الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية

الرياضيات

السنة الأولى من التعليم الثانوي

جذع مشترك آداب

دليل الأستاذ

المؤلفون

أوديع وحسن	مفتش التربية والتكوين
بناني رابح	مفتش التربية والتكوين
جلواح عبد الله	مفتش التربية والتعليم الأساسي
كايس صالح	أستاذ التعليم الثانوي

قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

الفهرس

	الصفحة
مدخل	3
1 – ملامح التخرج من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي.(الشعب الأدبية)	4
2 – الكفاءات المستهدفة في نهاية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي (الشعب الأدبية)	4
2 – 1 الكفاءات العرضية	4
2 – 2 الكفاءات الرياضية	4
3 – الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية الأولى ثانوي (جذع مشترك آداب)	6
4 – تنظيم السنة الدراسية	7
4 – 1 توزيع الحجم الساعي	7
4 – 2 توزيع الحجم الساعي على الأبواب	7
4 – 3 اقتراح توزيع سنوي للبرنامج	8
5 – أنشطة التعلم في الرياضات	9
5 – 1 الإستبيان المتعدد في الإجابات	9
5 – 2 الأنشطة التمهيدية	9
5 – 3 معارف وطرائق	9
5 – 4 التمارين والمسائل	10
6 – إقتراح بطاقة تقنية لتسيير حصة تعليم وتعلّم .	11
7 – إستعمال تكنولوجيات الإعلام والإتصال	12
8 – شبكة تقويم الكفاءات المستهدفة في الباب 1	13
9 – شبكة تقويم الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الأولى	14

	الصفحة
10 – البطاقات النموذجية للأبواب	
الباب 1	
الباب 2	
الباب 3	
الباب 4	
الباب 5	
الباب 6	
الباب 7	
الباب 8	

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مدخـــل

تم إعداد هذا الدّليل الخاص بالتعليم والتعلم في الرياضيات للسنة الأولى من التعليم الثانوي – جذع مشترك آداب – وفقا للبرنامج الرّسمي الذي يشرع في تطبيقه ابتداءا من شهر سبتمبر من السنة الدّراسية 2005 – 2006 . يعتبر هذا الدليل وسيلة تعليمية يعتمد عليها الأستاذ لإعداد حصص التعليم والتعلّم وتسييرها ، يقدم له توجيهات تربوية ومعالم تعلمية تسمح له بتأطير ممارساته التربوية في القسم ، وهذا ما يضمن للتلاميذ إكتساب الكفاءات المستهدفة والكفاءات الرياضية المصرح بها في البرنامج .

يشمل هذا الدّليل في جزئه الأول :

– تنظيم العمل

– تنظيم السنة الدّراسية

– أنشطة التعلم في الرياضيات

– التقويم

– الوسائل التعليمية

وفي جزئه الثاني اقتراح بطاقة نموذجية لكل باب ، حددت فيها المعارف المعالجة والكفاءات المستهدفة وبعض التوجيهات التربوية المحدّدة للمعالم التعليمية التي تسمح بالتوسّع في المفاهيم والطرائق المدرجة . كما أدرج في هذا الجزء جدول المفاهيم والمعارف والكفاءات المستهدفة الخاصة بكل باب .

كما تم اقتراح حلول موجزة وتعاليق على بعض الوضعيات المطروحة في الكتاب، يطلع عليها الأستاذ أثناء تحضير الدرس واختيار الأنشطة .

إن استخدام هذا الدليل يتطلب من الأستاذ القراءة المتمعنة لكل أجزائه والعمل به يمنح له إمكانية الإدراك والتصرف البيداغوجي المناسبين .

المؤلفون

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1 - ملامح التخرّج من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي (الشعب الأدبية)

يساهم تدريس الرياضيات في الجذع المشترك آداب والشعب المتفرعة عنه في تحديد وتحقيق ملامح التخرج في نهاية مرحلة التعليم الثانوي التي تعتبر تتويجا لكل مراحل التعليم السابقة له وقاعدة الإنطلاق في التعليم الجامعي أو مباشرة الحياة العمليّة . تتمثّل هذه الملامح في القدرة على :

- حل مشكلات .
- مواصلة الدّراسة في إحدى التخصصات (في الآداب أوالعلوم الإجتماعية أو الإقتصاديّة في التعليم الجامعي) .
- التعلم الذاتي المستمر والبحث المنهجي والإبتكار .
- مزاولة تكوين مهني متخصص يؤهله إلى الإندماج في الحياة العملية .
- النقد الموضوعي والتعبير عن المواقف والآراء واستخدام مختلف أشكال التواصل ووسائله .

2 - الكفاءات المستعدفة في نهاية التعليم الثانوي والتكنولوجي (الشعب الأدبية) .

الغرض من تدريس الرياضيات في التعليم الثانوي العام والتكنولوجي ،
في الشعب الأدبية ، هو تنمية الكفاءات العرضية والرياضية التالية :

2 - 1 الكفاءات العرضية

- فهم التركيب الرياضياتي وطبيعة البرهان فيه .
- التفكير المنطقي وحل المشاكل .
- التوجيهات السليمة في التعلم وعادات العمل الفعّال .
- التبليغ بواسطة التعبير الرياضي .
- تقدير وتذوق جمال الرياضيات والرغبة في توظيفها ومواصلة دراستها أو دراسة ميدان قريب منها .

2 - 2 الكفاءات الرياضية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الميدان	الكفاءات الرياضية
الأعداد والحساب	1 – معرفة واستعمال خواص الأعداد الطبيعية والصحيحة . 2 – معرفة واستعمال الإعداد الحقيقية . • توظيف المعادلات والمتراجحات في حل المشكلات .
الـــدوال	1 – إدراك مفهوم الدالة بجوانبه الثلاثة : البياني والجبري والحسابي . 2 – ترييض الوضعيات باستخدام الدوال . 3 – معرفة وإكتساب التعابير البيانية والتعامل معها بوضوح ودقة . 4 – إستخدام الدوال لحل المشكلات . 5 – التمكن من دراسة الدوال (أنواعها ، خواص تحليلية) .
الهندســة	– حل مسائل تتعلق بالهندسة التحليلية .
الإحصاء والإحتمالات	1 – التعرف على سلسلة إحصائية وإستخراج مؤشرات الموقع ومؤشرات التشتت . 2 – نمذجة وضعيات قصد إجراء دراسة إحصائية . 3 – إستخدام تعابير بيانية مختلفة للدلالة على معطيات أو مؤشرات أو نتائج . 4 – التمكن تدريجيا من الربط بين معطيات التجربة والنموذج الرياضي . 5 – إدراك مفهوم الإحتمال وممارسة الحساب الإحتمالي .
الإنشاء الرياضي والبرهان وتوظيف المنطق	1 – التعرف على أنماط البرهان والتمييز فيما بينها . 2 – توظيف المنطق الرياضي توظيفا سليما . 3 – تحرير نص رياضي تحريرا سليما، سواء تعلق الأمر بتقديم برهان أو شرح تبرير . 4 – التعبير بدقة ووضوح عن الأفكار الرياضياتية . 5 – الدقة في الملاحظة والقدرة على الربط لبناء إستنتاجات .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3 - الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الأولى ثانوي (جذع مشترك آداب) .

يحدد البرنامج الكفاءات الرياضية المستهدف إكتسابها من طرف التلاميذ في نهاية السنة الأولى من التعليم الثانوي – جذع مشترك آداب – وهي موزعة حسب مختلف ميادين التعلم في الرياضيات كما يلي :

الميدان	الكفاءات الرياضية
الأعداد والحساب	1 – ممارسة الحساب في مختلف المجموعات العددية . 2 – التحكم في الحساب الجبري . 3 – إكتساب إجراءات تتعلق بالتعبير عن مشكلات بمعادلات ومتراجحات وحلها . 4 – إستخدام الحاسبة العلمية أو البيانية لإجراء حساب .
الـــدوال	1 – إدراك مفهوم الدالة بمختلف الصيغ (بيانيا ، حسابيا ، جبريا) . 2 – معرفة وإستعمال خواص الدوال المرجعية التي تمهد لدراسة الدوال . 3 – قراءة جداول تغيرات ومنحنيات دوال وتفسيرها . 4 – إكتساب إجراءات التعبير عن مشكلات – تتعلق بالدوال – وحلّها . 5 – توظيف الحاسبة البيانية لإستخراج منحنى دالة .
الهندســة	1 – ممارسة الحساب الشعاعي في الهندسة التحليلية . 2 – حل مسائل هندسية تتعلق بالحساب الشعاعي في الهندسة التحليلية . 3 – إكتساب إجراءات للتعبير عن مشكلات تتعلق بالمستقيمات وحلّها .
الإحصـــاء	1 – قراءة معطيات وتنظيمها . 2 – عرض نتائج على شكل مخططات بيانية ، وقراءتها وتفسيرها . 3 – تلخيص سلالسل إحصائية بواسطة مؤشرات الموقع ومؤشرات التشتت (المدى) . 4 – توظيف الحاسبة العلمية أو البيانية لحساب مؤشرات إحصائية أو لإستخراج تمثيلات بيانية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4 - تنظيم السنة الدّراسية .

يعتبر تنظيم السنة الدراسية وتوزيع الحجم الساعي الإجمالي في الرياضيات على مختلف مراحل السنة الدراسية إجراء ذا أهمية بالغة ، إذ يُطلب من الأستاذ إنجاز هذه العملية في بداية كل سنة دراسية ، وذلك قبل الشروع في تنظيم حصص التعليم والتعلّم الأولى . يتم توزيع مختلف الأبواب ويرفق كل واحد بحجم ساعي متوسط ، ينبغي أن يستغل بعقلانية .

يسهر الأستاذ على أن يكون تنظيم الأبواب وفق تدرج منطقي يوازن بين المعارف والطرائق والأنشطة المختلفة المقرّرة .

4 - 1

• توزيع الحجم الساعي على مراحل السنة الدراسية .

المرحلة	الأولى سبتمبر – أكتوبر	الثانية نوفمبر – ديسمبر	الثالثة جانفي – فيفري – مارس	الرابعة أفريل – ماي – جوان
عدد الأسابيع	6	6	9	9
عدد الساعات	18	18	27	27

عدد الأسابيع : 30
الحجم الساعي الأسبوعي : 3 ساعات .
الحجم الساعي الإجمالي : 90 ساعة .

4 - 2

• توزيع الحجم الساعي على الأبواب الثمانية للبرنامج .

الباب	1	2	3	4	5	6	7	8
الحجم الساعي	13 ساعة	13 ساعة	10 ساعات	10 ساعات	10 ساعات	10 ساعات	10 ساعات	14 ساعة

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4 – 3 إقتراح توزيع سنوي للبرنامج

الفصل	المرحلة	المضامين	الحجم الساعي
الفصل الأول	المرحلة الأولى : سبتمبر أكتوبر	الباب 1 : – الأعداد والحساب العددي – تقويم الكفاءات المستهدفة .	13 ساعة
	المرحلة الثانية : نوفمبر – ديسمبر	الباب 2 : – المقارنة والترتيب – القيمة المطلقة – تقويم الكفاءات المستهدفة .	13 ساعة
		الباب 3 : – المعادلات والمتراجحات – تقويم الكفاءات المستهدفة .	10 ساعات
الفصل الثاني	المرحلة الثالثة : جانفي – فيفري – مارس	الباب 6 : – التعليم في المستوي – تقويم الكفاءات المستهدفة .	10 ساعات
		لباب 7 : – معادلات مستقيم – تقويم الكفاءات المستهدفة	10 ساعات
		الباب 4 : عموميات على الدوال	7 ساعات
الفصل الثالث	المرحلة الرابعة : أفريل – ماي – جوان –	الباب 4 : – تابع الباب 4 – تقويم الكفاءات المستهدفة .	3 ساعات
		الباب 5 : الدوال المرجعية – تقويم الكفاءات المستهدفة .	10 ساعات
		الباب 8 : – الإحصاء – تقويم الكفاءات المستهدفة .	14 ساعات

ملاحظات : – تقويم الكفاءات المستهدفة يكون بعد معالجة كل باب .

– ينظم تقويم نهائي ، في نهاية الفصل الثالث من السنة الدراسية لتقويم الكفاءات الرياضية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5 – أنشطة التعلّم في الرياضيات .

إن ما يميز الفعل التربوي في المقاربة بالكفاءات هو طبيعة أنشطة التعلم . فهذه الأنشطة تتطلب من التلميذ في البداية تجنيد كفاءات رياضية مكتسبة ثم بناء معارف وطرائق جديدة تسمح له بحل وضعيات مركبة وإدماجية .

يتكون درس الرياضيات من أنشطة تعلم متنوعة ومتكاملة وهي :

5 – 1 الإستبيان المتعدد الإجابات

يهدف الإستبيان المتعدد الإجابات إلى التقويم التشخيصي لمكتسبات المتعلم قبل الشروع في التعلّمات الجديدة . تتمثل هذه المكتسبات في المعارف الضرورية المتعلقة بالتعلمات الجديدة المدرجة في كل باب . يسترجع التلميذ هذه المعارف ويؤكد مرة أخرى تحكمه فيها . يعتبر هذا النشاط فرصة للتلميذ لمراجعة بعض المعارف ، أما بالنسبة للأستاذ فهي وسيلة لإكتشاف الصعوبات العنيدة عند التلاميذ .

يمكن أن ينجز هذا النشاط في المنزل أو في القسم . يكون إنجازه فرديا وفي مدة زمنية قصيرة .
يخصص الأستاذ فترة قصيرة ، قبل الشروع في دراسة كل باب ، لإنجاز حوصلة جماعية مع التلاميذ .

5 – 2 الأنشطة التمهيدية

أقترحت في بداية كل باب أنشطة تمهيدية تتضمن وضعيات تهدف أساسًا إلى مقاربة المفاهيم الرياضياتية والطرائق الواردة في هذا الباب . تعتبر هذه الأنشطة وسيلة للتقويم المباشر والآني في بداية التعلم ، للمعارف الرياضياتية والطرائق المدروسة .

تنجز هذه الأنشطة فرديا أو في أفواج أو جماعيا . يتابع الأستاذ أعمال التلاميذ ويناقش معهم بعض الحلول المحصل عليها . يختار الأستاذ النشاط أو الأنشطة التي تمهد إلى الدرس الجديد .

تكون مدة إنجاز هذه الأنشطة مدروسة بحيث لا تؤثر على المدة المخصصة لدراسة المفاهيم والطرائق المقررة .

5 – 3 معارف وطرائق

هي أنشطة تسمح بهيكلة المعارف الجديدة وتطبيقها . تتضمن المعارف نصوص تعاريف و خواص ونظريات ونتائج ، ... وأمثلة توضيحية . أما الطرائق فهي مقدمة بواسطة نص يشمل سياق تطبيقها وكيفية إستعمالها . أرفقت كل طريقة بتمرين يبحث التلميذ فيه فرديا ويتم تصحيحه جماعيا .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5 – 4 التمارين والمسائل

5 – 4 –1 النشاط : صحيح – خاطئ

اقترحت في هذا النشاط نصوص . يطلع عليها التلميذ ويطلب منه إصدار حكم . ينبغي أن يشرح إختياره ويعلل إجابته .

ينظم هذا النشاط في القسم . ينجز شفهيا وتكون مدة الإنجاز معقولة . يسيّر الأستاذ المناقشات المختلفة حول بعض هذه النصوص وتعتبر المنافسة المعرفية حول بعض الصعوبات فرصة لإكتشاف بعض صعوبات التلاميذ .

5 – 4 – 2 التمارين

الوضعيات المقترحة هي تمارين تطبيقية . يوظف التلميذ المعارف والطرائق المكتسبة لحل هذه الوضعيات . هذا النشاط يعتبر فرصة تسمح للتلميذ بتثبيت مكتسباته حيث تكون المعارف والطرائق التي يوظفها أدوات رياضياتية ضرورية لتطوير الكفاءات المستهدفة . يختار الأستاذ التمارين المناسبة لكل حصة . يكون البحث في بعضها في القسم والبعض الآخر تنجز في المنزل ويوجز حلها في القسم .

5 – 4 – 3 المسائل

الوضعيات المقدمة ثرية ومتنوعة ، تسمح للمتعلم بإثبات تحكمه في المعارف والطرائق المتعلقة بها . يعتبر البعض منها وضعيات مركبة يوظف التلميذ عدة معارف وطرائق لحلها أما البعض الآخر فهي وضعيات إدماجية للمكتسبات إذ يتطلب حلها تجنيد معارف وطرائق من المادة أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6 – إقتراح بطاقة تقنية لتسيير حصة تعليم وتعلم

التاريخ : سبتمبر 2005 القسم : ج م آ 2	المدة : ساعة واحدة الفترة : 9 – 10

عنوان الدرس : الأعداد والحساب العددي

الكفاءات المستهدفة : معرفة مختلف مجموعات الأعداد

الوسائل التعليمية : الكتاب المدرسي

سير الدّرس

الأنشطة	التسيير	ملاحظات
1 – إستبيان متعدد الإجابات 2 – أنشطة تمهيدية نشاط 1 3 – معارف : 1) مجموعات الأعداد أ – مجموعة الأعداد الطبيعية ب – مجموعة الأعداد الصحيحة ج – مجموعة الأعداد الناطقة د – مجموعة الأعداد الحقيقية 4 – طرائق 1 – التعرف على طبيعة عدد 2 – التعرف على عدد عشري 5 – تمارين للمنزل صحيح – خاطئ تمرين 1 ص 46 – تمارين للتدريب : رقم 2 ص 96 رقم 3 ص 46	– تصحيح الإستبيان : عمل جماعي – عرض النشاط – عمل فردي ثم جماعي – النص على التعاريف – الملاحظات والأمثلة بمشاركة التلاميذ . – عرض نص الطريقة 1 ثم الطريقة 2 . – إقتراح التمرين . – يتم التصحح في نفس الحصة .	مدة التصحيح : 5 دقائق مدة الإنجاز : 10 دقائق . – تنظم حوصلة لمناقشة النتائج والتصديق عليها . – يبحث التلاميذ فرديا – يتم تصحيح نشاط صحيح – خاطئ ثم التمرين 1 في بداية الحصة الموالية .

ملاحظة : تعتبر هذه البطاقة إقتراحا . يمكن إثراء مضمونها لجعلها وظيفية أكثر .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

7 - إستعمال تكنولوجيات الإعلام والإتصال

إستعمال الحاسبة والحاسوب

إن الحاسبة المقررة في السنة الأولى من التعليم الثانوي – جذع مشترك آداب – هي الحاسبة العلمية والبيانية .

قبل لجوء التلميذ إليها لحل الوضعيات المقترحة عليه ، ينبغي أن يتدرب على كيفية تشغيلها وذلك بالتعرف على مختلف اللّمسات وإستعمالها في وضعيات بسيطة . بعض الوضعيات المقترحة تستدعي إستعمال الحاسوب لحلها لذلك ينبغي على التلميذ التدرب على كيفية إستعماله .

تبعا للوضعيات المقترحة ، يمكن أن يشترط حل بعضها إستعمال حاسبة علمية أو بيانية أو الحاسوب للوصول إلى الإجابة المنتظرة ، كما يمكن للتلميذ إستعمال حاسبة للمقارنة والتحقق من صحة النتائج المحصل عليها باليد .

الجدول التالي يحدد الوضعيات المدرجة في الكتاب والتي يتطلب حلّها إستعمال الحاسبة أو الحاسوب .

الحاسبة العلمية	الحاسبة البيانية
– جعل كسر غير قابل للإختزال . – الحساب على الكسور . – كتابة عدد على الشكل العلمي – إنجاز حساب يتضمن جذورا أو كسورا ...	– الحساب على الكسور – كتابة عدد على الشكل العلمي – حساب مدور عدد – تعيين قيمة مقربة إلى 10^{-n} – إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين – حساب المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين .
	– تعيين القيمة المطلقة لعدد – مقارنة عددين حقيقيين .
	– تعيين صورة عدد وفق دالة .
	– حل معادلة بيانيا .
	– تعيين مؤشرات إحصائية .

إستعمال الحاسوب (Excel)

– حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين

– رسم مخطط (دائري ، مدرج ، منحني، ...)

– حساب تواترات .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

8 - شبكة تقويم الكفاءات المستهدفة

الإسم واللقب : ..... **القسم :** .....

السنة الدراسية : .. 20 / .. 20

الباب 1 : الأعداد والحساب العددي

الرقم	الكفاءة المستهدفة	مكتسبة	في طريق الإكتساب	تتطلب الدعم	غير مكتسبة
1	– معرفة مختلف مجموعات الأعداد واستعمال الترميز $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{Z}$ ، $\mathbb{D}$ ، $\mathbb{Q}$ ، $\mathbb{R}$.				
2	– التعرف على أولية عدد				
3	– تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية .				
4	– حساب القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين .				
5	– إنجاز حسابات على القوى .				
6	– إنجاز حسابات على الجذور التربيعية .				
7	– تعيين قيمة مقربة أو مدور عدد أو رتبة مقدار لعدد حقيقي .				
8	– تنظيم وإجراء حساب على أعداد ناطقة أو حقيقية باليد وبالحاسبة .				

الترميز المعتمد :

مكتسبة	في طريق الإكتساب	تتطلب الدعم	غير مكتسبة
1	2	3	0

ملاحظات : لتقويم الكفاءات المستهدفة والمتعلقة بباب معين ينظم الأستاذ عملية تقويم مباشرة بعد معالجة المضامين (المعارف والطرائق) المقترحة فيه .

– يتركب نشاط تقويم الكفاءات المستهدفة من وضعيات إدماجية – ينبغي أن تغطى هذه الوضعيات كل الكفاءات المستهدفة المتعلقة بالباب .

– ينجز الأستاذ بطاقة تقويم لكل تلميذ .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

9 - شبكة تقويم الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الأولى

الإسم واللقب : ..... **السنة الدراسية :** .....

القسم : .....

الترميز المعتمد :

مكتسبة	في طريق الإكتساب	تتطلب الدعم	غير مكتسبة
1	2	3	0

الميدان	المفاءات الرياضية	مكتسبة	في طريق الإكتساب	تتطلب الدعم	غير مكتسبة
الأعداد و الحساب	1 – ممارسة الحساب في مختلف المجموعات العددية .				
	2 – التحكم في الحساب الجبري				
	3 – إكتساب إجراءات تتعلق بالتعبير عن مشكلات بمعادلات ومتراجحات وحلها .				
	4 – إستخدام الحاسبة العلمية أو البيانية لإجراء حساب				
الـدوال	1 – إدراك مفهوم الدالة بمختلف الصيغ (بيانيا – حسابيا – جبريا) .				
	2 – معرفة وإستعمال خواص الدوال المرجعية التي تمهد لدراسة الدوال .				
	3 – قراءة جدول تغيرات ،منحنيات دوال وتفسيرها .				
	4 – إكتساب إجراءات التعبير عن مشكلات – تتعلق بالدوال – وحلها .				
	5 – توظيف الحاسبة البيانية لإستخراج منحنى دالة .				
الهندسة	1 – ممارسة الحساب الشعاعي في الهندسة التحليلية .				
	2 – حل مسائل هندسية تتعلق بالحساب الشعاعي في الهندسة التحليلية .				
	3 – إكتساب إجراءات للتعبير عن مشكلات تتعلق بالمستقيمات وحلّها .				

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الإحصاء	1 – قراءة معطيات وتنظيمها .				
	2 – عرض نتائج على شكل مخططات بيانية ، وقراءتها وتفسيرها .				
	3 – تلخيص سلاسل إحصائية بواسطة مؤشرات الموقع ومؤشرات التشتت (المدى)				
	4 – توظيف الحاسبة العلمية البيانية لحساب مؤشرات إخصائية أو لإستخراج تمثيلات بيانية .				

ملاحظات : ينجز الأستاذ بطاقة تقويم لكل تلميذ .

– يجمع الأستاذ نتائج التقويم المتعلقة بكل باب مدروس خلال مراحل السنة الدراسية

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 1	الأعداد والحساب العددي

1 – مجموعات الأعداد
2 – الأعداد الأولية
3 – القوى الصحيحة
4 – الجذور التربيعية
5 – القيم المقربة

◂ الكفاءات المستهدفة

– معرفة مختلف مجموعات الأعداد وإستعمال الترميز : $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{Z}$ ، $\mathbb{D}$ ، $\mathbb{Q}$ ، $\mathbb{R}$
– التعرف على أولية عدد
– تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية
– حساب القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين
– إنجاز حسابات على القوى
– إنجاز حسابات على الجذور التربيعية
– تعيين قيمة مقربة أو مدور عدد أو رتبة مقدارلعدد حقيقي
– تنظيم وإجراء حساب على أعداد ناطقة أو حقيقة باليد وبالحاسبة

معالم تعليمية : ينص البرنامج على العمل على تطوير التقنيات الحسابية المتعلقة بالحساب العددي والحساب الجبري وإستعمال تكنولوجيات الإعلام والإتصال وكذا الإستمرار في ممارسة البرهان قصد مساعدة المتعلم على تنمية رصيده في المنطق الرياضي .

ينظم الأستاذ تقويما تشخيصيا لمكتسبات التلاميذ في بداية السنة الدراسية وذلك للتعرف على المعارف والطرائق المتحكم فيها ثم يشرع في تنظيم حصص التعليم والتعلم حول المفاهيم والطرائق المقررة في برنا مج السنة الأولى .

عند تنظيم الحصص ، يتم التركيز على التحكم في الآليات حيث لا تشكل الحسابات وحدها الأهداف الأساسية ، بل ينبغي أن تستغل لمعالجة وضعيات مركبة وإدماجية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – مجموعات الأعداد	أ – الأعداد الصحيحة الطبيعية ب – الأعداد الصحيحة النسبية جـ – الأعداد الناطقة د – الأعداد العشرية هـ – الأعداد الحقيقية	1 – التعرف على طبيعة عدد 2 – التعرف على عدد عشري
2 – الأعداد الأولية	أ – تعريف . ب – قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 100 جـ – تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية	4 – أولية عدد 5 – تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية 6 – حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين 7 – حساب المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين
3 – الحساب على القوى الصحيحة	أ – تعريف ب – خواص جـ – الكتابة العلمية لعدد عشري د – النشر والتحليل هـ – المتطابقات الشهيرة	8 – إختزال كسور 9 – الحساب على الكسور باستعمال حاسبة 11 – كتابة عدد في الشكل العلمي باستعمال حاسبة
4 – الحساب على الجذور التربيعية	أ – تعريف ب – خواص	3 – تحويل عبارة تتضمن جذورا 10 – إنجاز حساب
5 – القيم المقربة	أ – مفهوم القيمة المقربة ب – مدور عدد جـ – رتبة مقدار عدد مكتوب على الشكل العلمي	10 – تعيين القيمة المقربة إلى 10^{-n} بإستعمال حاسبة بيانية 9 – تعيين مدور عدد 11 – حساب رتبة مقدار جداء أو حاصل قسمة
		12 – برهان مساواة $A = B$

ملاحظة : الطريقة 12 تهدف إلى ممارسة البرهان في وضعية توظف الأعداد والعمليات عليها .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف الإستبيان المتعدد الإجابات إلى تقويم مكتسبات التلميذ حول الأعداد والحساب العددي قبل الشروع في التعلمات الجديدة .

– ينجز هذا الإستبيان فرديا في المنزل بتكليف من الأستاذ وذلك عند بداية كل باب .

– تتم حوصلة الأجوبة في القسم حيث تحدد الصحيحة منها والخاطئة .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : – يهدف هذا النشاط إلى إدخال الأعداد المختلفة كحلول لأنواع من المعادلات .

1) المعادلة $x + 10 = 7$ لا تقبل حلا في $\mathbb{N}$ لأن العدد $x + 10$ أكبر تماما من 7 .

– ضرورة إدراج مجموعة أخرى تقبل فيها هذه المعادلة حلا ، وهذه المجموعة هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$.

2) بعد تحويل المعادلة $5x + 8 = -4$ إلى الشكل $5x = -12$ هذه المعادلة لا تقبل حلا في $\mathbb{Z}$ لأن 12 – ليس مضاعفا للعدد 5 .

– ضرورة إدراج مجموعة أخرى تقبل فيها هذه المعادلة حلا، وهذه المجموعة هي مجموعة الأعداد الناطقة $\mathbb{Q}$.

3) تستعمل نظرية فيثاغورث وتتحصل على $BC^2 = 5$:

– العدد 5 ليس مربعا تاما بمعنى أنه لا يوجد عدد ناطق مربعه يساوي 5 .

– ضرورة إدراج مجموعة أخرى تقبل فيها هذه المعادلة، حلا وهي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

– العدد الناتج هو $\sqrt{5}$ وهو عدد حقيقي .

نشاط 2 : – يهدف هذا النشاط إلى التطرق إلى كيفية تعيين قواسم عدد طبيعي ثم إستنتاج مفهوم العدد الأولي .

– بعد إيجاد قواسم كل من الأعداد 36 و 60 و 17 و 29 و 37 يلاحظ أن لكل من الأعداد 17 ، 29 و 37 قاسمان فقط ، وهما 1 والعدد نفسه . تستغل هذه المرحلة لتقديم مفهوم العدد الأولي .

نشاط 3 : – يسمح هذا النشاط بتوظيف مفهوم القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين لمعالجة مشكل من الحياة اليومية .

– بما أننا نريد الحصول على قطع مربعة الشكل ضلعها أكبر ما يمكن وبدون تضييع الزجاج فإنّ طول كل قطعة هو أكبر عدد طبيعي يقسم كلا من الطول والعرض في آن واحد . وهذا العدد هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 110 و 88 وهو 22 إذن طول ضلع كل قطعة هو 22 cm .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 2 ، 3 ، 7

مجموعات الأعداد

تهدف التمارين من 1 إلى 6 إلى تقويم كفاءة التلميذ على تعيين طبيعة عدد وهذا بتوظيف الطريقة الملائمة :

يتعود التلميذ على تبسيط الأعداد المقترحة (بالإختزال أو بإجراء الحسابات المناسبة) قبل البحث عن أصغر مجموعة ينتمي إليها كل عدد .

الأعداد الأولية

يتدرب التلميذ من خلال التمارين المقترحة على تحليل عدد إلى جداء عوامل أولية والبحث عن أولية عدد طبيعي ثم توظيف الخوارزميات المختلفة لحساب القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لعددين .

7

1) قيم a هي 0 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 9

2) قيم a هما 0 ؛ 9 .

3) $c = 0$ وَ ($b = 2$ أو $b = 5$ أو $b = 8$)

$c = 5$ وَ ($b = 0$ أو $b = 6$ أو $b = 9$)

القوى الصحيحة

التمارين المقترحة في هذا الجزء تسمح للتلميذ بتطبيق القواعد الحسابية المختلفة لإجراء الحسابات المطلوبة كما يستغل قوى 10 والكتابة العلمية للتطرق إلى الكتابات المختلفة لعدد .

12

$1700 = 1,7 \times 10^{3}$ ؛

$45,7 = 4,57 \times 10^{1}$ ؛

$12,4 \times 10^{3} = 1,24 \times 10^{4}$ ؛

$130 \times 10^{-3} = 1,3 \times 10^{-1}$ ؛

$38 \times 10^{-3} = 3,8 \times 10^{-2}$ ؛

$0,258 \times 10^{2} = 2,58 \times 10$ ؛

$13,42 \times 10^{2} = 1,342 \times 10^{3}$ ؛

الجذور التربيعية

تهدف التمارين من رقم 16 إلى رقم 22 إلى تمكين التلميذ من التدرب على الحساب على الجذور التربيعية .

قيم مقربة – رتبة مقدر

ترمي التمارين 24 إلى 27 إلى جعل التلميذ يعمل على القيم المقربة لعدد وعلى مدور عدد وعلى رتبة مقدار نتيجة إعتمادا على الكتابة العلمية.

24

	القيمة المقربة إلى 10^{-3} بالنقصان	مدور العدد إلى 10^{-4}
π	3,124	3,1429
$\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$	2,221	2,2214
$125\sqrt{5}$	279,508	279,5085

25

1) $a = 1,057 \times 10^{-4}$ ؛

$b = 3,59 \times 10^{9}$ ؛

2) رتبة مقدار a هي 1×10^{-4} أي 0,0001

رتبة مقدار b هي 4×10^{9} .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

26

رتبة مقدار x هي 6×10^{6}

رتبة مقدار y هي 3×10^{11}

رتبة مقدار z هي 2×6

27

رتبة مقدار x هي 2×10^{18}

رتبة مقدار y هي 8×10^{16}

تنظيم وإنجاز حساب

تهدف التمارين في هذا الجزء إلى جعل التلميذ يتدرب على إنجاز حساب بتمعن سواء بتوظيف القواعد الحسابية الملائمة أو باستعمال حاسبة علمية أو بيانية .

30

$7 + 2 \; xy \; \sqrt{} \; 3 + (\; 2 \times 3 \;) \div (\; 4 + 5 \;) -$

31

1) $(\sqrt{2} - 1)(4 + 3) + 15$

$(\;) \; 3 \; xy \; 2 - (\;) =$

2) $\dfrac{\sqrt{3} - 5}{2^{3}}$

32

1) $-(2 \times 5)^{3} + 50 - \dfrac{2^{4}}{\sqrt{10 - 6}}$

2) $10 - \dfrac{2 \times (17 - 5)}{(3 \times 2)^{2}} - \sqrt{25 - 9}$

3) $-3^{2} + \left(\dfrac{1}{2} - 1 + \dfrac{1}{4}\right) + \left(-\dfrac{3}{4} + 1\right)^{2}$

33

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} = 0{,}80 \; ;$$

$$2 + \sqrt{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2}} + 2 = 5{,}5$$

$$-\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{8}} + 2\,\frac{\sqrt{5 + \frac{2}{3}}}{\frac{3}{4} + 1} = 6{,}20...$$

$$3^{-5} \times \sqrt{-2 + 4} \times 10^{3} = 5{,}81...$$

أعطيت النتيجتان 6,20 و 5,81 بالتدوير إلى 10^{-2} .

34

– نلاحظ أن من أجل قيم n المعطاة في الجدول ، العدد $n^{2} - n + 41$ أولي .

– التخمين : من أجل كل عدد n العدد $n^{2} - n + 41$ + أولي .

– من أجل $n = 41$ ،

$n^{2} - n + 41 = 41^{2}$ والعدد 41^{2} ليس أوليا .

نستنتج أن التخمين خاطئ .

المسائـل

تتطلب معالجة المسائل المقترحة تفكيرا من طرف التلميذ وكذا البحث على المعارف والطرائق التي ينبغي توظيفها وإدماجها .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

كما يتدرب على إنجاز براهين بسيطة بمراحلها المختلفة (الفهم ، التحليل، التركيب والتبليغ).

35 $PGCD\,(531;39) = 3$

1) المسافة بين عموديين متتاليين هي $3m$

2) عدد الأعمدة هو 116

36

1) $aaa = a \times 111$

$= a \times 3 \times 37$

$= (3\,a) \times 37$

إذن العدد aaa يقبل القسمة على 37 .

2) $abab = 1000\,a + 100b + 10\,a + b$

$= 1010\,a + 101\,b$

$= 101\,(10\,a + b)$

إذن العدد $ab\,ab$ يقبل القسمة على 101

37

1) $PGCD\,(24\,;36\,;60) = 12$

قواسم 12 الأكبر من 5 هي 6 و 12 . إذن 6 و 12 هما القيمتان الممكنتان لطول حرف كل مكعب .

2) إذاكان طول الحرف 6 cm فإن عدد المكعبات هو 240 .

– إذا كان طول الحرف 12 cm فإن عدد المكعبات هو 30 .

38

1) إذ كان $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ فإن $a = b\sqrt{2}$ ينتج أن $a^2 = 2\,b^2$.

بما أن $2\,b^2$ عدد زوجي فإن a^2 عدد زوجي وبالتالي a عدد زوجي.

2) $a = 2c$ و $b^2 = \frac{1}{2}\,a^2$ إذن

$b^2 = 2\,c^2$

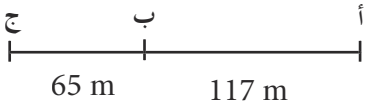
$2\,c^2$ عدد زوجي إذن b^2 عدد زوجي وبالتالي b عدد زوجي .

3) a زوجي و b زوجي إذن $\frac{a}{b}$ قابل للإختزال .

أي أن $\sqrt{2}$ قابل للإختزال .

وهذا عكس الفرضية . إذن $\sqrt{2}$ ليس عددا ناطقا ، أي $\sqrt{2}$ عدد أصم .

39



$PGCD\,(65\,;117) = 13$. 13 m هي المسافة بين كل شجرتين .إذن نزعت 9 أشجار بين أ و ب و 5 أشجار بين ب و خ .

وبالتالي ، عدد الأشجار المنزوعة هو 14 إذن عدد الأشجار المغروسة هو 17 .

40

بوضع x هو عدد الطوابع ، يكون

$500 \leq x \leq 550$.

إذن $(x - 1)$ مضاعف مشترك للأعداد 2 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 5 .

المضاعف المشترك للأعداد 2 ؛ 3؛ 4 ؛ 5 المحصور بين 500 و 550 هو 540 .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$x - 1 = 540$ إذن $x = 541$ وبالتالي عدد طوابع عمر هو 541 .

41

1) في المربع أ ، كل الجداءات الناتجة من الأسطر والأعمدة والأقطار هي 10^3 .

2)

10^0	10^5	10^{-2}
10^{-1}	10^1	10^3
10^4	10^{-3}	10^2

(أ)

10^3	10^2	10^{-2}
10^{-4}	10^1	10^6
10^4	10^0	10^{-1}

(ب)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1 – المقارنة والترتيب
2 – الحصر والمجالات
3 – القيمة المطلقة

◂ الكفاءات المستهدفة

– مقارنة عددين حقيقيين
– حصر عدد حقيقي
– التعبير عن مجال بحصر ، والعكس
– حساب المسافة بين عددين
– حساب القيمة المطلقة لعدد حقيقي
– إستعمال مفهوم القيمة المطلقة للتعبير عن مجال

معالم تعليمية يتمثل الهدف الأساسي في هذا الباب في تدعيم ممارسة الحساب الحرفي والحساب العددي (المضبوط والتقريبي) . فمن خلال الأنشطة المختلفة المدرجة نضمن للتلميذ التحكم في الآليات الحسابية الضرورية المنصوص عليها في البرنامج . إن مفاهيم المقارنة والترتيب والقيمة المطلقة والحصر والمجالات لها دور أساسي في بناء التعلمات المستقبلية . يعتمد مبدأ مقارنة عددين a و b على الإجابة على السؤال التالي : هل $a = b$ ؟ .

إذا كانت الإجابة بـ « لا » ينبغي معرفة إن كان $a > b$ أو $a < b$.

لذلك يلجأ التلميذ إلى توظيف معارف وطرائق مثل :

– مقارنة العددين بعدد ثالث (عموما 0 أو 1)
– دراسة إشارة الفرق $a - b$
– مقارنة مربعيهما أو مقلوبيهما إن كان العددان من نفس الإشارة .
– إستعمال العلاقة $\preceq$ و خواص العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
– حساب العددين أو مقارنة قيمتين مقربتين لهما .
– إيجاد حصر لكل من العددين .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

يبنى مفهوم القيمة المطلقة لعدد حقيقي إنطلاقا من مفهوم المسافة إلى العدد 0 . وحتى يدركه التلميذ جيدا يستعمل التفسير الهندسي . عند التطرق إلى المعادلات والمتراجحات التي تتضمن القيمة المطلقة ، ينبغي التركيز على إبراز العلاقات المختلفة الموجودة بين المفاهيم المدروسة في هذا الباب وذلك حتى يتمكن التلميذ من التحكم فيها وتوظيفها لحل الوضعيات المركبة والإدماجية المقترحة في الكتاب .

المعارف والطرائق المستهدفة :

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – المقارنة والترتيب	أ – تعريف العلاقة "أصغر" في المجموعة $\mathbb{R}$ ب – قاعدة الإشارات . جـ – الترتيب والعمليات : الترتيب والجمع – الترتيب والضرب . د – ترتيب مربعي عددين حقيقين . هـ – ترتيب مقلوبي عددين . و – ترتيب جذرين تربيعيين لعددين حقيقيين موجبين .	1 – مقاربة عددين عشريين مكتوبين كتابة عشرية . 2 – مقارنة عددين حقيقين موجبين . 8 – مقارنة عددين بحاسبة بيانية .
2 – الحصر والمجالات	أ – حصر عدد حقيقي . ب – المجالات : تعاريف .	
3 – القيمة المطلقة	أ – المسافة إلى العدد 0 . ب – القيمة المطلقة لعدد حقيقي . جـ – المسافة بين عددين حقيقين . د – القيمة المطلقة والمجالات .	3 – حساب قيمة مطلقة . 4 – حساب مسافة على مستقيم عددي . 5 – البحث عن الأعداد الحقيقية x حيث $\lvert x-a \rvert = b$ ؛ a عدد حقيقي و b عدد حقيقي موجب . 7 – تعيين القيمة المطلقة بحاسبة بيانية .

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف الإستبيان متعدد الإجابات إلى تقويم مكتسبات التلميذ حول مقارنة وترتيب الأعداد قبل الشروع في التعلمات حول المعارف والطرائق التي تسمح بالمقارنة المناسبة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

– ينجز هذا الإستبيان فرديا في المنزل بتكليف من الأستاذ وذلك قبل الشروع في معالجة هذا الباب .

– تتم حوصلة الأجوبة في القسم حيث تحدد الصحيحة منها والخاطئة .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : – يهدف هذا النشاط إلى إعطاء طريقة مقارنة عددين حقيقين وذلك بحساب الفرق بينهما .

1) حساب $a - b$. $a - b = \frac{1}{6}$ يلاحظ أن $\frac{1}{6} > 0$ ينتج أن $a - b > 0$.

2) بما أن $a - b > 0$ فإن $a > b$.

نشاط 2 : – يمكن كتابة العدد a على شكل كسر ناطق وإعتماد الطريقة المستعملة في النشاط 1 .

– يمكن أيضا حساب قيمة مقربة للعدد b ($b = 5,56 \ldots$) وبعد مقارنتها بالعدد a ينتج أن :

$a > b$.

نشاط 3 : يهدف هذا النشاط إلى مقارنة عددين حقيقين موجبين إنطلاقا من مقارنة مربعيهما .

1) $a^2 = 3$ و $b^2 = \pi$

2) نعلم أن $\pi > 3$ إذن $b^2 > a^2$

3) بما أن $b^2 > a^2$ و a ، b موجبان فإن $b > a$.

نشاط 4 : يهدف هذا النشاط إلى مقارنة عددين حقيقيين إنطلاقا من مقارنة مقلوبيهما .

1) $\frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1$ و $= \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

2) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$

3) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$ إذن $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$

4) بما أن $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ فإن $a = b$.

نشاط 5 : يهدف هذا النشاط إلى مقارنة جذرين تربيعين لعددين موجبين .

1) $a = 900 \times 10^4$ و $b = 64 \times 10^4$ إذن $a > b$.

2) $\sqrt{a} = 30 \times 10^2$ و $\sqrt{b} = 8 \times 10^2$

- x ، y عددان موجبان حيث $x \leq y$.

لدينا : $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$. بما أن $x \leq y$ فإن $\frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \leq 0$ ينتج أن : $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي 2 ؛ 3 ؛ 9 ؛ 13؛ 14

المقارنة والترتيب

• في التمارين 1 ، 2 ، 3 يعتمد التلميذ على إحدى الطرائق المدروسة لمقارنة عددين عشريين أو ناطقين .

بالنسبة إلى العددين $\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ يعتمد التلميذ على مقارنة مربعي هذين العددين ثم يستنتج مقارنة $\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{2} + \sqrt{5}$.

4 يقارن التلميذ الأعداد العشرية مثنى مثنى ثم يرتبها تصاعديا (أي من الأصغر إلى الأكبر) .

5 يوظف التلميذ الطرائق المختلفة المدروسة لمقارنة الأعداد مثنى مثنى في كل وضعية ثم يرتب القوائم ترتيبا تصاعديا .

6 يعتمد التلميذ على خواص علاقة الترتيب $\leq$ والعمليات على الأعداد الحقيقية .

7 في كل حالة، يمكن للتلميذ التعبير بشكل أبسط عن العددين a و b ثم مقارنتهما .

الحصر والمحالات

8 يعتمد التلميذ على خواص المتباينات والعمليات على الأعداد لحصر كل من $f(x)$ و $g(x)$.

مثلا بالنسبة للعبارة $3x - 7$ يكتب ما يلي :

x ينتمي إلى I يعني $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ أي :

$-\frac{3}{2} < 3x < \frac{3}{2}$ إذن :

$-\frac{17}{2} < 3x - 7 < -\frac{11}{2}$ أي أن :

$-\frac{17}{2} < f(x) < -\frac{11}{2}$.

9 يلاحظ التلميذ طبيعة المجال ثم يمثله على مستقيم عددي .

10 يلاحظ التلميذ المتباينات المستعملة في كل عبارة لتحديد طبيعة كل مجال .

القيمة المطلقة

11 يمكن حساب مسافة كل من العددين $\frac{28}{25}$ و $\frac{29}{28}$ إلى العدد 1 ثم مقارنة المسافتين .

12 $A = -10$.

13 يحسب العدد $|a - b|$ أو $|b - a|$ في الحالات الأربعة .

14 يعين الأعداد الحقيقية x في كل حالة بالإعتماد على طريقة من الطرائق المدروسة .

مثلا : $|x - 3| = 2$ يعني $x - 3 = 2$ أو $x - 3 = -2$ أي $x = 5$ أو $x = 1$.

مسـائل

15 يعتمد التلميذ على الحصر وخواص المتباينات والعمليات على الأعداد لحصر كل عبارة .

في التمرينين 16 و 17 يعتمد التلميذ على المستقيم العددي لتعيين المجال $I \cap J$.

18 يلاحظ التلميذ حدي كل مجال لتعيين الأعداد الطبيعية أو الصحيحة المطلوبة . يمكنه إستعمال المستقيم العددي وقراءة الأعداد المطلوبة على تدريج هذا المستقيم .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

19 نضع x هو ضلع المربع حيث $3 \leq x \leq 1,3$
إذن : $12 \leq 4x \leq 12,4$ و $9 \leq x^2 \leq 9,61$

20 نضع ℓ هو عرض المستطيل و L هو طوله .
لدينا :
$1 \leq \ell \leq 1,31$ و $3 \leq L \leq 3,14$ إذن :
$8 \leq 2\ (L + \ell) \leq 8,9$
و $3 \leq L \times \ell \leq 4,1134$

21 لتكن x كتلة حبة البرتقال . لدينا :

$130 \leq x \leq 150$.

- كتلة البرتقال هو $20\ x$ حيث :
$2600 \leq 20\ x \leq 3000$.
- كتلة البرتقال غير الصالحة هي $4\ x$ حيث
$520 \leq 4\ x \leq 600$.
- كتلة البرتقال المستعملة هي $16\ x$ حيث :
$2000 \leq 16\ x \leq 2400$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 3	المعادلات والمتراجحات

1 – عموميات

2 – المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

3 – المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

◂ الكفاءات المستهدفة

– حل معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

– حل متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

معالم تعليمية : يتطرق هذا الباب إلى موضوع المعادلات والمتراجحات . إن البرنامج ينص على أن يكون التركيز على معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ويشير إلى إمكانية حل معادلات ومتراجحات يؤول حلها إلى حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد. يكمن مبدأ حل معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ، من الشكل $ax + b = 0$ أو $ax = b$

في إيجاد العدد الحقيقي x الذي يحقق المساواة . بالنسبة إلى المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد، من الشكل $ax + b \leq 0$ ؛ ... فيكمن مبدأ حلها في دراسة إشارة العبارة $ax + b$ حسب قيم العدد الحقيقي x ثم إستنتاج المجال الذي يكون فيه $ax + b$ موجبا أو سالبا .

إن العديد من المعادلات والمتراجحات هي معادلات ومتراجحات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ومتراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد . بإجراء حسابات عددية أو حرفية وبتوظيف معارف معينة مثل التحليل إلى جداء عوامل، إستعمال الجداءات الشهيرة أو إستخراج عامل مشترك .

وبتطبيق الخاصية المتعلقة بالجداء المعدوم يتوصل التلميذ إلى حل الوضعيات المختلفة والمتنوعة المقترحة في الكتاب . أدرجت في جزء المسائل، وضعيات معقدة وإدماجية منبثقة من محيط التلميذ يتطلب حلها تجنيد معارف وطرائق . وهي فرصة يبرهن من خلالها عن إكتسابه للكفاءات المستهدفة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – عموميات	أ – تعريف معادلة ذات المجهول x . ب – تعريف متراجحة ذات المجهول x .	
2 – معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد	أ – تعريف . ب – حل المعادلة $ax + b = 0$ حيث $a \neq 0$ في مجموعة الأعداد الحقيقية • نتيجة	1 – حل معادلة من الشكل $A(x) \cdot B(x) = 0$ حيث $A(x)$ و $B(x)$ عبارتان من الدرجة الأولى. 2 – حل معادلة من الشكل $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ حيث $A(x)$ و $B(x)$ عبارتان من الدرجة الأولى 3 – حل معادلة من الشكل $A(x) = 0$ حيث $A(x)$ عبارة بدلالة x
3 – متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد	أ – تعريف ب – حل المتراجحة $ax + b \leq 0$ في مجموعة الأعداد الحقيقية . جـ – إشارة $ax + b$ حيث a ، b عددان حقيقيان و $a \neq 0$.	4 – حل متراجحة من الشكل $A(x) \cdot B(x) \leq 0$ حيث $A(x)$ و $B(x)$ عبارتان من الدرجة الأولى . 5 – حل متراجحة من الشكل $\frac{A(x)}{B(x)} \leq 0$ حيث $A(x)$ و $B(x)$ عبارتان من الدرجة الأولى .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف الإستبيان المتعدد الإجابات إلى تقويم مكتسبات التلميذ حول المفاهيم المتعلقة بالمقارنة والترتيب والمعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد أو المعادلات والمتراجحات التي يؤول حلّها إلى حل معادلة أو متراجحة من الدرجة الزولى بمجهول واحد .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : – يهدف هدا النشاط إلى إدراك مفهوم حل معادلة من خلال حساب قيم العبارة ومقارنتها .

يلاحظ أن من أجل $x = \frac{5}{3}$ ، يكون $P(x) = 0$ وكذلك $T(-\frac{1}{2}) = 0$ و $T(4) = 0$ و $L(\frac{1}{3}) = 0$.

نشاط 2 : يهدف هذا النشاط إلى مراجعة الجداءات الشهيرة وإستعمال خواص الجمع والضرب في المجموعة $\mathbb{R}$:

$$A(x) = 3x^2 - 10x - 8 \quad ; \quad B(x) = 9x^2 + 6x + 1$$
$$C(x) = 4x^2 - 12x + 9 \quad ; \quad D(x) = 16x^2 - 9$$

نشاط 3 : يهدف هذا النشاط إلى توظيف الجداءات الشهيرة لتحليل مجموع جبري .

$$A(x) = (2x^2 + 1)^2 \quad ; \quad B(x) = (5x - 1)^2$$
$$C(x) = (7x - 4)(7x + 4) \quad ; \quad D(x) = (x + 1)(-4x - 5)$$

نشاط 4 : يهدف هذا النشاط إلى مقاربة مفهوم المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد .

• الأعداد الحقيقية المتناسبة مع الأعداد 3 ، 4 ، 5 على الترتيب حيث مجموعها يساوي 2520 هي 630 ؛ 840 ؛ 1050 .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 3 ، 6 ، 8 ، 11 ، 12 ، 14 .

التحليل والنشر

1 يوظف التلميذ المتطابقات الشهيرة وخواص الجمع والضرب في مجموعة الأعداد الحقيقية لنشر العبارات المقترحة .

2 يعتمد التلميذ على المتطابقات الشهيرة وقاعدة إستخراج عامل مشترك وخواص الجمع والضرب في مجموعة الأعداد الحقيقية لتحليل العبارات المقترحة .

المعادلات

3 يكتب التلميذ المعادلات على الشكل $ax = b$ و يستنتج العدد الحقيقي x حل المعادلة

4 $P(x) = (3x - 5)(10 - 5x)$

مجموعة حلول المعادلة $P(x) = 0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي $\left\{2 \; ; \; \frac{5}{3}\right\}$.

5 $A(x) = (3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5})$

$B(x) = (x + \sqrt{5})^2$

مجموعة حلول المعادلة $A(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي $\left\{\frac{\sqrt{5}}{3} \; ; \; -\frac{\sqrt{5}}{3}\right\}$.

مجموعة حلول المعادلة $B(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي $\left\{-\sqrt{5}\right\}$.

6 مجموعة حلول المعادلة المقترحة هي $\left\{0 \; ; \; \frac{7}{3}\right\}$.

7 مجموعة حلول المعادلة المقترحة هي $\left\{\frac{10}{17}\right\}$.

8 مجموعة حلول المعادلة المقترحة هي $\left\{-\frac{321}{12}\right\}$.

• في التمرينين 9 و 10 يعتمد التلميذ على المتطابقات الشهيرة وقاعدة إستخراج عامل مشترك لتحليل كل عبارة ثم لحل كل معادلة .

المتراجحات

في التمرينين 12 و 13 يلاحظ التلميذ أن المتراجحات من الدرجة الأولى ومتراجحات يؤول حلّها إلى حل متراجحة من الدرجة الأولى . يكتب كل متراجحة على الشكل $ax \leq b$ أو $ax < b$ ثم يستنتج مجموعة حلول كل واحدة منها بملاحظة إشارة a .

14 يحلل $P(x)$ إلى جداء عاملين بإستخراج عامل مشترك ثم يدرس إشارة $P(x)$.

• في التمرينين 15 و 16 ، يحلل التلميذ كل عبارة إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم يدرس إشارة الجداء .

17 يدرس التلميذ إشارة كل عبارة ثم يستنتج مجموعة حلول كل متراجحة .

مسائل

18 بوضع x عدد السنوات حتى يصبح عمر الأب ضعف عمر البنت ، نتحصل على $(57 + x) = 2(21 + x)$ ينتج أن : $x = 15$
أي يصبح عمر الأب ضعف عمر البنت بعد 15 سنة .

19 بوضع L طول القطعة و ℓ عرضها . نكتب $2(L + \ell) = 230$ و $\ell = L - 15$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ينتج أن : $L = 65$ m و $\ell = 50$ m

20 بوضع x هو ثمن علبة السكر و y ثمن علبة القهوة نكتب :

$7x + 3y = 585$ و $y = 2x$ ينتج أن : $x = 45$

و $y = 90$ أي : ثمن علبة السكر هو 45 دينارا وثمن علبة القهوة هو 90 دينارا .

21 يعبر عن المشكل بالجملة

$$\begin{cases} x + y + z = 6385 \\ x = y - 580 \\ z = y + 950 \end{cases}$$

بالتعويض ، ينتج أن الأعداد الثلاثة المطلوبة هي : 2005 ؛ 1425 ؛ 2955 ؛

22 يعبر عن المشكل بالمعادلة

$x^2 - 2x + 1 = 121$ أي $(x-1)^2 = 11^2$

ينتج أن : $x = 12$

23 يعود حل المسألة إلى تعيين الأعداد الصحيحة x حيث $\frac{4+x}{3+x} = \frac{3}{4}$ ينتج أن :

$x = -7$

24 نضع x ؛ y ؛ z الأعداد المطلوبة .

الحالة الأولى : نتحصل على الجملة

$$\begin{cases} x + y + z = 5220 \\ x = y + 1 \\ z = y + 1 \end{cases}$$

بالتعويض ينتج أن :

$x = 1739$ ؛ $y = 1740$ ؛ $z = 1741$

الحالة الثانية : نتحصل على الجملة

$$\begin{cases} x + y + z = 5220 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \end{cases}$$

بإستعمال خواص التناسب ، ينتج أن :

$x = 1305$ ؛ $y = 1740$ ؛ $z = 2175$

25 • 1) الجدول التالي يبين ثمن شراء المجلة من المعرض حسب عدد التلاميذ .

عدد التلاميذ	15	20	25	30
ثمن الشراء من المعرض	2250	3000	3750	4500
الكلفة	3050	3800	4550	5300

• الجدول التالي يبين ثمن شراء المجلة من المكتبة حسب عدد التلاميذ .

عدد التلاميذ	15	20	25	30
ثمن الشراء من المكتبة	2625	3500	4375	5250
الكلفة	2825	3700	4575	5450

• ينصح المكتبي بشراء المجلة من المعرض إذا كان عدد التلاميذ هو 25 أو 30 .

ومن المكتبة إذا كان عدد التلاميذ هو 15 أو 20 .

• 2) عدد التلاميذ هو حل المعادلة

$150x + 800 = 175x + 200$ أي :

$x = 24$ وتكون الكلفة هي 4400 دينارا.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 4	عموميات على الدوال

1 – مفهوم دالة
2 – التمثيل البياني لدالـة
3 – إتجاه تغير دالـة
4 – القيم الحدية لدالـة على مجال

◂ الكفاءات المستهدفة

– تعريف مفهوم دالة
– تعيين مجموعة التعريف لدالة
– تعريف التمثيل البياني لدالة
– تعريف دالة بواسطة منحن
– تعريف دالة بواسطة جدول قيم
– تعريف دالة بواسطة دستور
– تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة دستور أو جدول قيم أو منحن
– وصف سلوك دالة معرفة بمنحن أو دستور أو جدول قيم بإستعمال تعبير رياضي مناسب
– إستنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها البياني ، والعكس
– إرفاق جدول تغيرات دالة معطى بتمثيل بياني
– التعرف على القيم الحدية لدالة على مجال

معالم تعليمية : قدّم مفهوم الدالة في إطار التناسبية دون التصريح بها حيث تظهر جليا كربط بين كميتين تتغير إحداهما بتغير الأخرى وصولا إلى الدالة التآلفية . يقترح برنامج السنة الأولى ثانوي معالجة هذا الموضوع من ثلاثة جوانب هي : الحسابي والبياني والجبري ، من خلال أنشطة تمثل وضعيات بسيطة ذات دلالة بالنسبة إلى التلميذ. كما ينص على إبراز نقاط أساسية هي :

– إجراء دراسة نوعية لدالة قصد إبراز بعض الخواص العامة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

– التحكم في قراءة المنحنيات وجداول قيم وتفسيرها وتوظيفها .

– ترييص وضعيات باستخدام الدوال .

– إثراء تفكير التلميذ بتوظيف الدوال لحل مشكلات من الحياة اليومية .

قبل الشروع في هذا المفهوم الجديد ينبغي على الأستاذ تنظيم تقويم تشخيصي لمكتسبات التلميذ حول التناسبية وخواصها ، الحصر والمجالات قصد التعرف على المعارف والطرائق المتحكم فيها ، ثم يبدأ في تقديم هذا المفهوم حيث يكتسب التلميذ معارف وطرائق جديدة مقررة في البرنامج والتركيز على توظيفها لحل مشكلات في أطر مختلفة وسياقات متنوعة .

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – مفهوم دالة	– تعريف – ملاحظة – تعريف دالة بواسطة : • دستور • جدول قيم • منحن	1 – تعريف دالة بواسطة دستور 2 – تعريف دالة بواسطة جدول قيم 3 – تعريف دالة بواسطة منحن 7 – تعيين صورة عدد بدالة 8 – تعيين سابقة لعدد بدالة 4 – تعيين مجموعة تعريف دالة معرفة بواسطة دستور . 10 – تعيين صورة عدد بدالة باستعمال حاسبة بيانية .
2 – التمثيل البياني لدالة	– تعريف التمثيل البياني لدالة.	9 – قراءة صورة أو سابقة عدد بإستعمال منحن . 5 – تعيين جدول تغيرات إنطلاقا من التمثيل البياني لدالة .
3 – إتجاه تغيرات دالة على مجال	– نظرية – ملاحظات	6 – رسم تمثيل بياني لدالة إنطلاقا من جدول تغيراتها .
4 – القيم الحدية لدالة على مجال	– تعاريف – ملاحظات	

ملاحظة : في الطريقة 10؛ عند إنجاز التمرين بالحاسبة بعد إنجاز المرحلة 1، وقبل الإنتقال إلى المرحلة 2، يجب الضغط على اللمستين 2nd ⟶ Quit

ثم إنجاز المراحل من 2 إلى 7 كما هي .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف هذا الإستبيان متعدد الإجابات إلى تقويم مدى استيعاب التلميذ للمعارف والطرائق المدروسة حول الحساب الجبري ، المتباينات والحصر ، والدوال التآلفية .

يتم إنجاز هذا النشاط فرديا في المنزل بطلب من الأستاذ قبل الإنتقال إلى العناصر الجديدة الواردة في هذا الباب .

تحوصل النتائج جماعيا في القسم بإبراز الصحيحة منها من الخاطئة .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : – يهدف هدا النشاط إلى ترييض وضعية باستعمال مفهوم الدالة ، حيث طلب تعيين دستور هذه الدالة .

وكذلك تعيين صورة عدد وفق دالة وسابقة لعدد بدالة .

1) الدستور الذي يعين هذه الدالة هو : $y = \frac{1}{2}x + 800$ ، حيث يمثل y الدخل اليومي للرجل ويمثل x الدخل اليومي الإجمالي للدكان .

2) إذا كان $x = 6000$ فإن $y = \frac{1}{2}(6000) + 800$ إذن $y = 3800$

3) إذا كان $y = 1400$ فإن $1400 = \frac{1}{2}x + 800$ إذن $x = 1200$

نشاط 2 : يهدف هذا النشاط إلى التطرق إلى كيفية تعيين سوابق لعدد وفق دالة ، صورة عدد بدالة بالإعتماد على التمثيل البياني وكذلك تعيين القيم الحدية على مجال .

نشاط 3 : يهدف هذا النشاط إلى استخدام جدول قيم لتعيين صورة عدد أو سوابق لعدد وفق دالة وكذلك القيم الحدية لدالة على مجال .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 2 ، 4 ، 5 ، 10

الصورة والسوابق

التماريـن 1 ، 2 ، 3 تهدف إلى تعيين مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور ، حساب صورة عدد وفق دالة وتعيين سابقة أو سوابق لعدد وفق دالة ويكون حلا أو حلولا للمعادلة

$f(x) = b$ ، $b \in \mathbb{R}$.

4 تعيين دالة بواسطة منحن :

التمثيلات البيانية 1 ، 3 ، 5 تعرف دالة . بينما 2 ، 4 لا يعرفان دالة حيث نلاحظ أن في الشكلين أن للعدد 0 صورتين بالدالة .

5 يهدف هذا التمرين إلى معرفة انتماء نقطة معينة بإحداثييها إلى منحني دالة معرفة بدستور . يتحقق التلميذ إن كان ترتيب كل نقطة هي صورة فاصلة هذه النقطة بالدالة .

6 تعيين فاصلة أو ترتيب نقطة تنتمي إلى منحني دالة معرفة بدستور : $M(a\ ;\ -1)$ ، $P(1\ ;\ b)$. لتعيين a نحل المعادلة $f(a) = -1$ ولتعيين b نحسب $P(1)$.

● التمارين 7 ، 8 ، 9 : قراءة التمثيل البياني لدالة قصد تعيين .

– مجموعة تعريف هذه الدالة .
– صورة عدد أو سوابق لعدد بدالة .
– جدول تغيرات دالة
– القيم الحدية لدالة على مجال

● في التمرين 7 : f دالة معرفة على $[-5\ ;\ 4]$

$f(-4) = 1$ و $f(5) = -2$ و $f(0) = 3$

f متزايدة على $[-4\ ;\ 1]$ وعلى $[0\ ;\ 1]$

f متناقصة على $[-1\ ;\ 0]$ وعلى $[1\ ;\ 5]$.

● في التمرين 8 : g معرفة على :

$[-3\ ;\ 5] \cup [-3\ ;\ 2]$ العدد -1 صورة العدد 1 بالدالة g . سابقة العدد 3 هي 5 .

1 – هي القيمة الصغرى للدالة g

3 هي القيمة الكبرى للدالة g

● في التمرين 9 : g معرفة على $[-4\ ;\ 3]$.

للعدد 0 ثلاثة سوابق هي -3 ؛ 0 ؛ 2 .

● 2 هي القيمة الكبرى .

1 – هي القيمة الصغرى للدالة g على $[-4\ ;\ 3]$.

التمارين 11 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 . تهدف إلى قراءة جداول تغيرات دوال قصد تعيين :

– رسم التمثيل البياني لدالة .
– مجموعة تعريف الدالة .
– إتجاه تغير الدالة على مجال .
– سوابق عدد بالدالة .
– القيم الحدية للدالة على مجال .
– رسم التمثيل البياني للدّالة.

بالنسبة إلى التمرين 15 : $D = [-5\ ;\ 4]$

f متناقصة على $[-5\ ;\ -2]$ وعلى $[\frac{1}{2}\ ;\ 4]$

f متزايدة على $[-2\ ;\ \frac{1}{2}]$.

3 هي القيمة الكبرى على $[-5\ ;\ 4]$

القيمة الصغرى على $[-4\ ;\ 5]$ هي 0 .

$f(-1) < f(-2)$ ؛ $f(-4) < f(-5)$ ؛ $f(4) < f(2)$.

على المجال $[-5\ ;\ 4]$ ، $f(x) \geq 0$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

17 $D = [-5 ; 7]$

f متزايدة على $[-5 ; 2]$.

f متناقصة على $[2 ; 7]$.

$f(x) \geq 0$ على $[-4 ; 3]$.

$f(x) \leq 0$ على كل $[-5 ; -4]$ و $[3 ; 7]$.

$M(2 ; 3)$ نقطة حدية كبرى للمنحنى (γ) .

● التمارين 18 ، 19 ، 20 تهدف إلى :

– قراءة جدول تغيرات دالة .

– قراءة منحني دالة .

يعتمد التلميذ على الطرائق الموظفة في التمارين السابقة . وتهدف أيضا إلى حل معادلات ومتراجحات من الشكل : $f(x) = 0$ ، $f(x) \geq 0$ أو $f(x) \leq 0$.

18 للمعادلة $f(x) = 0$ حلان هما -1 و 5 مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$ هي المجال $[5 ; 8]$ مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ هي $[-5 ; 5]$.

20 حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي -3 ؛ -1 ؛ 2 .

$f(x) \geq 0$ على كل من $[-3 ; -1]$ و $[2 ; 5]$.

$f(x) \leq 0$ على كل من المجالين :

$[-3,5 ; -3]$ و $[-1 ; 2]$.

المسائـل

21 نلاحظ أن كل ضلع من الصفيحة ينقص بمقدار $2x$ سنتيمترا .

إذن الحجم من أجل $x = 2$ هو $16^2 \times 2$

ويساوي $512\ cm^3$.

حجمها بدلالة x هو :

$v = (20 - 2x)^2 \times x\ cm^3$

نضع :

$v = f(x)$ أي أن $f(x) = (20 - 2x)^2 \times x$

مجموعة تعريف الدالة f هي $[0 ; 10]$

$f(0) = 0$ و $f(1) = 324$ ،

$f(2) = 512$ ، $f(3) = 588$ ، $f(4) = 576$

$f(5) = 500$ ، $f(6) = 384$ ، $f(7) = 252$

$f(8) = 128$ ، $f(9) = 36$ ، $f(10) = 0$

22 $f(x) = \dfrac{2x}{x+2}$

$D =]-\infty ; -2[\cup]-2 ; +\infty[$

$f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2}{5}$.

العدد 2 ليس له سوابق بالدالة f . لأن المعادلة $f(x) = 2$ ليس لها حل في D .

$f(-3) = 6$ ؛ $f(-4) = 4$ ؛ $f(-5) = \dfrac{10}{3}$ ؛

$f(-6) = 3$ ؛ $f(-1) = -2$ ؛ $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = -6$ ؛

$f(0) = 0$ ؛ $f(4) = \dfrac{4}{3}$ ؛ $f(3) = \dfrac{6}{5}$ ؛

$f(1) = \dfrac{2}{3}$ ؛ $f(2) = 1$ ؛ $f\left(-\dfrac{5}{2}\right) = 10$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 5	الدوال المرجعية

1 – الدوال التآلفية
2 – الدالـة "مربع"
3 – الدالـة "مقلوب"

◂ الكفاءات المستهدفة

– دراسة الدوال المرجعية :

- $x \longmapsto a\,x$
- $x \longmapsto a\,x + b$
- $x \longmapsto x^2$
- $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ وتمثيلها بيانيا

معالم تعليمية : ينص البرنامج في السنة الأولى ثانوي ، جذع مشترك آداب ، على دراسة الدوال المرجعية الثلاثة : الدوال التآلفية ، الدالة « مربع » والدالة « مقلوب » . بعد الإنتهاء من دراسة العموميات على الدوال ، توظف المعارف والطرائق في حل معادلات ومتراجحات بيانيا وكذا في حل مشكلات من الحياة اليومية وذلك بنمذجتها وترييضها . لذا ينبغي التركيز أكثر على هذه العناصر لجلب إنتباه التلميذ حول ضرورة إكتساب المعارف والطرائق المستهدفة لمعالجة وضعيات إدماجية في سياقات مختلفة ومتنوعة .

إن الحل البياني لمعادلات من الشكل $f(x) = k$ ومتراجحات من الشكل $f(x) \leq k$ يكتسي أهمية بالغة إذ يمكن الوصول إليه بالقراءة الدقيقة ، إن أمكن ، للحلول دون اللجوء الآلي إلى الحل الجبري .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – الدوال التآلفية $x \longmapsto a\,x$ $x \longmapsto a\,x + b$	– تعريف – إتجاه التغير – جدول التغيرات – الخاصية المميزة لدالة تآلفية – التمثيل البياني	1 – التعرف على دالة تآلفية 2 – تعيين إتجاه تغير دالة تآلفية 3 – تعيين دالة تآلفية علم عددان حقيقيان وصورتاهما بها . 4 – رسم التمثيل البياني لدالة تآلفية .
2 – الدالة « مربع » $x \longmapsto x^2$	– تعريف ، خاصية – إتجاه التغيير – جدول التغيرات – التمثيل البياني	5 – الحل البياني لمعادلة من الشكل $x^2 = k$ ؛ $k \in \mathbb{R}$ ؛ 6 – الحل البياني لمتراجحة من الشكل . $x^2 \geq k$ أو $x^2 \leq k$ ، $k \in \mathbb{R}$.
3 – الدالة « مقلوب » : $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$	– تعريف – خاصية – إتجاه التغير – جدول التغيرات – التمثيل البياني	7 – الحل البياني لمعادلة من الشكل $\dfrac{1}{x} = k$ ، $k \in \mathbb{R}$. 8 – الحل البياني لمتراجحة من الشكل $\dfrac{1}{x} \geq k$ أو $\dfrac{1}{x} \leq k$ حيث $k \in \mathbb{R}$.
		9 – حل بيانيا معادلة باستعمال حاسبة بيانية .

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف هذا الإستبيان إلى تقويم مكتسبات التلميذ حول العموميات على الدوال (معارف وطرائق) والتحكم في إستعمالها في وضعيات متنوعة ، تعيين مجموعة تعريف دالة، إيجاد صورة عدد وفق دالة معرفة بدستور والبحث عن سابقة عدد بدالة معرفة بدستور .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : يهدف هذا النشاط إلى تقويم المعارف والطرائق التي يتحكم فيها التلميذ لرسم مستقيمات في المستوي المرفق بمعلم متعامد ومتجانس .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نشاط 2 : إن الهدف من هذا النشاط هو جعل التلميذ يميز بين أنواع الدوال التآلفية ، منها الخطية ومنها غير الخطية وإبراز هذه الخواص حسابيا .

$f(x) = \frac{2}{3}x$ و $g(x) = 5x + 2$ f خطية و g ليست خطية .

نشاط 3 : يهدف هذا النشاط إلى تقويم قدرة التلميذ على تعيين إتجاه تغيركل من الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = x^2$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ على مجموعة تعريف كل منهما . لذلك ، يحسب ، من أجل كل عددين x_1 و x_2 المختلفتين من مجموعة تعريف الدالتين f و g ، النسبتين $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ و $\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1}$ ويدرس إشارتيهما ثم يستنتج إتجاه تغيّر كل من الدالتين f و g .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 3 ، 5 ، 6 ، 9 ، 11 ، 12 ، 16 .

تمارين

1 تعيين مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور .

التمرينان 2 و 3 يتطلبان كتابة مبسطة لمعرفة نوع الدالة المعرفة .

2 كل من f و t دالة خطية ، g دالة ثابتة . h ليست تآلفية.

التمارين 4 . 5 ، 6 ، 7 تنص على تعيين دستور دالة تآلفية بمعرفة جدول قيم للدالة .

8 $a = -\frac{1}{2}$ و $b = 3$

إذن $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

x	0	2	3	4	5
$f(x)$	3	2	1.5	1	0.5

$a < 0$ إذن f متناقصة على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↘

التمارين 9 ، 10 ، 11 تنص على رسم التمثيل البياني لدالة تآلفية علم دستورها أو علمت نقطة من المنحنى ومعامل توجيهه .

11 1) نعلم أن f دالة خطية و $f(2) = 6$

إذن $f(x) = a' x$

$f(2) = 6$ إذن $a' \times 2 = 6$

ينتج أن : $a' = 3$ إذن $f(x) = 3x$

لدينا g دالة تآلفية ؛ $g(x) = ax + b$

$g(0) = 3$ و $g(1) \cdot f(1) = 0$

$f(1) = 3$ إذن $3 \cdot g(1) = 0$

أي $g(1) = 0$ ،

$g(0) = 3$ أي $a(0) + b = 3$

إذن $b = 3$.

$g(1) = 0$ $a(1) + 3 = 0$

إذن $a = -3$

ينتج أن : $g(x) = -3x + 3$

2) $g(x) = 4$ ، $f(x) = -x + 4$

التمرينان 12 و 13 ينصان على تعيين دالة تآلفية علمت نقطتان من تمثيلها البياني أو علمت نقطة ومعامل التوجيه المنحني .

$f(x) = ax + b$ ، $f(1) = 2$ ،

$f(3) - f(-1) = -2$ ،

$\frac{f(3) - f(-1)}{3 + 1} = \frac{-2}{4}$ و هو معامل التوجيه

إذن $f(x) = -\frac{1}{2}x + b$ و $f(1) = 2$

ينتج أن : $b = \frac{5}{2}$ إذن : $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

14 تعيين صورة عدد بالدالة « مربع » .

f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x) = x^2$.

نعوض x بالقيمة المعطاة في x^2 .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

في التمرينين 15 و 16 طلب إرفاق جدول قيم بالدالة مربع . لذلك يكفي التحقق من أن صورة كل عدد x من الجدول بالدالة مربع موجودة في الجدول .

17) و 18) : الحل البياني لمعادلة و متراجحة من الشكل $x^2 = k$ أو $x^2 \geq k$ أو $x^2 \leq k$ حيث $k \in \mathbb{R}$.

17 المعادلة $x^2 = 4$ لها حلان هما -2 و 2

المعادلة $x^2 = 0$ لها حل واحد هو 0 .

المعادلة $x^2 = \frac{9}{4}$ لها حلان $-\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{2}$

المعادلة $x^2 = 0{,}25$ لها حلان هما $-0{,}5$ ؛ $0{,}5$

18 $x^2 > 25$ لها حلول في :

$]-\infty ; -5[\cup]5 ; +\infty[$

$x^2 \leq 4$ لها حلول في $[-2 ; 2]$.

$x^2 < -1$ ليس لها حلول في $\mathbb{R}$:

19 نفس صورة عدد بدالة مقلوب .

20 **21** ارفاق جدول قيم بدالة .

22 **23** حل بيانيا معادلات ومتراجحات من الشكل : $\frac{1}{x} = k$ ، $\frac{1}{x} \geq k$

$\frac{1}{x} \leq k$ حيث k عدد موجب تماما .

24 معرفة ما إذا كانت الدالة المعطاة زوجية أو فردية على مجال D .

f فردية ، h زوجية ، g ليست زوجية ولا فردية .

المسائل :

25 ، 26 ، و 27 هي مسائل للحوصلة والإدماج والترييض .

25 (γ) و (Δ) يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيين $(4 ; 2)$ ؛ $f(x) = x^2$

و $g(x) = 4x - 4$

نحل المعادلة $f(x) = g(x)$ وينتج عنه أن :

$x = 2$ و $f(2) = 4$.

26 $f(x) = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{-1}{4}x + 1$

نحل المعادلة $f(x) = y$ أي $\frac{1}{x} = \frac{-1}{4}x + 1$

وينتج : $x^2 - 4x + 4 = 0$ إذن : الحل هو $x = 2$

27 نحل المعادلتين $\frac{1}{x} = 2x$

و $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}x$ نحصل على $A\left(\sqrt{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ،

$B\left(-\sqrt{2} ; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ ، $C\left(\sqrt{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ،

$D\left(-\sqrt{2} ; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ ،

$[AB]$ و $[CD]$ لهما نفس المنتصف وهو مبدأ المعلم $(O ; \vec{i} ; \vec{J})$ نتحقق أيضا أن $AB = CD$ ونستنتج أن ACBD متوازي أضلاع وأن هذا الرّباعي مستطيل .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 6	التعليم في المستوي

1 – معالم للمستوي

2 – إحداثيا نقطة

3 – إحداثيا شعاع

4 – توازي شعاعين

◂ الكفاءات المستهدفة :

- التعرف على أنواع المعالم
- التعرف على إحداثيي نقطة
- التعرف على إحداثيي شعاع
- حساب إحداثيي مجموع شعاعين
- حساب إحداثيي جداء شعاع بعدد حقيقي
- التعرف على توازي شعاعين

معالم تعليمية : ينص البرنامج على مواصلة دراسة الحساب الشعاعي في إطار الهندسة التحليلية . وهذا لا يمنع من إقتراح أنشطة على التلاميذ تتطلب معالجتها إستعمال خواص الأشكال الهندسية المستوية المألوفة والمكتسبة .

تبنى التعلمات الجديدة المدرجة في هذا الباب حول المعارف والطرائق من خلال حصص التعليم والتعلم آخذا بعين الإعتبار نتائج التقويم التشخيصي المحصل عليه بعد معالجة الإستبيان المتعدد الإجابات .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيـم	المعـارف	الطرائـق
1 – معالم للمستوي	– تعريف – أنواع المعالم	
2 – إحداثيا نقطة	– تعريف	1 – قراءة إحداثيي نقطة معينة بعلاقة شعاعية . 5 – تعيين إحداثيي منتصف قطعة مستقيم .
3 – إحداثيا شعاع	– تعريف – تساوي شعاعين – مجموع شعاعين – جداء شعاع بعدد حقيقي – إحداثيا الشعاع $\overrightarrow{AB}$	2 – تعيين إحداثيا أشعة
4 – توازي شعاعين	– خاصية	3 – إثبات توازي شعاعين . 4 – إثبات أن ثلاث نقط على إستقامة واحدة . 6 – إثبات أن رباعيا هو متوازي أضلاع .
		7 – حساب المسافة بين نقطتين .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف الإستبيان المتعدد الإجابات إلى التقويم التشخيصي قبل الشروع في التعلمات الجديدة حول الأشعة والحساب الشعاعي والتعليم في المستوي . ينجز هذا الإستبيان في المنزل من طرف التلميذ بمفرده وبتكليف من الأستاذ و تتم حوصلة الأجوبة في القسم حيث يبرر كل تلميذ إختياره للإجابة الصحيحة في كل وضعية . تشخص الأخطاء وتحلل من طرف الأستاذ وتصحح تصحيحا جماعيا .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : يهدف هذا النشاط إلى تعليم نقط من المستوي إعتمادا على علاقة شعاعية وعلى معلم معطى.

1) ينشئ التلميذ النقط A ; B ; M ; N ; P بإنشاء الأشعة $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ ، $\overrightarrow{OM}$ ، $\overrightarrow{ON}$ ، $\overrightarrow{OP}$.

2) يعبر عن الشعاعين $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{ON}$ بدلالة الشعاعين $\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OJ}$ على الترتيب ثم يحسب الشعاع $\overrightarrow{OP}$ ويكتبه على الشكل $\overrightarrow{OJ}$. x $\overrightarrow{OI}$ + y لإستخراج x و y .

نشاط 2 : يهدف هذا النشاط إلى تعليم نقط في مستو منسوب إلى معلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1) ينشئ المعلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ و يعلم النقط A ; B ; O ثم ينشئ النقط C ؛ D ؛ M ؛ N بتمثيل الأشعة التي تعبر عن هذه النقط .

2) يكتب الشعاع $\overrightarrow{DC}$ على الشكل : $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ ثم يكتبه بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$ ويستنتج x و y .

3) يعبر عن $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM}$ بكتابة $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{ON}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

نشاط 3 : يهدف هذا النشاط إلى تعليم نقط في مستو منسوب إلى معلم . يحسب إحداثيات نقط وأشعة ويدرس توازي شعاعين .

1) يعلم C و D بالأعتماد على إحداثيي كل منهما .

2) يقرأ على الشكل إحداثيي كل من النقطتين A و B .

3) يحسب إحداثيات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ بإستعمال الدستور المألوف .

4) يدرس توازي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ بملاحظة إحداثيي كل منهما .

5) يستنتج طبيعة الرباعي ABCD بعد ملاحظة أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 4 ، 6 ،

التعليم على مستقيم

1 يلاحظ التلميذ المعلم $(O\ ;\ \vec{i})$ ثم يقرأ فواصل النقط A ؛ B ؛ C ؛ D .

2 يرسم التلميذ معلمًا خطيا $(O\ ;\ \vec{i})$ ثم يعلم النقط M ؛ N ؛ P ؛ Q .

3 يلاحظ التلميذ كل علاقة شعاعية ثم يستنتج فواصل A' ؛ B' ؛ C ؛ D' .

4 يقرأ فاصلة كل نقطة ويرفقها بالشعاع المناسب . مثلا $\overrightarrow{OM'} = -3\vec{i}$

التعليم في المستوي

5 يقرأ إحداثيي كل نقطة ويعلم هذه النقط في المعلم $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$.

6 يلاحظ التلميذ المعلم $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ الكيفي ويقرأ إحداثيي كل نقطة .

8 و **9** يختار التلميذ المعلم المناسب ويقرأ إحداثيي كل نقطة ثم يعلم هذه النقطة في المعلم المختار .

10 يتعرف على نوع المعلم $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ بملاحظة معيار كل شعاع وحامليها ثم يعلم النقط بعد قراءة إحداثيي كل واحدة منها .

12 يقرأ إحداثيي كل شعاع ثم يعبر عنه بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

12 يتعرف على إحداثيي كل شعاع ثم يعبر عنه بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

13 يلاحظ أن إحداثيات الأشعة هي إحداثيات النقط على الترتيب ثم يكتب كل شعاع بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

14 يتعرف على إحداثيي كل شعاع ويكتبه بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

15 يبحث عن العلاقة الموجودة بين إحداثيي $\vec{u}$ وإحداثيي $\vec{v}$ ثم يستنتج العلاقة بين هذين الشعاعين . مثلا : $3 \times (-3) = 9$ و $3 \times (-1) = -3$

إذن $\vec{v} = 3\vec{u}$

• في التمارين 16 ، 17 ، 18 يستعمل التلميذ العلاقة من الشكل : $\vec{v} = t\vec{u}$ أونشرط توازي شعاعين المدروس للتحقق من الأوضاع النسبية للأشعة المقترحة .

19 يعتمد على شرط توازي شعاعين للبحث عن العدد الحقيقي x .

20 و 21 و22 يحسب إحداثيي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم يتحقق من توازيهما .

23 يستعمل النتائج حول الجمع الشعاعي وضرب شعاع بعدد حقيقي لإيجاد إحداثيي كل شعاع .

24 يستعين بإحداثيي منتصف قطعة مستقيم لإيجاد منتصف [AB] .

25 يعين إحداثيي $\overrightarrow{AB}$ و $\frac{3}{2}\vec{u}$ ثم يقارنهما لإستنتج إحداثيي B .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

26 يعتمد على شرط تساوي شعاعين لإستنتاج m و t .

27 يكفي إثبات أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متوازيان

28 يدرس توازي شعاعين معينين بنقطتين من النقط الثلاث في كل حالة : مثلا : $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{MP}$

29 يعين إحداثيي D بحيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (أو $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$) .

مسائـل

30 2) يعين $\overrightarrow{AB}(9\ ;\ 7)$ ، $\overrightarrow{CD}(9\ ;\ 7)$

يستنتج أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

3) الرباعي ABDC متوازي أضلاع .

4) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

31 2) $\overrightarrow{AB}(-5\ ;\ -1)$ ،

$\overrightarrow{AC}(5\ ;\ 1)$ ، $\overrightarrow{BC}(10\ ;\ 2)$:

3) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متوازيان لأن

$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}$:

4) النقط A ; B ; C على إستقامة واحدة .

5) إحداثيا D هما $(7\ ;\ 13)$.

32 2) بإستعمال إحداثيي كل من :

$\overrightarrow{KB}$ و $\overrightarrow{kC}$ نجد $(0\ ;\ -\frac{13}{3})$. K

3) بإستعمال إحداثيي كل من :

$\overrightarrow{LA}$ و $\overrightarrow{LB}$. نجد $(0\ ;\ 2)$. L

4) $(1\ ;\ -\frac{13}{6})$. M

33 1) نجد $x = \frac{1}{3}$ و $C(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{2}{3})$

2) نجد $x = 0$ أي C هو مبدأ المعلم $(\overrightarrow{o}\ ;\ \overrightarrow{i}\ ;\ \overrightarrow{J})$

3) بعد وضع AB = AC و CA = CB

نحصل على الجملة $\begin{cases} x = 0 \\ 5x^2 - 6x - 13 = 0 \end{cases}$

هذه الجملة لا نقبل حلا في $\mathbb{R}$.

إذن لا توجد قيم للعدد x يكون من أجلها ABC المثلث متقايس الأضلاع .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 7	معادلات مستقيم

1 – معادلات مستقيم معين بنقطة وشعاع توجيه

2 – معادلات مستقيم معين بنقطتين مختلفتين

3 – شرط توازي مستقيمين

◂ الكفاءات المستهدفة :

- كتابة معادلة لمستقيم معرف بنقطة ومنحنى أو معرف بنقطتين
- تعيين شعاع توجيه لمستقيم
- حساب معامل توجيه مستقيم
- التعرف على توازي مستقيمين
- رسم مستقيم بمعرفة معادلة له

معالم تعليمية : يهدف هذا الموضوع إلى تدعيم مكتسبات التلميذ المحصل عليها في التعليم المتوسط حول معادلات مستقيمات في المستوي وذلك بإعادة إستثمارها وإستغلالها لدراسة هذا المفهوم من زاوية أخرى بالإعتماد على الحساب الشعاعي والهندسة التحليلية .

ينبغي أن يتوصل التلميذ ، من خلال أنشطة التعلم التي يشارك فيها إلى إدراك أن لكل مستقيم في المستوي معادلة ديكارتية من الشكل $y = m\ x + p$ أو من الشكل $x = k$. كما يكتشف كذلك أن لكل مستقيم معادلة من الشكل $a\,x + b\,y + c = 0$ حيث a ، b عددان حقيقيان غير معدومين في آن واحد . في هذا المستوي ، يعرف المستقيم الذي يشمل النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}$ غير المعدوم كمجموعة النقط M من المستوي حيث $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متوازيان . أما بالنسبة للمستقيم المعين بنقطتين مختلفتي فيكون تعيين معادلته بالإعتماد على الحالة السابقة .

يعتبر هذا الموضوع فرصة مناسبة لتوظيف النتائج المدروسة حول الحساب الشعاعي والهندسة التحليلية لمعالجة مسائل تتطرق إلى مفاهيم مثل : إستقامة نقط ، الأوضاع النسبية لمستقيمين ، إحداثيا منتصف قطعة مستقيم ، حل جمل معادلات خطية ، ... إن إكتساب المعارف والطرائق المتعلقة بهذه المفاهيم يضمن للتلميذ إكتساب الكفاءات المستهدفة .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1 – معادلات مستقيم معين بنقطة وشعاع توجيه	– شعاع توجيه لمستقيم – معادلات مستقيم معين بنقطة وشعاع توجيه	
2 – معادلات مستقيم معين بنقطتين مختلفتين	– تعريف – الشكل العام لمعادلة مستقيم – نظرية – نظرية	1 – إثبات إنتماء نقطة إلى مستقيم . 2 – رسم مستقيم علمت معادلة له . 3 – إيجاد معادلة لمستقيم يشمل نقطتين مختلفتين .
3 – توازي مستقيمين	– نظرية – نظرية – نظرية	4 – التعرف على توازي مستقيمين .

وصف أنشطة التعلم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

– يهدف هذا الإستبيان إلى تقويم مكتسبات التلميذ قبل الشروع في دراسة عناصر الباب السابع . تتعلق هذه المكتسبات بالمعارف حول معادلات مستقيم في المستوي وتوازي مستقيمين وكذا مفهومي معامل توجيه مستقيم وشعاع توجيه لمستقيم .

– ينجز هذا النشاط في المنزل ، فرديا وتتم حوصلة الأجوبة في القسم .

الأنشطة التمهيدية

نشاط 1 : يهدف هذا النشاط إلىمقاربة مفهوم معادلة مستقيم وكذا الخاصية التي تتميز بها مجموعة النقط التي تحقق إحداثياتها معادلة معينة .

1) يتم الحصول على حل لكل من المعادلتين بإعطاء قيمة للمجهول x مثلا والبحث عن قيمة y .

2) يلاحظ أن كل ثنائية $(x\ ;\ y)$ من الجدولين هي إحداثيا نقطة واحدة من المستوي المزود بمعلم $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{J})$.

– يمكن ملاحظة أن النقط المعينة في الجدول (1) تقع على إستقامة واحدة أو أنها تنتمي إلى نفس المستقيم .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نشاط 2 : يهدف هذا النشاط إلى كتابة معادلة ذات مجهولين حقيقيين x و y على الشكل $y = m\ x + p$ حيث m و p عددان حقيقيان .

$$y = \frac{1}{2}\ x - \frac{1}{10} \quad \ldots\ (1) \quad -1$$

$$y = -3\ x + 4 \quad \ldots\ (2)$$

$$y = x \quad \ldots\ (3)$$

2 – يتم تعيين ثنائية $(a\ ;\ b)$ بإعطاء قيمة للعدد x ثم إستنتاج قيمة y.

يمكن إختيار الثنائيات البسيطة مثلا $\left(\frac{-1}{10}\ ;\ 0\right)$ و $(0\ ;\ 4)$ حلين للمعادلتين (1) و (2) على الترتيب .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 1 ، 5 ، 6 ، 7 .

التمـارين

1 يعوض $(x\,;y)$ بإحداثيي A في معادلة (D) ويلاحظ إن كانت المعادلة محققة . يستنتج أن A لا تنتمي إلى (D) .

2 يعوض $(x\,;y)$ بإحداثيي O في كل معادلة يستنتج أن (D) يشمل المبدأ 0
(T) يشمل المبدأ 0

معادلات مستقيم معين بنقطة وشعاع توجيه

3 يعتمد التلميذ على طريقة تعيين معادلة مستقيم علمت نقطة منه وشعاع توجيه في كل حالة .

4 شعاع توجيه (D) هو $\vec{v}\,(-2\,;4)$
ترتيب النقطة من (D) التي فاصلتها معدومة هي $\frac{5}{2}$ (هي حل المعادلة $2y-5=0$) .

5 يعتمد على طريقة تعيين معادلة مستقيم علمت نقطة منه وشعاع توجيه . يكتب المعادلة على الشكل $y=ax+b$ ويجد $a=-2$

6 يكتب المعادلة على الشكل $y=ax+b$ ويستنتج معامل توجيه كل مستقيم .

معادلات مستقيم معين بنقطتين مختلفتين

7 يعين معادلة للمستقيم (AB) بتطبيق طريقة تعيين معادلة مستقيم علمت نقطتان مختلفتان منه.

8 معامل توجيه (AB) هو $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-\frac{2}{3}$

9 يختار معلما $(O;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ لرسم المستقيمات ، يكفي تعيين نقطتين من كل واحد منها .

10 يكفي تعيين b و a حيث $a=-2$

و $b+(-1)2-=3$ إذن معادلة المستقيم (D) هي $y=2x+1$.

11 يعتمد على نفس الطريقة المستعملة في التمرين 10 .

12 تكتب كل معادلة على الشكل : $y=ax+b$ ويستنتج قيمة a في كل حالة .

13 شعاع توجيه (D) هو $\vec{u}\,(3\,;-2)$
شعاع توجيه (D') هو $\vec{v}\,(1\,;-\frac{2}{3})$.
يلاحظ أن $\vec{v}=\frac{1}{3}\vec{u}$.
يستنتج أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متوازيان إذن (D) و (D') متوازيان .

14 يعتمد على شرط توازي شعاعي توجيه المستقيمين .

15 يعتمد على مقارنة معاملات توجيه المستقيمات مثنى مثنى أو أشعة توجيهها .

أو مقارنتها بمستقيم ثابت مثل محور الفواصل أو محور التراتيب .

16 يعتمد على النتائج حول الأشعة والمستقيمات .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مسائـل :

17 $m = 2$.

18 يكفي حل الجملتين $\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 4x - 3 \end{cases}$

بالنسبة إلى المستقيم (D) .

- بالمثل بالنسبة إلى (Δ)
- يتم رسم (D) و (Δ) بإستعمال النقطتين المعينتين سابقا .

19 يكفي إختيار $\overrightarrow{AB}$ كشعاع توجيه (D) والبحث عن معادلة (D) الذي شعاع توجيهه هو $\overrightarrow{AB}$ ويشمل النقطة C .

20 معامل توجيه (AB) هو $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ حيث $x_B \neq x_A$ و يحسب هذا العدد في كل حالة .

21 1) يكون شعاع توجيه (AB) هو $\overrightarrow{AB}$

- يعين t بالإعتماد على شرط توازي الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ في كل حالة من الحالات المطروحة .

22 2) النقط A ، B ، C ليست على إستقامة واحدة .

3) يتحصل على إحداثيات المنتصفات بإستعمال الطريقة المدروسة .

4) يعتمد على طريقة تعيين معادلة مستقيم يشمل نقطتين مختلفتين أو يستعمل المعادلة :

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$$

23 1) يتحصل على معادلات المستقيمات (D_{-1}) ، (D_1) ، (D_0) بتعويض t بالأعداد 1- ، 1 ، 0 على الترتيب في معادلة (D_t) .

3) (D_t) يوازي محور الفواصل من أجل $2t - 1 = 0$ أي $t = \frac{1}{2}$

4) (D_t) لا يوازي محور التراتيب لأن $-2 \neq 0$

5) (D_t) يوازي (Δ) من أجل $t = -\frac{3}{2}$

24 يعتمد على نفس الطرائق المستعملة في التمرين 23 .

25 1) $(D_0) : y = 3x$

(D_0) يشمل O (0 ; 0) ولتعيين (D_0) يكفي تعيين نقطة أخرى منه.

3) (D_0) و (D_m) لهما نفس معامل توجيه من أجل كل عدد حقيقي m إذن (D_m) يوازي (D_0) .

4) $A_m\left(\frac{2m}{3} ; 0\right)$ ؛ $B_m (0 ; -2m)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الباب 8	الإحصاء

1 – المفردات الإحصائية
2 – تمثيل سلسلة إحصائية
3 – تقدير سلسلة إحصائية
4 – المؤشرات الإحصائية

◂ الكفاءات المستهدفة

– التمييز بين الميزتين الإحصائيتين : الكمية والنوعية
– التمييز بين المتغيرين الإحصائيين : المتقطع والمستمر
– تحديد سلسلة إحصائية موضع الدراسة
– إنجاز التمثيلات البيانية التالية: مخطط بالأعمدة ، مضلع تكراري ، مخطط دائري ، مدرج تكراري
– تعيين الوسط الحسابي ، المنوال والوسيط في سلسلة إحصائية في الحالتين : المتغير المتقطع والمتغير المستمر
– تعيين مدى سلسلة إحصائية

معالم تعليمية : يتلقي التلميذ يوميا معلومات في شكل معطيات عددية مقدمة في جداول أو بتمثيلات بيانية سواء في محيطه الإجتماعي (خاصة عن طريق وسائل الإعلام) أو في محيطه المدرسي (من خلال دراسة مواد أخرى كالجغرافيا أو العلوم الإقتصادية) .

يرمي تدريس الإحصاء إلى تمكين التلميذ من حوصلة كل هذه المعطيات وتنظيمها وتحليليها بروح نقدية . وفي هذا الإطار، يهدف هذا الباب إلى توفير أدوات للتلميذ تسمح له بتنظيم المعطيات الإحصائية في شكل جداول و تمثيلها بيانيا و تحليلها وتفسيرها باستعمال مؤشرات احصائية .

إن أغلبية الأنشطة والتمارين المقترحة في هذا الباب تعتمد أساسا على وضعيات ملموسة وهي مستوحاة من المحيط الاجتماعي – الاقتصادي للتلميذ ومن محيطه المدرسي .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعارف والطرائق المستهدفة

المفاهيم	المعارف	الطرائق
1- المفردات الإحصائية	أ – المجتمع ب – الميزة	
2 – تقديم سلسلة إحصائية		
3 – التمثيل البياني لسلسلة إحصائية	أ – مخطط بالأشرطة ب – المدرج التكراري جـ – المضلع التكراري د – المخطط الدائري	2 – إنشاء مخطط دائري.
4 – المؤشرات الإحصائية	أ – التكرار ب – التواتر جـ – التكرار المجمع د – التواتر المجمع هـ – مؤشرات الموقع	1- حساب تكرارات وتواترات انطلاقا من تكرارات مجمعة وتواترات مجمعة. 3 – تعيين وسيط سلسلة إحصائية انطلاقا من جدول قيم المتغير. 4 – تعيين وسيط سلسلة إحصائية انطلاقا من منحنى التواترات المجمعة. 5 – تعيين مؤشرات إحصائية لسلسلة باستعمال حاسبة بيانية. 6 – حساب تواترات باستعمال مجدول.

وصف انشطة التعلّم وتسييرها

إستبيان متعدد الإجابات

يهدف هذا الإستبيان إلى التعرف على مكتسبات التلاميذ وتصوراتهم حول بعض المفاهيم الأساسية كالمعدل والنسبة المئوية والتمثيل البياني بصفة عامة قصد إكتشاف النقائص التي ستسمح للأستاذ بالتنظيم الأحسن للتعلّمات اللاحقة.

أنشطة تمهيدية

نشاط 1 : يهدف هذا النشاط إلى تقويم قدرات التلميذ على قراءة جداول وتمثيلات بيانية (منحنيات) وعلى استخراج معلومات مفيدة منها.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

• **قراءة الجدول**

– عدد البنات نصف الداخليات في السنة الثانية ثانوي هو 36.
– العدد الكلي للذكور في الثانوية هو 154 + 166 أي 320.
– العدد الكلي للتلاميذ في النظام الخارجي هو 139 + 166 أي 305.

• **قراءة التمثيل البياني**

– درجة الحرارة المتوسطة في شهر ماي هي 15°.
– الشهران اللذان سجلت فيهما نفس درجة الحرارة هما فيفري ونوفمبر.
– درجة الحرارة هذه هي 10°.

نشاط 2 :

يرمي هذا النشاط إلى إدراج المفردات الإحصائية الأساسية من خلال وضعية ملموسة.
– المفردات هي : تحقيق – المجتمع – كمية – فئات – تكرار.

نشاط 3 :

يسمح هذا النشاط بجعل التلميذ يكتشف التمثيلات البيانية المختلفة المقررة في البرنامج وهذا من خلال أمثلة ملموسة كما يسمح له بالشروع في القراءة التحليلية لهذه التمثيلات و باستخراج المعلومات المفيدة والضرورية منه.

1 – نعم، وهما التمثيلان 1 و 3.
2 – عدد التلاميذ الذين تحصلوا على معدل يتراوح بين 12 و 14 هو 7.
3 – عدد التلاميذ الذين تحصلوا على 10 أو أكثر هو 8 + 7 + 11 أي 26.

نشاط 4 :

يهدف هذا النشاط إلى ادراج مفهومي التكرار والتواتر من خلال وضعية من محيط التلميذ.

1 –

عدد الغرف	2	3	4	5	المجموع
التكرارات (عدد السكنات)	2	9	6	3	20

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2 – النسبة المئوية لعدد السكنات ذات 3 غرف بالنسبة إلى مجموع السكنات هي : $\frac{9}{20} \times 100$ أي 45%.

3 – تواتر القيمة 2 هو : $\frac{2}{20} \times 100$ أي 10%.

– تواتر القيمة 4 هو : $\frac{6}{20} \times 100$ أي 30%.

– تواتر القيمة 5 هو : $\frac{3}{20} \times 100$ أي 15%.

نشاط 5 :

يهدف هذا النشاط إلى التطرق إلى مفهومي التكرارالمجمع والتواترالمجمع من خلال وضعية ملموسة مقترحة في شكل مدرج ويسمح في نفس الوقت للتلميذ بتوظيف مكتسباته حول التمثيلات البيانية لسلسلة إحصائية.

1 –

الوزن (kg)	[45 ؛ 50[	[50 ؛ 55[	[55 ؛ 60[	[60؛ 65[
التكرارات	3	6	11	5
التواترات (%)	12	24	44	20

2 – عدد التلاميذ الذين يزنون أقل من 55 Kg هو 6 + 3 أي 9.

3 –

الوزن p (kg)	$p < 50$	$p < 55$	$p < 60$	$p < 65$
التكرارات المجمعة	3	9	20	25
التواترات المجمعة (%)	12	36	80	100

4 – لحساب التواتر المجمع لفئة معينة نتبع إحدى الطريقتين التاليتين :

– **طريقة 1** : نحسب التواتر بأخذ التكرار المجمع لهذه القيمة.

مثال : التكرار المجمع للفئة]55 ؛ 50] هو 9 و التكرار المجمع الكلي هو 25 إذن التواتر المجمع لهذه الفئة هو : $\frac{9}{25} \times 100$ أي 36%.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

– **طريقة 2** : نجمع التواتر لهذه الفئة والتواتر للفئات التي تسبقها مباشرة.
مثال: تواتر الفئة]55 ؛ 50] هو 24 و تواتر الفئة]50 ؛ 45] هو 12 إذن التواتر المجمع للفئة]55 ؛ 50] هو 12 + 24 أي 36%.

نشاط 6:

يهدف هذا النشاط إلى ادراج مفهومي الوسط والوسيط لسلسلة إحصائية من خلال وضعية متمثلة في سلسلة من علامات ستستغل كثيرا فيما بعدعند تقديم المفاهيم الأساسية ومعالجة عدة تمارين.
5 ؛ 5 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 7 ؛ 8 ؛ 8 ؛ 8 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 11 ؛ 11 ؛ 14 ؛ 14 ؛ 15 ؛ 15 ؛ 15 ؛ 15 ؛ 18 ؛ 18 ؛ 18 ؛ 18 .

1 – العلامة السائدة أكثر في هذا القسم هي 6.
2 – مجموع علامات القسم هو 289 و عدد العلامات هو 29 إذن وسط (معدل) القسم في هذا الاختبارهو $\frac{289}{29}$ أي 9،97 (بالتدوير إلى 0،01).
3 – عدد التلاميذ الذين تحصلوا على الوسط (أو المعدل) أو أكثر هو 11.
4 – بماأن عدد التلاميذ في هذا القسم هو 29 فإن العلامة التي تجزئ القسم إلى فوجين متساويين (بنفس التكرار وهو 14) هي العلامة التي تأتي في المرتبة 15 و هي 8.

نشاط 7:

الهدف من هذا النشاط هو إدخال مفهوم المدى لسلسلة إحصائية كمؤشر تشتت. نجعل التلميذ يلاحظ ان للسلسلتين الإحصائتين المقترحتين نفس الوسط و لكن تختلفان في كيفية توزيع القيم في كل سلسلة.

– أكبر علامة تحصل عليها سليم هي 15 وأصغرعلامة هي 10.
أكبر علامة تحصلت عليها صونية هي 18 وأصغرعلامة هي 5.

– الفرق بين العلامتين بالنسبة إلى سليم هو 10 – 15 أي 5.
الفرق بين العلامتين بالنسبة إلى صونية هو 5 – 18 أي 13.
هذا ما يبين ان علامات صونيةs مشتتة اكثر بالنسبة إلى علامات سليم.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعاليق وحلول موجزة للتمارين والمسائل

صحيح – خاطئ

الجمل الصحيحة هي : 7 و 8.

المفردات الإحصائية

يهدف التمرينان 1 و 2 إلى تقويم مدى إكتساب التلميذ للمفردات الإحصائية المقررة وقدراته على استعمالها في وضعيات متنوعة.

1

1 – تلاميذ السنة الأولى آدب.

2 – 511 .

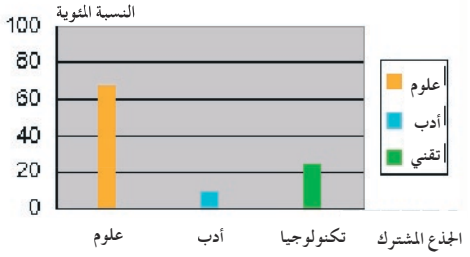
3 – وسيلة نقل.

– نوعية.

التمثيلات البيانية

تهدف التمارين من رقم 3 إلى رقم 11 إلى تمكين التلميذ من تجنيد كفاءاته حول التمثيلات البيانية في انواعها المختلفة وكذا قراءة وتفسير هذه التمثيلات.

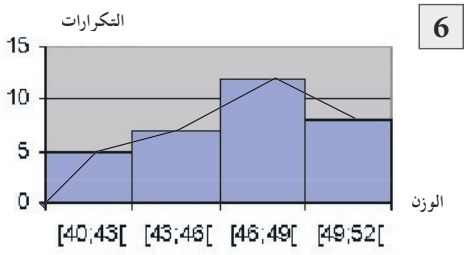
3



5

1– 30 . 2 – 19

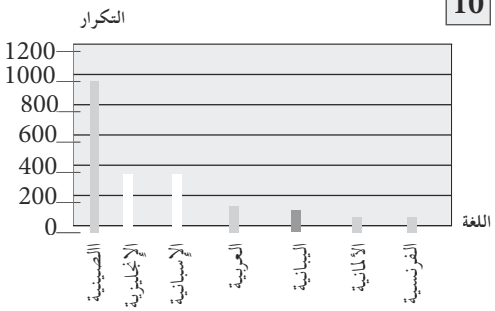
6



التكرارات – التواترات

التمارين من رقم 10 إلى رقم 14 تسمح للتلميذ بتعيين تكرارات وحساب تواترات في حالات مختلفة (سلاسل إحصائية مقدمة بقوائم أو في شكل جداول أوفي شكل تمثيلات بيانية).

10



تواتر ظهور الوجه :

$$\frac{15}{24} = \frac{5}{8} = 0{،}625 = 62{،}5\ \%$$

تواتر ظهور الظهر :

$$\frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0{،}375 = 37{،}5\ \%$$

التكرارت المجمعة – التواترات المجمعة :

تسمح التمارين المقررة في هذا الجزء (15– 16–17) بتوظيف طرائق تعيين تكرارات مجمعة وتواترات مجمعة عن طريق قواعد حسابية أو بيانيا .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

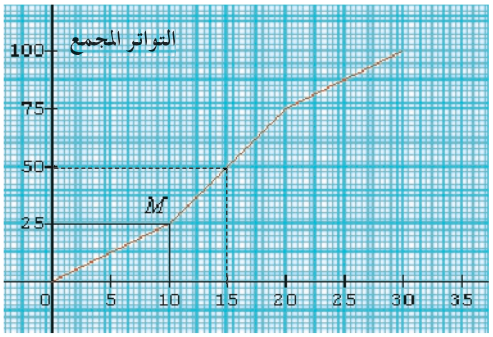
16

الوزن (g)	]45 ؛ 55[	]55 ؛ 65[	]65 ؛ 75[
التكرارات	33	78	39
التكرارات المجمعة	33	111	150
التواترات (%)	22	52	26
التواترات المجمعة (%)	22	74	100

17

1 – نلاحظ أن (10،25) M وهذا يعني أن 25% من تلاميذ الثانوية يتنقلون في وقت لا يتجاوز 10 دقائق.

2 –



منحنى التنقل بالدقائق

المدة الموافقة للتواتر المجمع 50% هي 15 دقائق. وهي تمثل المدة الوسيطية لهذه السلسلة.

المنوال– الوسط– الوسيط

تسمح التمارين من رقم 18 إلى رقم 30 بتعيين مؤشرات الموقع لسلسلة إحصائية في وضعيات متنوعة

18

1 – 8،4

2 – 7،57

3 – 2 –

21

1 –

– معدل الفصل الأول: 12،6

– معدل الفصل الثاني: 12،75

– معدل الفصل الثالث: 15

2 – معدل المعدلات الفصلية: 13،45

3 – لا لأن معدل مجموعة علامات السنة هو: 13،25

23

القيم	25	50	75	100	125
التكرارات	20	30	50	40	10

2 – 73

3 – 100

25

1 – 0،8

2 – 10،8 (لأن قيم السلسلة محصل عليها بإضافة 10 إلى كل قيم السلسلة الأولى).

1،2 (لأن قيم السلسلة محصل عليها بضرب في 5،1 كل قيم السلسلة الأولى).

1 – $2(m + 1) = 2m + 2$.

2 – $2m + 1$

المدى

يسمح التمرينان 13 و 23 بحساب مدى سلسلة وخاصة باستعمال مؤشر تشتت لمقارنة السلسلتين الإحصائيتين. يستغل المجدول لمعالجة التمرين 33.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

32

ملاحظة : • في السلسلة 2 (عربية) تكرار العلامة 9 هو 7 بدل من 6 .

1– وسط السلسلة الأولى وهو معدل القسم في مادة الرياضيات : 9،68
– وسط السلسلة الثانية وهو معدل القسم في مادة العربية : 9،68 (بالتدوير إلى 10^{-2})

2 – مدى السلسلة الأولى هي : 14 = 3 – 17 .
– مدى السلسلة الثانية هي : 7 = 7 – 14 .
– السلسلة الأكثر تشتتا هي الأولى.

33 يظهر في الخلية A6 العدد 54

1– هذا العدد يمثل التكرار الكلي.
2 – نحسب في العمود B التكرارت المجمعة الصاعدة.

	B
1	
2	12
3	18
4	39
5	54

3 – في الخلية 2C نكتب :
=100×A2/ﷺA6

– 4

	A	B	C
1			
2	12	12	22،22
3	6	18	11،11
4	21	39	38،89
5	15	54	27،78
6	54		

مسائل

ترتكز المسائل المقررة على وضعيات مركبة تتطلب معالجتها تجنيد عدة كفاءات وإدماج عدة معارف وإجراءات رياضية .

34

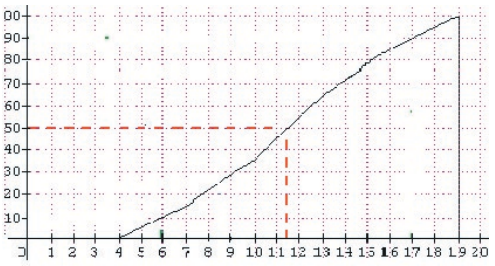
.1

الفئة	[4؛7[	[7؛10[	[10؛13[	[13؛16[	[16؛19[
التكرار	6	8	12	8	6

.2

الفئة	[4؛7[	[7؛10[	[10؛13[	[13؛16[	[16؛19[
التكرار	6	8	12	8	6
التكرارت المجمعة الصاعدة	6	14	26	34	40
التواترت المجمعة الصاعدة	15%	35%	65%	85%	100%

.4



.5 الوسيط هو 11،5

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

عدد الأهداف	0	1	2	3	6
شبيبة القبائل	1	6	3	1	1
اتحاد العاصمة	1	4	6	1	0

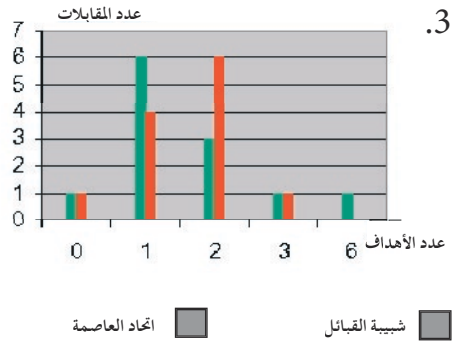
2. سجل فريق شبيبة القبائل 21 هدفا في 12 مقابلة، إذن متوسط الأهداف هو :

$$\frac{21}{12} = 1{,}75$$

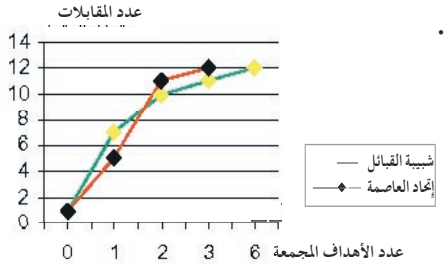
سجل فريق إتحاد العاصمة 19 هدفا في 12 مقابلة إذن متوسط الأهداف هو :

$$\frac{19}{12} = 1{,}58$$

3.



4.



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM