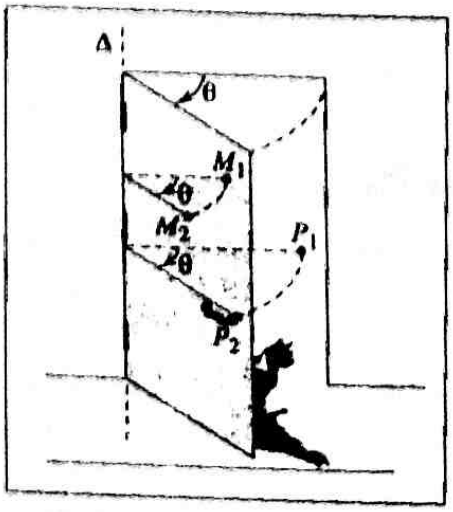
3 . العمل و الطاقة الحركية (الحركة الدورانية)



مراجعة : الحركة الدورانية

1ـ الدوران حول محور ثابت

ـ نقول عن جسم صلب أنه في حالة دوران حول محور ثابت (Δ) :

✓ إذا كانت كل نقاط الجسم الموجودة على محور الدوران تبقى ساكنة لا تتحرك .

✓ كل نقطة من الجسم الصلب تشكل قوس من دائرة متمركزة على محور الدوران و في مستوى عمودي على المحور(Δ) .

✓ الزاوية الممسوحة بين لحظتين معينتين هي نفسها بالنسبة لكل نقاط الجسم . هذه الزاوية تدعى بزاوية الدوران .

السرعة :

ينتقل جسم نقطي من الموضع M_1 في اللحظة t_1 الى الموضع M_2 في اللحظة t_2 .

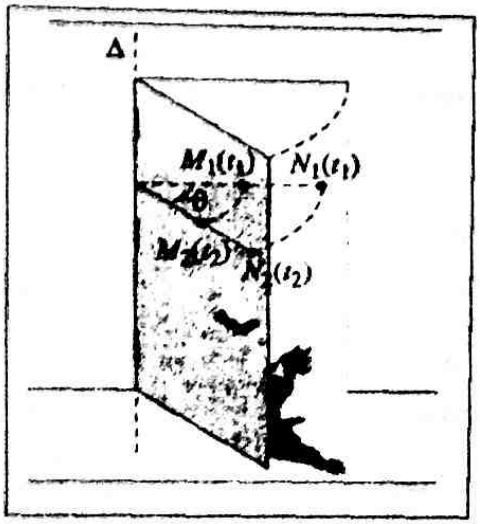
المسافة المقطوعة على الممسار بين اللحظتين t_1 و t_2 ممثلة بالقوس $L = M_1M_2$.

الزاوية الممسوحة بين اللحظتين t_1 و t_2 ممثلة بالقيمة : θ

ـ السرعة المتوسطة :

السرعة المتوسطة هي حاصل قسمة المسافة s المقطوعة وفق المسار بين لحظتين t_1 و t_2 على المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ اللازمة لقطع هذه المسافة أي :

$$V_m = \frac{L}{\Delta t}$$



نعبر على طول القوس L بالمتر و الزمن Δt بالثانية فتكون وحدة السرعة : المتر على الثانية (m/s) .

2ـ السرعة الزاوية للجسم

خلال الدوران كلما كانت نقطة من الجسم بعيدة عن محور الدوران كلما كبر طول القوس الذي تدوره و بالتالي ليست لكل نقاط الجسم نفس السرعة .

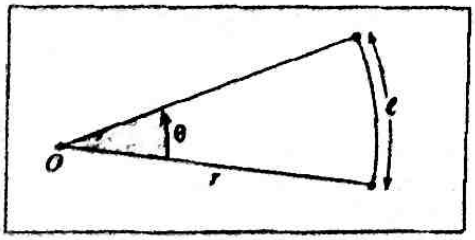
و بالمقابل بما أن كل النقاط تدور بنفس زاوية الدوران فإنه من الأفضل تحديد سرعة الجسم بالتغير في هذه الزاوية خلال لحظات زمنية و التي ندعوها بالسرعة الزاوية و التي هي نفسها لكل نقاط الجسم .

ـ السرعة الزاوية المتوسطة

هي حاصل قسمة الزاوية θ الممسوحة بين لحظتين t_1 و t_2 على المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ اللازمة لقطع هذه المسافة أي :

$$\omega_m = \frac{\theta}{\Delta t}$$

نعتبر في نظام الوحدات الدولي وحدة الزاوية بالراديان (rd) و الزمن Δt بالثانية (s) فتكون وحدة السرعة الزاوية ω بالراديان على الثانية (rd/s) .



العلاقة بين السرعة و السرعة الزاوية

من أجل نقطة M من جسم صلب في حالة دوران على محور ثابت (Δ) تبعد عنه بمقدار r فإن المسافة المقطوعة خلال مجال زمني $\Delta t = t_2 - t_1$ تعطى بالعبارة

$$L = r\,\theta$$

قيمة السرعة المتوسطة : $V_m = \frac{L}{\Delta t} = r \cdot \theta / \Delta t$

و منه العلاقة بين السرعة و السرعة الزاوية :

$$V_m = r \cdot \omega_m$$

قلي الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مثـــال :
عجلة السلاطة نصف قطرها $r = 11\ cm$ تدور بسرعة دوران ثابتة تقدر بـــ $720\ tr/mn$
a ــ احسب قيمة السرعة الزاوية للعجلة بـــ rd/s
b ــ احسب سرعة قطعة من السلاطة لاصقة على حافة العجلة .

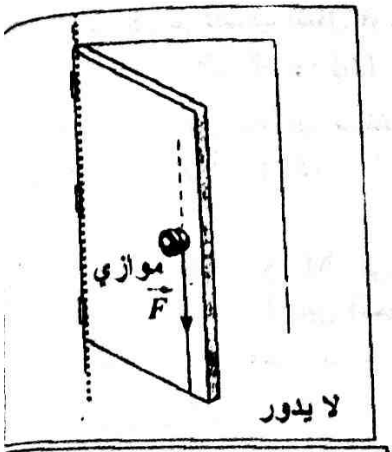
الحـــل :
العجلة تعمل $n = 720$ دورة خلال مجال زمني قدره $\Delta t = 60\ s$
كل دورة توافق زاوية دوران تساوي $2\pi\ rd$
a ــ قيمة السرعة الزاوية $\omega = n \cdot 2\pi / \Delta t = 75,4\ rd/s$
b ــ قطعة السلاطة تقع على بعد $r = 0,11\ m$ من محور الدوران إذن سرعته $V = \omega \cdot r = 8,3\ m/s$

العمل و الطاقة الحركية في حالة الحركة الدورانية

ــ عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت

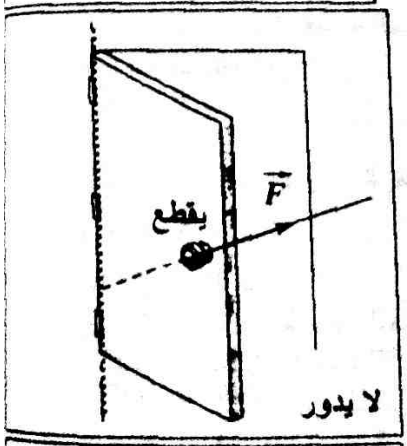
1 ــ مفهوم العزم

نشـــاط :
نعلم أن الأبواب تدور حول محور ثابت ، ندعوه المحور Δ ، يمر من مفاصلها .
1ــ نمسك باب من مقبضه و نطبق عليها قوة نحو الأسفل أو الأعلى بحيث يكون حامل القوة موازيا لمحور دوران الباب .



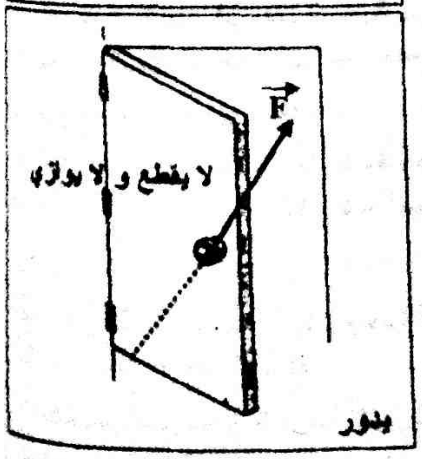
ــ هل يدور الباب ؟
ــ لا . الباب لا يدور

2ــ نغير الآن اتجاه القوة بحيث حاملها يقطع محور دوران هذا الباب كما هو مبين في الشكل .



ــ هل يدور الباب ؟
ــ لا . الباب لا يدور

3ــ نطبق هذه المرة قوة كيفية $\vec{F}$ على مقبضها بحيث لا يقطع حاملها محور دوران الباب و ليس موازي له .



ــ هل لهذه القوة أثر على دوران الباب ؟
ــ نعم . لهذه القوة أثر على دوران الباب

نتيجة :
حتى يكون للقوة $\vec{F}$ ، مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت ، أثر دوراني على حركته يجب أن لا يكون حامل هذه القوة موازي لمحور الدوران و لا يقطع (يلاقي) هذا المحور .

مفهوم العزم
نقول أن القوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت عزم بالنسبة لهذا المحور اذا كان لها أثر دوران على هذا الجسم نرمز لعزم قوة بالنسبة لمحور Δ بالرمز $M_{\vec{F}/\Delta}$.

2 ــ عبارة عزم قوة بالنسبة لمحور
نشاط ــ1 :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبق في نفس الظروف قوة عمودية على مستوى هذا الباب مرة على مقبضها و مرة في نقطة قريبة من محور دورانها .
1 ــ هل لهذه القوة أثر على دوران الباب في كلتا الحالتين ؟ ــ نعم . لهذه القوة أثر على دوران الباب .
2 ــ هل الباب يدور بنفس السهولة ؟ ــ لا . الباب لا يدور بنفس السهولة
3 ــ هل الأثر الدوراني لهذه القوة على الباب يختلف في كل حالة ؟
ــ نعم . الأثر الدوراني يختلف في كل حالة . الباب يدور بسهولة كلما طبقنا قوة في نقطة بعيدة عن محور دورانها .
4 ــ ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟
ــ نستنتج أن عزم القوة يتعلق بموضع تطبيقها .

نشاط ــ2 :
ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوى الباب . أعد التجربة بتطبيق قوة في نفس النقطة و في نفس الإتجاه و بشدة أكبر .
1 ــ هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة ؟
ــ نعم . الأثر الدوراني يختلف في كل حالة . الباب يدور بسهولة كلما طبقنا قوة شدتها أكبر.
2 ــ ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟ ــ نستنتج أن عزم القوة يتعلق بشدتها .

نشاط ــ3 :
ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوى الباب . اعد التجربة بتطبيق في نفس النقطة قوة لها نفس الشدة و اتجاه معاكس لإتجاه القوة السابقة .
1 ــ هل يدور الباب في نفس الإتجاه ؟ ــ لا . لا يدور الباب في نفس الإتجاه
2 ــ هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة ؟
ــ نعم . الأثر الدوراني يختلف في كل حالة . الباب يدور في جهة تتعلق بجهة القوة المطبقة .
3 ــ ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟
ــ نستنتج أن عزم القوة يتعلق بجهتها .

نتيجة :
يتعلق عزم قوة بالنسبة لمحور الدوران Δ حاملها لا يوازي و لا يقطع هذا المحور بشدة و اتجاه هذه القوة و بالبعد العمودي بين حامل القوة و المحور Δ .

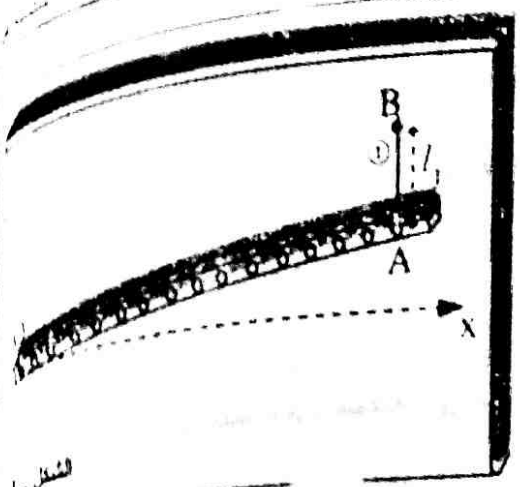
عمل تجريبي :

الأدوات المستعملة :
1ــ خذ قضيبا من الخشب أبعاده (1 cm × 1 cm × 50 cm) . نهمل ثقله بالنسبة للقوة المعتبرة في هذه التجربة و اجعل فيه ثقوبا صغيرة تسمح لك بتعليق خيوط مطاطية (أو نوابض) .
2ــ خذ لوحا (قطعة مسطحة) من خشب مستطيلة الشكل و غلفها بورق بيضاء تسمح لك بتسجيل قياساتك عليها .
2ــ اغرز في النقطة O مسمارا يسمح للقضيب الدوران حوله ، و اجعل اللوح في وضع شاقولي .
3ــ حضر دينامومتر تقوس بها شدة القوى .

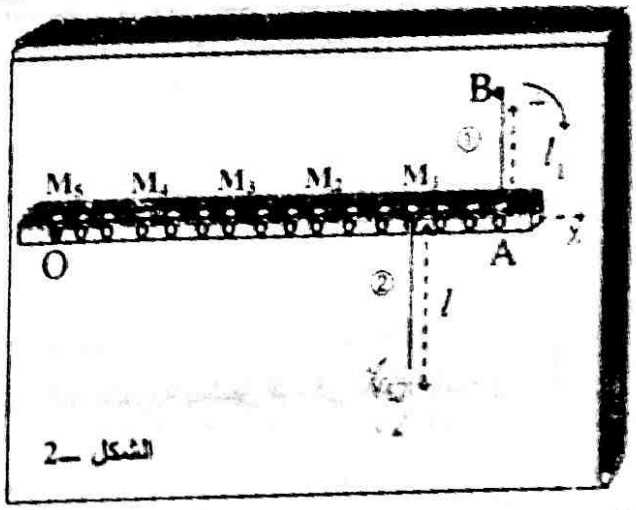
مراحل التجربة :

الجزء 1) :
علق القضيب بواسطة خيط مطاطي ① مربوط في النقطتين A و B (الشكل ــ1).
علق مطاطا آخر ② في النقطة M_1 ثم اسحبه بيدك حتى يصبح القضيب منطبقا مع المحور الأفقي (ox) الذي نختاره وضعا مرجعيا (الشكل ــ2) (وضع التوازن) . يكون المطاطان في هذه الحالة شاقوليين .
ــ علم على الورقة طول كل مطاط L_i .
ــ اعد التجربة بتعليق المطاط ② في المواضع M_2 ، M_3 ، M_4 و سجل في كل مرة طول المطاط ② الذي من أجله يكون القضيب أفقيا .
ــ استعمل دينامومتر بوحدة النيوتن (ربيعة) و حدد شدة القوة الموافقة لكل طول .
ــ ارسم على ورقة التجربة باستعمال سلم مناسب القوى المطبقة على القضيب من طرف المطاطات .
ــ دون نتائجك في الجدولين و أكملهما :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



الشكل ـ1



الشكل ـ2

L_1 (cm)	F_1(N)	OA (m)	$F_1 . OA$ (N.m)

L_{2i} (m)	F_{2i} (N)	OM_i(m)	$F_{2i} . OM_i$ (N.m)

ـ قارن قيم جداء شدة القوة F_{2i} المطبقة من طرف النابض ② على القضيب في OM_i أي $(F_{2i} . OM_i)$. ماذا تلاحظ ؟

ـ نلاحظ أن الجداء $(F_{2i} . OM_i)$ يبقى تقريبا ثابتا .

ـ قارن هذه القيمة مع الجداء $(F_1 . OA)$ المتعلق بالنابض ①

ـ الجداء $(F_{2i} . OM_i)$ يساوي تقريبا قيمة الجداء $(F_1 . OA)$ المتعلق بالنابض ①

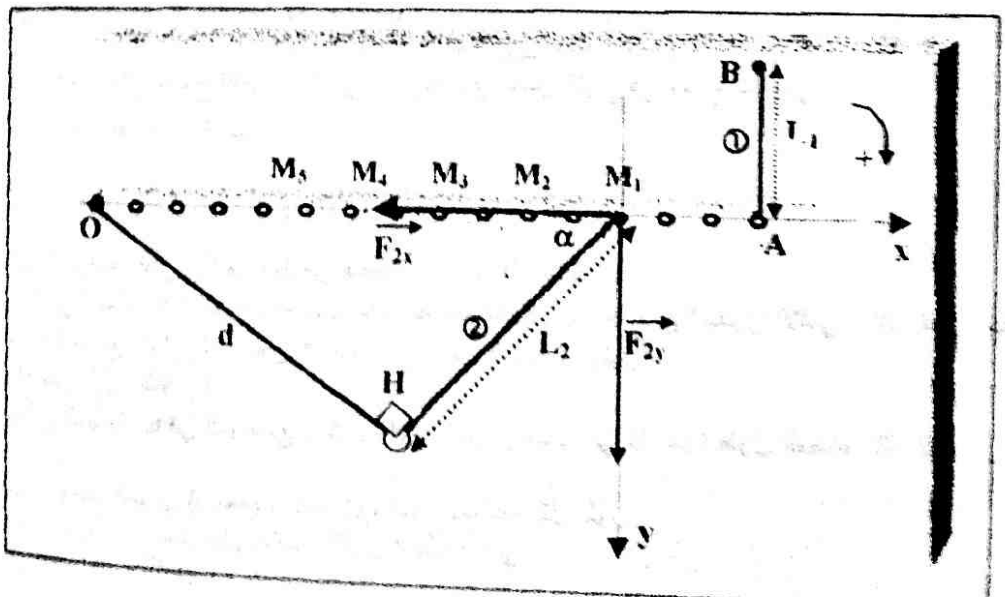
ـ ما هو أثر القوة المطبقة من طرف النابض ① على القضيب ؟ ـ تدير القضيب في الإتجاه المعاكس للإتجاه الموجب

ـ ما هو أثر القوة المطبقة من طرف النابض ② على القضيب ؟ ـ تدير القضيب في الإتجاه الموجب .

ـ ماذا تستنتج ؟ ـ نستنتج أن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب معدوم عند التوازن .

الجزء b) :

نميل المطاط ② بحيث يصنع منحاه زاوية α مع القضيب ثم نسحبه حتى يرجع القضيب إلى الوضع الأفقي .



ـ ما هي شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة ؟

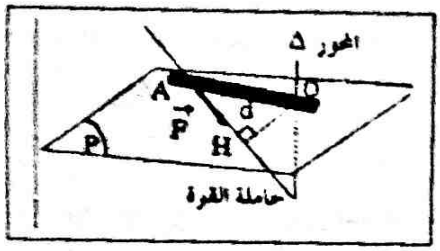
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ـ شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة تكون أكبر من الحالة السابقة (الجزء a) .
ـ احسب الجداء $(F_2 . OM_1)$ و قارنه $(F_1 . OA)$. ماذا تلاحظ ؟
ـ نلاحظ أن المطاط استطال أكثر مما كان عليه في الجزء a) . الجداء $(F_2 . OM_1)$ أكبر من الجداء $(F_1 . OA)$ المتعلق بالنابض ① بخلاف ما كان عليه في الجزء a) .
ـ ارسم القوة المطبقة من طرف النابض ② ثم حللها إلى مركبتين (أفقية و شاقولية) . بماذا تتميز كل مركبة ؟
ـ عند تحليل القوة F_2 إلى مركبتين على المحور x و على المحور y يظهر أن المركبة F_{2y} ليس لها أثر تدويري لأن حاملها يمر من محور الدوران .
ـ أي المركبتان لها أثر تدويري ؟ قارن قيمتها مع القيمة F_2 في الحالة السابقة (الجزء a) .
ـ للمركبة F_{2y} أثر تدويري على القضيب و نجد أن F_{2y} تساوي F_{21} للجزء a) .
ـ مثل H المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة F_2 . نسمي $OH = d$ ذراع القوة F_2 .
ـ احسب الجداء $(F_2 . d)$ ، ماذا تلاحظ ؟
ـ نلاحظ أن : $F_{2y} . OM_1 = F_2 . d$.

نتيجة :

يحسب عزم قوة بالنسبة لمحور Δ بجداء شدة هذه القوة في البعد العمودي d بين حامل هذه القوة و المحور Δ و تكتب العبارة على الشكل : $M_{\vec{F}/\Delta} = F . d$. بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة تدير الجسم في الإتجاه الموجب و يكون سالبا إذا كانت تديره في الإتجاه السالب . نكتب حينئذ عبارة عزم القوة كما يلي :

$M_{\vec{F}/\Delta} = \pm F . d$. في الوحدات الدولية يعبر عن العزم بالوحدة : (N.m)



كيف نعين المسافة d :

النقطة O هي تقاطع محور الدوران Δ مع المستوي P العمودي على هذا المحور و الحاوي للقوة $\vec{F}$. النقطة A هي نقطة تطبيق القوة . تمثل المسافة d البعد بين النقطة O و النقطة H ، حيث H هو المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة $\vec{F}$.

تأثير عدة قوى على جسم صلب يدور حول محور ثابت

إذا أثرت عدة قوى على جسم صلب متحرك حول محور ثابت Δ ، يتعلق اتجاه دوران الجسم بالتأثير الدوراني الإجمالي لهذه القوى بالنسبة لهذا المحور . نقبل أن التأثير الدوراني الإجمالي لعدة قوى هو المجموع الجبرى لعزوم هذه القوى بالنسبة للمحور Δ و نرمز له بالرمز $M_{/\Delta}$:

$$M_{/\Delta} = M_{\vec{F1}/\Delta} + M_{\vec{F2}/\Delta} + M_{\vec{F3}/\Delta} + \ldots .$$

العزم مقدار جبري و إشارته تدل على اتجاه دوران الجسم :
ـ إذا كان العزم موجبا ، يدور الجسم في الإتجاه الموجب المختار .
ـ إذا كان العزم سالب ، يدور الجسم في الإتجاه السالب .

عبارة الإستطاعة علما أنها تساوي عمل عزم القوة على وحدة الزمن .

ـ $P = (M_{F/\Delta} . \theta) / t$ حيث $M_{F/\Delta}$ عزم القوة .
و لكن : $\theta / t = \omega$
و منه : $P = M_{F/\Delta} . \omega$

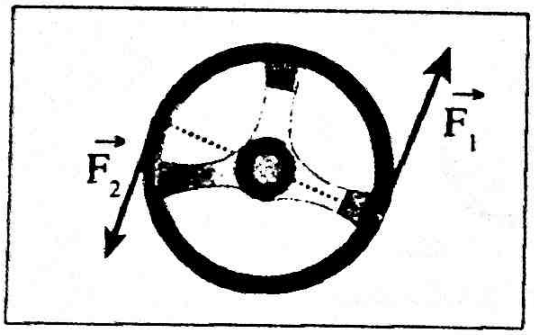
مزدوجـــة قوتين

تعريف المزدوجة

تدعى جملة قوتين محصلتهما معدومة (أي القوتين متساويتين في الشدة) و ليس لهما نفس الحامل مزدوجة قوتين (أو مزدوجة) . نقتصر في هذه الدراسة على المزدوجات $(\vec{F_1} , \vec{F_2})$ الموجودة في المستوي العمودي على محور دوران الجسم الصلب .

مثـــال :

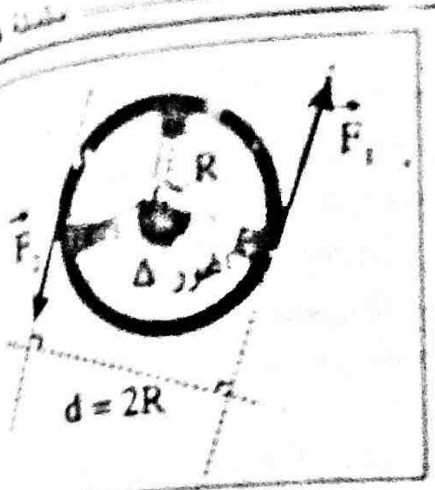
لاحظ على الشكل تأثير القوتين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ على مقود سيارة .
تمثل هاتان القوتين مزدوجة $(\vec{F_1} , \vec{F_2})$



قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

عزم المزدوجة



نشاط ـ1 :

تؤثر مزدوجة قوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ على مقود سيارة نصف قطره R .

ـ اختر اتجاه دوران موجب

ـ احسب عزم القوة F_1 بالنسبة لمحور الدوران .

ـ احسب عزم القوة F_2 بالنسبة لمحور الدوران

ـ استنتج عبارة عزم المزدوجة .

نتيجة :

يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ تؤثر على جسم صلب يدور حول محور Δ الى حساب المجموع الجبري لعزمي القوتين .

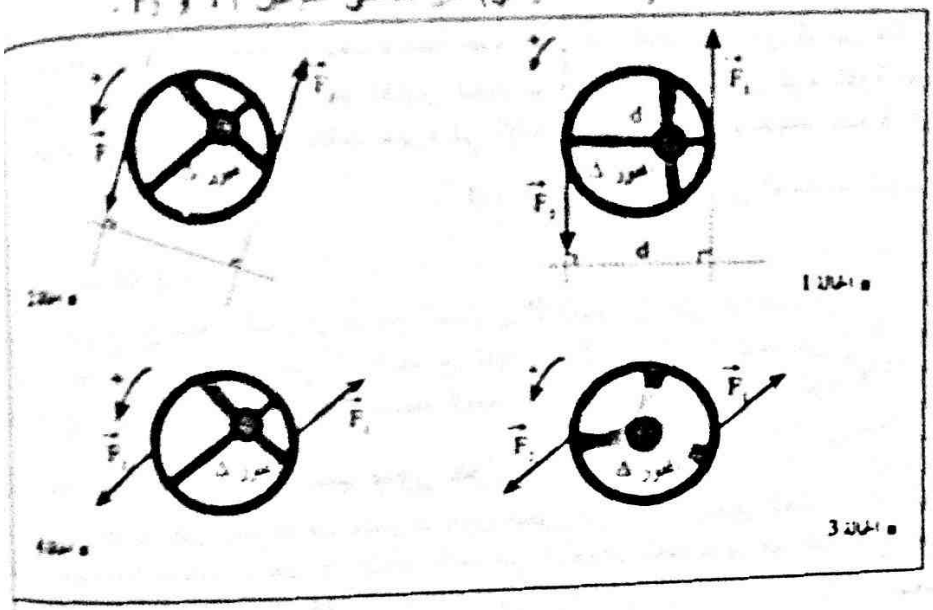
يتعلق عزم هذه المزدوجة بشدة إحدى القوتين و بالبعد العمودي بين حاملي القوتين . " ب العبارة على الشكل :

$$M_{/\Delta} = F \cdot d$$

ملاحظة نلاحظ في الشكل المرافق أن قطر المقود d يمثل المسافة (البعد العمودي) بين حاملي القوتين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$.

نشاط ـ2 :

تخيل أن المقود السابق يدور حول محور لا يمر من مركزه . لاحظ الأشكال الأربعة التالية ثم اتبع نفس الخطوات السابقة لحساب عزم مزدوجة القوتين اللتين تؤثران على المقود في كل حالة .



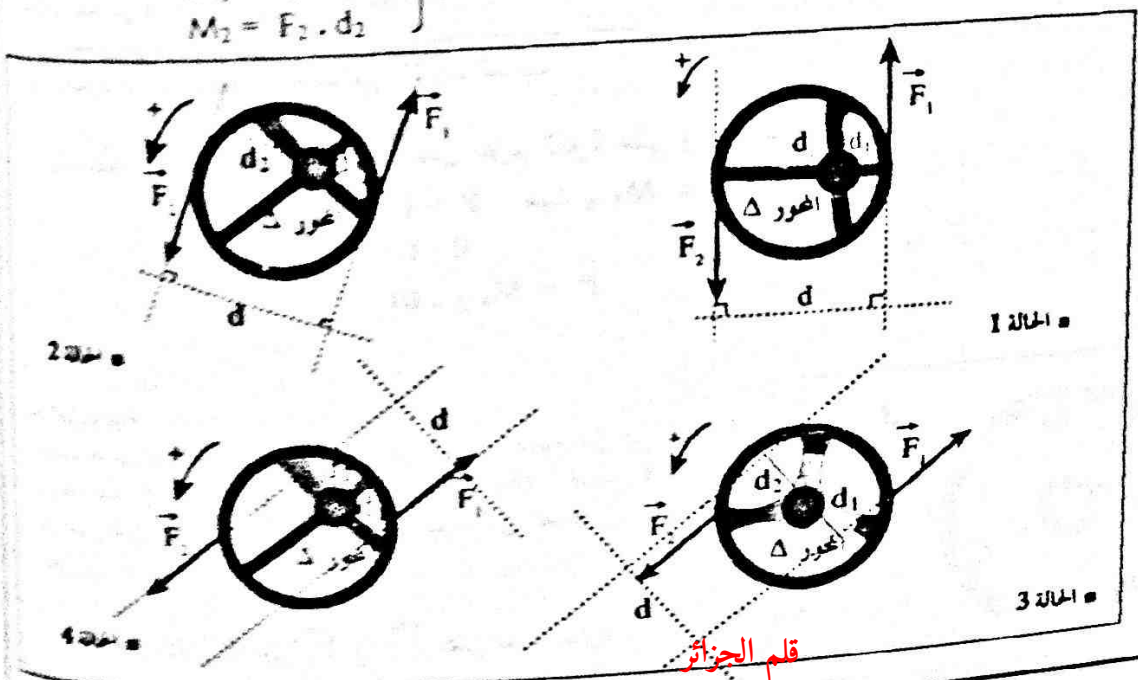
ـ هل يتعلق عزم مزدوجة القوتين بموضع محور الدوران ؟

ـ نضع شدة كل قوة : $F_1 = F_2 = F$

الحالة ـ1 :

$$\left.\begin{array}{l} M = M_1 + M_2 \\ M_1 = F_1 \cdot d_1 \\ M_2 = F_2 \cdot d_2 \end{array}\right\} \Rightarrow M = F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 = F(d_1 + d_2) = F \cdot d$$

في كل حالة نتبع نفس الطريقة في الحساب و نجد دائما أن عزم المزدوجة يساوي جداء شدة إحدى القوتين في المسافة الفاصلة بين حاملي القوتين و لا تتعلق بموضع محور الدوران .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نتيجة :
لا يتعلق عزم مزدوجة قوتين موجودتين في المستوي العمودي على محور الدوران Δ لجسم صلب بموضع هذا المحور .
يحسب عزم المزدوجة بجداء إحدى القوتين في البعد العمودي d بين حاملي القوتين :

$$M = F . d$$

ملاحظة :
1 ـ عندما نتكلم عن عزم مزدوجة ، لا نذكر المحور خلافا عن عزم القوة الذي يجب دائما ذكر المحور الذي يحسب بالنسبة إليه العزم .
2 ـ ندعى المسافة بين القوتين ذراع المزدوجة .

عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت

ـ مركز الكتل
تعريف : يعرف مركز كتل جملة نقاط مادية كتلة كل منها ..... ، m_3 ، m_2 ، m_1 و موضع كل منها على التوالي :
..... ، M_3 ، M_2 ، M_1 على أنه مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط M_i الموافقة بالكتل m_i . إذا اعتبرنا موضع مركز الكتل النقطة C يحسب موضعه بالعبارة التالية :

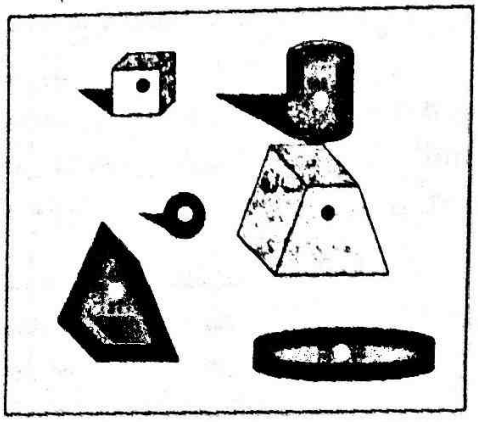
$$m_1 . \overrightarrow{CM_1} + m_2 . \overrightarrow{CM_2} + m_3 . \overrightarrow{CM_3} + ... = 0$$

بالنسبة لنقطة O نختارها كمبدأ تكتب العلاقة السابقة على الشكل :

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\Sigma m_i \overrightarrow{OM_i}}{\Sigma m_i}$$

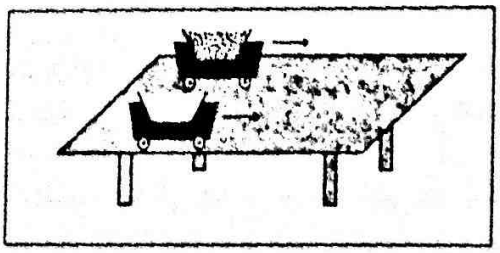
ـ مركز العطالة
نشاط :
ضع صفيحة من زجاج على طاولة ثم خذ قطعة صابون و اغرز فيها ثلاثة أعمدة صغيرة (أعمدة ثقاب كبريت مثلا) في مواضع مختلفة حيث أحد الأعمدة يكون في مركز القطعة . بلل قطعة الصابون ثم ضعها على اللوح الزجاجي و ادفعها لتتحرك عليه .
1 ـ هل لكل الأعمدة مسارات متشابهة خلال الحركة ؟
1 ـ لا . لكل الأعمدة مسارات غيرمتشابهة ما عدا واحدة خلال الحركة
2 ـ ما هو العمود الذي له مسار خاص ؟ و ما نوع هذا المسار ؟
2 ـ العمود الذي له مسار خاص يقع في مركز القطعة له مسار مستقيم .

نتيجة :
في الأجسام الصلبة التي نعتبرها مجموعة نقط مادية توجد نقطة واحدة و وحيدة ، لها حركة خاصة (حركة مستقيمة منتظمة اذا كانت الجملة معزولة) ندعوها مركز عطالة الجملة و نرمز لها عادة بالرمز C . إذا كانت الكتلة لا تتعلق بسرعة الجسم كما هو الحال في دراستنا ، ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل .



ـ مركز عطالة بعض الأجسام البسيطة :
نعتبر في دراستنا حالة الأجسام الصلبة المتجانسة .
1 ـ الأجسام الصلبة التي تملك مركز تناظر يكون مركز عطالة هذه الأجسام منطبقا مع مركز تناظرها .
2 ـ الأجسام الصلبة التي لها محور تناظر أو مستوي تناظر ينتمي مركز عطالة هذه الأجسام لمحور التناظر أو مستوي التناظر .

ملاحظة : ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل في كل الحالات التي ندرسها .



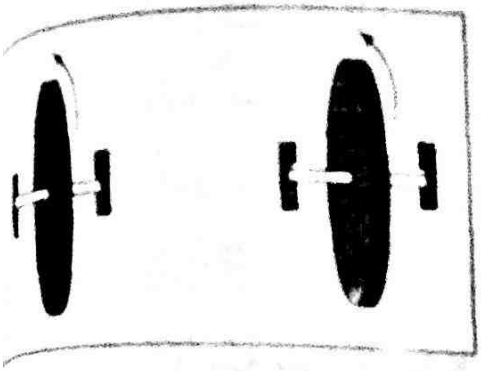
ـ عطالة الأجسام الصلبة
نشاط ـ 1 :
خذ عربتين متماثلتين وضع عليهما إنائين متماثلين فارغين . إملأ أحد الإنائين بالرمل و الأخر بالصوف . ادفع بيدك العربة الأولى ثم ادفع بنفس الكيفية العربة الثانية (أي بتطبيق قوة مماثلة للحالة الأولى) . ليتحركا بحركة انسحابية .
ـ ما هي العربة التي أحسست أنها تسارعت " حركتها أكثر عند الإقلاع ؟
ـ العربة التي أحسست أنها تسارعت " حركتها أكثر عند الإقلاع هي العربة المحملة بالصوف .
ـ ما هي العربة التي أحسست أنها تقاوم أكثر التغير في السرعة ؟ هل هي العربة الثقلية أم الخفيفة ؟
ـ العربة التي أحسست أنها تقاوم أكثر (تعطل) التغير في السرعة هي العربة الثقلية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ـ في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الإسحابي ؟ ـ تتعلق هذه المقاومة للأثر الإسحابي بالكتلة .

نشاط ـ2 :

جزء ـ a



أ ـ خذ قرصين متماثلين (نفس القطر و نفس السمك) واحد من خشب و الآخر من رصاص مثلا ، اجعل كل قرص يدور حول محور افقي يمر من مركزه . طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها قيمة تجعلهما يدوران حول هذين المحورين .

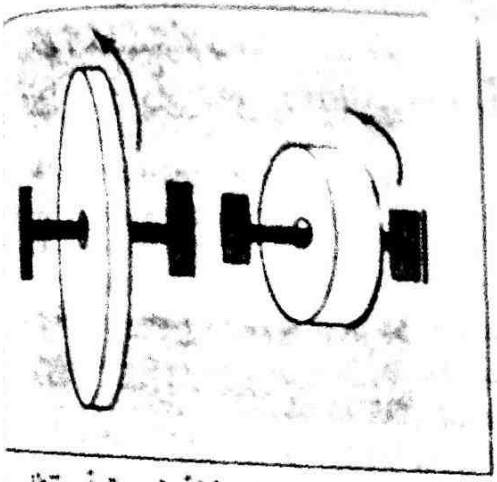
ـ أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة ؟

ـ القرص الذي يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة هو الثقيل .

ـ في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟

ـ تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني بالكتلة

جزء ـ b



خذ كمية من الجبس ، امزجه بالماء ثم اقسمه إلى نصفين متساويين .

اصنع بهما قرصين أحدهما قطره R و الآخر قطره 2 R تقريبا .

طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول محوريهما .

ـ أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليه؟

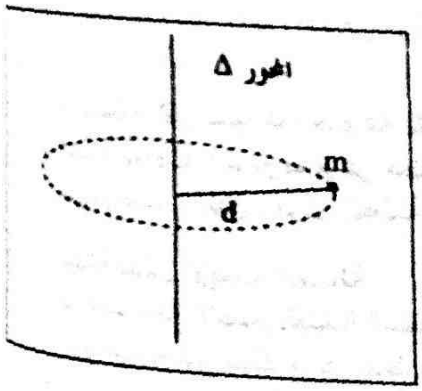
ـ القرص الذي يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة هو الصغير في نصف القطر .

ـ في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟

ـ تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني بنصف القطر .

نتيجة :

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور Δ مقاومة للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليها ندعوها العطالة الدورانية . تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة بكتلة و بنصف قطر الجسم .



ـ عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور

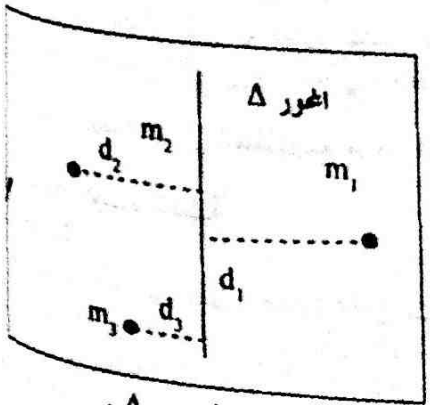
تقاس العطالة الدورانية لجسم صلب يتحرك بالنسبة لمحور Δ ثابت بمقدار فيزيائي يدعى عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور Δ .

يرمز لعزم العطالة بالرمز $J_{/\Delta}$ و هو مقدار ثابت و موجب يميز الجسم .

تعريف

يعرف عزم العطالة $J_{/\Delta}$ بالنسبة للمحور Δ لجسم نقطي كتلته m و يبعد مسافة d عن هذا المحور بالعبارة التالية : $J_{/\Delta} = md^2$

وحدة عزم العطالة في النظام الدولي هي $kg \cdot m^2$



ـ عزم عطالة جملة نقاط مادية

يحسب عزم عطالة جملة نقاط مادية كتلة كل نقطة $m_1 , m_2 , m_3 ..$ تبعد كل منها عن محور الدوران على التوالي مسافة $d_1 , d_2 , d_3 ...$. بجمع عزوم عطالة كل نقطة بالنسبة لنفس المحور :

$$J_{/\Delta} = \Sigma m_i d^2_i$$

مثـال :

حساب عزم عطالة حلقة نصف قطرها R و كتلتها M .

لحساب هذا العزم نتبع الخطوات التالية :

ـ نقسم الحلقة إلى عناصر صغيرة كتلها m_i يمكن اعتبارها نقاطا مادية تبعد كلها نفس المسافة R عن المحور Δ .

ـ تعتبر الحلقة جملة نقاط مادية و يحسب عزم عطالتها بالعبارة التالية : $J_{/\Delta} = m_1R^2 + m_2R^2 + m_3R^2 + ...$

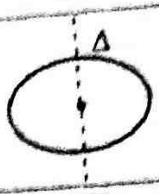
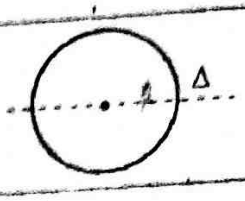
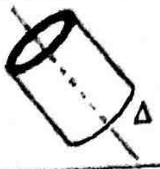
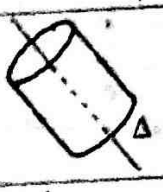
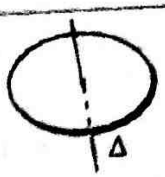
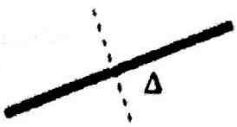
أي : $J_{/\Delta} = \Sigma M_i R^2 = (\Sigma m_i) R^2 = M R^2$ حيث أن $\Sigma M_i = M$ هي كتلة الحلقة .

أي :

$$J_{/\Delta} = M R^2$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

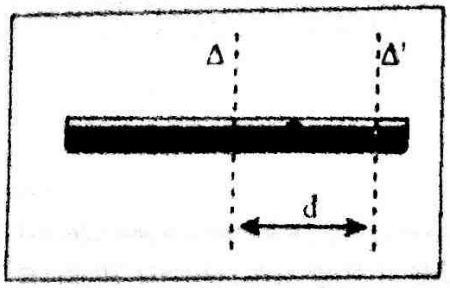
عزم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتجانسة :

الجسم	المحور	عزم العطالة	الشكل
حلقة نصف قطرها R وكتلتها M	محور الحلقة	$J_{/\Delta} = MR^2$	
حلقة نصف قطرها R وكتلتها M	محور قطري	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
اسطوانة مجوفة نصف قطرها R و كتلتها M	محور الاسطوانة	$J_{/\Delta} = MR^2$	
اسطوانة مصمتة نصف قطرها R و كتلتها M	محور الاسطوانة	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
قرص نصف قطره R وكتلته M	محور القرص	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
قضيب كتلته M وطوله L	محور عمودي على القضيب و يمر من منتصفه	$J_{/\Delta} = \frac{ML^2}{12}$	
قضيب كتلته M وطوله L	محور عمودي على القضيب و يمر من احد طرفيه	$J_{/\Delta} = \frac{ML^2}{3}$	
كرة مصمتة نصف قطرها R وكتلتها M	محور يمر من مركزها	$J_{/\Delta} = \frac{2MR^2}{5}$	

- نظرية هيوغينز huygens

نحسب عزم عطالة الأجسام الصلبة بالنسبة لمحاور تمر من مركز كتلتها و توضع في جداول . كيف نحسب عزم عطالة جسم صلب يدور حول محور لا يمر من مركز كتلته ؟

نستعين بنظرية هيوغينز التالية لحساب عزوم عطالة هذه الأجسام .

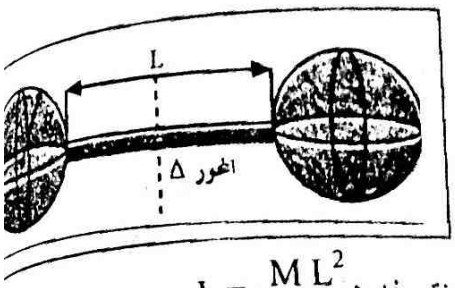


النظرية :

عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور Δ' لا يمر بمركز كتلته يساوي عزم عطالة الجسم بالنسبة لمحور Δ موازي للمحور Δ' و يمر من مركز كتلته زائد جداء كتلة الجسم في مربع المسافة الفاصلة بين المحورين .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$J_{/\Delta'} = J_{/\Delta} + M \cdot d^2$$



مثـال :
يمثل الشكل المرافق جسما متكونا من كرتين متماثلتين كتلة كل واحدة منهما m و نصف قطريهما R مرتبطتين بقضيب طوله L و كتلته M .
جد عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور Δ ، المار من منتصف القضيب .

الحـل :
عزم عطالة هذا الجسم مركب من ثلاث حدود : $J_{/\Delta} = J_1 + J_2 + J_3$
ـ الحد الأول هو عزم عطالة القضيب بالنسبة لمحور عمودي عليه ويمر من منتصفه : $J_1 = \frac{M L^2}{12}$
ـ الحد الثاني و الثالث هما عزما عطالة الكرتين بالنسبة لمحور لا يمر من مركز كتليهما . نطبق نظرية هويغنز لحساب عز
عطالة كل كرة :
ـ عزم عطالة الكرة بالنسبة للمحور Δ' ، يساوي عزم عطالة الكرة بالنسبة للمحور Δ ($\frac{2mR^2}{5}$ حسب الجدول السابق)
جداء كتلة الكرة في مربع المسافة بين المحورين $m(\frac{L}{2} + R)^2$

أي : $J_2 = \frac{2mR^2}{5} + m(\frac{L}{2} + R)^2$

نجمع العزوم الثلاث : $J_{/\Delta} = J_1 + 2\,J_2$

أي : $J_{/\Delta} = \frac{ML^2}{12} + \frac{4mR^2}{5} + 2\,m(\frac{L}{2} + R)^2$

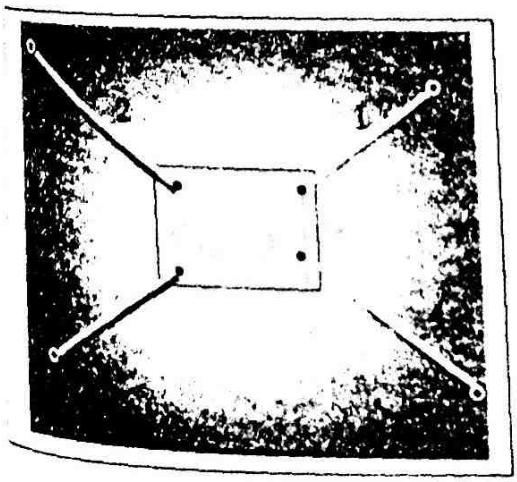
توازن الجسم الصلب

نشاط ـ1 :
خذ جسما خفيفا من فلين أو "بوليستيران" ، استعن بزميل لك و طبق عليه بواسطة مطاط (خيوط مطاطية) أربع قوى كيفية . حقق توازن الجسم في وضعية كيفية للأيدي .

ـ هل يمكنكما الحصول على توازن حيث لا تكون حوامل القوى في نفس المستوي ؟

ـ لا . ليس كل الوضعيات تحقق التوازن .

نشاط ـ2 :



للقيام بالحسابات نقتصر على دراسة أوضاع التوازن التي تكون فيها القوى في نفس المستوي . خذ هذه المرة جسما مسطحا خفيفا من فلين أو ورق مقوى . طبق أربع قوى بواسطة خيوط مطاطية مثبتة بدبابيس على لوح من خشب . ألصق عليه ورقة بيضاء تسمح لك بتعيين موضع الجسم و الخيوط .

1 ـ علم على ورقة بقلم شكل الجسم و حوامل الخيوط المطاطية و نقاط تثبيتها . رقم الخيوط المطاطية .

2 ـ استنتج شدة القوى المطبقة على الجسم باستعمال الينامومتر .

3 ـ مثل على الورقة أشعة القوى المطبقة على الجسم باختيار سلم .

4 ـ جد المجموع الشعاعي للقوى الأربعة . ماذا تلاحظ ؟

ـ نلاحظ أنه معدوم .

5 ـ احسب عزم كل قوة بالنسبة إلى نقطة كيفية تختارها .

6 ـ احسب المجموع الجبري لهذه العزوم . ماذا تلاحظ ؟

ـ نلاحظ أنه معدوم .

7 ـ استنتج عبارتي شرطي توازن جسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في نفس المستوي .

ـ عبارتي شرطي توازن جسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في نفس المستوي :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{0}.$$

$$M_{/\Delta} = M_{F1/\Delta} + M_{F2/\Delta} + M_{F3/\Delta} + M_{F4/\Delta} = 0$$

نشاط ـ3 :
عوض في التجربة السابقة قوتين بقوة واحدة (تعويض المطاطيين 1 و 2 مثلا بمطاط واحد 5) محافظا على نفس وضعية توازن الجسم السابق (المرسومة على الورقة). لتعيين [illegible] القوة تتبع المراحل التالية :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعيين حامل هذه القوة :

1 ــ ارسم على الورقة المجموع الشعاعي للقوتين المحذوفتين .

2 ــ كيف يجب أن يكون حامل المطاط 5 لتحقيق التوازن .

ــ يجب أن يكون حامل المطاط 5 موازيا لحامل القوة $\vec{F_5}$ التي تمثل المجموع الشعاعي للقوتين المحذوفتين .

تعيين نقطة تطبيق هذه القوة :

استعمل شرط التوازن الثاني $\Sigma M_{F/\Delta} = 0$ لتعيين نقطة تثبيت الخيط المطاطي 5 على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق .

(يخضع الجسم لتأثير الخيوط المطاطية 3 ، 4 و 5).

ــ من العبارة : $M_{/\Delta} = M_{F1/\Delta} + M_{F2/\Delta} + M_{F3/\Delta} + M_{F4/\Delta} = 0$ نقوم بتعويض عزمي القوتين المحذوفتين $M_{F2/\Delta} + M_{F1/\Delta}$ بالعزم المكافئ لهما أي : $M_{F4/\Delta} + M_{F3/\Delta} = M_{F5/\Delta}$ و منه :

$F_2 . d_2 + F_1 . d_1 = F_5 . d_5$ حيث F_5 هي شدة المحصلة $\vec{F_5}$. و نعين بذلك المسافة d التي يبعد بها حامل القوة $\vec{F_5}$ عن النقطة المختارة O .

ملاحظة :

نقطة التطبيق ليست وحيدة بل هي كل نقطة تنتمي للمستقيم الموازي لحامل القوة $\vec{F_5}$ و الذي يبعد المسافة d عن النقطة المختارة O

تعيين شدة هذه القوة :

حقق التوازن المطلوب بسحب المطاط 5 بيدك (بدون تغير استطالتي المطاطين 3 و 4).

1 ــ استنتج شدة و جهة هذه القوة .

ــ بعد تثبيت المطاط 5 في نقطة تطبيقه نحقق مرة ثانية التوازن بحيث يبقى للمطاطين الثانيين نفس الإستطالة و نفس الحامل ثم نحدد شدة و جهة القوة $\vec{F'_5}$. بعد المقارنة نجد أن : $\vec{F'_5} = \vec{F_5}$ يتحقق أنهما متطابقتان .

2 ــ مدد على الورقة حوامل القوى الثلاث . ماذا تلاحظ ؟

ــ عند تمديد حوامل القوى الثلاث يتحقق أنها تلتقي في نقطة واحدة .

4 ــ هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة ؟

ــ نعم . عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة

5 ــ استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية .

- $\Sigma \vec{F_i} = \vec{0}$
- أن تكون القوى الثلاث متقاطعة في نفس النقطة .

نشاط ــ4 :

عوض هذه المرة في تجربة النشاط 3 القوتين المؤثرتين على الجسم من طرف المطاطين 3 و 4 بقوة واحدة باستعمال مطاط 6 محافظا دائما على نفس وضعية توازن الجسم السابقة (المرسومة على الورقة). ابحث على وضعية التوازن بسحب المطاط 6 بيدك (بدون تغير استطالة المطاط 5).

1 ــ ابحث عن نقطة تثبيت الخيط المطاطي 6 على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق .

2 ــ علم على نفس الورقة حامل الخيط المطاطي 6 بعد تحقيق التوازن .

3 ــ استنتج خصائص القوة التي يطبقها هذا المطاط على الجسم .

ــ بعد تثبيت المطاط 6 في نقطة تطبيقه نحقق مرة ثانية التوازن بحيث يبقى للمطاط 5 نفس الإستطالة و نفس الحامل ثم نحدد شدة و جهة القوة $\vec{F_6}$. بعد المقارنة نجد أن : $\vec{F'_5} = -\vec{F_6}$ يتحقق أنهما متساويتين في الشدة و متعاكستين في الإتجاه .

7 ــ هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة ؟

ــ نعم . عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة

8 ــ استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لقوتين .

- $\Sigma \vec{F_i} = \vec{0}$ ، القوتين متساويتين في الشدة و متعاكستين في الإتجاه .
- أن تكون القوتين لهما نفس الحامل .

نتيجة :

يكون الجسم في معلم عطالي (معلم مخبري مثلا) خاضعا لعدة قوة ، في حالة توازن إذا كان :

1ــ كل القوة المؤثرة عليه موجودة في نفس المستوى

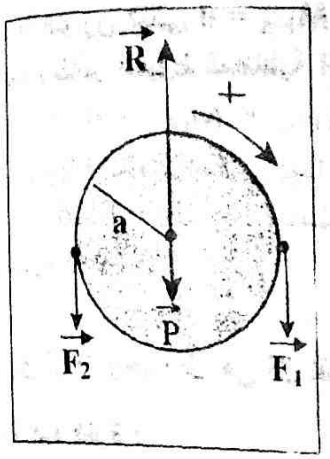
2ــ الأثر الإجمالي الإنسحابي عليه معدوم أي أن المجموع الشعاعي للقوى المطبقة على هذا الجسم معدوم :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$\Sigma \vec{F_i} = \vec{0}$$

3ـ التأثير الإجمالي الدوراني عليه معدوم أي أن المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة عليه معدوم :

$$\Sigma M_{F/\Delta} = 0$$



تطبيق : توازن بكرة

يبين الشكل المرفق بكرة نصف قطرها a في حالة توازن .

قارن بين شدتي القوتين F_1 و F_2 .

الحـل :

القوى المؤثرة على البكرة هي :

1 ـ $\vec{P}$ تأثير الأرض على البكرة ، نقطة تطبيقها مركز البكرة .

2 ـ $\vec{R}$ تأثير المحور على البكرة ، نقطة تطبيقها مركز البكرة .

3 ـ $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ قوتي تأثير الحبل على البكرة .

من شرطي توازن البكرة نستنتج ما يلي :

a ـ الشرط الأول : محصلة القوى المؤثرة على البكرة معدومة :

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

b ـ الشرط الثاني : محصلة عزوم القوى المؤثرة على البكرة ، بالنسبة لمحور يمر من مركزها ، تساوي الصفر :

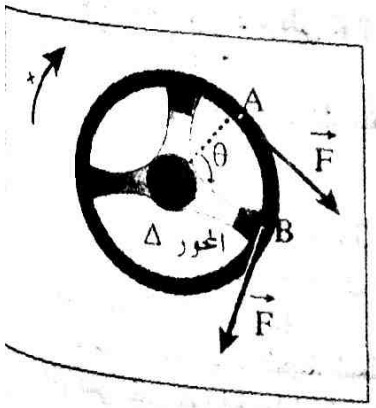
$$\Sigma M_{F/\Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 . a - F_2 . a + P . 0 + R . 0 = 0$$

$$F_1 . a = F_2 . a = 0 \quad : \text{أي}$$

و منه نستنتج أن القوتين لهما نفس الشدة .

عبارة عمل مزدوجة

تعرفنا في الفصل السابق على عبارة عمل قوة ثابتة شدتها F ، موازية لمسار انتقال نقطة تأثيرها المستقيم طوله d و في جهة الحركة يحسب هذا العمل بالعبارة التالية : $W = F . d$



نشاط ـ 1 :

طبق قوة بيدك على مقود شاحنة ، دائري الشكل نصف قطره R ، لتديره بزاوية θ .

نفرض أن القوة التي تطبقها على المقود تبقى شدتها ثابتة و اتجاهها دائما مماسي للمقود عند نقطة التطبيق .

ـ جزء المسار الدائري AB للقوة إلى قطع صغيرة نعتبرها مستقيمة و احسب عمل القوة عندما تنتقل نقطة تطبيقها على كل جزء ـ باعتبار عمل القوة من A إلى B هو مجموع أعمال القوة على كل جزء ، جد عمل القوة من A إلى B .

ـ إذا كانت كل القوى ثابتة يكون مجموعها أيضا ثابت فيكون عملها :

$$W_{AB}(\Sigma \vec{F}) = \Sigma (W_{AB} \vec{F})$$

$$\Sigma (W_{AB} \vec{F}) = W_{AB1}(\vec{F}) + W_{B1B2}(\vec{F}) + W_{B2B}(\vec{F})$$

$$= \vec{F} . \overrightarrow{AB_1} + \vec{F} . \overrightarrow{B_1B_2} + F . \overrightarrow{B_1B}$$

$$= (\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1B_2} + \overrightarrow{B_2B_3}) . \vec{F}$$

$$= \overset{\frown}{AB} . F$$

ـ بين أن هذه العبارة تكتب على الشكل التالي : $W_M = M_{F/\Delta} . \theta$ حيث $M_{F/\Delta}$ هو عزم القوة بالنسبة لمحور الدوران .

ـ من العلاقة السابقة : $W_{AB}(F) = \overset{\frown}{AB} . F$

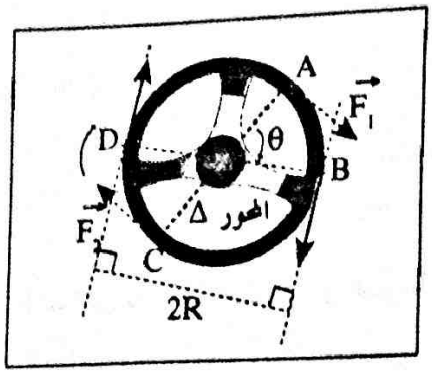
نعوض عن قيمة طول القوس $\overset{\frown}{AB}$: $\overset{\frown}{AB} = R . \theta$

نعوض بقيمة طول القوس في علاقة العمل فنجد : $W_{AB}(F) = \overset{\frown}{AB} . F = R . \theta . F$

نلاحظ في هذه العلاقة أن $F . R$ تمثل عزم القوة F أي : $M_{F/\Delta} = F . R$

و منه : $W_M = M_{F/\Delta} . \theta$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



نشاط ـ2 :
طبق هذه المرة بيديك الإثنين مزدوجة قوتين على المقود لتديره بزاوية θ .
ـ اتبع نفس خطوات النشاط السابق لحساب عمل هذه المزدوجة .
ـ بين أن عبارة عمل هذه المزدوجة تكتب على الشكل :

$$W_M = M . \theta$$

حيث M عزم المزدوجة .
ـ جد عبارة الإستطاعة علما أنها تساوي عمل المزدوجة على وحدة الزمن .

$$P = (M . \theta) / t$$ حيث M عزم المزدوجة .

$$\theta / t = \omega$$

و لكن :

و منه :

$$P = M . \omega$$

ـ عبارة الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة دورانية

نشاط ـ1 :
يدور جسم نقطي كتلة m حول محور ثابت بسرعة v ثابتة و يرسم مسارا دائريا نصف قطره R .
ـ جد عبارة طاقته الحركية .
ـ بالإعتماد على علاقة السرعة v بالسرعة الزاوية بين أن الطاقة الحركية تكتب على الشكل التالي :

$$E_c = 1/2 . J_\Delta . \omega^2$$

حيث $J_\Delta = mR^2$ هو عزم عطالة الجسم النقطي بالنسبة لمحور الدوران .
ـ من عبارة الطاقة الحركية للنقطة المادية المستخرجة في الحركة الإنسحابية نستنتج :

$$E_c = 1/2 . m . v^2$$

و لكن : $v = R . \omega$ و منه : $v^2 = R^2 . \omega^2$

إذن :

$$E_c = 1/2 . m . R^2 . \omega^2$$

و لكن :

$$J_\Delta = m . R^2$$

إذن :

$$E_c = 1/2 . J_\Delta . \omega^2$$

نتيجة :
الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت Δ هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) لهذا الجسم : $E_c = 1/2 . J_\Delta . \omega^2$.

ملاحظة :
لاحظ التشابه بين عبارتي الحركة الإنسحابية ($E_c = 1/2\ m\ v^2$) و الطاقة الحركية الدورانية ($E_c = 1/2\ J_\Delta\ \omega^2$)
حيث نعوض :
- المقدار الذي يقيس العطالة الإنسحابية ، الكتلة m ، بالمقدار الذي يقيس العطالة الدورانية ، عزم العطالة J_Δ
- السرعة الخطية v بالسرعة الدورانية ω .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الخلاصـــة

1 ــ السرعة اللحظية الخطية و السرعة اللحظية الدورانية

العلاقة التي تربط السرعة الخطية اللحظية بالسرعة اللحظية الدورانية هي : $v = R\theta$

تمثل ω السرعة اللحظية الدورانية ، R نصف قطر المسار الدائري .

2 ــ عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت

في حالة قوة $\vec{F}$ عمودية على محور الدوران Δ يحسب عزم هذه القوة بالنسبة لهذا المحور بالعبارة التالية : $M_{F/\Delta} = F\,d$

يمثل d البعد العمودي بين محور الدوران و حامل القوة

- يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة تدير الجسم في الإتجاه الموجب المختار
- يكون عزم القوة سالبا إذا كانت القوة تدير الجسم عكس الإتجاه الموجب المختار

3 ــ المزدوجة

هي جملة قوتين في نفس المستوي ، لهما نفس الشدة ، متعاكستان في الإتجاه و ليس لهما نفس الحامل .

4 ــ عزم المزدوجة

عبارة عزم المزدوجة تكتب على الشكل : $M_{/\Delta} = F\,d$ ، حيث d البعد العمودي بين حاملي القوتين .

5 ــ عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور Δ مقاومة للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليها ندعوها العطالة الدورانية .

تقاس هذه العطالة الدورانية بمقدار فيزيائي يدعى عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور Δ و نرمز له بالرمز $J_{/\Delta}$.

- عزم عطالة جسم نقطي كتلته m ، يبعد مسافة d عن المحور يحسب بالعبارة التالية : $J_{/\Delta} = m\,d^2$.

6 ــ نظرية هويغنز

عزم عطالة جسم صلب كتلته m بالنسبة لمحور Δ' موازي للمحور Δ الذي يمر من مركز عطالته يعطى بالعبارة :

$J_{/\Delta'} = J_{/\Delta} + m\,d^2$ حيث :

- $J_{/\Delta'}$ عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحور Δ'
- $J_{/\Delta}$ عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحور Δ
- d المسافة الفاصلة بين المحورين

7 ــ شرطا توازن جسم صلب

يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :

مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم $(\Sigma \vec{F}_i = \vec{0})$ و المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه معدوم $\Sigma M_{F/\Delta} = 0$.

8 ــ عبارة عمل قوة في حالة الحركة الدورانية

عندما يدور جسم بزاوية θ حول محور Δ تكتب عبارة عمل القوة المطبقة عليه على الشكل : $W = M_{F/\Delta}\,\theta$

حيث $M_{F/\Delta}$ هو عزم القوة بالنسبة لمحور الدوران .

9 ــ عبارة عمل مزدوجة

- عبارة عمل مزدوجة عندما يدور جسم بزاوية θ حول محور Δ تكتب على الشكل : $W_M = M\,\theta$ حيث M عزم المزدوجة
- عبارة استطاعة مزدوجة : $P = M\,\omega$ ، ω السرعة الزاوية التي يدور بها الجسم .

10 ــ عبارة الطاقة الحركية (حالة الدوران)

عبارة الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت Δ هي : $E_c = 1/2\,J_\Delta\,\omega^2$

J_Δ عزم عطالة الجسم بالنسبة لمحور الدوران .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمـــاريـــن

التمرين ـ1

اجب بصحيح أو خاطئ

1ـ يبقى شعاع السرعة ثابتا في الحركة الدائرية المنتظمة .

2ـ في الحركة الدائرية المنتظمة العلاقة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية هي : $\omega = V/R$.

3ـ الطاقة الحركية مقدار شعاعي .

4ـ وحدة الطاقة الحركية هي Watt

5ـ تتعلق الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة انسحابية بقيمة سرعة نقطة كيفية من الجسم .

6ـ تتعلق الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة دورانية بكتلة الجسم و سرعته الزاوية فقط .

7ـ يميز عزم العطالة ، عطالة الأجسام الصلبة في حركات دورانية .

8ـ الطاقة الحركية الإنسحابية مستقلة عن معلم الدراسة .

9ـ الطاقة الحركية الدورانية مستقلة عن موضع محور الدوران .

10ـ الطاقة الحركية لجسم في حركة انسحابية ثابتة .

11ـ يتعلق تغير الطاقة الحركية فقط بالحالة الإبتدائية و الحالة النهائية .

الحـل ـ1

1ـ خطأ . لأن شعاع السرعة ، في حركة منتظمة ، ثابت في الشدة و لكن يغير اتجاهه خلال الزمن . لذا لا يمكن لجسم معزول أن يتحرك بحركة دائرية منتظمة .

2ـ صحيح : في الواقع هذه العلاقة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية دائما صحيحة ليس فقط في الحركة الدائرية المنتظمة.

3ـ خطأ : لأن الطاقة ليست مقدار شعاعي و لكن الطاقة هي مقدار سلمي ، لا يمكن لشكل منها أن يكون مقدار شعاعيا .

4ـ خطأ : الطاقة الحركية هي شكل من أشكال الطاقة و وحدتها هي وحدة الطاقة أي الجول (J) .

5ـ صحيح : تعريف الحركة الإنسحابية هو أن يكون لكل نقاط الجسم نفس السرعة ، و منه فإن سرعة نقطة كيفية منه هي سرعة الجسم .

6ـ خطأ : في الحركة الدورانية ليس لكل نقاط الجسم نفس السرعة و لهذا فإن الطاقة الحركية للجسم تتعلق بسرعة كل نقطة مادية من هذا الجسم أي بكيفية توزيع هذه النقاط بالنسبة لمحور الدوران . يميز هذا التوزيع عزم عطالة الجسم المتحرك .

7ـ نعم : تبدى الأجسام الصلبة التي تدور حول محور ثابت مقاومة للأثر الدوراني التي ندعوها العطالة الدورانية .

8ـ خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الإنسحابية بمعلم الدراسة لأن السرعة الإنسحابية تحسب بالنسبة لمعلم أي تتعلق بمعلم الدراسة.

9ـ خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الدورانية بموضع محور الدوران لأن عزم عطالة الجسم المتحرك يتعلق بمحور الدوران ، أي أن كيفية توزيع نقاط الجسم الصلب تتعلق بموضع محور الدوران .

10ـ خطأ : إذا تغيرت سرعة الجسم فإن طاقته الحركية بالضرورة تتغير .

11ـ صحيح : لأن الطاقة الحركية دالة حالة معرفة في كل لحظة .

التمرين ـ2

احسب السرعة الزاوية لدوران عقارب ساعة .

الحـل ـ2

حساب السرعة الزاوية لدوران عقارب ساعة :

السرعة الزاوية هي النسبة بين الزاوية الممسوحة على الزمن اللازم لمسحها .

ـ عقرب الساعات : خلال 24 ساعة أي 86400 s يقوم بدورة واحدة أي يمسح زاوية قدرها 2π rd و منه :

$$\omega_1 = 2\pi / 86400 = 7,27 . 10^{-5} \text{ (rd /s)}$$

ـ عقرب الدقائق : خلال 1 ساعة أي 3600 s يقوم بدورة واحدة أي يمسح زاوية قدرها 2π rd و منه :

$$\omega_1 = 2\pi / 3600 = 1,74 . 10^{-3} \text{ (rd /s)}$$

ـ عقرب الثواني : خلال 1 دقيقة أي 60 s يقوم بدورة واحدة أي يمسح زاوية قدرها 2π rd و منه :

$$\omega_1 = 2\pi / 60 = 10,47 . 10^{-2} \text{ (rd /s)}$$

التمرين ـ3

احسب السرعة الزاوية لدوران الأرض في المعلم المركزي الأرضي .

الحـل ـ3

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حساب السرعة الزاوية لدوران الأرض في المعلم المركزي الأرضي :

خلال 24 ساعة أي 86400 s تقوم الأرض بدورة واحدة أي تمسح زاوية قدرها 2π rd و منه :

$$\omega_T = 2\pi / 86400 = 7,27 . 10^{-5} \text{ (rd /s)}$$

التمرين ــ4

ما هي السرعة الزاوية لجسم يدور و ينجز 300 دورة في الثانية ؟

الحـل ــ4

إذا رمزنا لعدد الدورات التي يدورها جسم حول محور معين في الثانية بالرمز N فإن العلاقة التي تربطها بالسرعة الزاوية هي : $N = 2\pi / \omega$ أو $\omega = 2\pi N$ أي إذا كانت السرعة الزاوية تساوي 2π (rd /s) يدور الجسم 1 دورة في الثانية

من أجل جسم يدور 300 دورة في الثانية سرعته الزاوية تساوي : $\omega = 2\pi N = 6,28 . 300 = 1884$ (rd /s)

التمرين ــ5

كم دورة في الدقيقة يدورها جسم سرعته الزاوية 10 rd/s .

الحـل ــ5

عدد الدورات في 1 ثانية : $N = 2\pi / \omega = 10 / 2\pi = 1,59$ (tr / s)

عدد الدورات في الدقيقة أي 60 ثانية : $N = (2\pi / \omega) . 60 = (2\pi / 10) . 60 = 95,54$ (tr / mn)

التمرين ــ6

يدور جسم تحت تأثير مزدوجة عزمها M = 100 N . m بسرعة زاوية ω = 6 rd/s
ما هي استطاعة المزدوجة التي تديره ؟

الحـل ــ6

حساب استطاعة المزدوجة التي تديره :

استطاعة المزدوجة هي عمل هذه المزدوجة على وحدة الزمن : $P = (M . \theta) / t = M . \omega = 100 . 6 = 600$ Watt

التمرين ــ7

نطبق قوة مماسية شدتها F = 100 N على بعد d = 10 cm من محور دوران جسم أسطواني .
ما هو العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم ؟

الحـل ــ7

حساب العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم :

عندما يدور الجسم 10 دورات معناه يمسح زاوية قدرها : $\theta = 10 . 2\pi = 20\pi$ rd

و منه : $W = M . \theta = F . d . \theta = 100 . 0,1 . 20\pi = 628$ J

التمرين ــ8

يفرمل جسم بتأثير مزدوجة شدة قوتيها F = 15 N و متباعدتان بمسافة d = 10 cm .
1ــ ما هي إشارة العمل ؟ 2ــ احسب هذا العمل من أجل 50 دورة .

الحـل ــ8

1ــ إشارة العمل : سالبة لأن القوتان تعرقلان حركة الجسم .

2ــ حساب هذا العمل من أجل 50 دورة :

عندما يدور الجسم 50 دورة معناه يمسح زاوية قدرها : $\theta = 50 . 2\pi = 100\pi$ rd

و منه : $W = - M . \theta = - F . d . \theta = - 15 . 0,1 . 100\pi = - 471$ J

التمرين ــ9

يخضع جسم : ــ لقوة مماسية محركة شدتها f = 5 N تبعد بمسافة d = 10 cm عن محور الدوران .
ــ لمزدوجة قوتين مفرملة شدة كل قوة من قوتيها F = 7 N و المسافة بينهما d = 3 cm .
1ــ احسب العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم في كل حالة .
2ــ احسب العمل الكلي المنجز خلال 10 دورات إذا خضع هذا الجسم للحالتين .

الحـل ــ9

ــ حساب العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم في الحالة الأولى :

$W_M = M . \theta = F . d . \theta = 5 . 0,1 . 20\pi = 31,4$ J

ــ حساب العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم في الحالة الثانية :

$W_R = - M . \theta = - F . d . \theta = -7 . 0,03 . 20\pi = - 13,19$ J

2ــ حساب العمل الكلي المنجز : $W = W_R + W_M = 31,4 - 13,9 = 18,21$ J

التمرين ــ10

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ما هي المعطيات اللازمة لحساب :
1 ــ السرعة الزاوية لدوران الأرض حول الشمس . 2 ــ سرعة رأس العقرب الكبير للساعة .
3 ــ عزم مزدوجة محرك سيارة . 4 ــ عزم مزدوجة القوى المطبقة على مثقب كهربائي .

الحـل ــ10

1 ــ مدة دورة واحدة لدوران الأرض حول الشمس (الدور T) . $\omega = 2\pi / T$
2 ــ مدة دورة واحدة + طول عقرب الساعة . $v = \omega . R = 2\pi / (T . R)$
3 ــ الإستطاعة + عدد دوران المحرك في الدقيقة (N) . $P = M . \omega \Rightarrow M = P / 2\pi N$
4 ــ الإستطاعة + عدد دوران المحرك في الدقيقة . $P = M . \omega \Rightarrow M = P / 2\pi N$

التمرين ــ11

نعتبر الجملة المكونة من اسطوانتين لهما نفس المحور Δ . نصف قطر الأسطوانة الأولى $R_1 = 25$ cm
نصف قطر الثانية $R_2 = 50$ cm . نلف على كل اسطوانة حبلا يحمل في أحد طرفيه جسما .
عندما تدور الجملة يلف الحبلين في اتجاهين مختلفين . احسب سرعة كل جسم عندما تكون السرعة الزاوية للجملة $N = 20$ tr/mn (عشرون دورة في الدقيقة).

الحـل ــ11

حساب سرعة كل جسم عندما تكون السرعة الزاوية للجملة $N = 20$ tr/mn : عندما تدور الجملة بسرعة زاوية معينة فإن الأسطوانتين تمسحان نفس الزاوية و بالتالي تكون لهما نفس السرعة الزاوية : $\omega_1 = \omega_2 = \omega$
و لكن نقطة تطبيق قوتي الحبلين تمسحان قوسين أطوالهما غير متساوية و منه تكون سرعتي الأسطوانتين مختلفة : $V_1 \neq V_2$

$$V_1 = R_1 . \omega = (2\pi . N . R_1) / 60 = (6{,}28 . 20 . 0{,}25) / 60 = 0{,}52 \text{ (m/s)}$$
$$V_1 = R_2 . \omega = (2\pi . N . R_2) / 60 = (6{,}28 . 20 . 0{,}5) / 60 = 1{,}05 \text{ (m/s)}$$

التمرين ــ12

يبقي قمر اصطناعي أرضي ثابتا على الشاقول المار من نقطة محددة على خط الإستواء .
يدور هذا القمر على بعد 36000 km فوق سطح الأرض . نصف قطر الأرض عند خط الإستواء يساوي 6400 km .
1 ــ احسب السرعة الزاوية للقمر الإصطناعي . 2 ــ ما هي سرعته الخطية ؟

الحـل ــ12

1 ــ حساب السرعة الزاوية للقمر الإصطناعي :
حتى يبقي القمر الإصطناعي ثابتا على الشاقول المار من نقطة محددة على خط الإستواء فإنه يجب أن تكون السرعة الزاوية للقمر الإصطناعي هي نفسها التي تدور بها الأرض حول محورها : $\omega_s = \omega_T = 2\pi / 86400 = 7{,}27 . 10^{-5}$ (rd /s)
2 ــ إيجاد سرعته الخطية : $V = R . \omega_s = (R_T + h)\,\omega_s = [(6400 + 36000) . 1000 . 7{,}27 . 10^{-5} = 3082$ (m/s)
أي : $V = 3082 . 3{,}6 = 11095{,}2$ km/h

التمرين ــ13

تتحرك سيارة بسرعة ثابتة V = 100 km/h ، نصف قطر عجلات السيارة R = 35 cm .
1 ــ احسب السرعة الزاوية لكل عجلة
2 ــ ما هي الزاوية الممسوحة من قبل نقطة على العجلة عند قطع مسافة 1 km .

الحـل ــ13

1 ــ حساب السرعة الزاوية لكل عجلة : $\omega = V / R = (100 . 1000) / (3600 . 0{,}35) = 79{,}4$ (rd /s)
2 ــ حساب الزاوية الممسوحة من قبل نقطة على العجلة عند قطع مسافة 1 km :
المسافة المقطوعة : $S = R\,\theta$ و منه : $\theta = S / R = 1000 / 0{,}35 = 2857$ (rd)

التمرين ــ14

لدراجة مهرج سيرك عجلتين مختلفتين في القطر . الأولى قطرها 50 cm و الثانية قطرها 1 m .
تتحرك هذه الدراجة بسرعة 7,5 km/h .
1 ــ احسب السرعة الزاوية لكل عجلة .
2 ــ ما هي الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة واحدة ؟

الحـل ــ14

1 ــ حساب السرعة الزاوية لكل عجلة :
العجلتين ليس لديهما نفس محور الدوران فسرعة الدراجة تمثل سرعة أي نقطة على محيط العجلة الصغيرة منها أو الكبيرة .
فعندما تتنقل الدراجة مسافة معينة فإن العجلة الكبيرة تقوم بالدوران بزاوية معينة تقابل طول القوس المساوي للمسافة المقطوعة من قبل الدراجة و في المقابل فإن العجلة الصغيرة تدور بزاوية بالطبع تكون أكبر حتى تقابل القوس الذي يساوي المسافة المقطوعة .
الخلاصة : تكون السرع الخطية للعجلتين متساوية و تختلف في السرع الزاوية .

قسم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ـ السرعة الزاوية لكل عجلة : $\omega_1 = V / R_1 = (7,5 \cdot 1000) / (3600 \cdot 0,25) = 8,32$ (rd / s)

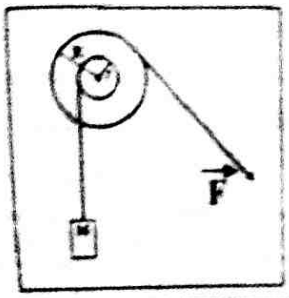
$\omega_2 = V / R_2 = (7,5 \cdot 1000) / (3600 \cdot 0,5) = 4,16$ (rd / s)

2 ـ الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة واحدة :

$$\left.\begin{array}{l} S = R_1\,\theta_1 \\ S = R_2\,\theta_2 \end{array}\right\} \Rightarrow R_1\,\theta_1 = R_2\,\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = (R_1\,\theta_1) / R_2 = \pi\,(rd)$$

الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة هي : $\theta_2 = \pi\,(rd)$ أي نصف دورة .

التمرين ـ15



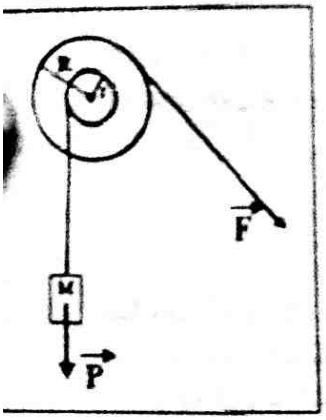
للبكرة محزان يلتف حولهما الحبل ، الأول نصف قطره 50 cm و الثاني نصف قطره 10 cm .
نرفع بهذه البكرة حمولة كتلتها 100 kg .

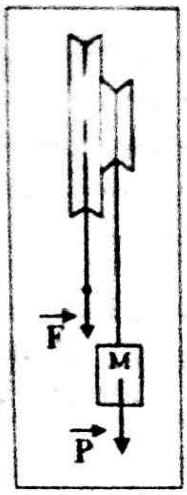
1 ـ على أي محز يستحسن لف الحبل الذي يرفع الحمولة ؟

2 ـ احسب قوة السحب عندما يصعد الجسم بسرعة ثابتة .

3 ـ ترفع الحمولة إلى ارتفاع h = 2 m . ما هو طول الحبل المسحوب ؟

4 ـ ما هي الزاوية الممسوحة من نقطة على البكرة ؟





الحـل ـ15

عند التوازن يحدث تساوي العزمان اللذان يديران البكرة :

$$F \cdot R = P \cdot r \Rightarrow F = (P \cdot r) / R$$

قوة السحب تقل بزيادة نصف القطر للبكرة الكبيرة R

1 ـ يستحسن لف الحبل على البكرة التي لها قطر أصغر حتى تصغر شدة القوة التي تسحب الحبل على البكرة الكبيرة .

2 ـ حساب قوة السحب عندما يصعد الجسم بسرعة ثابتة :

تكون السرعة ثابتة (توازن)عندما يحدث تساوي العزمان اللذان يديران البكرة :

$$F \cdot R = P \cdot r \Rightarrow F = (P \cdot r) / R$$

$$F = (1000 \cdot 10) / 50 = 200\ N$$

3 ـ إيجاد طول الحبل المسحوب :

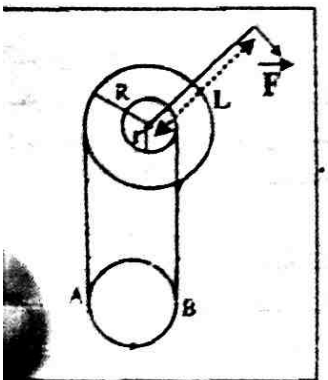
طول الحبل المسحوب يساوي إلى طول القوس الذي تدور به البكرة الصغيرة لأن الحمولة معلقة على البكرة الصغيرة :

$$h = r \cdot \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = h / r = L / R \Rightarrow L = (h \cdot R) / r = (2 \cdot 50) / 10 = 10\ m.$$

لأن البكرتان لهما نفس المحور و بالتالي تدوران بنفس الزاوية أي : $\theta_2 = \theta_1$

4 ـ الزاوية الممسوحة من نقطة على البكرة :

$$\theta_2 = \theta_1 = (h / r) = L / R = 2 / 0,1 = 10 / 0,5 = 20\ rd\ .$$



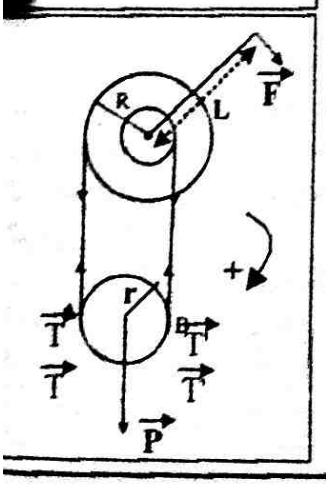
التمرين ـ16

ملفاف تفاضلي مكون من اسطوانتين مترابطتين لهما نفس المحور نصف قطرهما مختلفان ، الأول R = 15 cm و الثاني r = 10 cm .يلف على كل منهما طرفي حبل حامل لبكرة متحركة .

طول مقبض التدوير L = 50 cm .

1 ـ ما هي القوة التي يجب تطبيقها عموديا على المقبض حتى يرفع ثقل P = 500 N ؟

2 ـ ماذا يحدث لو كان R = r ؟ فسر النتيجة .



الحـل ـ16

1 ـ القوة التي يجب تطبيقها على المقبض لجعل الملفاف في حالة توازن :

تخضع البكرة المتحركة لثلاث قوى :

قوة الثقل $\vec{P}$ ، توتر الخيط في الجهتين $\vec{T}$ و $\vec{T'}$.

شرط التوازن : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{T'} = \vec{0}$ أي : $P = T + T'$

الثقل $\vec{P}$ مطبق في مركز البكرة (على نفس البعد من نقطتي تطبيق التوترين $\vec{T}$ و $\vec{T'}$)

نستنتج أن : $T = T'$ و تصبح عبارة التوازن : $P = 2\,T$

و كذلك الملفاف يخضع لثلاث قوى :

القوة المطبقة $\vec{F}$ ، توتر الخيط في الجهتين $\vec{T}$ و $\vec{T'}$.

شرط التوازن ينص على أن المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة على الملفاف معدوم أي :

مجموع عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في جهة عقارب الساعة يساوي إلى مجموع

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في الجهة المعاكسة : $F . L + T . r = T . R$

لكن : $T = T' = P / 2$

$F . L + (P / 2) . r = (P / 2) . R$

و منه نستنتج : $F = (P/2\ L) . (R - r) = (500 . 0,05) / (2 . 0,5) = 25\ N$

2 ــ تفسير ماذا يحدث لو كان $R = r$: تكون القوة F صغيرة كلما كان الفرق بين نصف القطرين صغيرا .

ــ في حالة ما إذا كان $R = r$ يكون عزمي $\vec{T}$ و $\vec{T'}$ متساويين بحيث مهما تكن القوة F صغيرة تدير الملفاف le Treuil

التمرين ــ17

ينتج محرك سيارة استطاعة عظمى قدرها $P = 120\ kW$ عندما يدور المحرك بسرعة $N = 6000\ tr/mn$.
قيمة المزدوجة المحركة العظمى عندما يدور المحرك بسرعة $N' = 3500\ tr/mn$ هي : $170\ N . m$.
أقصى سرعة للسيارة على الطريق هي $V = 210\ km/h$.
1 ــ هل توافق المزدوجة المحركة العظمى السرعة العظمى ؟
2 ــ احسب المزدوجة المحركة عند السرعة العظمى .
3 ــ احسب الإستطاعة التي توافق المزدوجة المحركة العظمى .
4 ــ احسب محصلة قوى الإحتكاك المطبقة على السيارة عند السرعة العظمى باعتبار الحركة مستقيمة منتظمة على طريق أفقي

الحـل ــ17

1 ــ هل توافق المزدوجة المحركة العظمى السرعة العظمى ؟

لا : لأن المزدوجة العظمى تكون عند سرعة دوران المحرك $3500\ tr/mn$ التي هي ليست عظمى لأن السرعة العظمى توافق الإستطاعة العظمى و الإستطاعة تكون عظمى عندما يدور المحرك بسرعة $6000\ tr/mn$.

2 ــ حساب المزدوجة المحركة عند السرعة العظمى : $M = P. 60 /(2\ \pi N)$

توافق السرعة العظمى عند الإستطاعة العظمى P : $M = 120 . 60 . 1000/(2 . 3,14 . 6000) = 191\ N . m$

3 ــ حساب الإستطاعة التي توافق المزدوجة المحركة العظمى : $P = M . \omega = M . 2 \pi N'$

$P = 170 . 2 . 3,14 . (3500/60) = 62,27\ kW$.

4 ــ حساب محصلة قوى الإحتكاك المطبقة على السيارة عند السرعة العظمى :

$P = F . V \Rightarrow F = P / V = (120 . 10^3 . 3600) / (210 . 10^3) = 2057\ N$.

التمرين ــ18

تنزلق كرة كتلتها $M = 500\ g$ نصف قطرها $R = 10\ cm$ بحركة انسحابية و بسرعة قدرها $V = 5\ m/s$.
1 ــ جد الطاقة الحركية لهذه الكرة .
2 ــ عين سرعتها الزاوية لو كانت تدور بنفس الطاقة الحركية حول محور يمر من مركزها .

الحـل ــ18

1 ــ إيجاد الطاقة الحركية لهذه الكرة :

الطاقة الحركية للكرة و هي تنزلق ولا تتدحرج أي أن لها حركة انسحابية و طاقتها الحركية تكتب على شكل :

$E_c = 1/2 . M . V^2 = 1/2 . 0,5 . 5^2 = 6,25\ (J)$

2 ــ تعيين سرعتها الزاوية لو كانت تدور بنفس الطاقة الحركية حول محور يمر من مركزها :

لو كانت الكرة تدور حول محور فإن طاقتها الحركية تكتب على الشكل : $E_{cR} = 1/2 . J_{/\Delta} . \omega^2$

حيث $J_{/\Delta}$ عزم عطالة الكرة : $J_{/\Delta} = 2/5 . M . R^2$

و منه : $E_{cR} = 1/2\ (2/5 . M . R^2)\ \omega^2$ و منه : $E_{cR} = 1/5\ (M . R^2)\ \omega^2$

و منه نستنتج : $\omega = 79\ rd/s$

التمرين ــ19

ينتقل دراج ، كتلته هو و دراجته $90\ kg$ ، على طريق أفقي بسرعة $V = 25\ km/h$.
يكافئ الإحتكاك و مقاومة الهواء قوة تعاكس حركته شدتها $f = 20\ N$.
1 ــ جد العمل الذي يبذله الدراج لقطع مسافة $1\ km$.
2 ــ جد الإستطاعة P التي يبذلها في هذه الظروف .
3 ــ جد الإستطاعة P' التي سوف يبذلها إذا احتفظ بنفس السرعة و صعد طريقا مائلا ميله $5\ \%$.

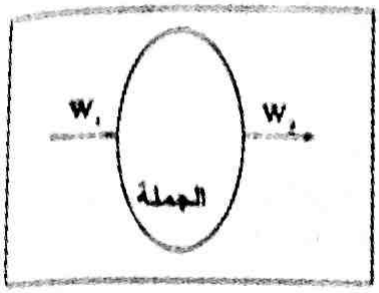
الحـل ــ19

1 ــ إيجاد العمل الذي يبذله الدراج لقطع مسافة $d = 1\ km$:

الطريقة الأولى :

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة :

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



ـ بما أن سرعة الجملة ثابتة فلا يحدث أي تغير في طاقتها فلا نمثل أعمدة داخل القفاعة و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك و تفقد طاقة بسبب قوى الإحتكاك f و هو تحويل ميكانيكي أيضا W_2 و هو عمل مقاوم .

ـ إيجاد العمل اللازم بذله : نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $Ec_1 + W_1 - W_2 = Ec_2$

بما أن سرعة الجسم ثابتة أي : $Ec_1 = Ec_2$ نستنتج أن : $W_1 = W_2$

قيمة العمل اللازم بذله هي إذن : $W_1 = F \cdot d = f \cdot d = 20 \cdot 1000 = 20\ kJ$

الطريقة الثانية :

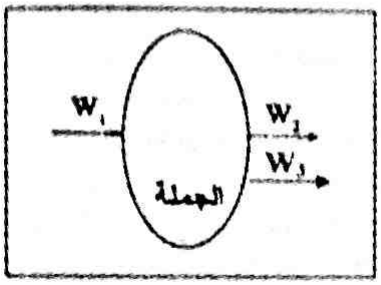
الجملة (ينتقل دراج بسرعة $V = 25\ km/h$) يفهم منها أن السرعة ثابتة و حتى تكون كذلك يجب أن يولد الدراج قوة محركة $\vec{F}$ تساوي القوة المعاكسة له و هي قوة الإحتكاك و هذا حتى تكون محصلة القوى المؤثرة معدومة حسب مبدأ العطالة لنيوتن .

العمل الذي يبذله لقطع مسافة d : $W = F \cdot d = 20 \cdot 1000 = 20\ kJ$

2 ـ إيجاد الإستطاعة P التي يبذلها في هذه الظروف :

الإستطاعة التي يبذلها : $P = F \cdot V = (20 \cdot 25 \cdot 10^3) / 3600 = 139\ W$

3 ـ إيجاد الإستطاعة P' التي سوف يبذلها إذا احتفظ بنفس السرعة و صعد طريقا مائلا ميله 5 % :

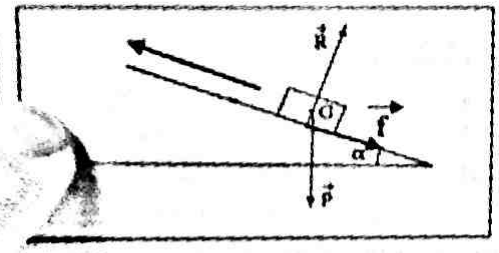


الطريقة الأولى :

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية الجملة :

ـ بما أن سرعة الجسم ثابتة فلا يحدث أي تغير في طاقته فلا نمثل أعمدة داخل القفاعة و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك و تفقد طاقة بسبب عمل قوى الإحتكاك f و هو تحويل ميكانيكي أيضا W_2 و هو عمل مقاوم . و تفقد طاقة أخرى بسبب عمل قوة الثقل وهو تحويل ميكانيكي أيضا W_3 و هو عمل مقاوم .

ـ إيجاد العمل اللازم بذله :



نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

الطاقة الإبتدائية للجملة + الطاقة المستقبلة – الطاقة المقدمة = الطاقة النهائية للجملة

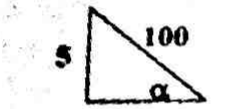
$$Ec_1 + W_1 - W_2 - W_3 = Ec_2$$

بما أن سرعة الجسم ثابتة فإن : $Ec_1 = Ec_2$ نستنتج أن : $W_1 = W_2 + W_3$

قيمة العمل اللازم بذله هي إذن : $W_1 = P \cdot h + f \cdot d = P \cdot d \cdot \sin\alpha + f \cdot d$

$W_1 = P \cdot d \cdot \sin\alpha + f \cdot d = 900 \cdot 10^3 \cdot (5/100) + 20 \cdot 10^3 = 65\ kJ$

ـ إيجاد الإستطاعة P' :



$\sin\alpha = 5/100$

نعلم أن : $P' = E/t$ حيث وحدة الإستطاعة هي الواط W

حيث : E هو التحويل الطاقوي و في هذه الحالة هو عمل القوة أي : $W_1 = E$

Δt هو الزمن اللازم لإنجاز هذا العمل هنا : $\Delta t = d/V = 1000 / (25 \cdot 1000/3600) = 144\ s$

و منه : $P' = W_1 / \Delta t = 65000 / 144 = 451{,}38\ W$

الطريقة الثانية :

حتى تكون السرعة ثابتة كذلك على طريق مائل يجب أن يولد الدراج قوة محركة F تساوي القوى المعاكسة له و هي قوة الإحتكاك و المركبة المماسية للطريق لقوة الثقل التي تعاكس مباشرة القوة المحركة و هذا حتى تكون محصلة القوى المؤثرة معدومة حسب مبدأ العطالة لنيوتن .

ـ عندما يصعد الدراج طريقا مائلا تضاف مركبة الثقل الموازية لاتجاه الحركة ($P \cdot \sin\alpha$) إلى قوة الإحتكاك .

$$P = (f + P \cdot \sin\alpha)\ V = [(20 + 900 \cdot (5/100)] \cdot 25000/3600 = 451{,}38\ W$$

التمرين ـ20

يدير محرك كهربائي ، استطاعته $P = 3\ kW$ ثابتة ، اسطوانة متجانسة نصف قطرها $R = 75\ cm$ و كتلتها $m = 250\ kg$. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة جد أقصر مدة زمنية يستلزم للأسطوانة حتى تدور ، انطلاقا من السكون ، بسرعة $1750\ tr/mn$. عزم عطالة الأسطوانة $J_\Delta = 1/2 \cdot M R^2$.

الحـل ـ20

إيجاد أقصر مدة زمنية يستلزم للأسطوانة حتى تدور ، انطلاقا من السكون ، بسرعة $1750\ tr/mn$: $0 + W - 0 = E_c$

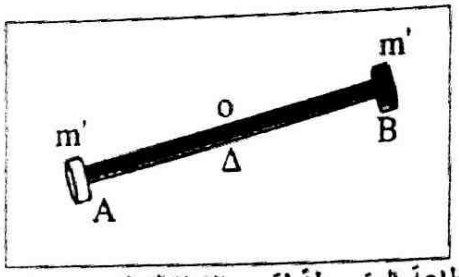
بما أن الحركة دورانية : $E_c = 1/2 \cdot J_\Delta \cdot \omega^2$ و الطاقة المكتسبة : $W = P \cdot t$ و منه : $P \cdot t = 1/2 \cdot J_\Delta \cdot \omega^2$

و منه نستنتج الزمن اللازم للأسطوانة حتى تدور ، انطلاقا من السكون ، بسرعة بسرعة $1750\ tr/mn$:

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$t = [(1/4 . M R^2) . (2\pi N)^2] / P$$
$$t = [(1/4 . 250 . 0,75^2) . (6,28 . 1750/60)^2] / 3000 = 393,15 \text{ s.}$$

التمرين ــ21



قضيب AB طوله $2L = 1m$ و كتلته $m = 500\ g$ يدور حول محور Δ أفقي يمر من مركزه O . يعطى عزم عطالته بالنسبة للمحور $J_\Delta = 1/3\ m L^2$. يحمل القضيب على طرفيه جسمين نعتبرهما نقطيين كتلة كل منهما $m' = 200\ g$.

1 ــ ندير الجملة بسرعة 100 tr/mn .
ما هي حينئذ الطاقة الحركية للجملة (القضيب + الكتلتين)؟

2 ــ تعرقل قوى الإحتكاك حركة الجملة بحيث تتوقف خلال 10 mn . ما هي الإستطاعة المتوسطة لقوى الإحتكاك ؟

3 ــ يتوقف القضيب بعدما يدور 400 دورة . احسب عزم قوى الإحتكاك باعتباره ثابتا .

الحـل ــ21

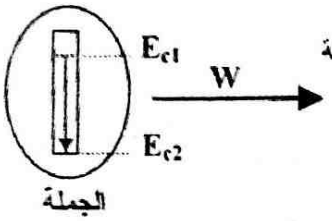
1 ــ إيجاد الطاقة الحركية للجملة (القضيب + الكتلتين) :

$$Ec = Ec_b + Ec_{2m} = 1/2\ J_\Delta . \omega^2 + 2 . 1/2\ J'_\Delta . \omega^2$$

بالتعويض نجد :

$$Ec = 1/2\ (1/12 . m . (2L)^2) . \omega^2 + 2 . 1/2\ (m' . L) . \omega^2$$
$$Ec = 1/2\ [(m/3 + 2m')]\ [(2\pi N L / 60]^2$$
$$Ec = 1/2\ [(0,5/3 + 2 . 0,2)]\ [(6,28 . 100 . 0,5 / 60]^2 = 7,76\ J$$

2 ــ إيجاد الإستطاعة المتوسطة لقوى الإحتكاك : ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة :



ــ سرعة الجملة تتناقص إلى أن تنعدم فيحدث تغير في طاقتها الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تفقد طاقة بسبب قوى الإحتكاك f و هو تحويل ميكانيكي أيضا W و هو عمل مقاوم .

ــ إيجاد العمل اللأزم بذله : نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $Ec_1 - W = Ec_2$

بما أن السرعة النهائية معدومة فإن : $Ec_2 = 0$ نستنتج أن : $Ec_1 = W$

قيمة العمل اللأزم بذله هي إذن : $W = Ec_1 = 7,76\ J$

ــ الإستطاعة المتوسطة لقوى الإحتكاك : نعلم أن : $P = E/t$ حيث وحدة الاستطاعة هي الواط W

حيث : E هو التحويل الطاقوي و في هذه الحالة هو عمل القوة أي : $W = E$

Δt هو الزمن اللازم لإنجاز هذا العمل هنا : $\Delta t = 600\ s$.

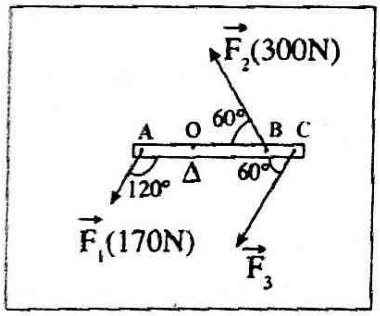
$$P = W / \Delta t = 7,76 / 600 = 12,93 . 10^{-3}\ W$$

3 ــ يتوقف القضيب بعدما يدور 400 دورة . حساب عزم قوى الإحتكاك باعتباره ثابتا :

عندما يدور القضيب 400 دورة فإنه يمسح زاوية قدرها : $\theta = 400 . 2\pi = 800\ \pi\ rd$

$$W = M_f . \theta = Ec_1 \Rightarrow M_f = Ec_1 / \theta = 7,76 / 800\pi = 3,09 . 10^{-3}\ m . N$$

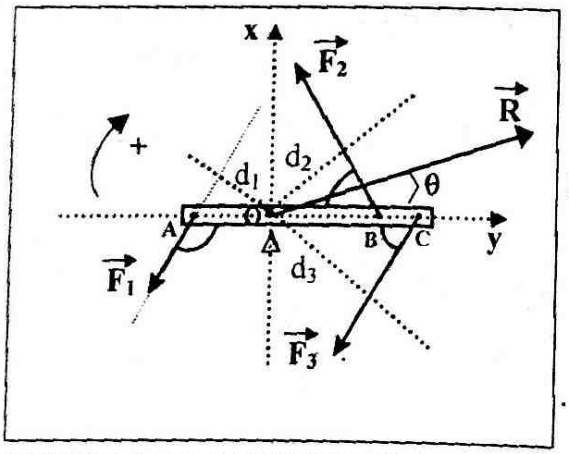
التمرين ــ22



مسطرة مهملة الكتلة يمكنها الدوران حول محور ثابت Δ يمر من النقطة O .
تتوازن هذه المسطرة تحت تأثير ثلاثة قوى موجودة في المستوى العمودي للمحور .
تعطى : $OC = 40\ cm$ و $OB = 30\ cm$ و $OA = 20\ cm$.

1 ــ اذكر شروط توازن جسم متحرك حول محور ثابت .
2 ــ احسب عزم القوة $\vec{F_3}$ ثم استنتج شدتها
3 ــ عين مميزات الفعل $\vec{R}$ للمحور على المسطرة . يمكن اسقاط القوة $\vec{R}$ على محورين ملائمين تختارهما ثم استنتج شدة $\vec{R}$ و الزاوية التي يصنعها حامل $\vec{R}$ مع المستقيم OC .

الحـل ــ22



1 ــ ذكر شروط توازن جسم متحرك حول محور ثابت :
يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :
ــ مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم $(\Sigma \vec{F_i} = 0)$
ــ المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه معدوم $\Sigma M_{F/\Delta} = 0$

2 ــ حساب عزم القوة F_3 ثم استنتاج شدتها :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{R} = \vec{0}$$
$$M_{F1/\Delta} + M_{F2/\Delta} + M_{F3/\Delta} + M_{R/\Delta} = 0 \quad \text{و}$$
$$M_{R/\Delta} = 0$$

لأن حامل القوة $\vec{R}$ يقطع محور الدوران لأن نقطة تطبيقها هي النقطة O .

نستنتج : $M_{F1/\Delta} + M_{F2/\Delta} + M_{F3/\Delta} = 0$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

أي :

$$M_{F3/\Delta} = F_1 . d_1 + F_2 . d_2$$

$$M_{F3/\Delta} = F_1 . OA . \sin 60 + F_2 . OB \sin 60$$

ت . ع :

$$M_{F3/\Delta} = 170 . 0.2 . 0.866 + 300 . 0,3 . 0,866 = 107,38 \text{ N . m .}$$

ـ استنتاج شدة القوة من عبارة عزمها :

$$M_{F3/\Delta} = F_3 . OC . \sin 60 \Rightarrow F_3 = M_{F3/\Delta} / (OC . \sin 60)$$

و نجد :

$$F_3 = 107,38 / (0,4 . \sin 60) = 309,77 \text{ N .}$$

3 ـ عين مميزات الفعل $\vec{R}$ للمحور على المسطرة . يمكن اسقاط القوة $\vec{R}$ على محورين ملائمين تختارهما ثم استنتج شدة R و الزاوية التي يصنعها حامل R مع المستقيم OC .

3 ـ عزم الفعل بالنسبة للمحور Δ معدوما إذا ليس له أثر دوراني لكنه يحقق أحد شرطي التوازن :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{R} = \vec{0}$$

$$R_X = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X} = (F_1 + F_2 + F_3) . \cos 60$$

$$R_Y = (F_{1Y} - F_{2Y} + F_{3Y}) = (F_1 - F_2 + F_3) . \sin 60$$

ت . ع :

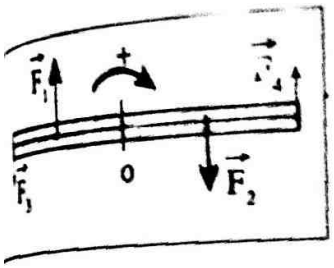
$$R_X = 389,5 \text{ N} \quad \text{و} \quad R_Y = 155 \text{ N} \quad \text{و} \quad R \quad 419,20 \text{ N}$$

ـ استنتاج الزاوية التي يصنعها حامل $\vec{R}$ مع المستقيم OC .

$$tg(OC . R) = tg(\theta) = Ry / Rx \Rightarrow \theta = 21,7° .$$

التمرين ـ23

طول القضيب الموضح على الشكل المرافق هو $L = 4\,l = 80$ cm يمكنه الدوران حول محوره Δ ثابت يمر من مركز عطالته في النقطة O و يخضع لأربع قوى حواملها عمودية عليه: $F_1 = F_2 = 6,0$ N و $F_3 = F_4 = 2,0$ N



1 ـ احسب عزمي المزدوجتين .

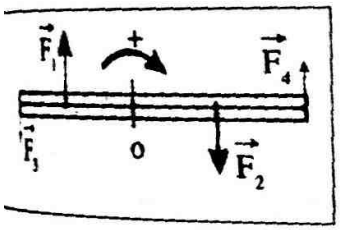
2 ـ احسب مجموع عزمي المزدوجتين المؤثرتين على القضيب .

3 ـ هل هذا القضيب في حالة توازن ؟

4 ـ إذا كان الجواب لا ، فما هو العزم اللأزم إضافته حتى يتوازن القضيب ؟

5 ـ نحقق هذا العزم بقوتين F_5 و F_6 اتجاهيهما عموديين على القضيب و مطبقين على طرفيه . مثل القوتين في رسم توضيحي ثم احسب شدتيهما .

الحل ـ23



1 ـ حساب عزمي المزدوجتين :

$$M_{F1,F2} = F_1 . 2 . l = 6 . 0,4 = 2,4 \text{ m . N}$$

$$M_{F3,F4} = - F_3 . 4 . l = -2 . 0,8 = -1,6 \text{ m . N}$$

2 ـ حساب مجموع عزمي المزدوجتين المؤثرتين على القضيب :

$$M_{F1,F2} + M_{F3,F4} = 2,4 - 1,6 = 0,8 \text{ m . N}$$

3 ـ هل هذا القضيب في حالة توازن ؟

ـ لا . القضيب ليس في حالة توازن لأن المجموع الجبري للعزوم غير معدوم و هو أحد شروط التوازن .

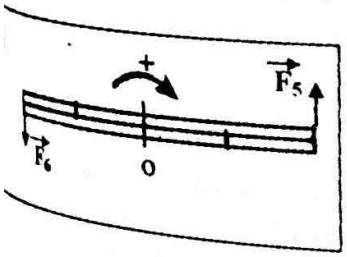
4 ـ العزم M اللأزم إضافته حتى يتوازن القضيب يجب أن يحقق شرط التوازن و هو :

$$M_{F1,F2} + M_{F3,F4} + M = 0$$

و منه :

$$M = -(M_{F1,F2} + M_{F3,F4}) = -(2,4 - 1,6) = -0,8 \text{ m . N}$$

العزم M اللأزم إضافته حتى يتوازن القضيب هو : $M = 0,8$ m . N



5 ـ تمثيل القوتين F_5 و F_6 في رسم توضيحي :

ـ حساب شدتيهما :

$$M_{F5,F6} = - F_5 . 0,8 = -0,8 \text{ m . N}$$

و منه :

$$F_5 = F_6 = 1 \text{ N .}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمـاريـن نمـاذج للفروض و الإختبارات

التمرين ـ1

مقرجملة عجلتين مسننتين أنصاف أقطارها R_1 و R_2 تدوران معا . العجلة الأولى تحتوي 100 سنة وتدور بسرعة زاوية $\omega = 2\ rad/s$. العجلة الثانية R_2 تحتوي 20 سنة .

1ـ ما هي سرعة دوران العجلة الثانية ؟

2ـ عزم عطالة العجلة الأولى R_1 هو $J_{/\Delta} = 10^{-2}\ kg.m^2$. ما هي الطاقة الحركية لها ؟

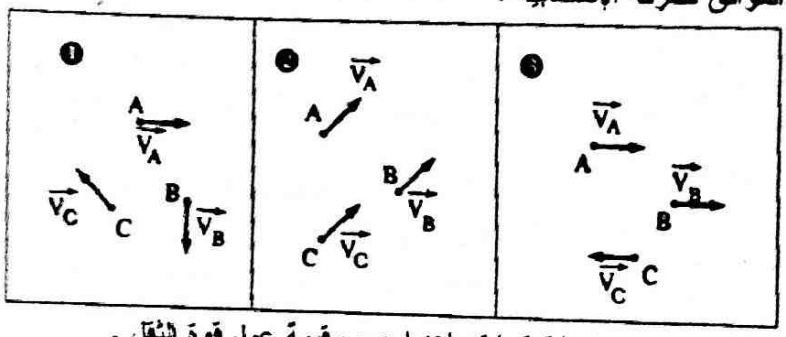
الحل ـ1

1ـ سرعة دوران العجلة الثانية : العجلة الثانية R_2 تحتوي على عدد الأسنان أقل بخمس مرات من العجلة الأولى R_1 إذن تدور بسرعة أكبر بخمس مرات سرعة العجلة الأولى أي سرعتها الزاوية : $\omega' = 10\ rad/s$.

2ـ الطاقة الحركية لها : $Ec = 1/2\ J_{/\Delta}.\omega^2 = 1/2 \cdot 10^{-2} \cdot 2^2 = 2 \cdot 10^{-2}\ J$

التمرين ـ2

1ـ من خلال الأشكال الثلاث الآتية ، ما هو الشكل الموافق للحركة الإنسحابية ؟



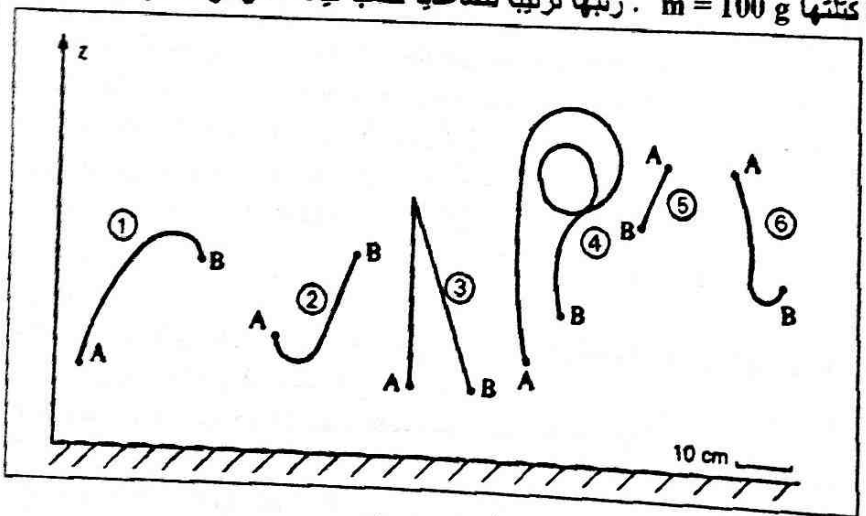
الحل ـ2

ـ عندما يكون جسم صلب غير قابل للتشوه في حركة انسحابية ، كل نقاطه لها نفس شعاع السرعة من حيث الجهة و المنحى و الشدة .

ـ فقط الشكل ❷ يوافق الحركة الإنسحابية .

التمرين ـ3

2ـ الأشكال الثلاث المرفقة تمثل مسار كرة كتلتها $m = 100\ g$. رتبها ترتيبا تصاعديا حسب قيمة عمل قوة الثقل .



الحل ـ3

عمل الثقل عند الإنتقال من A إلى B :

$W_{AB}(\vec{P}) = -m.g(Z_B - Z_A)$

$Z_B - Z_A = 0{,}4\ m$ ❶

$Z_B - Z_A = 0{,}4\ m$ ❷

$Z_B - Z_A = 0\ m$ ❸

$Z_B - Z_A = 0{,}2\ m$ ❹

$Z_B - Z_A = 0{,}2\ m$ ❺

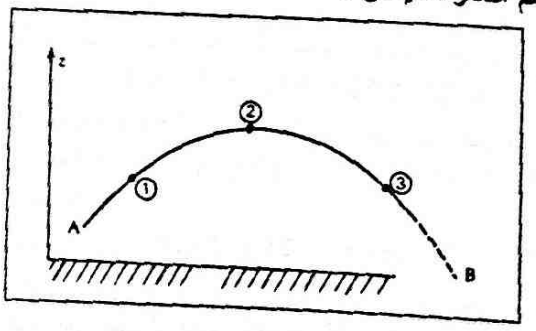
$Z_B - Z_A = -0{,}4\ m$ ❻

عمل الثقل يتعلق بالفرق في الإرتفاع :

$W_1 = W_2 < W_4 = W_5 < W_3 < W_6$

التمرين ـ4

على المسار ، في الشكل المرفق ، حدد النقطة أين تكون الطاقة الحركية للجسم أصغر ما يمكن .



الحل ـ4

النقطة أين تكون الطاقة الحركية للجسم أصغر ما يمكن هي ❷ لأنه عند انتقال من A إلى ❷ عمل ثقل الجسم مقاوم أي يصرف طاقة أي تتناقص طاقته الحركية و بعد ❷ يصبح عمل ثقل الجسم محرك فتزداد طاقته الحركية

التمرين ـ5

5ـ لكي يكون العمل معدوم يجب :

a ـ أن تكون القوة معدومة . b ـ أن يكون الإنتقال معدوم .

c ـ توجد حالات أخرى .

اختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

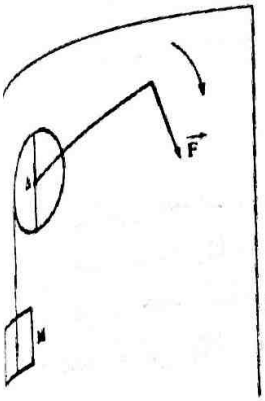
$$W_{AB} = F \cdot AB \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

الحل ـ5

كل الإجابات صحيحة لأنه :

إذن ينعدم هذا العمل في إحدى الحالات الثلاث : إما $F = 0$ أو $AB = 0$ أو $\vec{AB} \perp \vec{F}$

التمرين ـ6



منلف (Treuil) نصف قطره $R = 10\ cm$ نديره بواسطة ساق (Manivelle) طولها $L = 1\ m$.

$m = 50\ kg$ كتلته

1ـ ما هي القوة F الواجب تطبيقها عموديا على الساق لسحب جسم

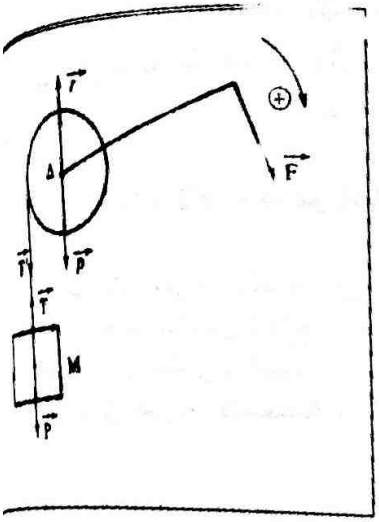
بحركة مستقيمة منتظمة ؟

2ـ احسب عمل هذه القوة من أجل دورة واحدة . تعطى : $g = 10\ N/Kg$

3ـ احسب عمل ثقل الجسم عندما يلف الخيط الذي يجره بدورة واحدة . ماذا تستخلص ؟

4ـ إذا استبدلنا الساق و القوة التي تديره بمحرك له محور دورانه في مركز الملفاف .

فما هي السرعة الزاوية للملفاف من أجل محرك إستطاعته $2\ kW$.



الحل ـ6

1ـ القوة F الواجب تطبيقها لسحب الجسم بحركة مستقيمة منتظمة :

حتى ينسحب الجسم بحركة مستقيمة منتظمة يجب أن يكون مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ و منه : $P = T$

و كذلك يجب أن يدور الملفاف بحركة منتظمة : المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة على الملفاف معدوم أي :

مجموع عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في جهة عقارب الساعة يساوي إلى مجموع عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في الجهة المعاكسة :

$$F \cdot L = T' \cdot R$$

الخيط مهمل الكتلة عديم الإمتطاط : $T' = T = P$

و منه : $F \cdot L = P \cdot R \Rightarrow F = (P \cdot R)/L = (500 \cdot 0{,}1)/1 = 50\ N$

2ـ حساب عمل هذه القوة من أجل دورة واحدة :

$$W = M_F \cdot \theta = F \cdot L \cdot \theta = 50 \cdot 1 \cdot 2\pi = 100\pi = 314\ J$$

3ـ حساب عمل ثقل الجسم عندما يلف الخيط الذي يجره بدورة واحدة :

عندما يلف الخيط الذي يجره بدورة واحدة فإن الجسم يرتفع ما مقداره محيط البكرة أي : $h = 2\pi R$

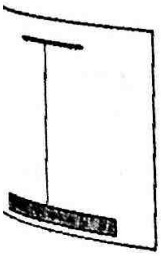
و منه عمل الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot 2\pi R = -50 \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 0{,}1 = -314\ J$

4ـ السرعة الزاوية للملفاف من أجل محرك إستطاعته $2\ kW$:

حتى يعوض المحرك الساق يجب أن يكون له نفس عزم القوة F المؤثرة عليها .

و منه : $P = M_F \cdot \omega \Rightarrow \omega = P/M_F = P/(F \cdot L) = 2000/(50 \cdot 1) = 40\ rad/s$

و منه سرعة الدوران : $N = \omega/2\pi = 6{,}37$ دورة/s



التمرين ـ7

نعتبر نواس أفقي يتكون من قضيب أفقي عزم عطالته بالنسبة لمحور الدوران يمر من مركزه $J_\Delta = 10^{-2}\ kg \cdot m^2$ مثبت إلى خيط شاقولي .

1ـ أوجد الطاقة الحركية للقضيب عندما يدور بسرعة $5\ Tours/s$.

2ـ نضع في إحدى نهايتي القضيب على بعد $d = 20\ cm$ من محور الدوران كتلة نقطية $m = 100\ g$. أوجد الطاقة الحركية للكتلة النقطية من أجل نفس سرعة الدوران السابقة للقضيب .

الحل ـ7

1ـ إيجاد الطاقة الحركية للقضيب عندما يدور بسرعة $5\ Tours/s$:

$$Ec = 1/2\ J_\Delta \cdot \omega^2 = 1/2 \cdot 10^{-2} \cdot (2\pi N)^2 = 1/2 \cdot 10^{-2} \cdot (2\pi \cdot 5)^2 = 5\ J$$

2ـ إيجاد الطاقة الحركية للقضيب من أجل نفس سرعة الدوران السابقة : $J'_\Delta = J_\Delta + m \cdot d^2$

$$E'c = 1/2\ J'_\Delta \cdot \omega^2 = 1/2 \cdot (10^{-2} + 0{,}1 \cdot 0{,}2^2) \cdot (2\pi \cdot 5)^2 = 1/2 \cdot 10^{-2} \cdot (2\pi \cdot 5)^2 = 6.9\ J$$

التمرين ـ8

نابض فتل لميقاتية ثابت فتله $C = 10^{-3}\ N.m/rad$. نقوم بتدوير النابض (نفتله) بثلاث دورات إنطلاقا من وضع الراحة.

aـ ما هي الطاقة التي يختزنها ؟

bـ من أجل أن ينجز العقرب الكبير للميقاتية دورة واحدة يتطلب طاقة قدرها $6 \cdot 10^{-3}\ J$. ما هي مدة إشتغال الميقاتية إذا اهملنا حركة العقرب الصغير ؟

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

جـ علما أن العقرب الصغير يستهلك نفس الطاقة $6 . 10^{-3}$ J من أجل دورة واحدة . ما هي المدة الزمنية الحقيقية لإشتغال الميقاتية ؟

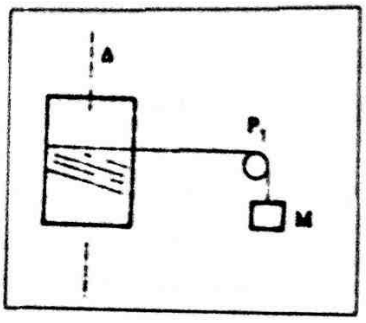
الحل ـ 8

أ ـ الطاقة التي يختزنها النابض : $Ep = 1/2 . C . \theta^2$ حيث θ هي زاوية الدوران انطلاقا من السكون .
كل دورة تعادل زاوية قدرها 2π rad و منه 3 دورات تعادل : 6π rad
و منه : $Ep = 1/2 . C . \theta^2 = 1/2 . 10^{-3} . (6\pi)^2 = 1,77 . 10^{-1}$ J

ب ـ مدة إشتغال الميقاتية إذا أهملنا حركة العقرب الصغير :
من أجل أن ينجز العقرب الكبير للميقاتية دورة واحدة يتطلب طاقة قدرها $6 . 10^{-3}$ J . و لكي يصرف كل الطاقة المختزنة $1,77 . 10^{-1}$ J فإنه ينجز : $(1,77 . 10^{-1}) / (6 . 10^{-3}) = 29,5$ دورة
و كل دورة تعادل مدة زمنية قدرها ساعة واحدة و منه : مدة إشتغال الميقاتية هو 29,5 ساعة .

جـ ـ المدة الزمنية الحقيقية لإشتغال الميقاتية ، علما أن العقرب الصغير يستهلك نفس الطاقة $6 . 10^{-3}$ J من أجل دورة واحدة :
كلما أنجز العقرب الكبير للميقاتية دورة واحدة ينجز العقرب الصغير 1/12 دورة .
إذن : كلما أنجز العقرب الكبير للميقاتية n دورة ينجز العقرب الصغير n/12 دورة .
و منه الطاقة المصروفة : $6 . 10^{-3} n + 6 . 10^{-3} (n/12) = 1,77 . 10^{-1} \Rightarrow n = 27,2$ دورة

التمرين ـ 9

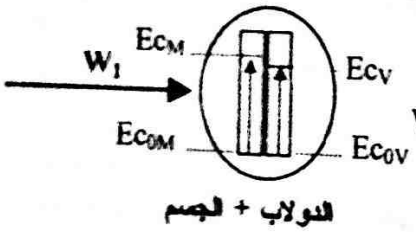


ندرس حركة دولاب (volant) عزم عطالته $J_{/\Delta} = 1$ kg . m^2 ، نصف قطره $R = 10$ cm يدور بدون إحتكاك حول محور ثابت Δ . يلف حول الدولاب خيط عديم الإمتطاط كتلته مهملة ، تتدلى في نهايته جسم كتلته $M = 0,5$ kg بكرة P_1 لا تؤخذ بعين الإعتبار خلال الدراسة. نترك الجملة بدون سرعة إبتدائية . نعطى : $g = 10$ N/Kg
1ـ ما هي العلاقة الموجودة بين السرعة الزاوية للدولاب و السرعة الخطية للجسم ؟
2ـ ما هي سرعة الجسم بعد نزوله $h = 3$ m بالنسبة لموضع الإنطلاق ؟

الحل ـ 9

1ـ العلاقة الموجودة بين السرعة الزاوية للدولاب ω و السرعة الخطية للجسم v :
عندما تنتقل نقطة من الخيط مسافة L فإن الجسم ينزل نفس المسافة L خلال نفس المدة الزمنية Δt فتكون إذن سرعته : $v = L/\Delta t$. و كذلك لدينا : $L = R\theta$ و منه : $v = R(\theta/\Delta t)$ و لكن : $\theta/\Delta t = \omega$ و منه : $v = R\omega$

2ـ سرعة الجسم بعد نزوله 3 m بالنسبة لموضع الإنطلاق :
3 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :



ـ الجملة (الدولاب + الجسم) تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك لعمل قوة الثقل وتتحول هذه الطاقة سبيل ميكانيكي إلى طاقة حركية انسحابية بالنسبة للجسم و إلى طاقة حركية دورانية بالنسبة للدولاب .
ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :
$Ec_{0V} + Ec_{0M} + W_1 = Ec_V + Ec_M$ و لكن : $Ec_{0V} + Ec_{0M} = 0$ (السرعة الإبتدائية معدومة)
$W_1 = Ec_V + Ec_M$
$1/2 . M . v_m^2 + 1/2 \; J_{/\Delta} . \omega^2 = M . g . h$
$1/2 . M . v_m^2 + 1/2 \; J_{/\Delta} . (v_m/R)^2 = M . g . h$
و منه : $v_m = 0,55$ m/s

التمرين ـ 10

ندعو نواس مركب ، جسم كتلته $M = 1$ kg يمكنه الدوران بحرية حول محور ثابت Δ عمودي على مستوي الشكل . مركز العطالة G للجسم يكون على بعد ثابت a من Δ $(a = 0,5$ m$)$.عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لـ Δ هو $J_{/\Delta} = 0,05$ kg . m^2
1ـ نزيح هذا الجسم بـ α درجة بالنسبة لوضع توازنه . أكتب عبارة طاقته الكامنة الثقلية بدلالة α .
2ـ ارسم منحنى الدالة $E_p = f(\alpha)$ من أجل $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$
3ـ مستعينا بالمنحنى البياني $E_p = f(\alpha)$ ، أحسب الطاقة الحركية للجسم عندما نتركه للسقوط بدون سرعة إبتدائية من موضع زاوية إنحرافه : $\alpha = 60°$:
a ـ عندما يمر من الموضع زاوية إنحرافه $\alpha = 30°$.
b ـ عندما يمر من موضع التوازن
4ـ ما هي السرعة الواجبة إعطاءها للنواس إنطلاقا من موضع التوازن حتى يصعد إلى زاوية إنحراف $\alpha = 45°$ ؟

الحل ـ 10

1ـ كتابة عبارة طاقته الكامنة الثقلية بدلالة α : $E_p = m . g (AG - AH)$

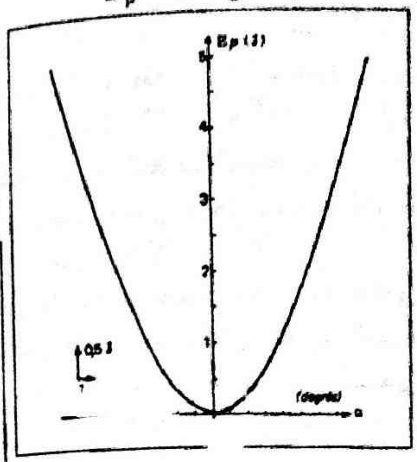
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

و منه : $AG - AH = a - a\cos\alpha$ و منه : $E_p = m \cdot g \cdot a(1 - \cos\alpha)$

2ـ رسم منحنى الدالة $E_p = f(\alpha)$ من أجل $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$

$E_p = m \cdot g \cdot a(1 - \cos\alpha) = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5(1 - \cos\alpha) = 4{,}9(1 - \cos\alpha)$

$E_p = 4{,}9(1 - \cos\alpha)$



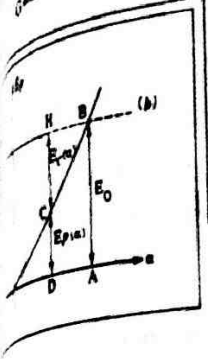
3ـ حساب الطاقة الحركية للجسم :

a ـ عندما يمر من الموضع زاوية إنحرافه $\alpha = 30°$

الطاقة الكلية لجسم تكون ثابتة إذا كانت كل أعمال القوى (ما عدا ثقله) المؤثرة عليه معدوم . الجسم أثناء سقوطها خاضع لثقله و قوة رد فعل الحامل التي عملها معدوم .

إذن الطاقة الكلية للجسم تكون ثابتة أي لها قيمة ثابتة خلال سقوطها .

الطاقة الكلية عند إنحرافه $\alpha = 60°$ أخذا النقطة G مرجعا للطاقات الكامنة :



$E_0(60°) = E_c(60°) + E_p(60°)$

ولكن $E_c(60°) = 0$ إذن : $E_0 = E_p(60) = 4{,}9(1 - \cos 60°) = 2{,}45$ J

الطاقة الكامنة عند $\alpha = 30°$: $E_p(30°) = 4{,}9(1 - \cos 30°) = 0{,}60$ J

و منه : $E_c(30°) = E_0 - E_p(30°) = 2{,}45 - 0{,}60 = 1{,}85$ J

3ـ حساب الطاقة الحركية للجسم : b ـ عندما يمر من موضع التوازن :

عند المرور من موضع التوازن تكون $\alpha = 0°$ و منه : $E_p(0°) = 0$ إذن : $E_c(0°) = E_0 - E_p(0°) = 2{,}45 - 0 = 2{,}45$ J

4ـ السرعة الواجب إعطاءها للنواس إنطلاقا من موضع التوازن حتى يصعد إلى زاوية إنحراف $\alpha = 45°$:

على المنحنى $E_p = f(\alpha)$ نقرأ : $E_p(45°) = 1{,}43$ J إذن يجب أن تكون $E_c(0°) = 1{,}43$ J حسب مبدأ انحفاظ لطا

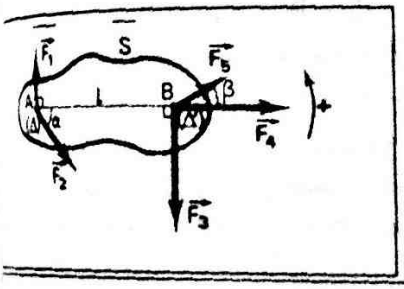
و منه : $1/2\ J_{/\Delta} \cdot \omega^2 = 1{,}43 \Rightarrow \omega = \pm 7{,}56$ rad/s

الإشارة السالبة تعني أننا يمكن قذف النواس في جهة معينة أو في جهة أخرى معاكسة .

و لكن لدينا : $v = a\omega$ و منه : $v = \pm 3{,}78$ m/s

التمرين ـ10

الجسم الصلب S الممثل في الشكل المرفق خاضع لخمسة قوى $\vec{F_1}$ ، $\vec{F_2}$ ، $\vec{F_3}$ ، $\vec{F_4}$ ، $\vec{F_5}$. حيث : $F_1 = 10$ N ، $F_2 = 15$ N ، $F_3 = 20$ N . $F_4 = 20$ N ، $F_5 = 10$ N . $\alpha = 45°$ ، $\beta = 30°$ ، $L = 10$ cm .



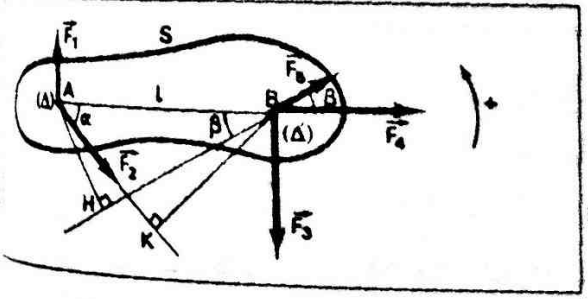
أحسب عزم كل قوة ثم استنتج مجموع عزومها :

1ـ بالنسبة للمحور (Δ) العمودي على مستوي الشكل عند A

2ـ بالنسبة للمحور (Δ') العمودي على مستوي الشكل عند B

الحل ـ10

1ـ حساب عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ) العمودي على مستوي الشكل عند A :



$M_{F1/\Delta} = 0$ ، $M_{F2/\Delta} = 0$ ، $M_{F4/\Delta} = 0$

لأن $\vec{F_1}$ ، $\vec{F_2}$ ، $\vec{F_4}$ تلاقي المحور (Δ) .

$M_{F3/\Delta} < 0$ لأن $\vec{F_3}$ تؤثر في عكس الجهة الموجبة المختارة .

$M_{F3/\Delta} = -F_3 \cdot AB = -F_3 \cdot L = -2$ Nm .

$M_{F5/\Delta} > 0$ لأن $\vec{F_5}$ تؤثر في نفس الجهة الموجبة المختارة .

$M_{F5/\Delta} = +F_5 \cdot AH = F_5 \cdot L \sin\beta = +0{,}5$ Nm .

استنتاج مجموع عزومها : $M_{F1/\Delta} + M_{F2/\Delta} + M_{F3/\Delta} + M_{F4/\Delta} + M_{F5/\Delta} = -1{,}5$ N

ـ حساب عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ') العمودي على مستوي الشكل عند B :

$M_{F3/\Delta'} = 0$ ، $M_{F4/\Delta'} = 0$ ، $M_{F5/\Delta'} = 0$ لأن $\vec{F_3}$ ، $\vec{F_4}$ ، $\vec{F_5}$ تلاقي المحور (Δ) .

$M_{F1/\Delta'} < 0$ لأن $\vec{F_1}$ تؤثر في عكس الجهة الموجبة المختارة .

$M_{F1/\Delta'} = -F_1 \cdot AB = -F_1 \cdot L = -1$ Nm .

$M_{F2/\Delta'} > 0$ لأن $\vec{F_2}$ تؤثر في نفس الجهة الموجبة المختارة .

$M_{F2/\Delta'} = +F_2 \cdot BK = F_2 \cdot L \sin\alpha = +1{,}06$ Nm .

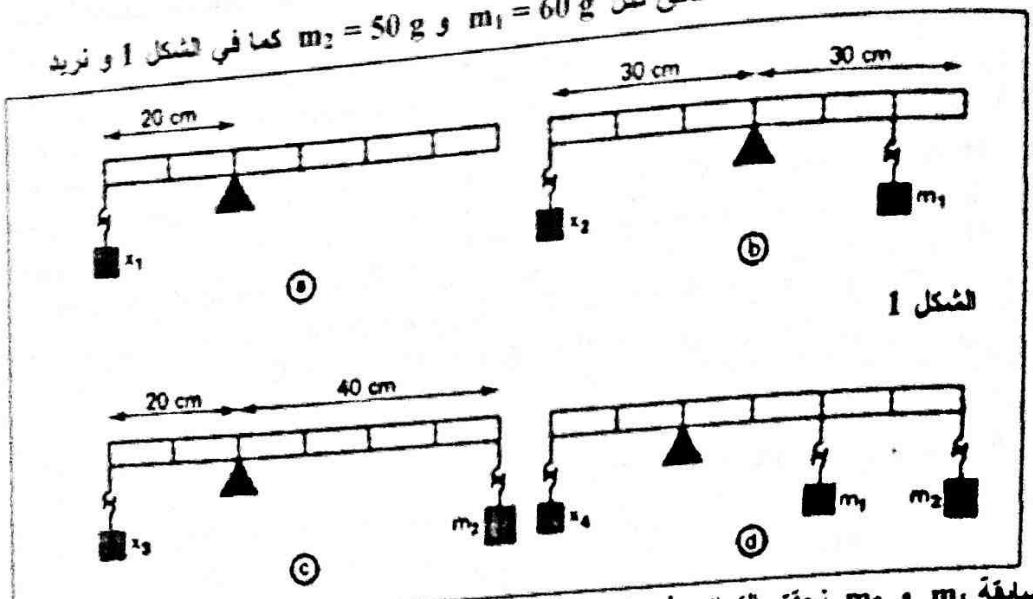
استنتاج مجموع عزومها : $M_{F1/\Delta'} + M_{F2/\Delta'} + M_{F3/\Delta'} + M_{F4/\Delta'} + M_{F5/\Delta'} = +6{,}1 \cdot 10^{-2}$ N

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين ـ11

نعتبر ساق متجانسة طولها 60 cm كتلتها $M = 200\ g$. نعلق كتل $m_1 = 60\ g$ و $m_2 = 50\ g$ كما في الشكل 1 و نريد الحصول على التوازن .

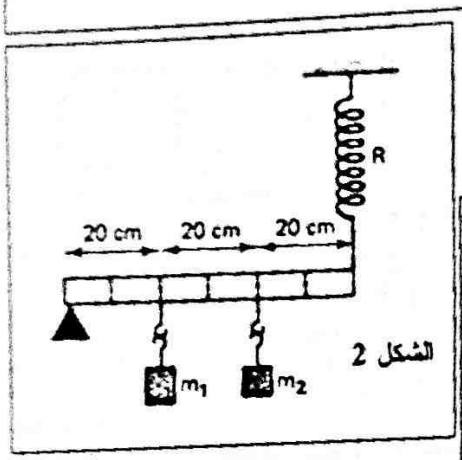
1ـ حدد في كل حالة قيمة x : قيمة الكتلة الواجب تعليقها على يسار الساق لتحقيق التوازن .



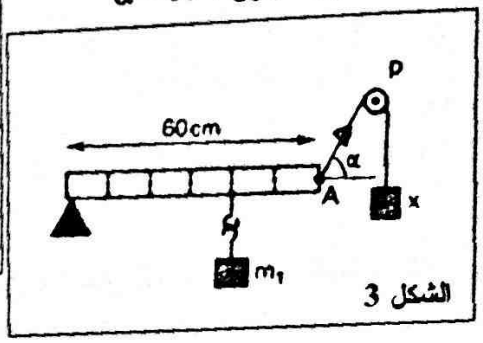
الشكل 1

2ـ بنفس الساق و الكتل السابقة m_1 و m_2 نحقق التوازن في الشكل 2 . أوجد شدة توتر النابض و استطالته y علما أن ثابت مرونته $k = 20\ N/m$.

3ـ بنفس الساق و الكتلة m_1 السابقة نحقق التوازن في الشكل 3 . أوجد قيمة x : قيمة الكتلة الواجب تعليقها لتحقيق التوازن . $\alpha = 60°$. الساق أفقية و البكرة مهملة الكتلة .



الشكل 2



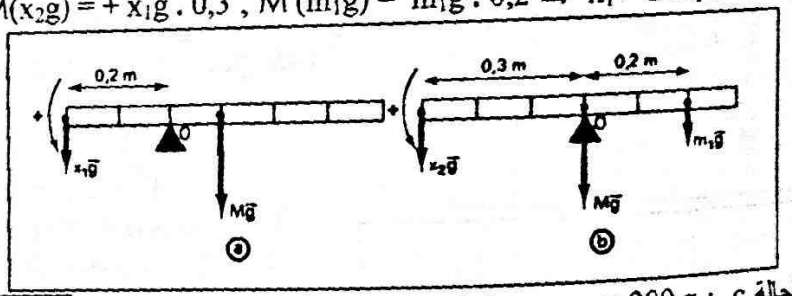
الشكل 3

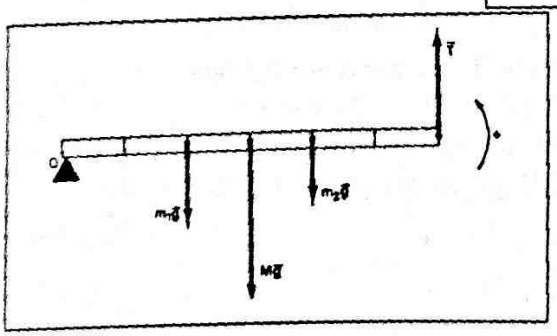
الحل ـ11

1ـ تحديد قيمة x :

الحالة a و b :

$$M(x_1g) = +x_1g \cdot 0,2\ ,\ M(Mg) = Mg \cdot 0,1 \Rightarrow x_1 = M/2 = 100\ g$$
$$M(x_2g) = +x_1g \cdot 0,3\ ,\ M(m_1g) = m_1g \cdot 0,2 \Rightarrow x_1 = 2\,m_1/3 = 40\ g$$





الحالة c : $x_3g \cdot 0,2 = Mg \cdot 0,1 + m_2g \cdot 0,4 \Rightarrow x_3 = 200\ g$

الحالة d : $x_4g \cdot 0,2 = Mg \cdot 0,1 + m_1g \cdot 0,2 + m_2g \cdot 0,4$

$\Rightarrow x_4 = 260\ g$

2ـ إيجاد شدة توتر النابض :

$$T \cdot 0,6 = Mg \cdot 0,3 + m_1g \cdot 0,2 + m_2g \cdot 0,4$$
$$\Rightarrow T = 1,5\ N$$
$$T = k \cdot y \Rightarrow y = T/k = 1,5/20 = 7,5 \cdot 10^{-2}\ m = 7,5\ cm .$$

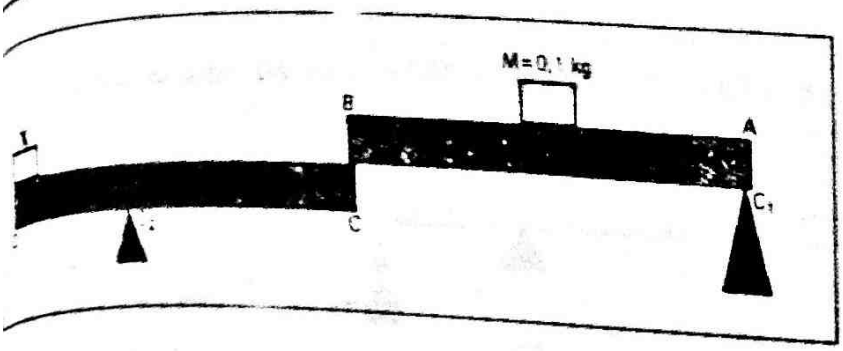
3ـ تحديد قيمة x :

$$Mg \cdot 0,3 + m_1g \cdot 0,4 = xg \cdot 0,6 \cdot \sin 60° \Rightarrow x = 161\ g$$

التمرين ـ12

الجملة الآتية تتشكل من مسطرتين متماثلتين AB و CD ، متجانستين ، طول كل منهما $L = 50\ cm$ و كتلة $m = 40\ g$ تعطى : $DC_2 = 20\ cm$ ، $M = 0,1\ kg$. الكتلة M موضوعة في منتصف المسطرة AB . من أجل تحقيق توازن

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



الجملة نضيف كتل نقطية عند النقطة D .
1ـ احسب قيمة x الموضوعة عند D
2ـ احسب شدة ردود الأفعال R_1 و R_2 للحوامل عند C_1 و C_2 على المسطرتين
3ـ احسب شدة رد الفعل R عند نقطة تماس المسطرتين .

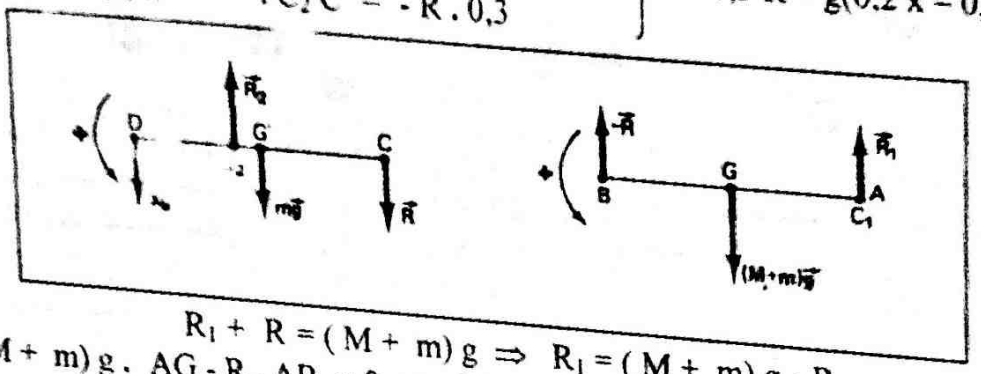
الحل ـ12

1ـ حساب قيمة x الموضوعة عند D :

$$x\,g + R_2 + m\,g + R = 0 \Rightarrow R_2 = R + (x + m)\,g$$

$$M_{(x\,g)/\Delta} + M_{(R2)/\Delta} + M_{(m\,g)/\Delta} + M_{(R)/\Delta} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} M_{(x\,g)/\Delta} = +\,x\,g \,.\, C_2D = x\,g \,.\, 0{,}2 \\ M_{(m\,g)/\Delta} = -\,m\,g \,.\, C_2G' = -\,m\,g \,.\, 0{,}05 \\ M_{(R)/\Delta} = \;?\;.\, C_2C = -\,R \,.\, 0{,}3 \end{array}\right\} \Rightarrow 0{,}3\,R = g(0{,}2\,x - 0{,}05\,m)$$



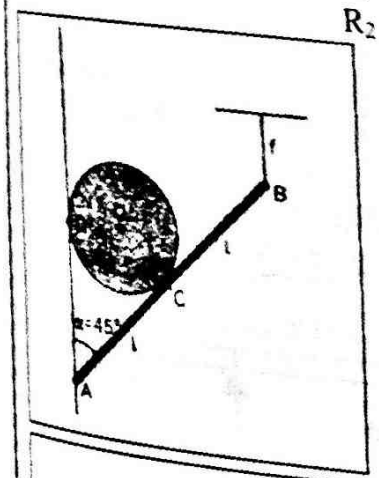
$$R_1 + R = (M + m)\,g \Rightarrow R_1 = (M + m)\,g - R$$

$$(M + m)\,g \,.\, AG - R \,.\, AB = 0 \Rightarrow 0{,}5\,R = (M + m)\,g \,.\, 0{,}25 \Rightarrow R = 0{,}69\ N$$

$$0{,}2\,x - 0{,}05\,m = 0{,}3\,R/g = 2{,}1 \,.\, 10^{-2} \Rightarrow x = 115\ g$$

$$R_1 = (M + m)\,g - R = (M + m)g/2 = R = 0{,}69\ N$$

$$R_2 = R + (x + m)\,g = 0{,}69 + 0{,}155 \,.\, 9{,}8 = 2{,}2\ N$$



التمرين ـ13

الجملة الممثلة في الشكل في حالة توازن تتشكل من ساق AB طولها 2L كتلتها مهملة و التي تتمفصل عند A في حائط شاقولي حيث تشكل معه زاوية $\alpha = 45°$ يشد الساق من نهايته الأخرى B خيط شاقولي f مثبت إلى حامل . بين الساق و الحائط يوجد قرص متجانس مركزه O ثقله $P = 20\ N$ نقطة تماسه C مع الساق توجد في منتصف AB . نهمل كل الإحتكاكات . حدد شدة ردود الأفعال $\vec{R_C}$ و $\vec{R_D}$ للساق و الحائط على القرص و كذا شدة توتر الخيط T . أثبت أن قوة رد الفعل الحائط $\vec{R_A}$ على الساق أفقية .

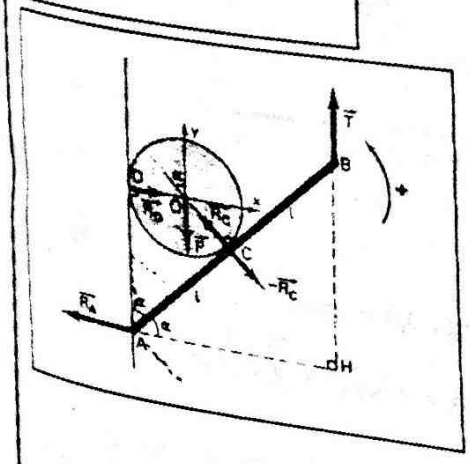
الحل ـ13

ـ تحديد شدة ردود الأفعال $\vec{R_C}$ و $\vec{R_D}$ للساق و الحائط على القرص :

$$\vec{P} + \vec{R_C} + \vec{R_D} = \vec{0}$$

$$R_C = P/\cos\alpha = 20/\cos 45° = 28{,}3\ N$$

$$R_D = R_C \,.\, \sin\alpha = P = 28{,}3\ N$$



$$M_{(\vec{R_A})} = 0 \text{ لأن } M_{(-\vec{R_C})} + M_{(\vec{T})} = 0$$

$$M_{(\vec{T})} = +\,T \,.\, AH = T \,.\, 2L\cos\alpha = +\,0{,}5\ Nm$$

$$M_{(-\vec{R_C})} = (-R_C) \,.\, L \Rightarrow R_C = 2T\cos\alpha$$

$$T = R_C/(2\cos\alpha) = 1/(2\cos\alpha) \,.\, P/(\cos\alpha) = P/(2\cos^2\alpha) = 20\ N.$$

إذن $\vec{R_A}$ تمر من H نقطة تقاطع $\vec{T}$ و $(-\vec{R_C})$

$$\vec{T} + (-\vec{R_C}) + \vec{R_A} = \vec{0}$$

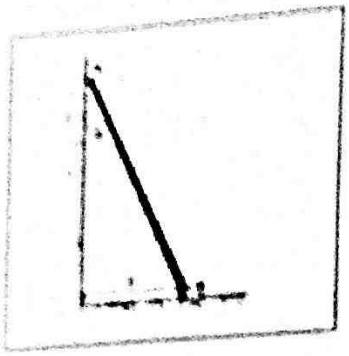
و منه : $\vec{R_A}$ أفقية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 14

سلم (Echelle) AB متجانس طوله L ثقله P مسند على حائط شاقولي بحيث يصنع معه زاوية α . تهمل كل الاحتكاكات . لجعل السلم في حالة توازن ، تثبت نهايته الأخرى B إلى خيط f الذي بدوره يثبت إلى حائط .

- أوجد شدة توتر الخيط .
- أوجد شدة ردود الأفعال المطبقة على السلم عند A و B .



الحل 14 (حل مختصر)

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R_A} + \vec{R_B} = \vec{0}$ بالإسقاط نجد : $T = R_A$ ، $R_B = P$

من نظرية العزوم نجد : $M(\vec{T}) = M(\vec{R_B}) = 0 \Rightarrow M(\vec{P}) + M(\vec{R_A}) = 0$

$P \cdot L/2 \cdot \sin\alpha = R_A \cdot L \cdot \cos\alpha \Rightarrow R_A = t = P/2 \cdot \operatorname{tg}\alpha$

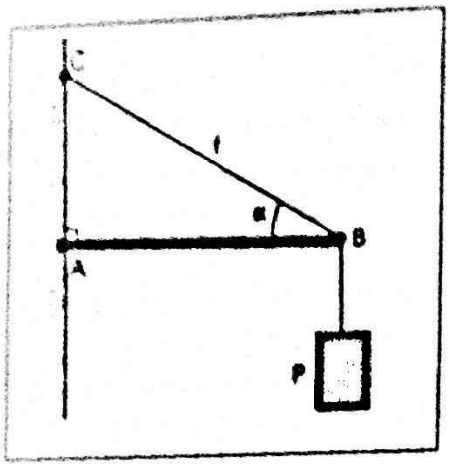
تمرين 15

نحقق التركيب المبين في الشكل حيث الثقل $P = 10^3\ N$ مطلق عند النقطة B في نهاية ساق AB متجانسة ، التي بدورها مشدودة بواسطة خيط f يصنع معها زاوية $\alpha = 30°$.

- أوجد شدة توتر الخيط في الحالتين :

a- بفرض أن ثقل الساق مهمل .

b- بفرض أن ثقل الساق هو $P' = 100\ N$



الحل 15 (حل مختصر)

أ- إيجاد شدة توتر الخيط : a- بفرض أن ثقل الساق مهمل :

$M(\vec{P}) + M(\vec{T}) + M(\vec{R_A}) = \vec{0}$

$M(\vec{P}) = -P \cdot L$ ، $M(\vec{T}) = T \cdot L \cdot \sin\alpha$

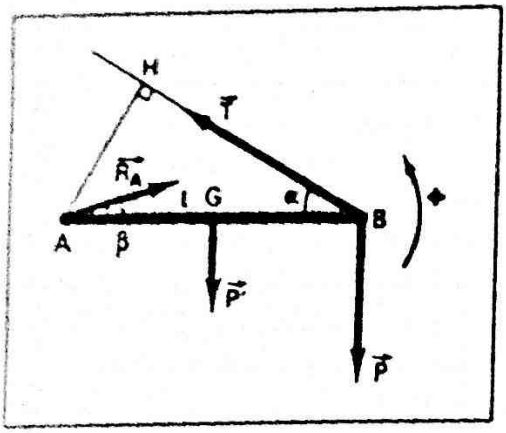
$T = +P/(\sin\alpha) = 2P = +2 \cdot 10^3\ N$

أ- إيجاد شدة توتر الخيط : b- بفرض أن ثقل الساق هو $P' = 100\ N$:

$M(\vec{P}) + M(\vec{T}) + M(\vec{P'}) = \vec{0}$

$M(\vec{P'}) = -P' \cdot L/2 \Rightarrow T = 1/\sin\alpha \cdot (P + P'/2)$

$T = 2{,}1 \cdot 10^3\ N$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM