السرعة الزاوية ω للدوران و اعتمادا على ما سبق يمكننا كتابة: $E_c = \sum_i E_{ci} = \sum_i \frac{1}{2} m_i . R_i^{\,2} . \omega^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i^{\,2} . \omega^2$)

بيّن أن عبارة الطاقة الحركية في الحركة الدورانية لجسم صلب تكتب على الشكل: $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta}\, \omega^2$ حيث $J_{/\Delta} = \sum_i m_i . R_i^{\,2}$ يمثل عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحور الثابت (Δ) . ..... (لدينا مما سبق : $E_c = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i^{\,2} . \omega^2$

و بالتعريف $J_{/\Delta} = \sum_i m_i . R_i^{\,2} \Leftarrow E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$) .

نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت (Δ) هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) لهذا الجسم: $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$.

☒ ملاحظة : لاحظ التشابه بين عبارتي الطاقة الحركية الانسحابية $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ و الطاقة الحركية الدورانية $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta}\, \omega^2$ حيث عوّض :

- المقدار الذي يقيس العطالة الانسحابية (الكتلة m) بالمقدار الذي يقيس العطالة الدورانية (عزم العطالة $J_{/\Delta}$) .
- السرعة الخطية v بالسرعة الدورانية ω .

● **حلول بعض التمارين (صفحة72)**

التمرين 1

- خطأ : لأن شعاع السرعة في حركة منتظمة ثابتا في الشدة ولكن يغير اتجاهه خلال الزمن . لذا لا يمكن لجسم معزول أن يتحرك بحركة دائرية منتظمة .
- صحيح : في الواقع هذه السعة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية دائما صحيحة ليس فقط في الحركة الدائرية المنتظمة .
- خطأ : لأن الطاقة ليست مقدار شعاعي و لكن الطاقة هي مقدار سلمي، لذا لا يمكن لشكل منه أن يكون مقدارا شعاعيا .
- خطأ : الطاقة الحركية هي شكل من أشكال الطاقة و وحدتها هي وحدة الطاقة أي الجول (J) .
- صحيح : تعريف الحركة الانسحابية هو أن يكون لكل نقاط الجسم نفس السرعة ، ومنه فإن سرعة نقطة كيفية منه هي سرعة الجسم .
- خطأ : في الحركة الدورانية ليس لكل نقاط الجسم نفس السرعة و لهذا فإن الطاقة الحركية للجسم تتعلق بسرعة كل نقطة مادية من هذا الجسم أي بكيفية توزيع هذه النقاط بالنسبة لمحور الدوران . يميز هذا التوزيع عزم عطالة الجسم المحرك .
- نعم : يساعد النشاط 2 من الفقرة 3-5 في فهم كيف تبدى الأجسام الصلبة التي تدور حول محور ثابت مقاومتها للأثر الدوراني التي ندعوها العطالة الدورانية .
- خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الانسحابية بمعلم الدراسة لأن السرعة الانسحابية تحسب بالنسبة لمعلم .
- خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الدورانية بموضع محور الدوران لأن عزم عطالة الجسم المتحرك يتعلق بمحور الدوران ، أي أن كيفية توزيع نقاط الجسم الصلب تتعلق بموضع محور الدوران .
- خطأ : إذا تغيرت سرعة الجسم فإن طاقته الحركية بالضرورة تتغير .
- صحيح : لأن الطاقة الحركية دالة حالة معرّفة في كل لحظة .

التمرين 2

عقرب الساعات : $\omega_1 = \frac{2\pi}{86400} = 7{,}27\times10^{-5}(\frac{rd}{s})$

عقرب الدقائق : $\omega_1 = \frac{2\pi}{3600} = 1{,}74\times10^{-3}(\frac{rd}{s})$

عقرب الثواني : $\omega_1 = \frac{2\pi}{60} = 10{,}47\times10^{-2}(\frac{rd}{s})$

السرعة الزاوية هي النسبة بين الزاوية الممسوحة على الزمن اللازم لمسحها.

التمرين 3

$$\omega_T = \omega_1 = \frac{2\pi}{24\times60\times60} = 7{,}27\times10^{-5}(\frac{rd}{s})$$

التمرين 4

إذا رمزنا لعدد الدورات التي يدورها جسم حول محور معين في الدقيقة بالرمز N و فإن العلاقة التي تربطها بالسرعة الزاوية ω

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

هي : $N=\frac{60}{2\pi}\omega$ أو $\omega=\frac{2\pi N}{60}$ أي إذا كانت السرعةالزاوية تساوي 2π $(\frac{rd}{s})$ يدور الجسم60 دورة في الدقيقة أي دورة في الثانية . من أجل جسم يدور 300 دورة في الثانية سرعته الزاوية تساوي : $\omega=2\pi N=6,28\times300=1884\ (\frac{rd}{s})$

التمرين 5

$$N=\frac{60}{2\pi}\omega=\frac{60\times10}{2\pi}=95,54\ (tr/mn)$$

التمرين 6

استطاعة المزدوجة هي عمل هذه المزدوجة على وحدة الزمن : $P=\frac{\mathcal{M}\theta}{t}=\mathcal{M}\omega=100\times6=600\ W$

التمرين 7

$$W=\mathcal{M}\theta=Fd\theta=100\times0,1\times20\pi=628\ (J)$$

التمرين 8

- سالبة لأن القوتان تعرقلان حركة الجسم .
- $W=\mathcal{M}\theta=Fd\theta=15\times0,1\times100\pi=471\ (J)$

التمرين 9

$$W_R=-\mathcal{M}\theta=-Fd\theta=-5\times0,1\times20\pi=-31,4\,(J)$$
$$W_M=\mathcal{M}\theta=Fd\theta=7\times0,03\times20\pi=13,2\,(J)$$

العمل الكلي (سؤال لم يطرح في التمرين يستحسن طرحه) : $W=W_R+W_M=13,2-31,4=-18,2\ (J)$

التمرين 10

1 - مدة دوران الشمس حول الأرض (الدور) .
2 - مدة الدورة + طول عقرب الساعة .
3 - الإستطاعة + عدد دوران المحرك في الدقيقة (N) .
4 - الإستطاعة + عدد دوران المحرك في الدقيقة .

التمرين 11

$$v_1=R_1\omega=\frac{2\pi NR_1}{60}=\frac{6,28\times20\times0,25}{60}=0,52\,(m/s)$$

$$v_2=R_2\omega=\frac{2\pi NR_2}{60}=\frac{6,28\times20\times0,5}{60}=1,05\,(m/s)$$

التمرين 12

- السرعة الزاوية للقمر الاصطناعي هي نفسها للتي للأرض حول محورها : $\omega_S=\frac{2\pi}{24\times60\times60}=7,27\times10^{-5}(\frac{rd}{s})$
- السرعة الخطية : $v=R\omega_S=(R_T+h)\omega_S=(6400+36000)\times1000\times7,27\times10^{-5}=3080\ (m/s)$

أي : $v=3080\times3600/100=11100\ km/h$

التمرين 13

السرعة الزاوية لكل عجلة : $\omega=\frac{v}{R}=\frac{100000}{3600\times0,35}=79,4\ (rd/s)$

الزاوية الممسوحة : المساقة المقطوعة $s=R\theta$ و منه $\theta=\frac{s}{R}=\frac{1000}{0,35}\approx2857\ (rd)$

التمرين 14

السرعة الزاوية لكل عجلة : $\omega_1=\frac{v}{R_1}=\frac{7500\times2}{3600\times0.5}=8,3\,(rd/s)$ ؛ $\omega_2=\frac{v}{R_2}=\frac{7500\times2}{3600\times1}=4,2\,(rd/s)$

الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة واحدة : $\theta=\pi\ (rd)$ أي نصف دورة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 15

1 - يستحسن لف الحبل على البكرة التي لها قطر أصغر حتى تقل شدة القوة التي تسحب الحبل على البكرة الكبيرة .

2 - قوة السحب F عندما يصعد الجسم بسرعة ثابتة أي عندما يحدث تساوي العزمان اللذان يديران البكرة :

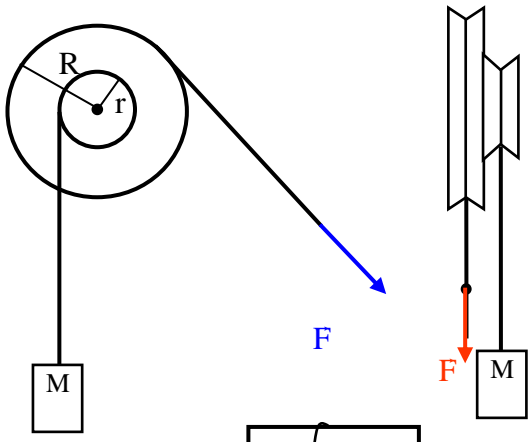
$$F = \frac{r}{R}P = 1000 \times \left(\frac{10}{50}\right) = 200\ N \quad \Leftarrow \quad F.R = P.r$$

3 - $h = r\theta_0 = 2\ m$ لأن الحمولة معلقة على البكرة الصغيرة .

طول الحبل $l = R\theta_0$ لأن حبل السحب على البكرة R الكبيرة

و منه : $l = R\left(\frac{h}{r}\right) = 10\ m$

4 - الزاوية الممسوحة هي : $\theta_0 = \left(\frac{h}{r}\right) = 20\ rd$



التمرين 16

القوة التي يجب تطبيقها على المقبض لجعل الملفاف في حالة توازن :

تخضع البكرة المتحركة لثلاث قوى الثقل P توتر الخيط علي الجهتين T و T' .

شرط التوازن : $P = T + T'$

الثقل P مطبق في مركز البكرة (على نفس البعد T و T')

نستنتج أن : $T = T'$ و تصبح عبارة التوازن : $P = 2T$.

وكذلك الملفاف يخضع لثلاث قوى : التوترين T و T' و القوة F .

شرط التوازن ينص على أن مجموع عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في جهة عقارب الساعة يساوي إلى مجموع عزوم القوى التي تدير الملفاف في الجهة المعاكسة .

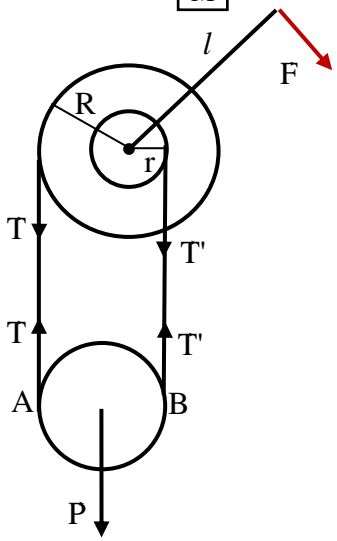
$Fl + T'r = TR$ ، لكن $T = T' = \frac{P}{2}$ ومنه نستنتج $Fl = \frac{P}{2}(R - r)$

ونجد أخيرا : $F = \frac{P}{2l}(R - r)$

ت.ع : $F = 25\ N$

تكون القوة F صغيرة كلما كان الفرق بين نصف القطرين صغيرا .

- في حالة ما إذا كان $R = r$ يكون عزمي T و T' متساويين بحيث مهما تكن القوة F صغيرة تدير الملفاف le treuil .



التمرين 17

1/ لا: لأن المزدوجة العظمى تكون عند سرعة دوران المحرك 3500tr/mn .

و الاستطاعة العظمى عندما يدور المحرك بسرعة 6000 tr/mn .

ملاحظة : ورد خطأ في النص حيث أن قيمة السرعة هي 6000 و ليس 600 .

2/ $\mathcal{M} = \frac{60}{2\pi N}P$ يوافق السرعة العظمى عند الاستطاعة العظمى P : $\mathcal{M} = \frac{60 \times 120 \times 1000}{6{,}28 \times 6000} = 191\ N.m$

3/ $P = \mathcal{M}\frac{2\pi N}{60} = \frac{170 \times 6{,}28 \times 3500}{60} = 63{,}2\ kW$

4/ $P = Fv \quad \Leftarrow \quad F = \frac{P}{v} = \frac{120000 \times 3600}{210000} = 2057\ N$

التمرين 18

1- الطاقة الحركية للكرة و هي تنزلق ولا تتدحرج أي أن لها حركة انسحابية و طاقتها الحركية تكتب على الشكل :

$$E_c = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}0{,}5 \times 5^2 = \frac{25}{4} = 6{,}25\ (J)$$

2- لو كانت تدور حول محور فإن طاقتها الحركية تكتب على الشكل : $E_{cR} = \frac{1}{2}J_{/\Delta}\omega^2$

حيث $J_{/\Delta}$ عزم عطالة الكرة : $E_{cR} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\omega^2$ و منه نستنتج $\omega = \sqrt{\frac{5}{2}}\left(\frac{v}{R}\right) \approx 79\ rd/s$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 19

العمل الذي يبذله لقطع مسافة d : $W = Fd = 20\times1000 = 20\ kJ$

الاستطاعة التي يبذلها : $P = Fv = 20\dfrac{25000}{3600} \approx 139\ W$

الاستطاعة التي سوف يبذلها : $P' = (F + P\times5\,\%)v = (20 + 900\times\dfrac{5}{100})\dfrac{25000}{3600} \approx 451\ W$

عندما يصعد الدراج طريقا مائلا تضاف مركبة الثقل الموازية لاتجاه الحركة إلى قوة الاحتكاك .

التمرين 20

مبدأ انحفاظ الطاقة : الطاقة الابتدائية + الطاقة المكتسبة – الطاقة المفقودة = الطاقة النهائية

$E_c = 0 - Pt + 0$

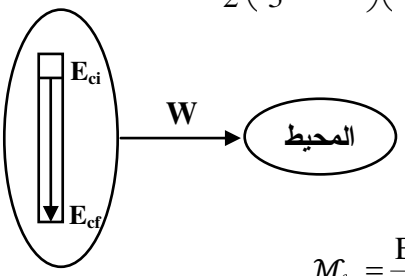
بما أن الحركة دورانية : $E_c = \dfrac{1}{2}J_{/\Delta}\omega^2$ و منه نستنتج الزمن اللازم للأسطوانة حتى تدور، انطلاقا من السكون ، بسرعة 1750 tr/mn :

$$t = \frac{m\pi^2N^2R^2}{3600P} = \frac{250\times10\times1750^2\times0,75^2}{3600\times3000} \approx 393\ s$$

التمرين 21

1 - الطاقة الحركية للجملة : $E_c = E_{c\,b} + E_{c\,2m} = \dfrac{1}{2}J_{/\Delta}\omega^2 + 2\times\dfrac{1}{2}m'l^2\omega^2$ أي بعد الاختزال نجد :

$$E_c = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{3} + 2m'\right)\left(\frac{2\pi Nl}{60}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{0,5}{3} + 2\times0,2\right)\left(\frac{6,28\times100\times0,5}{60}\right)^2 = 7,76\ J$$



2 - مبدأ حفظ الطاقة : $0 = P.t - 0 + E_c$

أي : $P = \dfrac{E_c}{t} = \dfrac{14,25}{600} = 13\ mW$

3 - عزم قوى الاحتكاك :

$$\mathcal{M}_f = \frac{E_c}{\theta} = \frac{14,25}{400\times6,28} = 3\times10^{-3}\ N.m \Leftarrow W = \mathcal{M}_f\,\theta = E_c$$

التمرين 22

1- يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :

- مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم ($\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$) .
- مجموع الجبري لعزوم القوى الطبقة عليه معدوم ($\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$) .

2- $F_1 + F_2 + F_3 + R = 0$ و $\mathcal{M}_{F_1/O} + \mathcal{M}_{F_2/O} - \mathcal{M}_{F_3/O} + \mathcal{M}_{R/O} = 0$

ملاحظة : $\mathcal{M}_{R/O} = 0$ لأن نقطة تطبيقها هي نفسها النقطة O . نستنتج : $\mathcal{M}_{F_3/O} = \mathcal{M}_{F_1/O} + \mathcal{M}_{F_2/O}$ أي :

$$\mathcal{M}_{F_3/O} = F_1.d_1 + F_2.d_2 = F_1.OA.\sin 60 + F_2.OB\sin 60$$

ت.ع : $\mathcal{M}_{F_3/O} = 124\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

نستنتج شدة القوة من عبارة عزمها : $\mathcal{M}_{F_3/O} = F_3OC\sin 60 = 124\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ و نجد : $F_3 = 310\ N$

4 - عزم الفعل بالنسبة للمحور معدوما إذا ليس له أثر دوراني لكنه يحقق أحد شرطي التوازن :

$$F_1 + F_2 + F_3 + R = 0$$

$$R_X = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X} = \frac{1}{2}(F_1 + F_2 + F_3)$$

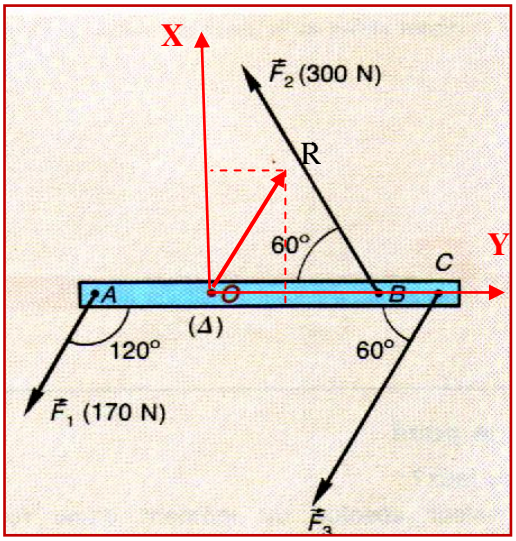
$$R_Y = F_{1Y} - F_{2Y} + F_{3Y} = \frac{\sqrt{3}}{2}(F_1 - F_2 + F_3)$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ت.ع : $R_X = \frac{1}{2}780 = 390\ N$

و $R_Y = \frac{\sqrt{3}}{2}180 \approx 156\ N$ و $R = 420\ N$

$$\theta = 21{,}8° \Leftarrow \quad tg(\overrightarrow{OC}, R) = \frac{R_y}{R_X}$$



التمرين 23

1- $\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)} = F_1(2l) = 0{,}4\times 6 = 2{,}4\ N.m$

$\mathcal{M}_{(\vec{F}_3,\vec{F}_4)} = -F_3(4l) = -0{,}8\times 2 = -1{,}6\ N.m$

2- $\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)} + \mathcal{M}_{(\vec{F}_3,\vec{F}_4)} = 2.4 - 1{,}6 = 0{,}8\,N.m$

3 - ليس في حالة توازن .

4 - لازم إضافة عزم $\mathcal{M} = 0{,}8\,N.m$

5- $\mathcal{M}_{(\vec{F}_5,\vec{F}_6)} = 0{,}8\ N.m = F_5\times(0{,}8)$ أي $F_5 = F_6 = 1\ N$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM