستقيمة $[AA']$ حيث $A'(4,8)$

المحل الهندسي للنقطة L هي القطعة المستقيمة $[OO']$ حيث $O'(0,8)$

ب) G_1 ثابتة لأن : $G_1\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3}\right)$ وبما أن :

$G_2\left(\frac{4}{3},\frac{8-k}{3}\right)$ فإن G_2 تتغير على المستقيم الذي معادلته : $x=\frac{4}{3}$

2) مساحة $(AKL)=2k$ وَ مساحة $(OAL)=2(8-k)$

3) أ) لأجل ذلك نحسب إحداثيي النقطتين G_1 وَ G_2 ثم نحسب إحداثيي G مرجح النقطتين G_1 وَ G_2 المثقلتين بالعددين $2k$ وَ $2(8-k)$ على الترتيب

ب) نتحقق أن إحداثيي النقطة G تحقق معادلة الدالة f ومجموعة النقط G هي النقط من منحني الدالة f و التي فواصل إحداثييها من المجال $[0,8]$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM