# Clic 5 min Maths

CHABANE Oussama

# القسمة في Z

- ملخص الدرس و تطبيقات
- تمارين محلولة
- 2020 2008

"

# BAC 2021



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

Facebook / telegram/insta lemcen ☎ 0775737163

بسم الله الرحمن الرحيم

اليك أيها الطالب " Clic 5min Maths" للسنة الثالثة ثانوي الشعب العلمية لمحور القسمة في $\mathbb{Z}$

وفق المنهاج الرسمي الجديد

جاء هذا الملف شامل قصد مساعدتك على التحضير الجيد للبكالوريا لدورة 2021، أرجو عدم قراءة حلول التمارين المطروحة بل التفكير في الحل الذاتي أولا ثم مقارنته مع الحل المقترح مع العلم أنه ليس الحل الوحيد و ربما يكون حلك أحسن و أقصر لكن النتائج و الأهداف واحدة ,

في الأخير نرجوا من الله القدير أن يوفقك الى ما فيه نجاحك و يهديك الى سبيل الخير

أهدي هذا العمل المتواضع لعائلتي الكريمة أولا

و ثانيا لجميع محبي المادة



"

ثمن هذا الملف دعوة في ظهر الغيب

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**"تعريف:** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $b$ غير معدوم. القول أن العدد $b$ يقسم العدد $a$ يعني وجود عدد صحيح $k$ حيث: $a = kb$. نقول كذلك أن $b$ قاسم للعدد $a$ أو أن $a$ مضاعف للعدد $b$

نكتب $b \mid a$ و نقرأ $b$ يقسم $a$.

**مثال:** $6 \mid 48$ و منه $48 = 8 \times 6$

**ملاحظة** : للعددين الصحيحين $a$ و $b$ نفس القواسم في $(kb$ يعني $a$ و $k$ و $a)$.

$2 \times 7 \times 5 = 37$ . 7 هو حاصل قسمة 37 على 5 و 2 هو باقي قسمة 37 على 5.

**"تعريف :** $n$ عدد طبيعي غير معدوم. القول أن عددين صحيحين $a$ و $b$ متوافقان بتردد $n$

يعني أن للعددين $a$ و $b$ نفس الباقي في القسمة الإقليدية على $n$.

نرمز $a \equiv b \ [n]$ أو $a = b \ [n]$ و نقرأ $a$ يوافق $b$ بتردد $n$.

**أمثلة:** $5 \equiv 92 \ [27]$ ، $11 \equiv 34 \ [12]$ ، $7 \equiv 37 \ [24]$ ، $17 \equiv 20 \ [3]$ ، $8 \equiv 38 \ [59]$ .

**ملاحظة : من أجل كل عدد صحيح** $x$ ، $0 \equiv 1 \ [x]$ .

**مبرهنة:** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $n$ عدد طبيعي غير معدوم. يكون لِـ $a$ و $b$ نفس الباقي في القسمة الإقليدية على $n$ إذا و فقط إذا كان $a - b$ مضاعفا للعدد $n$.

**ملاحظة: نقول أن** $r$ **هو الباقي إلا إذا كان** $r$ $n$ $0$ **. فمثلا** $16 = 3 \times 5 + 1$ **و** $6$ **ليس باقي قسمة** $16$ **على** $5$

**لأن** $16 = 3 \times 5 + 1$ **و** $5$ **أما الباقي فهو** $1$ **لأن** $6 = 1 \times 5 + 0$.

## خواص الموافقات في

**الخاصية1:** من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم و من أجل كل عدد صحيح $a$ لدينا: $a \equiv a \ [n]$.

**الخاصية2:** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $n$ عدد طبيعي غير معدوم. إذا كان $a \equiv b \ [n]$ فإن $b \equiv a \ [n]$.

**الخاصية3 (خاصية التعدي) :** $n$ عدد طبيعي غير معدوم. $a$ ، $b$ و $c$ أعداد صحيحة. إذا كان ( $a$ $b$ $n$ و $b$ $c$ $n$) فإن $a$ $c$ $n$

**الخاصية4 (خاصية التلاؤم مع الجمع) :** $n$ عدد طبيعي غير معدوم. $a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ أعداد صحيحة. إذا كان ( $a$ $b$ $n$ و $c$ $d$ $n$) فإن $a$ $c$ $b$ $d$ $n$.

**الخاصية5** (خاصية التلاؤم مع الضرب) : $n$ عدد طبيعي غير معدوم. $a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ أعداد صحيحة. إذا كان ( $n$ يقسم $a$ و $c$ يقسم $d$ ) فإن $n$ يقسم $a \times c$ و $b \times d$.

**ملاحظة:** يتم تعميم الخاصية السابقة إلى جداء عدة أعداد صحيحة.

**الخاصية6:** $n$ و $p$ عددان طبيعيان غير معدومين. $a$ و $b$ عددان صحيحان. إذا كان $a$ يقسم $b$ فإن $a^p$ يقسم $b^p$.

# تطبيقات

## .1

عين باقي قسمة العدد الصحيح $a$ على العدد الطبيعي $b$ ، ثم عين أحصر العدد $a$ بين مضاعفين متعاقبين للعدد $b$ في كل حالة من الحالات الآتية.

1. $a$ و $b$ 8159 و 52
2. $a$ و $b$ 725 و 91
3. $a$ و $b$ 7361 و 47

**الحل:**

1. 47 156 52 8159 . 156 هو حاصل قسمة 8159 على 52 و 47 هو باقي قسمة 8159 على 52.
   52 157 8159 52 156 أي 8164 8159 8112 .
2. 88 7 91 725 . 7 هو حاصل قسمة 725 على 91 و 88 هو باقي قسمة 725 على 91.
   8 91 725 7 91 أي 728 725 637 .
3. 18 157 47 7361 . 157 هو حاصل قسمة 7361 على 47 و 18 هو باقي قسمة 7361 على 47 . 156 47 157 7361 47 أي 7332 7361 7379 .

## .2

$a$ عدد صحيح باقي قسمته على 10 هو 6.

1. ما هو باقي قسمة العدد $a$ على 5 ؟
2. ما هو باقي قسمة العدد $a$ على 2 ؟

**الحل:**

6 $10k$ $a$ حيث $k$ عدد صحيح .

1. $a$ $10k$ 5 1 و منه $a$ 5 $2k$ 1 ومنه باقي قسمة $a$ على 5 هو 1 .

2. $a$ $2(5k$ 3) ومنه باقي قسمة $a$ على 2 هو 0 .

## 3.

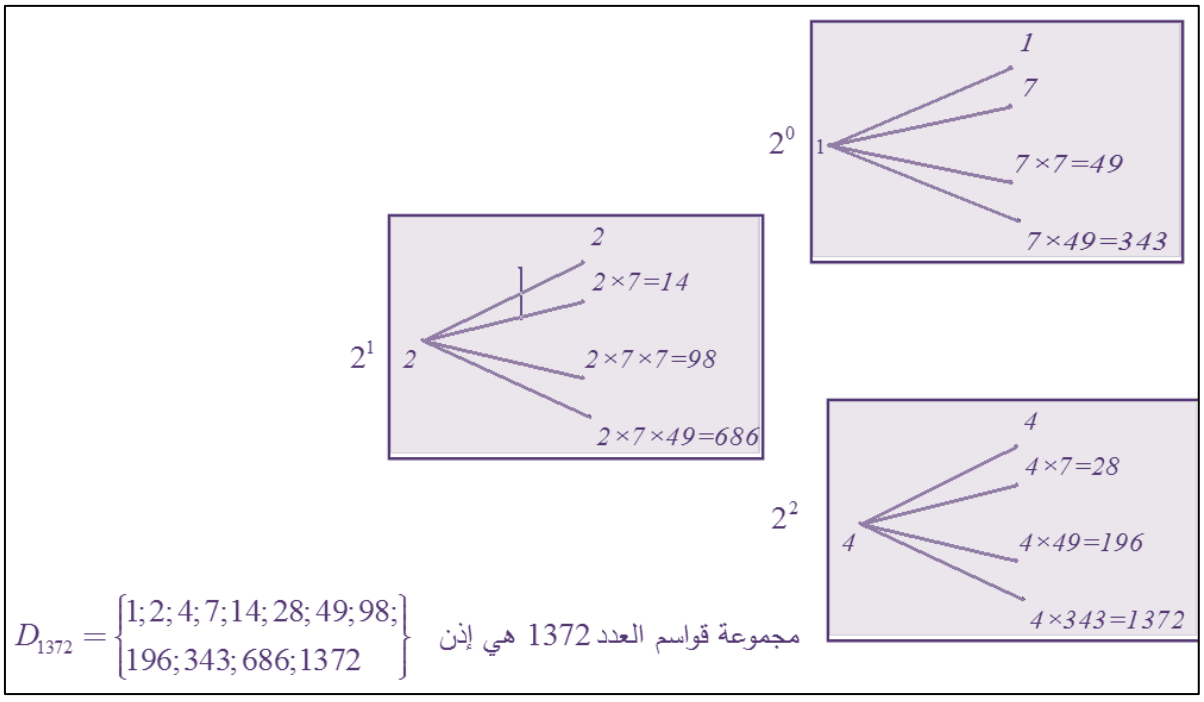
حلل العدد 1372 إلى جداء عوامل أولية و عين مجموعة قواسم العدد 1372 .

**الحل:**

لإيجاد عدد قواسم عدد طبيعي $a$ نحلل $a$ إلى جداء عوامل أولية . إلى كل أس في التحليل نضيف 1 ثم نحسب جداء الأعداد المحصل عليها .

1) $7^3$ $2^2$ 1372 .عدد قواسم 1372 هو $(2+1)(3+1)=12$ . العدد 1372 يقبل إذن 12 قاسما .

2) لتكن $D_{1372}$ مجموعة قواسم 1372 . لإيجاد المجموعة $D_{1372}$ يمكن استعمال الشجرة الآتية .



## 4.

من بين الموافقات الآتية أذكر الصحيحة و الخاطئة:

1) $11 \equiv 5\ [26]$ ؛ 2) $18 \equiv 10\ [32]$ ؛ 3) $32 \equiv 5\ [478]$ ؛ 4) $5 \equiv 7\ [58]$

5) $14 \equiv 5\ [63^2]$ ؛ 6) $11 \equiv 19\ [144]$ ؛ 7) $25 \equiv 12\ [131^2]$ ؛ 8) $36 \equiv 7\ [48^3]$

**الحل:**

للبرهان على أن $a \equiv b\ [n]$ يمكن البرهان على أن $a$ مضاعف لِـ $n$ أو البرهان على أن لِـ $a$ و $b$ نفس الباقي في القسمة الإقليدية على $n$ .

1) $15 = 11 + 26$ و $26 = 5 \times 5 + 1$ و $15 = 3 \times 5$. إذن $11 \equiv 5\ [26]$ صحيحة.

2) $50 = 18 + 32$ و $32 = 10 \times 3 + 2$ و $50 = 5 \times 10$ . إذن $18 \equiv 10\ [32]$ صحيحة.

3) $446 = 32 \times 13 + 30$ و $478 = 32 \times 14 + 30$ و $446 = 89 \times 5 + 1$. إذن $32 \equiv 5\ [478]$ خاطئة . و نكتب $478 \not\equiv 5\ [32]$.

4) $63 = 9 \times 7$ و $58 = 5 \times 11 + 3$ و $63 = 58 + 5$. إذن $5 \equiv 7\ [58]$ صحيحة.

5) $63^2 = 3969$ . باقي قسمة $63^2$ على 5 هو 4 وبما أن باقي قسمة العدد 14 على 5 هو كذلك 4 فإن $14 \equiv 5\ [63^2]$ صحيحة.

6) $144 = 11 \times 13 + 1$ و بما أن العدد 144 يوافق بتردد 19 باقي قسمته على 19 نستنتج أن $11 \equiv 19\ [144]$ صحيحة.

7) $131^2 = 17161$ و $17161 = 1430 \times 12 + 1$ تحصلنا على نفس الباقي في القسمة على 12 إذن $25 \equiv 12\ [131^2]$ صحيحة.

8) $48^3 = 110592$ و $110592 = 15799 \times 7 + 1$ لم نحصل على نفس الباقي في القسمة على 7 إذن $36 \equiv 7\ [48^3]$ خاطئة. و نكتب $36 \not\equiv 7\ [48^3]$.

## 5.

عين في كل حالة من الحالات الآتية $(a \equiv b\ [n])$ باقي قسمة $a$ على $n$ و باقي قسمة $b$ على $n$، ثم أذكر صحة أو خطأ الموافقة.

1) $927 \equiv 5\ [262]$ ؛ 2) $78 \equiv 4\ [322]$ ؛ 3) $30 \equiv 8\ [471]$ ؛ 4) $39 \equiv 17\ [158]$

**الحل:**

1) $2 \quad 52 \quad 5 \quad 262$ و $2 \quad 185 \quad 5 \quad 927$ إذن باقي قسمة 262 على 5 هو 2 و باقي قسمة 927 على 5 هو 2 و منه 262 و 927 لهما نفس الباقي في القسمة على 5 إذن $5 \quad 927 \quad 262$ صحيحة .

2) $2 \quad 81 \quad 4 \quad 322$ و $2 \quad 19 \quad 4 \quad 78$ إذن باقي قسمة 322 على 4 هو 2 و باقي قسمة 78 على 4 هو 2 و منه 322 و 78 لهما نفس الباقي في القسمة على 4 إذن $4 \quad 78 \quad 322$ صحيحة .

3) $7 \quad 58 \quad 8 \quad 471$ و $6 \quad 3 \quad 8 \quad 30$ إذن باقي قسمة 471 على 8 هو 7 و باقي قسمة 30 على 8 هو 6 و منه 471 و 30 ليس لهما نفس الباقي في القسمة على 8 إذن $8 \quad 30 \quad 471$ خاطئة. و نكتب $471 \not\equiv 30 \quad 8$ .

4) $5 \quad 9 \quad 17 \quad 158$ و $5 \quad 2 \quad 17 \quad 39$ إذن باقي قسمة 158 على 17 هو 5 و باقي قسمة 39 على 17 هو 5 و منه 158 و 39 لهما نفس الباقي في القسمة على 17 إذن $17 \quad 39 \quad 158$ صحيحة.

## 6.

لتكن الأعداد الصحيحة التالية : $a$ ، 255 ، $b$ 837 و $c$ 3691.

1.عين باقي قسمة الأعداد $a$، $b$ و $c$ على العدد 11 .

2.باستعمال الموافقات عين باقي قسمة كل من $a \quad b \quad c$ ، $a \quad c$ ، $a \quad b \quad c$ ، $a \quad b \quad c$ ، $a^2$ ، $a \quad b \quad c$ .

**الحل:**

1. باستعمال حاسبة نجد أن بواقي الأعداد $a$ ، $b$ و $c$ على العدد 11 هي 2 ، 1 ، 6 على الترتيب.

2. لدينا: $a \quad 2 \quad 11$ و $b \quad 1 \quad 11$ و بتطبيق خاصية الجمع نجد $a \quad b \quad 3 \quad 11$ و منه الباقي هو 3.

لدينا $a \quad 2 \quad 11$ و $c \quad 6 \quad 11$. بتطبيق خاصية الضرب نجد $ac \quad 12 \quad 11$ و بما أن $12 \equiv 1 \quad [11]$

فإنه بالتعدي $ac \quad 1 \quad 11$ و منه الباقي هو 1.

لدينا: $a \quad 2 \quad 11$ و $b \quad 1 \quad 11$ و $c \quad 6 \quad 11$ و بتطبيق خاصية الجمع نجد $a \quad b \quad c \quad 9 \quad 11$ و الباقي هو 9 .

لدينا: $a \quad 2 \quad 11$ و بتطبيق الخاصية 6 نجد $a^2 \quad 2^2 \quad 11$ أي $a^2 \quad 4 \quad 11$ و الباقي هو 4 .

لدينا: $a \quad 2 \quad 11$ و $b \quad 1 \quad 11$ و $c \quad 6 \quad 11$ و بتطبيق خاصية الضرب نجد $a \quad b \quad c \quad 1 \quad 2 \quad 6 \quad 11$ أي $a \quad b \quad c \quad 12 \quad 11$

و $a \quad b \quad c \quad 1 \quad 11$ و بتطبيق خاصية التعدي نجد $12 \quad 1 \quad 11$ و الباقي هو 1.

## 7.

$a$ و $b$ عددان صحيحان حيث $a \equiv 3\ [5]$ و $b \equiv 4\ [5]$.

1.بين أن العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 5.

2.عين باقي قسمة العدد $2a^2+b^2$ على 5.

2.تحقق أن $b \equiv -1\ [5]$. استنتج باقي قسمة $b^{2007}$ و $b^{1428}$ على 5.

**الحل:**

1. لدينا $\begin{matrix} a & 3 & 5 \\ b & 4 & 5 \end{matrix}$ و منه $\begin{matrix} 2a & 6 & 5 \\ b & 4 & 5 \end{matrix}$ أي $\begin{matrix} 2a & 1 & 5 \\ b & 4 & 5 \end{matrix}$ لأن $6 \equiv 1\ [5]$. بتطبيق خاصية الجمع نحصل على: $2a+b \equiv 5\ [5]$ و بما أن $5 \equiv 0\ [5]$ فإن $2a+b \equiv 0\ [5]$. باقي قسمة $2a+b$ على 5 هو 0. نستنتج هكذا أن العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 5.

2. لدينا $\begin{matrix} a & 3 & 5 \\ b & 4 & 5 \end{matrix}$ و منه $\begin{matrix} 2a^2 & 2 & 9 & 5 \\ b^2 & 16 & & 5 \end{matrix}$ أي $\begin{matrix} 2a^2 & 3 & 5 \\ b^2 & 1 & 5 \end{matrix}$ لأن $18 \equiv 3\ [5]$ و $16 \equiv 1\ [5]$.

بتطبيق خاصية الجمع نحصل على: $2a^2+b^2 \equiv 4\ [5]$. باقي قسمة العدد $2a^2+b^2$ على 5 هو إذن 4.

3. من الواضح أن $4 \equiv -1\ [5]$ و منه باستعمال خاصية التعدي نحصل على $b \equiv -1\ [5]$.

بتطبيق الخاصية6 نحصل على $b^{2007} \equiv (-1)^{2007}\ [5]$ و $b^{1428} \equiv 1^{1428}\ [5]$ أي $b^{2007} \equiv -1[5]$ و $b^{1428} \equiv 1[5]$.

و بما أن $4 \equiv -1\ [5]$ فإن $b^{2007} \equiv 4[5]$. نستنتج أن باقي قسمة $b^{2007}$ على 5 هو 4 و باقي قسمة $b^{1428}$ على 5 هو 1.

## .1

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $\mathbf{a = 1428}$ ، $\mathbf{b = 2006}$

1/أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العددان $a$ و $b$ متوافقان بتردید 9؟ برر إجابتك.

2/أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9؟

## .2

1-أحسب باقي قسمة كل من $3^2$ ، $3^3$ ، $3^4$ ، $3^5$ ، $3^6$ على 7.

2-عين باقي قسمة كل من: $3^{6n}$ و $3^{6n+4}$ على 7 حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة $3^{2008}$ على 7.

3-بين أن العدد: $3\times 3^{6n+4} - 2\times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي $n$ .

## .3

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ-تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج-بين أن: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2.أ)أدرس،حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ،بواقي قسمة $5^n$ على 3

ب)عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

## .4

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1.أ-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على 7.

ب-استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ-تحقق أن: $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أن

$a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2.أوجد الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

ثم استنتج قيم $n$ الأصغر من أوتساوي16.

## 5.

نعتبر العددين الطبيعيين $a$ و $b$ حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

1).بين أن العددين $a$ و $b$ متوافقان بترديد5.

2.أ)بين أن: $2124 \equiv -1[5]$

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $2124^{720}$ و $619^{721}$ على5.

ج)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د)عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

## 6.

$a$ و $b$ و $c$ أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 7 هو 3،باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد $c$ على 7 هو 6.

1-عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2-أ)أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب)تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: $48^{2010}$ و $48^{2011}$ على 7.

"

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

**1/أ) تعين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 9**

**لدينا:** $1428 = 9*158 + 6$ **و بالتالي الباقي هو 6.**

**ب) بين أن :** $b \equiv -1[9]$

**لدينا:** $2006 = 9*222 + 8$ **أي:** $\begin{matrix} b \equiv 8[9] \\ 8 \equiv -1[9] \end{matrix}$ **و منه حسب خاصية التعدي نجد:** $b \equiv -1[9]$

**جـ) هل العددان $a$ و $b$ متوافقان بتردد 9؟**

$a$ و $b$ **غير متوافقان بتردد 9 لأن باقيهما على 9 غير متساوي**

**2/أ) باقي قسمة العدد** $(a+b^2)$ **على 9.**

$a \equiv 6[9]$

$b \equiv -1[9]$

**لدينا:** $b^2 \equiv 1[9]$ **اذن الباقي هو 7.**

$a + b^2 \equiv 6 + 1[9]$

$a + b^2 \equiv 7[9]$

"

**1-أحسب باقي قسمة كل من** $3^2$ ، $3^3$ ، $3^4$ ، $3^5$ ، $3^6$ **على 7.**

| العدد | $3^2$ | $3^3$ | $3^4$ | $3^5$ | $3^6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| الباقي على 7 | 2 | 6 | 4 | 5 | 1 |

**2-من الجدول باقي قسمة:** $3^{6n}$ **على7 هو 1.**

**باقي قسمة.** $3^{6n+4}$ **على7 هو: 4**

**استنتج باقي قسمة** $3^{2008}$ **على7.**

**نلاحظ أن:** $2008 = 6*334 + 4$ **بالاستعانة بالجدول نجد الباقي هو 4.**

**3-بين أن العدد:** $3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4$ **يقبل القسمة على7 من أجل كل عدد طبيعي** $n$ .

$3^{6n+4}\equiv 4\ [7]$
$3^{6n}\equiv 1\ [7]$ .
$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv 3\times4-2\times1+4\ [7]$
$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv 12-2+4\ [7]$
$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv 14\ [7]$
$14\equiv 0\ [7]$ **بما أن:**
**حسب خاصية التعدي:**
$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv 0\ [7]$ **فإن:**

- **ومنه من أجل كل عدد طبيعي** $n$**:**

**العدد** $3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4$ **يقبل القسمة على** 7.

**"**

**ليكن العدد الطبيعي** $a=25$

**1.أ-تحقق أن:** $a\equiv1[3]$ **نلاحظ** $25=8*3+1$ و $25\equiv 1[3]$

**ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد** $2a^2+4$ **على3**

$a\equiv 1\ [3]$
$a^2\equiv 1^2\ [3]$
$a^2\equiv 1\ [3]$

$2a^2\equiv 2\times 1\ [3]$
$2a^2\equiv 2\ [3]$

$2a^2+4\equiv 2+4\ [3]$
$2a^2+4\equiv 6\ [3]$ .
$6\equiv 0\ [3]$ **وبما أن:**
$2a^2+4\equiv 0\ [3]$ **فإن (حسب خاصية التعدي):**

**اذن لاباقي هو 0.ج-بين أن:** $a^{360}-5\equiv2[3]$

$a\equiv 1\ [3]$
$a^{360}\equiv 1^{360}\ [3]$
$a^{360}\equiv 1\ [3]$

$a^{360}-5\equiv 1-5\ [3]$
$a^{360}-5\equiv -4\ [3]$
$-6\equiv 0\ [3]$

$2+(-6)\equiv 2+0\ [3]$
$-4\equiv 2\ [3]\ldots(2)$
$a^{360}-5\equiv 2\ [3]$ **حسب خاصية التعدي:**

**2.أ)،حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ،بواقي قسمة $5^n$ على3.**

**نلخص بواقي قسمة $5^n$ على 3 في الجدول التالي:**

| $n$ | $2k$ | $2k+1$ | $k \in \mathbb{N}$ |
|---|---|---|---|
| $5^n \equiv$ | 1 | 2 | [3] |

ب)عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

**لدينا:**

$5^n + a^2 \equiv 0\ [3]$

$a^2 \equiv 1\ [3]$

$5^n + 1 \equiv 0\ [3]$

$5^n \equiv -1\ [3]$

$5^n \equiv 2\ [3]$

**ولدينا من السؤال السابق:** $5^{2k+1} \equiv 2\ [3]$ **بالمطابقة نجد:** $n = 2k+1$

"

---

**$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث:** $a = 2010$ و $b = 1431$.

**1.أ- باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 7 هو 1. نكتب:** $a \equiv 1[7]$

**باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 هو 3. نكتب** $b \equiv 3[7]$

**ب- باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.**

**لدينا:** $a \equiv 1\ [7]$

**ولدينا:** $b \equiv 3\ [7]$

$2b \equiv 2 \times 3\ [7]$

**ومنه:** $2b \equiv 6\ [7]$

$a + 2b \equiv 1 + 6\ [7]$

$a + 2b \equiv 7\ [7]$

$7 \equiv 0\ [7]$

**فإن (حسب خاصية التعدي):** $a + 2b \equiv 0\ [7]$ **و بالتالي الباقي هو 0.**

**جـ-تحقق أن:** $a^3 \equiv 1[7]$

**لدينا:** $a^3 \quad 1^3[7]$

$1[7]^3$

و $b^3 \equiv 6[7]$ $b^3 \quad 3^3[7]$

$3[7]^3$

**اذن بالجمع نجد:** $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

**2.أوجد الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق:** $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

$n + 2010^3 \equiv 1431\ [7]$

$n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

$n + a^3 \equiv b\ [7]$

$n + 1 \equiv 3\ [7]$

$n \equiv 3 - 1[7]$

$n \equiv 2\ [7]$

**ومنه:** $n = 7k + 2$ **حيث** $k$ **عدد طبيعي**

**استنتاج قيم** $n$ **الأصغر من أوتساوي16.**

**نحل في** $\mathbb{N}$ **المتراجحة:** $n \leq 16$

$7k + 2 \leq 16$

$7k \leq 16 - 2$

$7k \leq 14$

**ومنه:** $k \leq 2$

**إذن قيم** $k$ **هي:** $k \in \{0\,,1\,,2\}$

**نلخص قيم** $n$ **في الجدول التالي:**

| $k$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $n = 7k + 2$ | 2 | 9 | 16 |

**إذن قيم** $n$ **هي:** $n \in \{2\,,9\,,16\}$

**"**

**نعتبر العددين الطبيعيين** $a$ **و** $b$ **حيث:** $a = 619$ **و** $b = 2124$.

**1).اثبات أن العددين** $a$ **و** $b$ **متوافقان بتردد5.**

**لدينا:** $619 = 123 \times 5 + 4$

$619 \equiv 4\ [5]$

$a \equiv 4\ [5]$

- **باقي القسمة الإقليدية للعدد** a **على** 5 **هو:** 4

**ولدينا:** $2124 = 424 \times 5 + 4$

**نكتب:** $2124 \equiv 4\ [5]$

**أي:** $b \equiv 4\ [5]$

- **باقي القسمة الإقليدية للعدد** b **على** 5 **هو:** 4

**بما أن للعددين** $a$ **و** $b$ **نفس باقي القسمة الإقليدية على** 5، **فهما متوافقان بتردد** 5.

**2.أ)بين أن:** $2124 \equiv -1[5]$

**لدينا:** $2125 \equiv 0\ [5]$

**نضيف العدد** $(-1)$ **لطرفي الموافقة (من خواص الموافقات)**

**فيكون:** $2125 + (-1) \equiv 0 + (-1)\ [5]$

**ومنه:** $2124 \equiv -1\ [5]$

**ب)استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين** $2124^{720}$ **و** $619^{721}$ **على5.**

لدينا: $2124 \equiv -1\ [5]$

حسب خواص الموافقات: $2124^{720} \equiv (-1)^{720}\ [5]$

بما أن 720 عدد زوجي فإن: $(-1)^{720} = 1$

ومنه: $2124^{720} \equiv 1\ [5]$

إذن باقي قسمة $2124^{720}$ على 5 هو: 1

$619 \equiv 4\ [5]$

$619 \equiv -1\ [5]$

$619^{721} \equiv (-1)^{721}\ [5]$

بما أن 721 عدد فردي فإن: $(-1)^{721} = -1$

أي: $619^{721} \equiv -1\ [5]$ .

ومنه: $619^{721} \equiv 4\ [5]$

إذن باقي قسمة $619^{721}$ على 5 هو: 4

ج)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

لدينا: $2124 \equiv -1\ [5]$

$2124^{2n} \equiv (-1)^{2n}\ [5]$

$(-1)^{2n} = 1$

ومنه: $2124^{2n} \equiv 1\ [5]$

د)عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0\ [5]$

$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0\ [5]$

$2124^{4n} + 619 \times 619^{4n} + n \equiv 0\ [5]$

$2124^{2(2n)} + 619 \times 619^{2(2n)} + n \equiv 0\ [5]$

$(2124^{2n})^2 + 619 \times (619^{2n})^2 + n \equiv 0\ [5]$

$(1)^2 + 4 \times (1)^2 + n \equiv 0\ [5]$

$1 + 4 + n \equiv 0\ [5]$

$n + 5 \equiv 0\ [5]$

أي: $n \equiv 0\ [5]$

ومنه: $n = 5k$

حيث $k$ عدد طبيعي.

"

---

$a$ و $b$ و $c$ أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد $c$ على 7 هو 6.

1-تعين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

لدينا: $a \equiv 3\ [7]$

ولدينا: $b \equiv 4\ [7]$

$a \times b \equiv 12\ [7]$

$12 \equiv 5\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): $a \times b \equiv 5\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a \times b$ على 7 هو: 5

$a \equiv 3\ [7]$

حسب خواص الموافقات: $a^2 \equiv 3^2\ [7]$

$3^2 \equiv 2\ [7]$

$a^2 \equiv 2\ [7]$

ولدينا: $b \equiv 4\ [7]$

حسب خواص الموافقات: $b^2 \equiv 4^2\ [7]$

وبما أن: $4^2 \equiv 2\ [7]$

$b^2 \equiv 2\ [7]$

$a^2 - b^2 \equiv 0\ [7]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 7 هو: 0

2-أ) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $c^{2n} \equiv 1[7]$ .

لدينا: $c \equiv 6\ [7]$

وبما أن: $6 \equiv -1\ [7]$

$c \equiv -1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: ..... $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}\ [7]$

$(-1)^{2n} = 1$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $c^{2n} \equiv 1\ [7]$

ب)تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: $48^{2010}$

بما أن 2010 عدد زوجي فإن: $(-1)^{2010} = 1$

ومنه: $48^{2010} \equiv 1\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $48^{2010}$ على 7 هو: ..... 1

$48^{2011}$ على 7.

بما أن 2011 عدد فردي فإن: $(-1)^{2011} = -1$

أي: $48^{2011} \equiv -1\ [7]$

ومنه: $48^{2011} \equiv 6\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $48^{2011}$ على 7 هو: ..... 6

# 2

# 2020 2008

## بكالوريا 2008

**الموضوع الأول:** (06 نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $\mathbf{b = 2006}$ ، $\mathbf{a = 1428}$

1/أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العددان $a$ و $b$ متوافقان بتردد 9؟ برر إجابتك.

2/أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3.

**الموضوع الثاني:** (04نقط)

1-أحسب باقي قسمة كل من $3^2$ ، $3^3$ ، $3^4$ ، $3^5$ ، $3^6$ على 7.

2-عين باقي قسمة كل من: $3^{6n}$ و $3^{6n+4}$ على 7 حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة $3^{2008}$ على 7.

3-بين أن العدد: $3\times 3^{6n+4} - 2\times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي $n$.

## بكالوريا 2009

**الموضوع الأول:** (05نقط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ-تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج-بين أن: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2.أ)أدرس،حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ،بواقي قسمة $5^n$ على 3

ب)عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

**الموضوع الثاني:** (05نقط)

1)أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $7^n$ على 9.

2)عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9

.

3)بين أن العدد A حيث: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي $n$.

## بكالوريا 2010

**الموضوع الأول:** (06 نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1.أ-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على 7.

ب-استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ-تحقق أن: $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أن $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2.أوجد الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

ثم استنتج قيم $n$ الأصغر من أوتساوي16.

**الموضوع الثاني:** (03نقط)

في كل من الأسئلة الآتية،اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة،مع التعليل.

1.باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203)على5هو:

أ)-3 ب)2 ج)3

2. $x$ عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد $x$ على 7 هو 5،فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على7هو:

أ)0 ب)1 ج)2.

## بكالوريا 2011

**الموضوع الأول:** (06نقط)

نعتبر العددين الطبيعيين $a$ و $b$ حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

1.بين أن العددين $a$ و $b$ متوافقان بتردد5.

2.أ)بين أن: $2124 \equiv -1[5]$

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $2124^{720}$ و $619^{721}$ على5.

ج)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د)عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون:

$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ و $c$ أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد $c$ على 7 هو 6.

1-عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a\times b$ ، $a^2-b^2$.

2-أ)أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $c^{2n}\equiv 1[7]$.

ب)تحقق أن $48\equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: $48^{2010}$ و $48^{2011}$ على 7.

**بكالوريا**

**2012**

**الموضوع الأول:** (03نقط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أوخاطئة مع التعليل.

1. $n$ و $n'$ عددان طبيعيان حيث: $n=3n'+5$. باقي قسمة $n$ على 3 هو 5.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2012}$ على 7 هو 4.(لاحظ أن: $2012=3\times 670+2$).

3. $n$ عدد صحيح حيث: $n\equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2-9$ على 11 هو 10.

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان بحيث: $a+b\equiv 7[11]$ و $a-b\equiv 5[11]$.

1.أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2-b^2$ على العدد 11.

ب)بين أن: $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$ ثم استنتج أن: $a\equiv 6[11]$ و $b\equiv 1[11]$.

2.أ)أثبت أن: $a^5\equiv -1[11]$

ب)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$: $a^{10k}\equiv 1[11]$.

3.أ)تحقق أن: $2012=10\times 201+2$.

ب)عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2012}$ على العدد 11.

**بكالوريا**

**2013**

الموضوع الأول: (06نقط)

1-هل العددان 2013 و718 متوافقان بتردد 7؟

2-أ)عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $4^6$ على 7.

ب)استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي $n$: $4^{6n}-1\equiv 0[7]$

3-أ)عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و718 على 7.

ب)بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، العدد $3\times 718^{6n}+2013$ يقبل القسمة على 7.

4-أ)تحقق أن: $1434\equiv -1[7]$.

ب)عين الأعداد الطبيعية $n$ ، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n}+n\equiv 0[7]$.

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 6[7]$.

1-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7.

2-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2+3b^2$ على 7.

3-أ)تحقق أن: $b\equiv -1[7]$.

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $b^{2013}$ و $b^{1434}$ على 7.

4-عين الأعداد الطبيعية $n$ بحيث: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$.

**بكالوريا**

**2014**

**الموضوع الأول:** (05نقط)

1)عين باقي القسمة الاقليدية للعدد28 على العدد 9

2)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$: $10^k\equiv 1[9]$

3)استنتج أن: $4\times 10^4+3\times 10^3+2\times 10^2+28\equiv 1[9]$

4)أ)تحقق أن: $2^3\equiv -1[9]$

ب)عين الأعداد الطبيعية $n$ بحيث: $2^{6n}+n-1\equiv 0[9]$

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

| | | الاقتراح-أ | الاقتراح - ب | الاقتراح -ج |
|---|---|---|---|---|
| 1 | عدد قواسم العدد 1435هو: | 8 | 5 | 2 |
| 2 | إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة $a$ على 8هو: | -1 | 7 | 6 |
| 3 | العددان1435و2014متوافقان بتردد: | 2 | 4 | 3 |
| 4 | إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإن: | $x^9+y^9 \equiv 3[5]$ | $x^9+y^9 \equiv 2[5]$ | $x^9+y^9 \equiv 4[5]$ |
| 5 | لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن: | $9 \equiv 7[6]$ | $9 \equiv 7[2]$ | $9 \equiv 7[3]$ |

## بكالوريا 2015

**الموضوع الأول:** (05نقط)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل. من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربعة التالية:

1.اذا كان $a$ عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فان:

أ- $a \equiv 2[5]$ ب- $a \equiv 6[5]$ ج- $a \equiv 99[5]$

2.باقي القسمة الإقليدية للعدد $-99$ على 7 هو:

أ- 1 ب- 6 ج- 1

3.من أجل كل عدد طبيعي $n$.العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ- 3 ب- 5 ج- 2

4.مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

أ-عدد زوجي ب- مضاعف للعدد3 ج-مضاعف للعدد4

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان صحيحان يحققان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$

1.عين باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من $a$ و $b$

2.بين أن العددين $a^3+1$ و $b^3+1$ يقبلان القسمة على7

3.أ-تحقق أن : $a \equiv 2015[7]$ و $a \equiv 1436[7]$

ب-عين باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد: $2015^3+1436^3$ .

ج-استنتج أن: $2015^3+1436^3-1962^2+1 \equiv 0[7]$

## بكالوريا 2016

**الموضوع الأول:** (05نقط)

1.عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0$ على العدد5.

2.أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون: $2^{4n} \equiv 1[5]$

ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية لعدد $2^{2016}$ على العدد5.

3.عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون : $2^{2016}+2+n \equiv 0[5]$

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

1.أ- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $4^3$ على9.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$: $4^{3k} \equiv 1[9]$

ج-أدرس حسب قيم العدد طبيعي $n$ بواقي القسمة الاقليدية للعدد $4^n$ على9.

د- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2015^{2016}$ على9.

2.أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $8^{2n} \equiv 1[9]$

ب-عين الأعداد الطبيعية بحيث يكون العدد مضاعفا للعدد9.

$8^{2n}+4^n+1$.

## بكالوريا 2017

**الموضوع الأول:** (06نقط)

نعتبر الأعداد الطبيعية $a, b, c$ حيث:

$a = 2016$ ، $b = 1437$ و $c = 1954$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $a, b, c$ على5.

2. استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد: $a+b+c$

$a \times b \times c$ و $b^4$ على5.

3.أ-تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $b^{4n} \equiv 1[5]$

ب-استنتج أن العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5.

4.أ- تحقق أن : $c \equiv -1[5]$

ب-بين أن: $c^{1438}+c^{2017} \equiv 0[5]$

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a, b, c$ ثلاثة أعداد طبيعية حيث:

$a = -5[7]$ ، $b = 1966$ و $c = 2017$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $a, b, c$ على7.

2.تحقق أن: $b = -1[7]$

3.أثبت أن العدد: $b^{2017}+3c^{1438}-2$ يقبل القسمة على7.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$ : $2^{3k}=1[7]$ ثم استنتج أن: $2^{3k+1}=2[7]$ و $2^{3k+2}=4[7]$

5. عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $2^n+3$ قابلا القسمة على 7.

## بكالوريا 2017 الدورة الاستثنائية

**الموضوع الأول:** (06نقط)

1.أ- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $4,4^2,4^3$ على 9.

ب-بين أن :من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $4^{3n}=1[9]$.

ج-استنتج أن :من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $4^{3n+1}=4[9]$.

2.تحقق أن: $2020^{1438}=4[9]$.

3.بين أن العدد $(2020^{1438}-2017^2+1995)$ يقبل القسمة على 9.

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان صحيحان حيث: $a\equiv 14[13]$ و $b\equiv -1[13]$

1.أ- بين أن باقي القسمة الاقليدية للعددين $a$ و $b$ على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.

ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من $a-b, a+b$ و $2a+b^2$ على 13.

2.بين أن العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3.عين الأعداد الطبيعية $n$ بحيث: $b^{2017}+n+1438\equiv 0[13]$.

## بكالوريا 2018

**الموضوع الأول:** (06نقط)

1.أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي قسمة $2^n$ على 5.

2. عين قيم العدد الطبيعي $a$ حتى يكون : $2018=4a+2$

3.بين أن العدد: $2^{2018}+2017^8-5$ يقبل القسمة على 5.

4.أ-تحقق بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $12^n\equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n\equiv 2^n[5]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $12^n+(-3)^n-4\equiv 0[5]$.

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $a=4b+6$

1.عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a$ على 4.

2.بين أن $a$ و $b$ متوافقان بتردد 3.

3.نضع: $b=489$

أ-تحقق أن : $a\equiv -1[13]$.

ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $a^{2018}+40^{2968}$ على 13.

ج- عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون: $a^{2n}+n+3$ قابلا للقسمة على 13.

## بكالوريا 2019

**الموضوع الأول:** (06نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث : $a=2019$ و $b=2969$

1 أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على 7.

ب) إستنتج أن العددين $a$ و $3b$ متوافقان بتردد 7 .

2 بيّن أن : $9a+b\equiv 0[7]$.

3 تحقق أنّ: $2a\equiv -1[7]$ ثم إستنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2969}\times a^{2969}$ على 7 .

4 عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حيث : $b^n+an+2\equiv 0[7]$

## بكالوريا 2019

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

$a$ و $b$ العددان الطبيعيان حيث $a=2019$ ؛ $b=1441$.

1 تحقق أن : $a\equiv 13[17]$ .

2 بيّن أنّ : $a$ و $b$ متوافقان بتردد 17 ، ثم إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 17.

3 بيّن أنّ : $a\times b\equiv -1[17]$ ، ثم إستنتج أنّ $3a^2\times b^2+14\equiv 0[17]$ .

4 أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $13^n$ على 17 .

5 بيّن أنّ: $2019^{1954}+169^{2n}+1441^{2969}-13\equiv 0[17]$ .

6 عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق: $n+1954^{1962}+16\equiv 0[17]$

## بكالوريا 2020

**الموضوع الأول:** (06نقط)

لتكن الأعداد الطبيعية $a$ ، $b$ و $c$ حيث : $a=2020$ ، $b=2970$ و $c=1441$ .

**1)** عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد $a$ ، $b$ و $c$ على 9.

**2)** تحقّق أنّ العددين $b$ و $(a+5)$ متوافقان بتردد 9.

**3)** تحقّق أنّ: $2a\equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9.

**4)** بيّن أنّ العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9.

## بكالوريا 2020

**الموضوع الثاني:** (06نقط)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$a$ و $b$ عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ ، $b = 2020$ .

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 .

2) بيّن أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج أنّ العدد $\left(a^2 + b^2\right)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7

3) أ . عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، $4^2$ و $4^3$ على 7 .

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.

جـ. بيّن أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$

4) عيّن الأعداد الطبيعية $n$ بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$ .

**بالتوفيق في بكالوريا 2021**

هذا العمل من طرف انسان و احتمال السهو فيه وارد فارجوا من القراء التبليغ و التنبيه عبر البريد الالكتروني الخاص بالأستاذ شعبان أسامة

Chbnoussama@gmail.com

## تجدون هذا الملف عبر مختلف منصات التواصل الاجتماعي للصفحة

5min Maths

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM