المتتاليات (الحسابية والهندسية)

المتتالية الحسابية

$$u_{n+1}=u_n+r$$

r هو الأساس ($r\in\mathbb{R}$)

الحد العام:

$$u_n=u_p+(n-p)r$$

n و p عددان طبيعيان

$$u_n=u_0+nr$$

$$u_n=u_1+(n-1)r$$

الوسط الحسابي:

$$a+c=2b$$

a، b و c حدود متتابعة

المجاميع:

$$S_n=u_p+u_{p+1}+\ldots+u_n$$

$$S_n=\frac{n-p+1}{2}(u_p+u_n)$$

$$u_0+u_1+\ldots+u_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)$$

$$u_1+u_2+\ldots+u_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$$

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

المتتالية الهندسية

$$v_{n+1}=q.v_n$$

q هو الأساس ($q\in\mathbb{R}^*$)

الحد العام:

$$v_n=v_p.q^{n-p}$$

$$v_n=v_0.q^n \qquad v_n=v_1.q^{n-1}$$

الوسط الهندسي:

$$a\times c=b^2$$

a، b و c حدود متتابعة.

المجاميع:

$$S_n=v_p+v_{p+1}+\ldots+v_n$$

$$S_n=v_p\left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right) \quad q\neq 1$$

$$v_0+v_1+\ldots+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$$

$$v_1+v_2+\ldots+v_n=v_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

$$1+q+q^2+\ldots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

المتتاليات (التغيرات والتقارب)

تغيرات متتالية

- لدراسة تغيرات متتالية، ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$
- $u_{n+1}-u_n>0$: المتتالية (u_n) متزايدة تماما
- $u_{n+1}-u_n<0$: المتتالية (u_n) متناقصة تماما
- $u_{n+1}-u_n=0$: المتتالية (u_n) ثابتة.
- إذا كانت $u_n>0$: نقارن النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ مع 1.
- إذا كانت $u_n=f(n)$: ندرس تغيرات f على $[0\ ;+\infty[$.

وهناك طرق أخرى لدراسة تغيرات متتالية.

تقارب متتالية

المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$.

- إذا كانت (u_n) محدودة من الأعلى $(u_n<M)$ ومتزايدة فإنها متقاربة.
- إذا كانت (u_n) محدودة من الأسفل $(u_n>m)$ ومتناقصة فإنها متقاربة.

متتاليتان متجاورتان

- إحداهما متناقصة والأخرى متزايدة.
- $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=0$.

المتتاليتان المتجاورتان تقبلان النهاية نفسها.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM