

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

M صورة العدد المركب Z حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R})$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$				
$Z\in\mathbb{R}$	$\Leftrightarrow$	$M\in(xx')$		
$Z\in\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in(xx')-\{O\}$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in\mathbb{R}_+$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,\vec{u})$		
$Z\in\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,\vec{u})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in\mathbb{R}_-$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,-\vec{u})$		
$Z\in\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,-\vec{u})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=(2k+1)\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}$	$\Leftrightarrow$	$M\in(yy')$		
$Z\in i\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in(yy')-\{O\}$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}_+$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,\vec{v})$		
$Z\in i\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,\vec{v})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}_-$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,-\vec{v})$		
$Z\in i\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,-\vec{v})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$

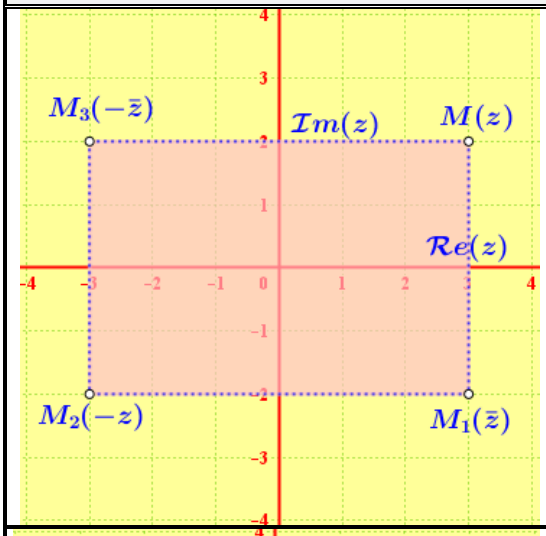
M صورة العدد المركب Z حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R})$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$			
$M_1(-Z)$	$M\xrightarrow{S_O}M_1$	M_1 نظيرة M بالنسبة لمبدأ المعلم	$arg(z_1)=(\theta+\pi)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_2(iZ)$	$M\xrightarrow{R(O,\frac{\pi}{2})}M_2$	M_2 صورة M بالدوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$	$arg(z_2)=\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_3(-iZ)$	$M\xrightarrow{R(O,\frac{\pi}{2})}M_3$	M_3 صورة M بالدوران مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$	$arg(z_3)=\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_4(\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(xx')}M_4$	M_4 نظيرة M بالنسبة لمحور الفواصل	$arg(z_4)=(-\theta)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_5(-\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(yy')}M_5$	M_5 نظيرة M بالنسبة لمحور التراتيب	$arg(z_5)=(\pi-\theta)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_6(i\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(y=x)}M_6$	M_6 نظيرة M بالنسبة لمنصف الربع الاول	$arg(z_6)=\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_7(-i\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(y=-x)}M_7$	M_7 نظيرة M بالنسبة لمنصف الربع الثاني	$arg(z_7)=\left(-\theta-\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$

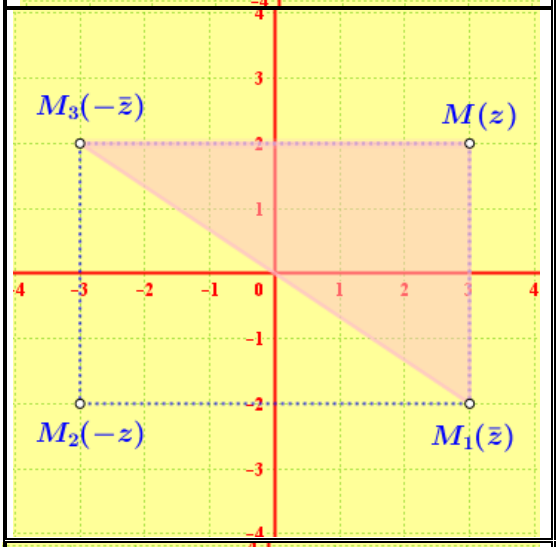
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

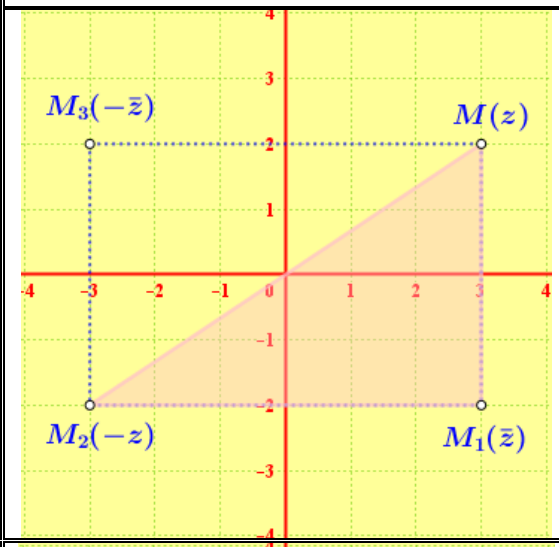
1- في حالة $\Re e(z) \neq \Im m(z)$

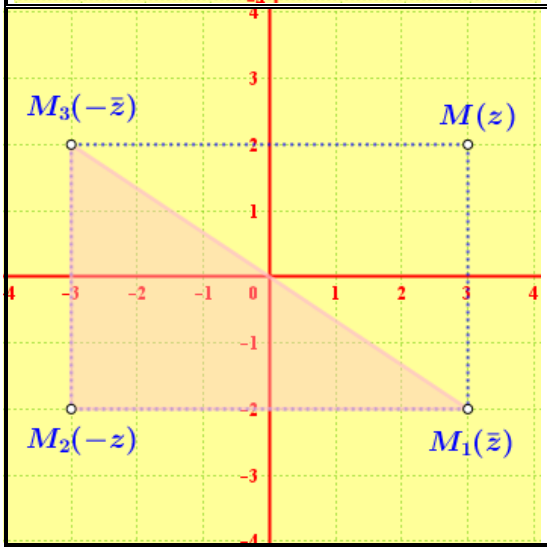
فان

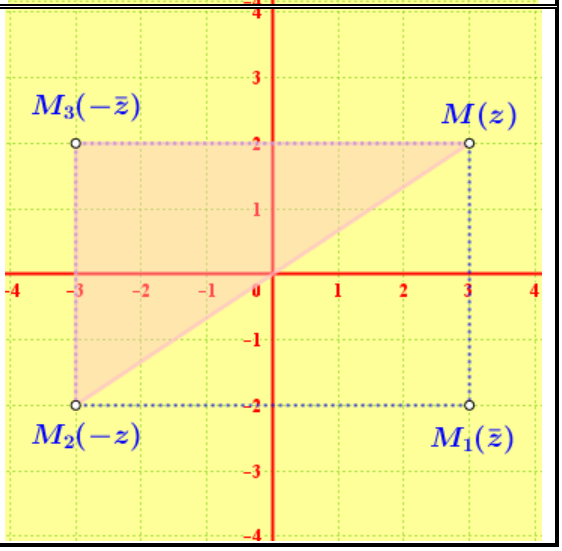
- الرباعي $M M_1 M_2 M_3$ مستطيلا .
- المثلث $M M_1 M_2$ قائم في M_1
- المثلث $M M_1 M_3$ قائم في M
- المثلث $M M_3 M_2$ قائم في M_3
- المثلث $M_3 M_2 M_1$ قائم في M_2











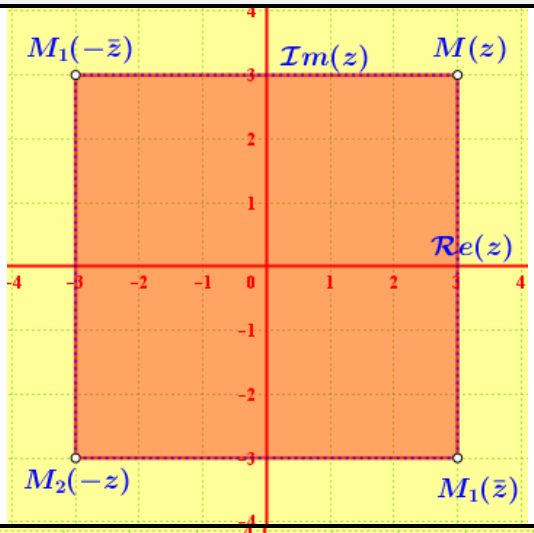
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

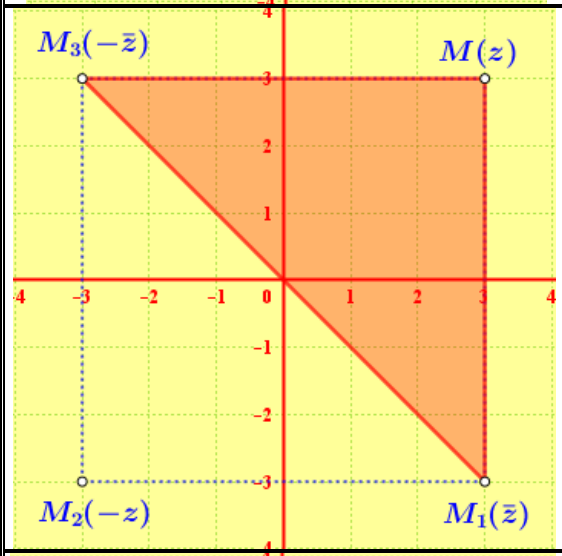
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

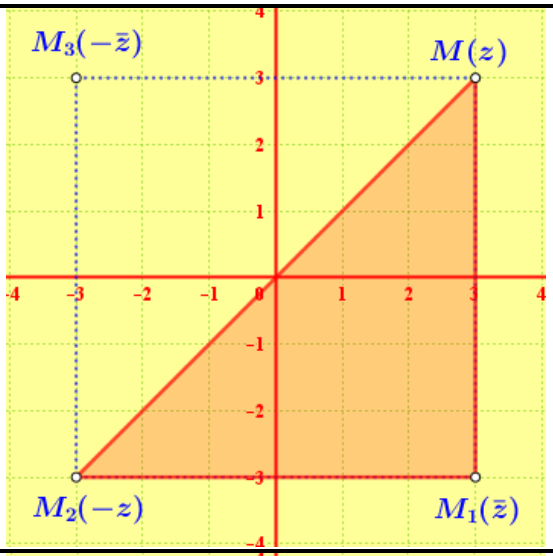
2- في حالة $\Re e(z)=\Im m(z)$

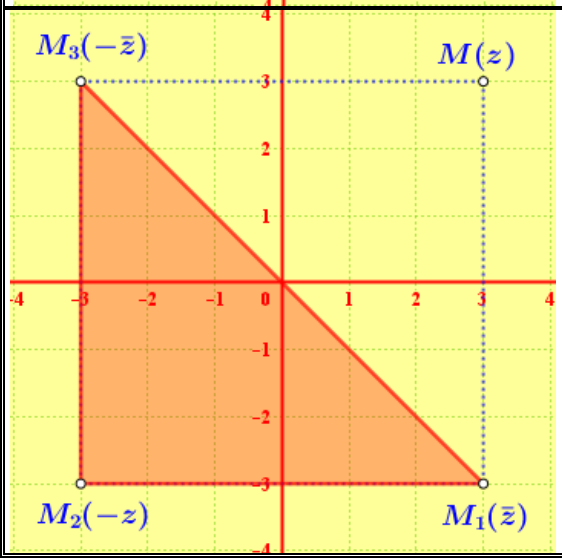
فان

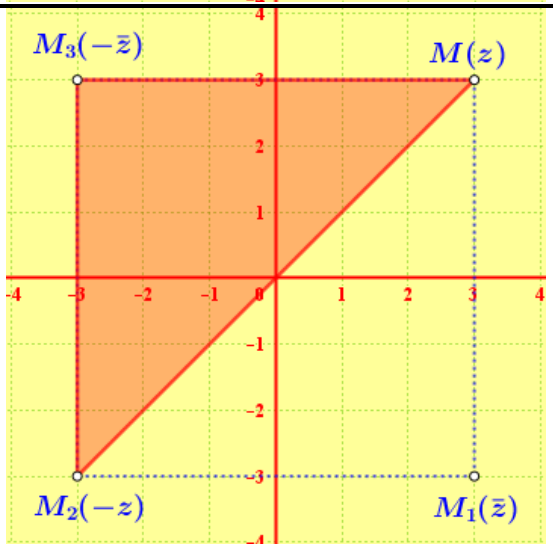
- الرباعي $M\,M_1M_2M_3$ مربعا .
- المثلثات $M\,M_1M_2$ ، $M\,M_1M_3$ و $M\,M_3M_2$ و $M_3M_2M_1$ قائمة و متساوية الساقين في كل من M_1 ، M ، M_3 و M_2 على الترتيب











إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

3- في حالة $\Re e(z) \neq \Im m(z)$

فان

- الرباعي $M\,M_5M_2M_4$ مستطيلا
- المثلثات $M_4M\,M_5$ ،

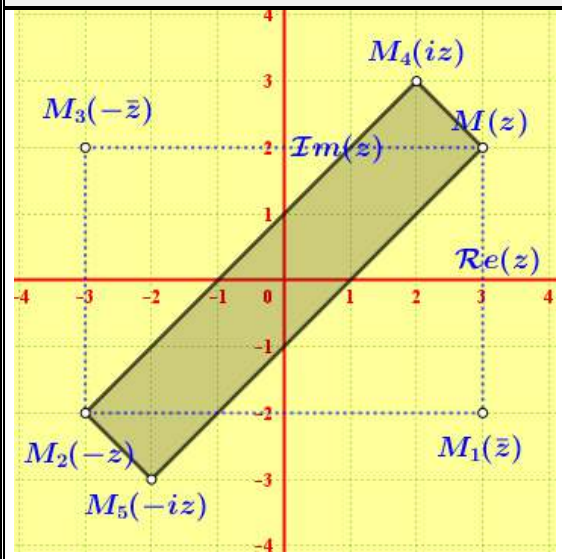
$M\,M_4M_2$

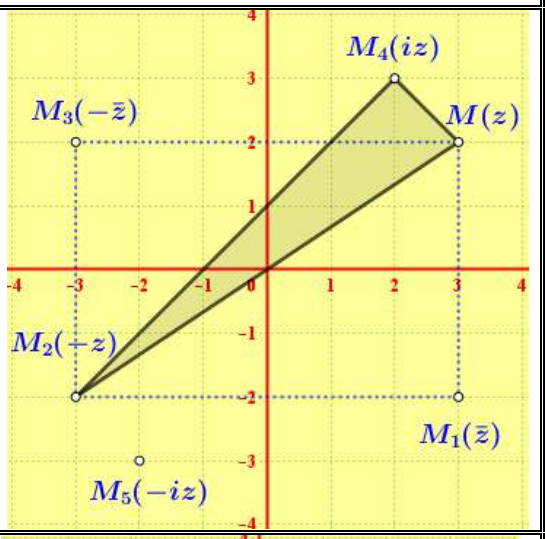
$M\,M_5M_2$ و $M_4M_2M_5$

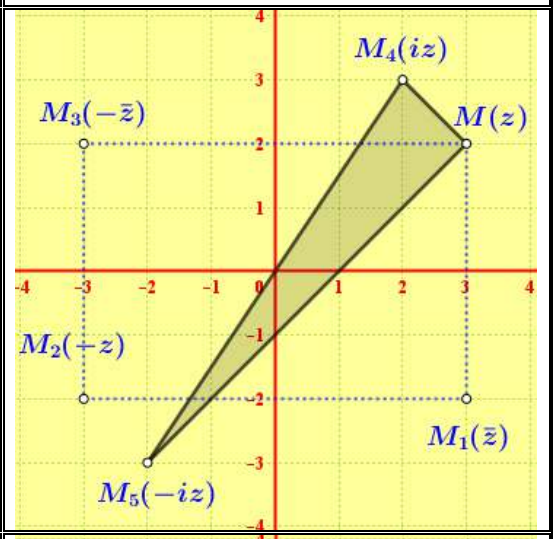
قائمة

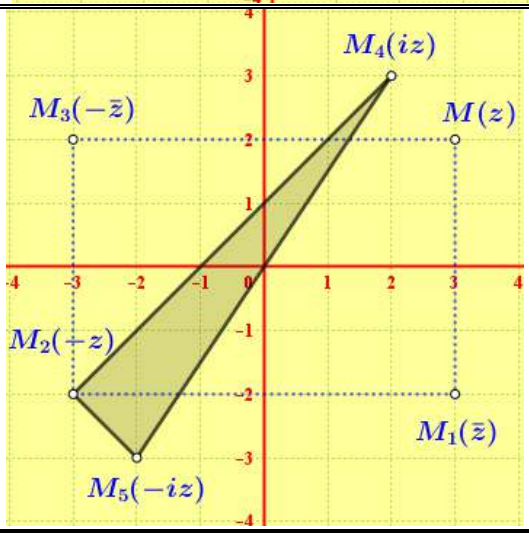
في كل من M ، M_4 ، M_5 و M_2

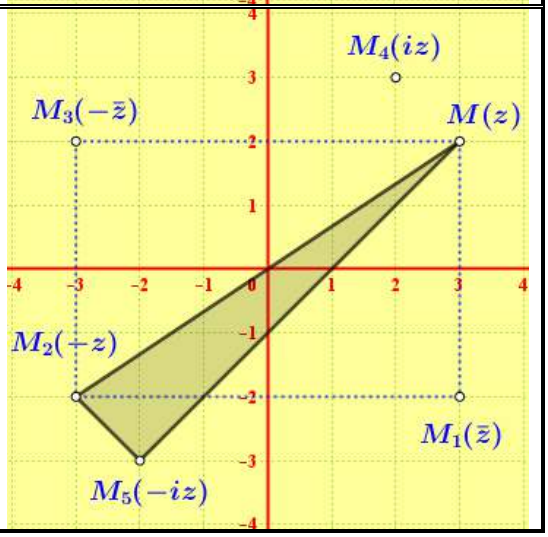
على الترتيب











إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

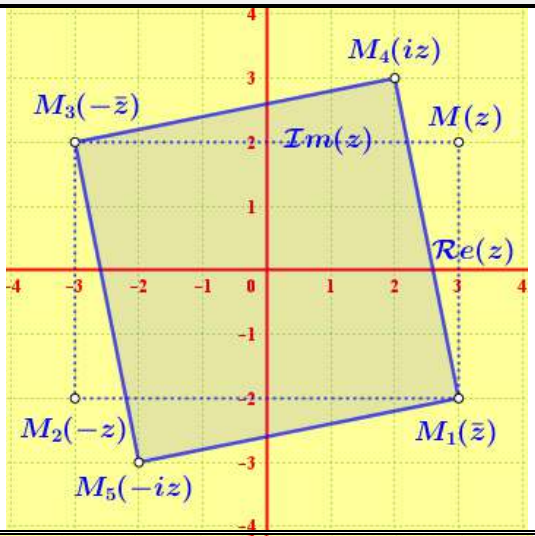
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

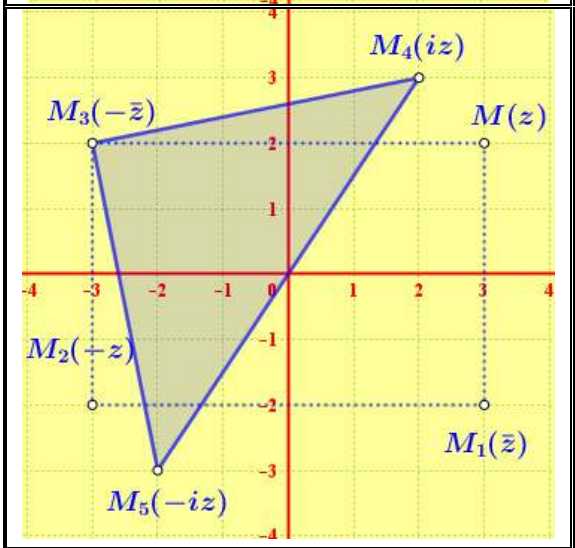
4- في حالة من اجل كل $z \in \mathbb{C}^*$

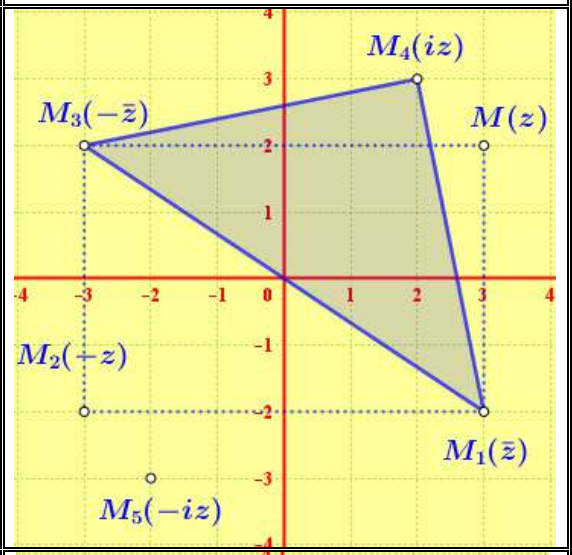
فان

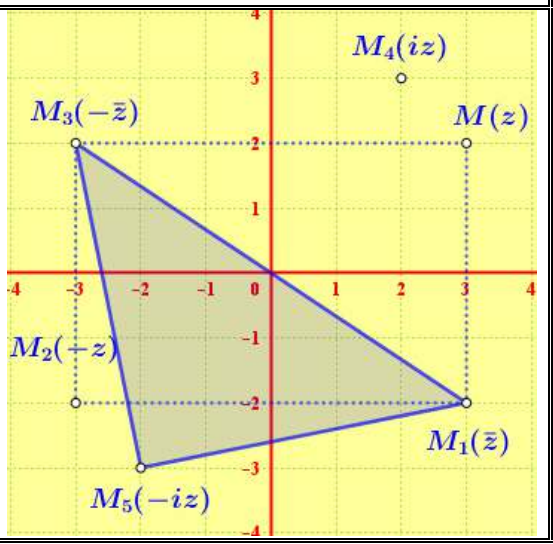
- الرباعي $M_1M_5M_3M_4$ مربعا .
- المثلثات $M_1M_4M_3$ ، $M_4M_3M_5$ ، $M_4M_1M_5$ و $M_3M_5M_1$ قائمة و متساوية الساقين

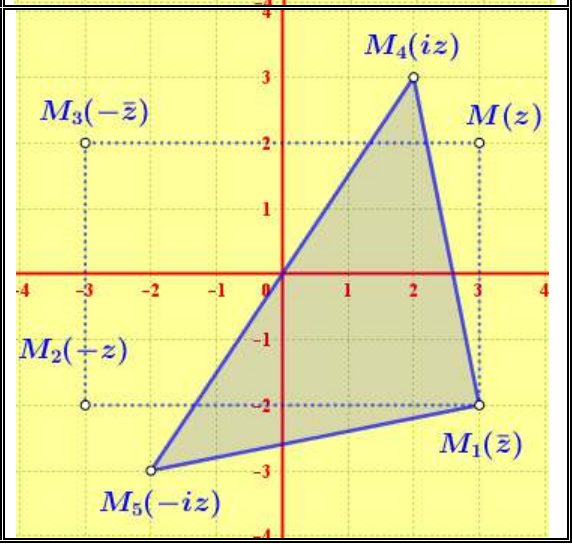
في كل من M_4 ، M_3 ، M_1 و M_5 على الترتيب











إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

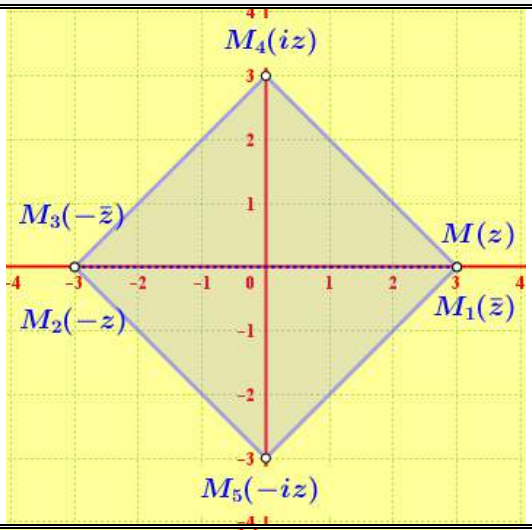
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

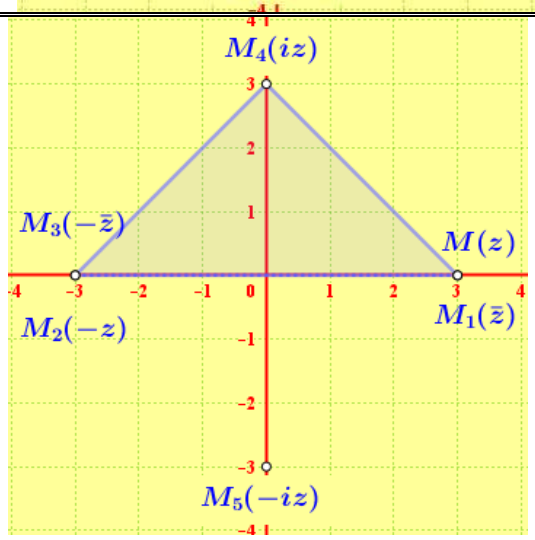
5- في حالة $\Im m(z)=0$

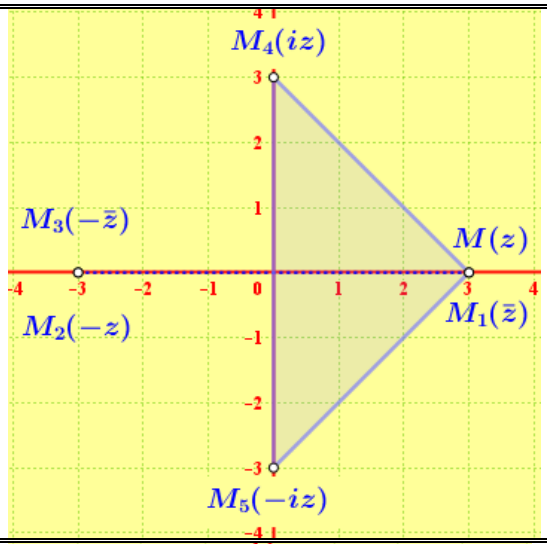
فان

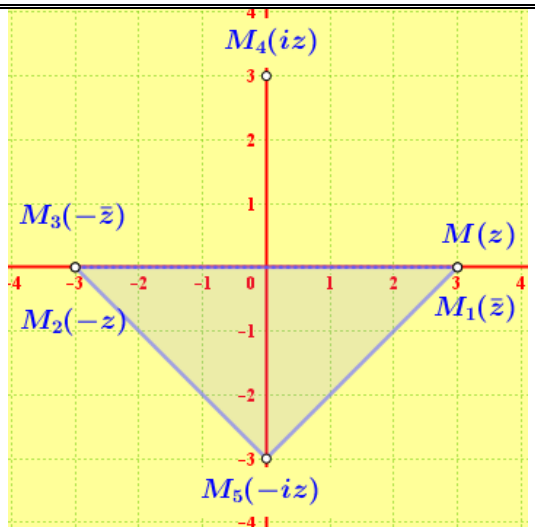
- الرباعي $M\ M_5M_2M_4$ مربعا .
- المثلثات $M\ M_4M_2$ ، $M_4M\ M_5$ و $M\ M_5M_2$ و $M_4M_2M_5$ قائمة و متساوية الساقين

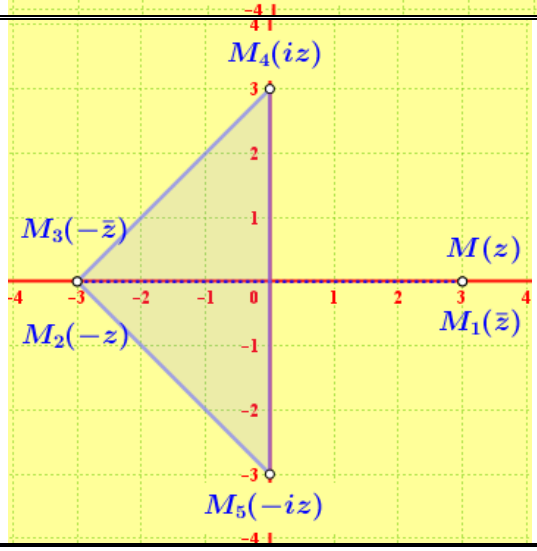
في كل من M ، M_4 ، M_2 و M_5 على الترتيب











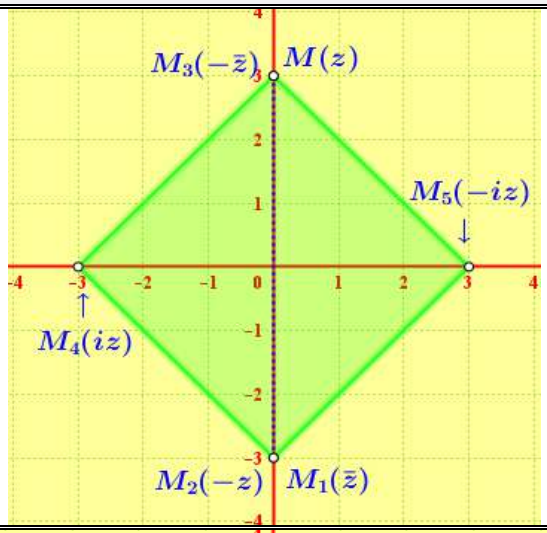
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

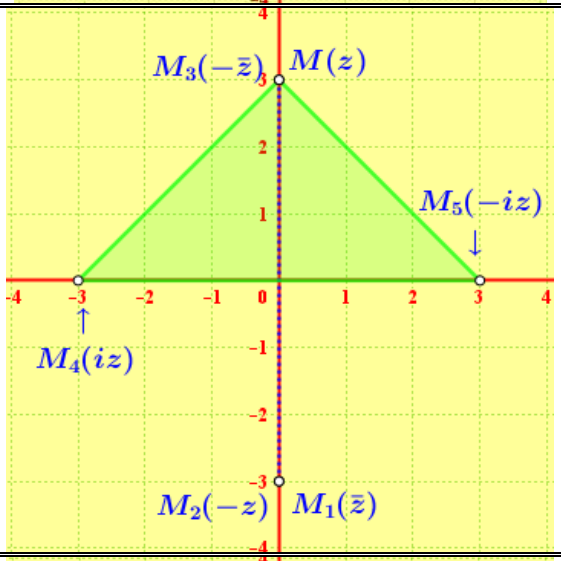
ب- في حالة $\Re e(z)=0$

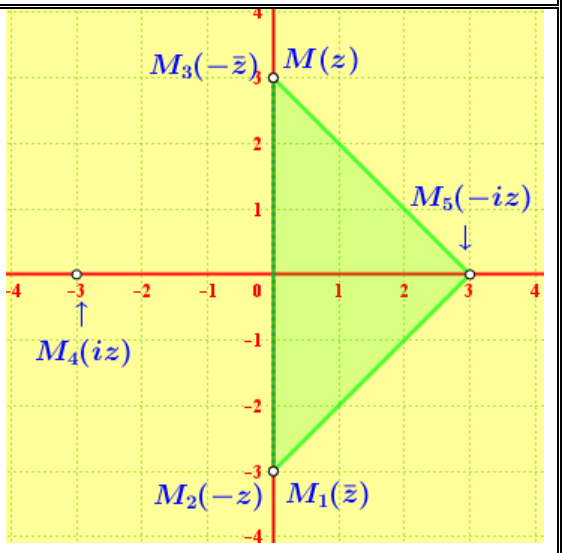
فان

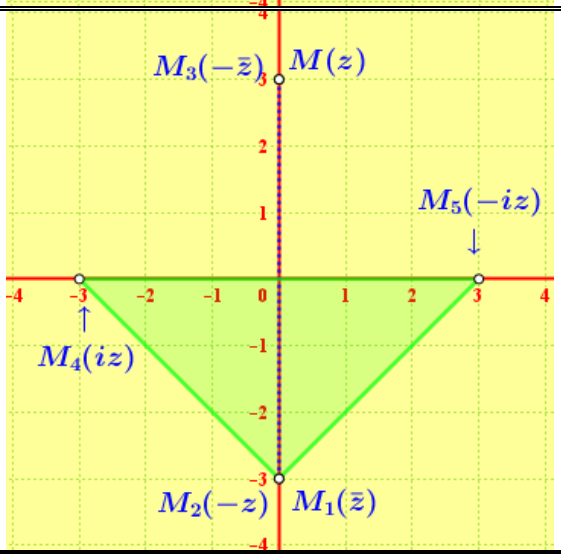
- الرباعي $M\,M_5M_1M_4$ مربعا .
- المثلثات $M\,M_5M_1$ ، $M_5M\,M_4$ و $M\,M_4M_1$ و $M_5M_1M_4$ قائمة و متساوية الساقين

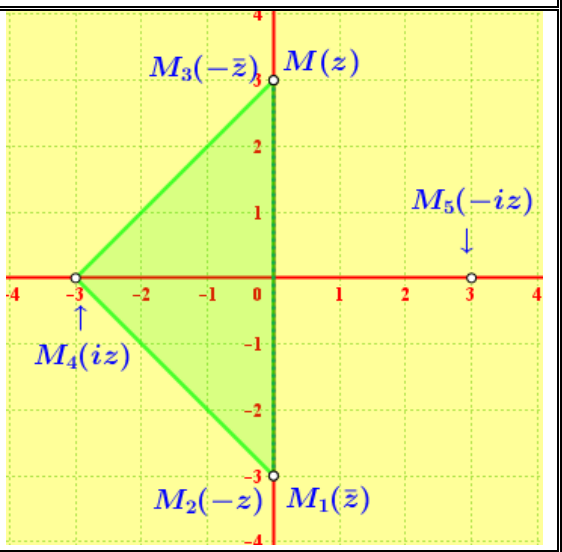
في كل من M_5 ، M ، M_4 و M_1 على الترتيب











إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

Z عدد مركب ~~غير معدوم~~ و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$ و n عدد طبيعي				
$Z^n\in\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=(2k(+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=(2k'+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$

M صورة العدد المركب $Z\neq0$ حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R}^*)$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$		
$M\in(xx')$	$\Rightarrow$	$\theta=k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,\vec{u})$	$\Rightarrow$	$\theta=2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,-\vec{u})$	$\Rightarrow$	$\theta=(2k'+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(yy')$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,\vec{v})$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,-\vec{v})$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_1)$ $(\Delta_1):y=x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{4}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_2)$ $(\Delta_2):y=-x$	$\Rightarrow$	$\theta=3\frac{\pi}{4}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_3)$ $(\Delta_3):y=\sqrt{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{3}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_4)$ $(\Delta_4):y=-\sqrt{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=4\frac{\pi}{3}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_5)$ $(\Delta_5):y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{6}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_6)$ $(\Delta_6):y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=7\frac{\pi}{-}+k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الشكل الجبري لعدد مركب

$x, y \in \mathbb{R}$ و $Z \in \mathbb{C}$

$Z = \boxed{x} + i \boxed{y}$

$\boxed{x}$: الجزء الحقيقي $\Re e(z)$

$\boxed{y}$: الجزء التخيلي $\Im m(z)$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مصطلحات

z حقيقي $Z \in \mathbb{R}$	فان	$\Im m(z) = 0$
z تخيلي صرف $Z \in i\mathbb{R}$	فان	$\Re e(z) = 0$
z معدوم $Z = 0$	فان	$\Re e(z) = 0 = \Im m(z)$

القوة الطبيعية للعدد المركب i

n	$n = 4k$	$n = 4k+1$	$n = 4k+2$	$n = 4k+3$	من اجل كل
i^n	1	i	-1	-i	$k \in \mathbb{N}$

مرافق عدد مركب

$Z \in \mathbb{C}$ و من اجل كل $x, y \in \mathbb{R}$

$Z = x - i\,y$ مرافق $Z = x + i\,y$

خواص

- $\overline{\overline{z}} = z$
- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 \times z_2} = \overline{z_1} \times \overline{z_2}$
- $\overline{\left(\frac{1}{z_2}\right)} = \frac{1}{\overline{z_2}} \quad / z_2 \neq 0$
- $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \quad / z_2 \neq 0$
- $\overline{(z^n)} = (\overline{z})^n \quad / n \in \mathbb{Z}$

نتائج

$Z \in \mathbb{C}$ و من اجل كل $x, y \in \mathbb{R}$

$Z = x + i\,y$

- $Z \times \overline{Z} = x^2 + y^2$
- $Z + \overline{Z} = 2\Re e(z) = 2x$
- $Z - \overline{Z} = 2i\,\Im m(z) = 2i\,y$
- $\overline{Z} = Z \Leftrightarrow$ قZ قي
- $\overline{Z} = -Z \Leftrightarrow$ خZ لي صرف
- $\overline{i} = -i$
- $\overline{\left(\frac{1}{i}\right)} = \frac{1}{\overline{i}} = i$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طويلة عدد مركب

z عدد مركب حيث : $z = x + i\,y$

(x و y عددان حقيقيان).

نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمز له $|z|$ حيث $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$|z| = \sqrt{(\Re e(z))^2 + (\Im m(z))^2}$$

ملاحظات:

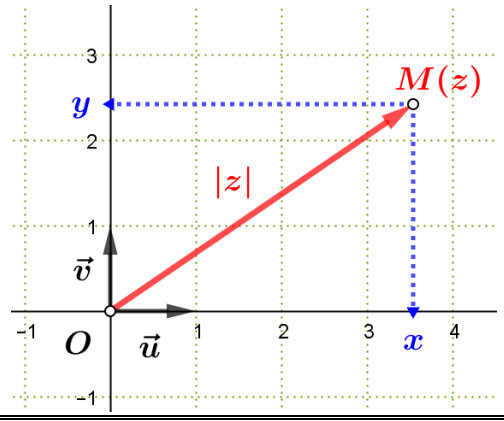
- إذا كان z عددا حقيقيا فأن طويلة z هي القيمة المطلقة للعدد z .
- $|z| = 0$ يعني $z = 0$
- $|z|^2 = x^2 + y^2$

التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

z عدد مركب حيث $z = x + i\,y$

إذا كانت M صورة z فأن $OM = |z|$



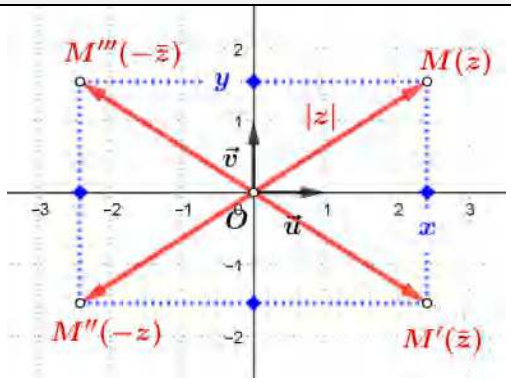
طويلة عدد مركب

خواص : من أجل كل عددين مركبين z و z' .

- $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$
- $\left|\frac{1}{z'}\right| = \frac{1}{|z'|}$ / $z' \neq 0$
- $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$ $z' \neq 0$
- $|z^n| = |z|^n$ / $n \in \mathbb{Z}$
- $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ (المتباينة المثلثية)

نتائج هامة

- $|z| = \sqrt{z.\overline{z}}$
- $|z| = 1 \Leftrightarrow \overline{z} = \frac{1}{z}$
- $|z|^2 = z.\overline{z} = (\Re e(z))^2 + (\Im m(z))^2$
- $AB = |z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A|$



نتائج :

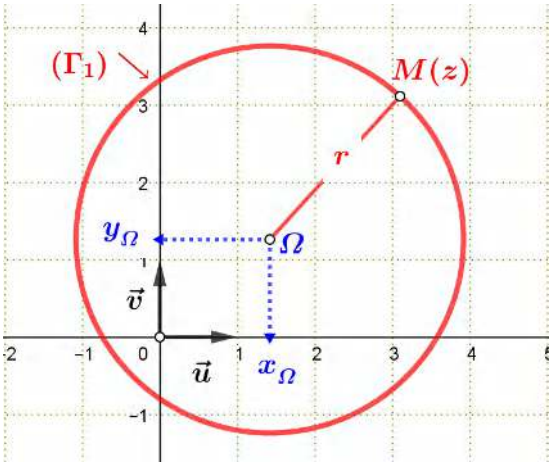
- $|z| = |\overline{z}| = |-z| = |-\overline{z}|$
- $|i| = |-i| = 1$
- $|z| = |i\,\overline{z}| = |-iz| = |-i\,\overline{z}|$
- $|z| = 1 \Leftrightarrow \overline{z} = \frac{1}{z} \Leftrightarrow z = \frac{1}{z}$
- $\mathcal{S}_{OMM'} = \mathcal{S}_{OM'M''} = \mathcal{S}_{OM''M'''}$
  $= \mathcal{S}_{OMM'''} = |\Re e(z) \times \Im m(z)|$
- $\mathcal{S}_{MM'M''M'''} = 4|\Re e(z) \times \Im m(z)|$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .



1- $r\in\mathbb{R}$ و $M(z)\in(\Gamma_1)$

حيث

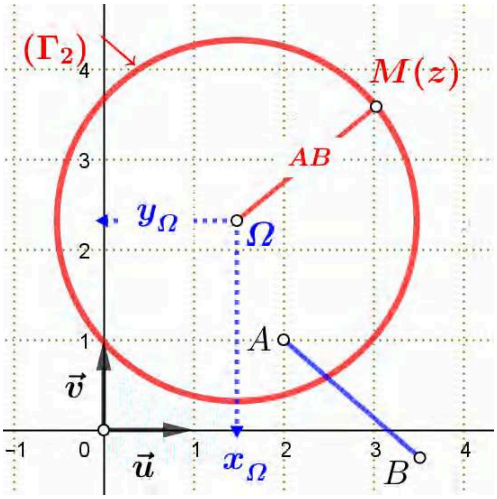
$$|z-z_\Omega|=r \Leftrightarrow \Omega M=r$$

i- في حالة $r<0$ فان $(\Gamma_1)=\varnothing$

ii- في حالة $r=0$ فان $(\Gamma_1)=\{\Omega\}$

iii - في حالة $r>0$

فان (Γ_1) هي الدائرة التي مركزها Ω و طولها r



2- $M(z)\in(\Gamma_2)$

حيث

$$|z-z_\Omega|=|z_B-z_A|$$

$$\Updownarrow$$

$$\Omega M=AB$$

ومنه (Γ_2) هي الدائرة التي مركزها Ω و طولها AB

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .

-3 $M(z)\in(\Gamma_3)$ و $\alpha\in\mathbb{R}$

حيث

$$|z-z_\Omega|^2=\alpha \Leftrightarrow (z-z_\Omega)\left(\overline{z-z_\Omega}\right)=\alpha$$

$$\Updownarrow$$

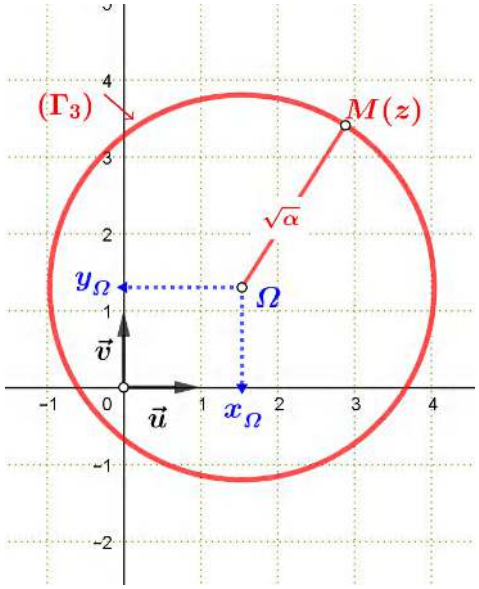
$$\Omega M^2=\alpha$$

i- في حالة $\alpha<0$ فان $(\Gamma_3)=\varnothing$

ii- في حالة $\alpha=0$ فان $(\Gamma_3)=\{\Omega\}$

iii - في حالة $\alpha>0$

فان (Γ_3) هي الدائرة التي : مركزها Ω ، طول قطرها $\sqrt{\alpha}$



-4 $M(z)\in(\Gamma_4)$

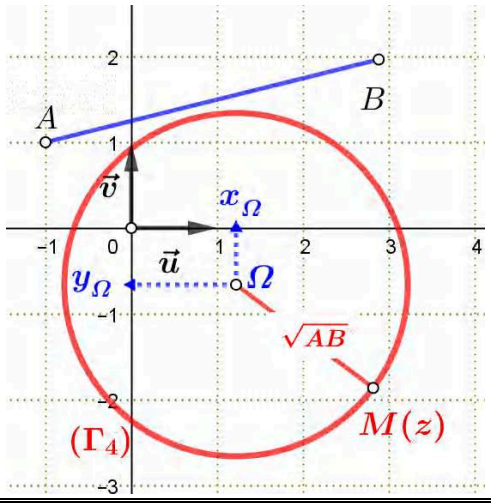
حيث

$$(z-z_\Omega)\left(\overline{z-z_\Omega}\right)=|z_B-z_A|$$

$$\Updownarrow$$

$$\Omega M^2=AB$$

ومنه (Γ_4) هي الدائرة التي : مركزها Ω ، طول قطرها $\sqrt{AB}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

M صورة العدد المركب z

-5 $r\in\mathbb{R}$ و $M(z)\in(\Gamma_5)$

حيث

$$|z-z_\Omega|\le r \Leftrightarrow \Omega M\le r$$

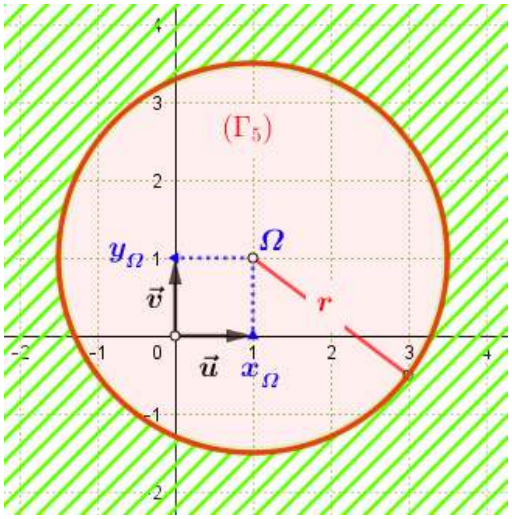
i- في حالة $r<0$ فان $(\Gamma_5)=\varnothing$

ii- في حالة $r=0$ فان $(\Gamma_5)=\{\Omega\}$

iii - في حالة $r>0$

فان (Γ_5) هي نقط القرص المغلق

المحدد بالدائرة التي { مركزها Ω ، شعاعها r }



-6 $r\in\mathbb{R}$ و $M(z)\in(\Gamma_6)$

حيث

$$|z-z_\Omega|\ge r \Leftrightarrow \Omega M\ge r$$

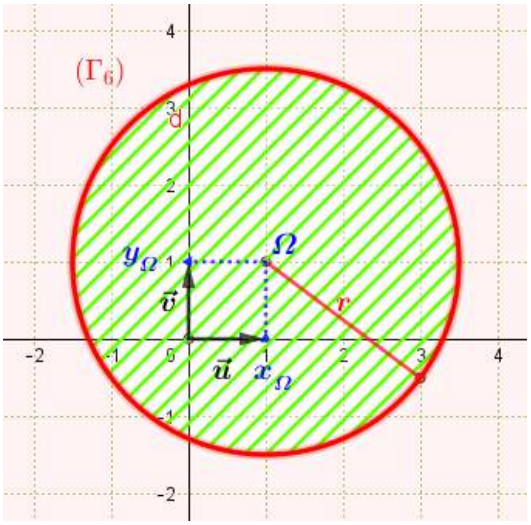
i- في حالة $r<0$ فان $(\Gamma_6)=\varnothing$

ii- في حالة $r=0$ فان $(\Gamma_6)=\{\Omega\}$

iii - في حالة $r>0$

فان (Γ_6) هي نقط خارج القرص المفتوح

المحدد بالدائرة التي { مركزها Ω ، شعاعها r }



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .

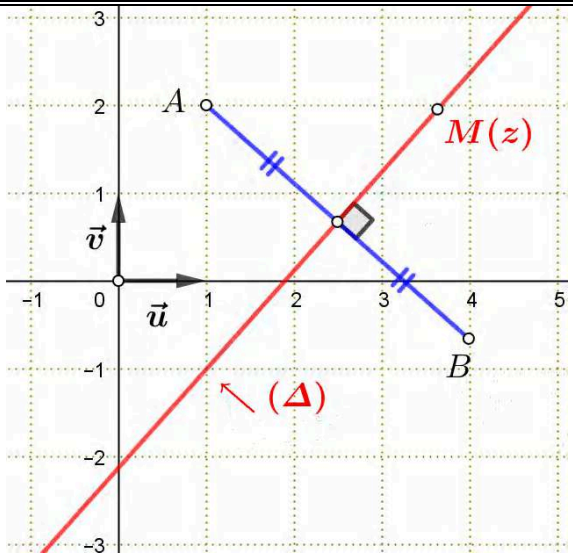
7- $M(z)\in(\Delta)$

حيث

$$\left.\begin{array}{l}|z-z_A|=|z-z_B| \\ \text{أ و} \\ \left|\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right|=1\end{array}\right\}\Leftrightarrow MA=MB$$

فان (Δ) هي

مجموعة نقط محور القطعة $[AB]$



8- $M(z)\in(P)$

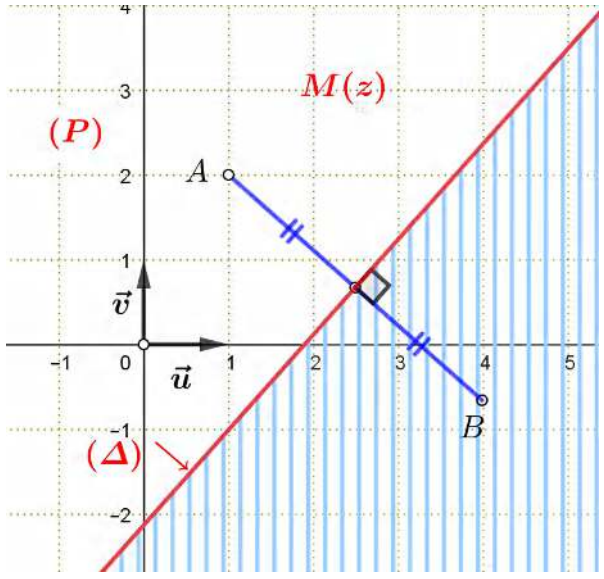
حيث

$$\left.\begin{array}{l}|z-z_A|\le|z-z_B| \\ \text{أ و} \\ \left|\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right|\le 1\end{array}\right\}\Leftrightarrow MA\le MB$$

ومنه (P) هي مجموعة نقط نصف المستوي

المحدد بالمستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$

و يشمل النقطة A .



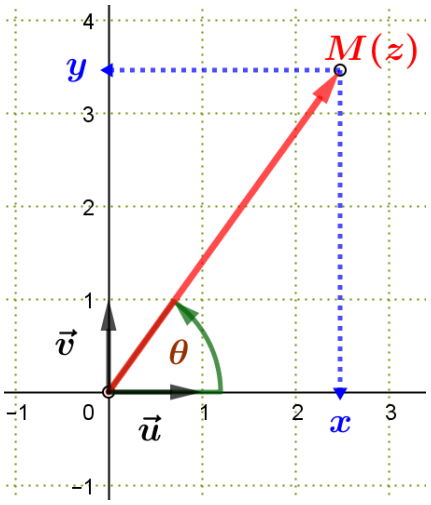
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

عمدة عدد مركب غير معدوم

z عدد مركب غير معدوم حيث: $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان).

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامدو متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن M صورة z .

نسمي عمدة العدد المركب z و نرمز $\arg\ z$ كل قيس بالرديان للزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\overrightarrow{OM}\right)$.



ملاحظات:

- كل عدد مركب غير معدوم z له عدد غير منته من العمد.
- إذا كان θ عمدة لـ z

فأن $k\in\mathbb{Z}$ $\theta+2k\pi$ عمدة لـ z .

و نكتب $\arg\ z\equiv\theta\ 2\pi$

- A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب.

$arg\left(z_B-z_A\right)=\left(\vec{u};\overrightarrow{AB}\right)$.

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

عمدة عدد مركب غير معدوم

خواص

z و z' عددان مركبان غير معدومين

- $arg\left(z\times z'\right)=arg\left(z\right)+arg\left(z'\right)$
- $arg\left(\dfrac{1}{z'}\right)=-arg\left(z'\right)$
- $arg\left(\dfrac{z}{z'}\right)=arg\left(z\right)-arg\left(z'\right)$
- $arg\left(z^n\right)=n\times arg\left(z\right)\quad /n\in\mathbb{Z}$

نتائج

- $arg\left(\alpha.i\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\alpha>0\right)$
- $arg\left(\alpha.i\right)=\left(-\dfrac{\pi}{2}\vee\dfrac{3\pi}{2}\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\alpha<0\right)$
- $arg\left(\alpha.z\right)=\left(-\pi\vee\pi\right)+arg\left(z\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\alpha<0\right)$
- $arg\left(\alpha.\bar{z}\right)=-arg\left(z\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\alpha>0\right)$
- $arg\left(\alpha.\bar{z}\right)=\left(-\pi\vee\pi\right)-arg\left(z\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\alpha<0\right)$
- $arg\left(\beta i.z\right)=\dfrac{\pi}{2}+arg\left(z\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\beta>0\right)$
- $arg\left(\beta i.\bar{z}\right)=\dfrac{\pi}{2}-arg\left(z\right)+2k\pi\ /\left(k\in\mathbb{Z},\beta>0\right)$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

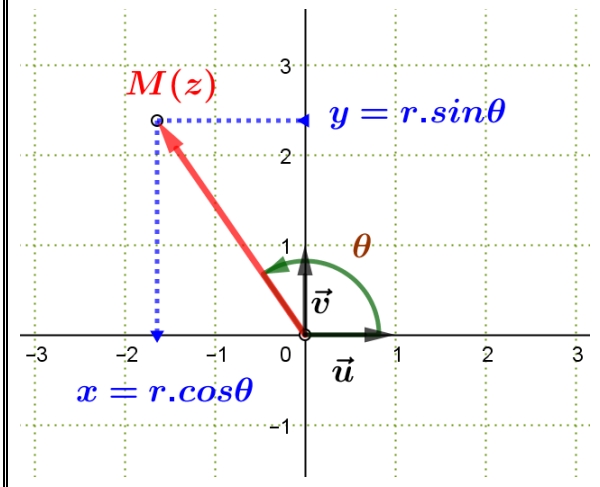
تعلم نقطة M بأحداثيها الديكارتية $x;y$ أو بأحداثيها القطبية $r;\theta$.

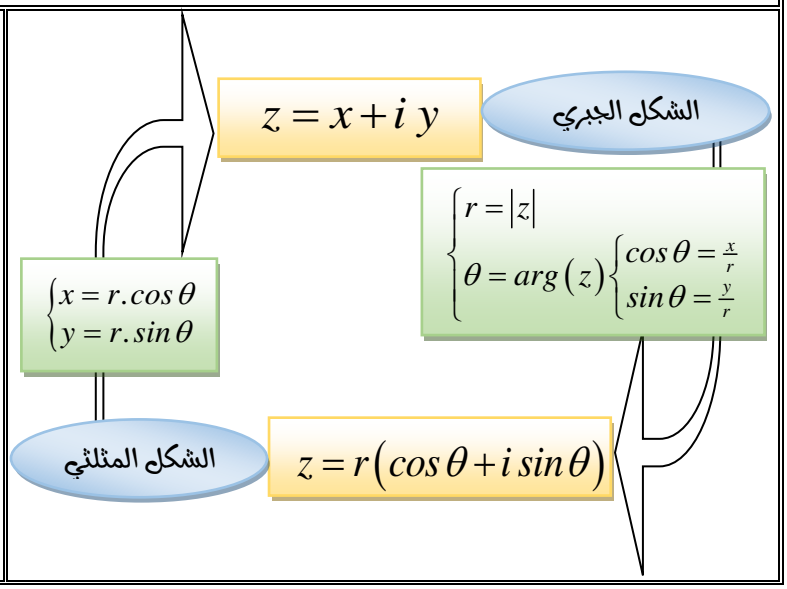
حيث $OM=r$ و $(\vec{u},\overrightarrow{OM})=\theta$ ، و لدينا $x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$.

تعريف : z عدد مركب غير معدوم .

العدد z يكتب على الشكل $z=r\cos\theta+i\sin\theta$

حيث : $r=|z|$ و $\theta=\arg z$ هذا الشكل يسمى الشكل المثلثي لِـ z .





إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

نتائج

من أجل كل عددين مركبين z و z' غير معدومين

حيث $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=[r,\theta]$ و $z'=r'(\cos\theta'+i\sin\theta')=[r',\theta']$ فان

- $z.z'=rr'\left[\cos(\theta+\theta')+i\sin(\theta+\theta')\right]=\left[rr',(\theta+\theta')\right]$
- $\frac{1}{z'}=\frac{1}{r'}\left[\cos(-\theta')+i\sin(-\theta')\right]=\left[\frac{1}{r'},(-\theta')\right]$
- $\frac{z}{z'}=\frac{r}{r'}\left[\cos(\theta-\theta')+i\sin(\theta-\theta')\right]=\left[\frac{1}{r'},(\theta-\theta')\right]$
- $z^n=r^n\left[\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)\right]=\left[r^n,(n\theta)\right] \quad /(n\in\mathbb{Z})$
- $\overline{z}=r\left[\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\right]=\left[r,(-\theta)\right]$
- $iz=r\left[-\sin(\theta)+i\cos(\theta)\right]=r\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]=\left[r,\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]$
- $-z=r\left[-\cos(\theta)-i\sin(\theta)\right]=r\left[\cos(\pi+\theta)+i\sin(\pi+\theta)\right]=\left[r,(\pi+\theta)\right]$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-1 $M(z)\in(\Delta)$

حيث

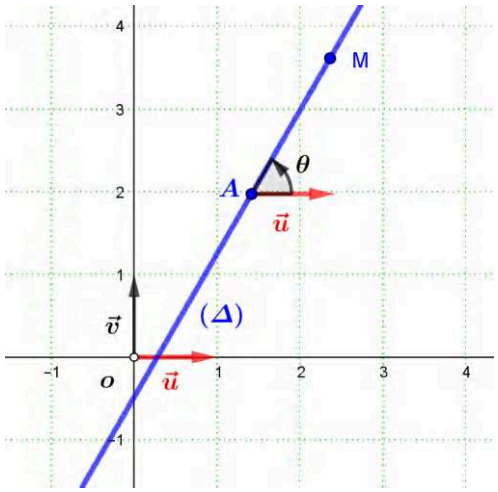
$$\left[\ z-z_A=k\,e^{i\theta}\ \right]\Leftrightarrow\left[\ k\in\mathbb{R}\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 & ;M=A \\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي يشمل

النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta)$

حيث

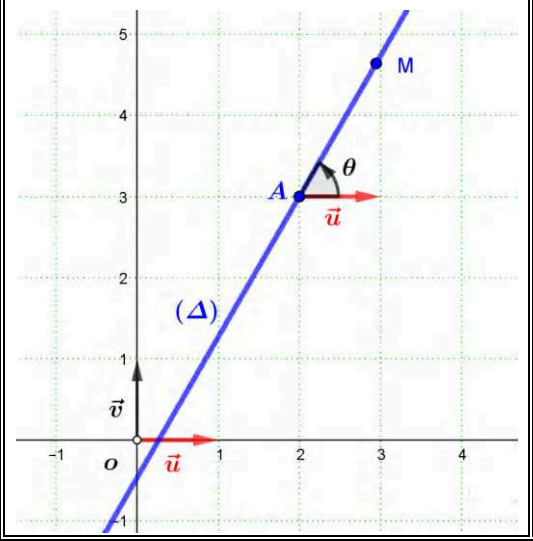
$$\left[\ k\in\mathbb{R}\ ;\quad z=2+3i+k\,e^{i\frac{\pi}{3}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 & ;M=A(2;3) \\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{3}+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي يشمل

النقطة $A(2;3)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-2 $M(z)\in(\Delta')$

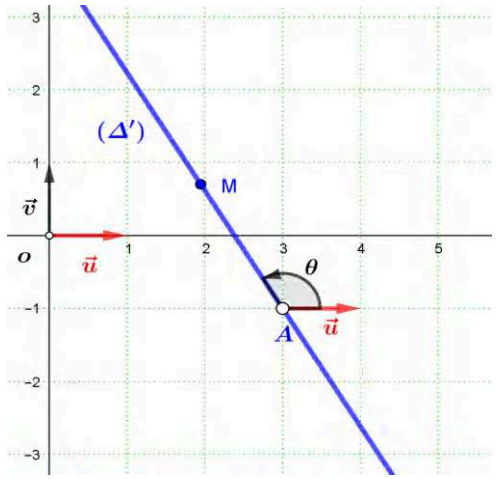
حيث

$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}^*\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}k\neq 0 & ;M\neq A\\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي لايشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta')$

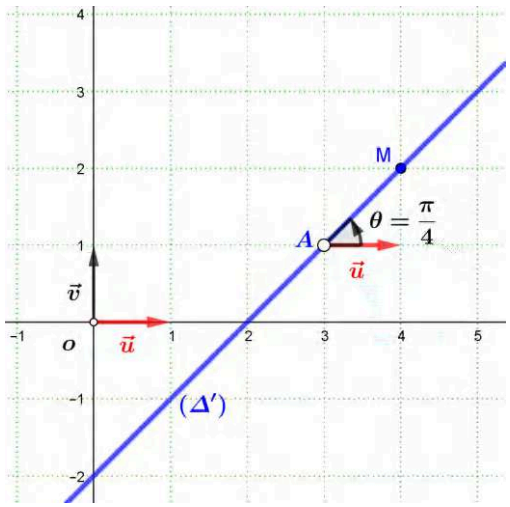
حيث

$$\left[k\in\mathbb{R}\ ;\quad z=3+i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}k\neq 0 & ;M\neq A(3;1)\\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ') هي مجموعة نقط المستقيم الذي لا يشمل النقطة $A(3;1)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=5\dfrac{\pi}{4}$



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-3 $M(z)\in(\Delta_1)$

حيث

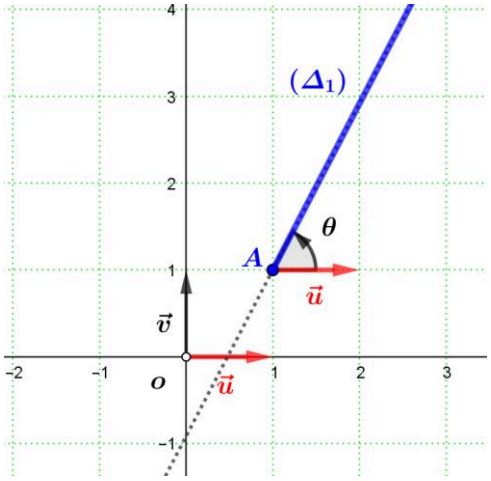
$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_+ \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \;\; ; \;\; M=A \\ k\in\mathbb{R}_+^* \;\; ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+2\lambda\pi \;\; / \;\lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ_1) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_1)$

حيث

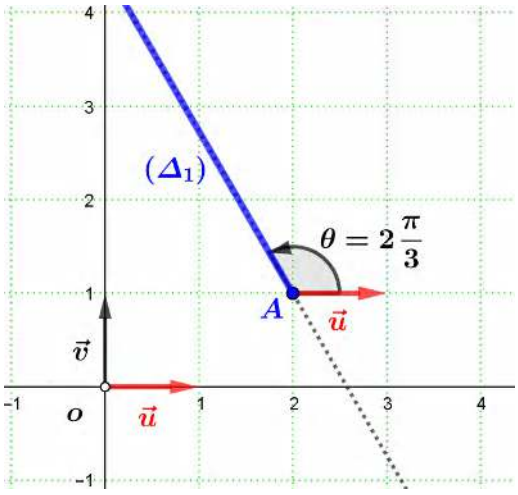
$$\left[\;k\in\mathbb{R}_+ \;\; ; \;\; z=1+2i+k\,e^{i\frac{2\pi}{3}}\;\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \;\; ; \;\; M=A(2;1) \\ k\in\mathbb{R}_+^* \;\; ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{2\pi}{3}+2\lambda\pi \;\; / \;\lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ_1) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة $A(2;1)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=2\dfrac{\pi}{3}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-4 $M(z)\in(\Delta_2)$

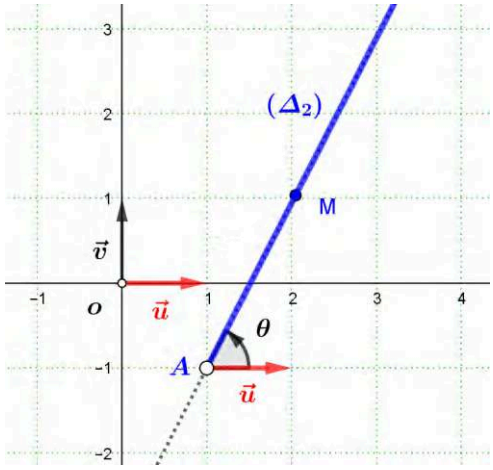
حيث

$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_+^*\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A\\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+2\lambda\pi \ / \ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_2) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$ الذي لايشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_2)$

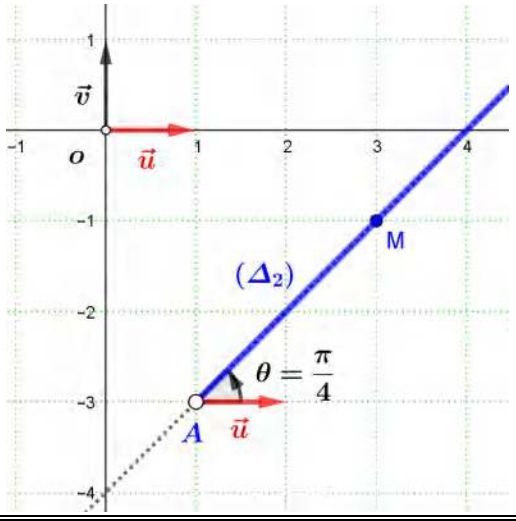
حيث

$$\left[\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ; \quad z=1-3i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A(1;-3)\\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}+2\lambda\pi \ / \ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_2) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$ الذي لايشمل النقطة $A(1;-3)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحقي النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-5 $M(z)\in(\Delta_3)$

حيث

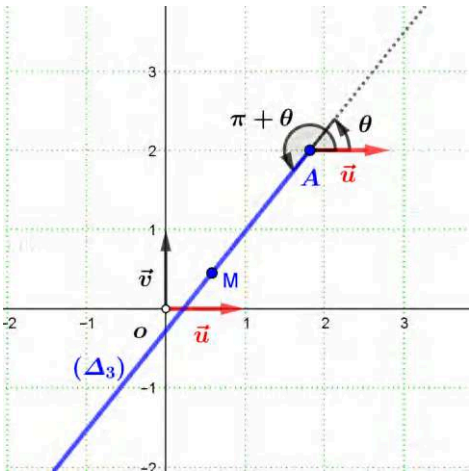
$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_- \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \;;\; M=A \\ k\in\mathbb{R}_-^* \;;\; (\vec{u};\overrightarrow{AM})=(\pi+\theta)+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ_3) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة A و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_3)$

حيث

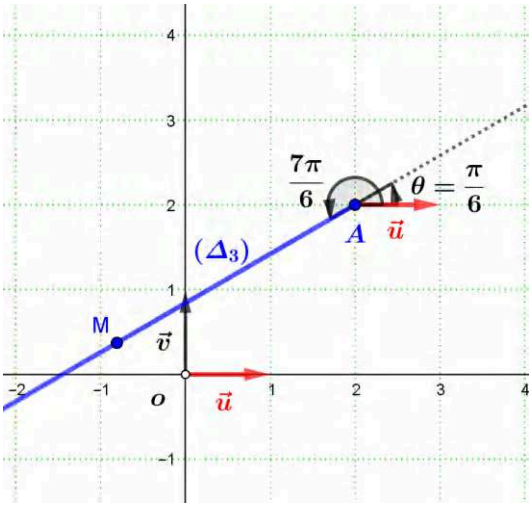
$$\left[k\in\mathbb{R}_- \;;\; z=2+2i+k\,e^{i\frac{\pi}{6}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \;;\; M=A(2;2) \\ k\in\mathbb{R}_-^* \;;\; (\vec{u};\overrightarrow{AM})=\dfrac{7\pi}{6}+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ_3) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة $A(2;2)$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\dfrac{7\pi}{6}$



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-6 $M(z)\in(\Delta_4)$

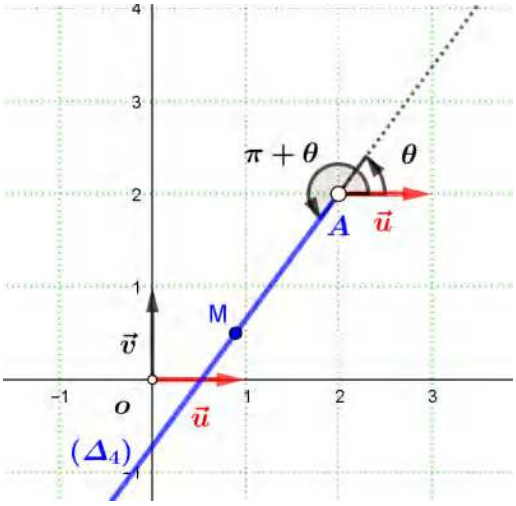
حيث

$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}^*_- \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \;\;;\;\; M\neq A \\ k\in\mathbb{R}^*_- \;;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=(\pi+\theta)+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_4) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$ الذي لا يشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_4)$

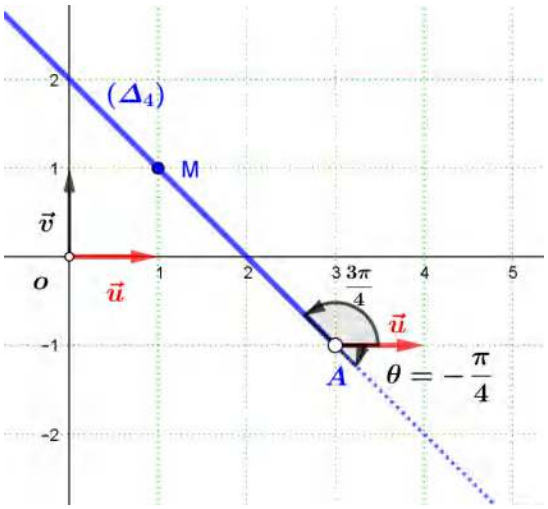
حيث

$$\left[\;k\in\mathbb{R}^*_- \;\;;\;\; z=3-i+k\,e^{-i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \;\;;\;\; M\neq A(3;-1) \\ k\in\mathbb{R}^*_- \;;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{3\pi}{4}+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_4) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة $A(3;-1)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{3\pi}{4}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-7 $M(z)\in(\Delta_1'')$

حيث

$$\left[\ k\in[k_1;k_2]\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

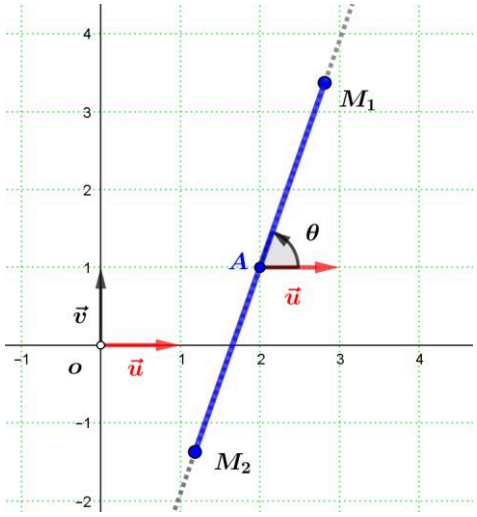
$$M\in[M_1M_2]$$

ح ي ث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)\ \text{و}\ M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_1'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

في حالة $(k=0)\in[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\in[M_1M_2]$



مثال – $M(z)\in(\Delta_1'')$

حيث

$$\left[\ k\in\left[-3\sqrt{2};2\sqrt{2}\right]\ ;\ z=1+2i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

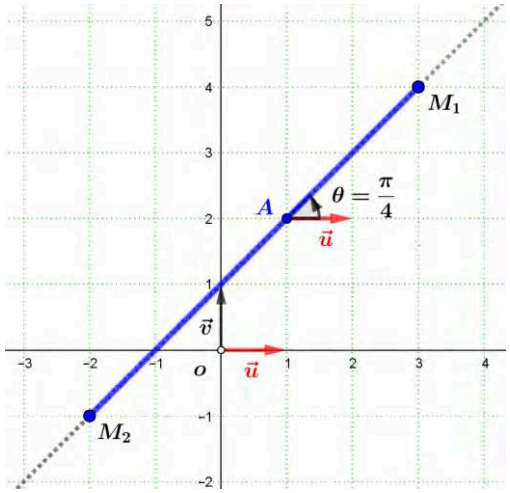
$$M\in[M_1M_2]$$

ح ي ث

$$M_1\left(z_1=-2-i\right)\quad ;\quad M_2\left(z_2=3+4i\right)$$

فان (Δ_1'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

بما ان $\left(k=0\right)\in\left[-3\sqrt{2}\,;\,2\sqrt{2}\right]$ فان $A(1;2)\in[M_1M_2]$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-8 $M(z)\in(\Delta_2'')$

حيث

$$\left[\ k\in[k_1;k_2]\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

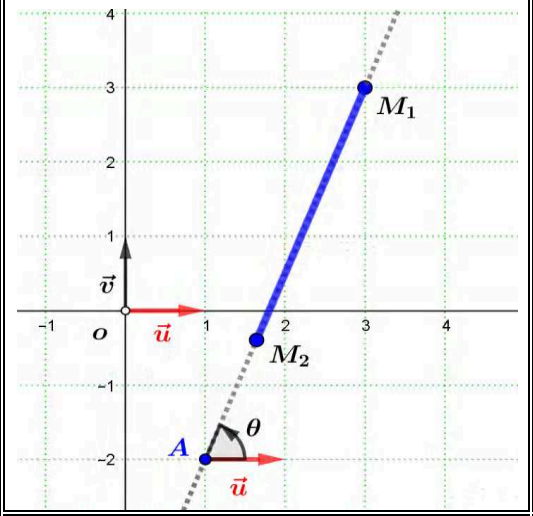
$$M\in[M_1M_2]$$

حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)\ \text{و}\ M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_2'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

– في حالة $(k=0)\notin[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\notin[M_1M_2]$



مثال –

$M(z)\in(\Delta_2'')$

حيث

$$\left[\ k\in[2;6]\ ;\ z=3-i+k\,e^{i\frac{2\pi}{3}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

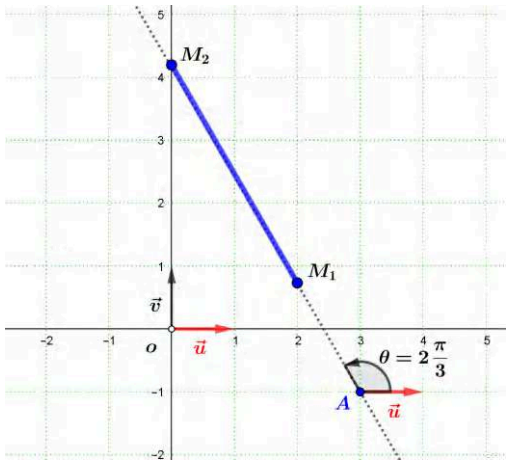
$$M\in[M_1M_2]$$

حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=2+\left(-1+\sqrt{3}\right)i\right)\ ;\ M_2\left(z_2=\left(-1+3\sqrt{3}\right)i\right)$$

فان (Δ_2'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

بما ان $(k=0)\notin[2\ ;\ 6]$ فان $A(3;-1)\notin[M_1M_2]$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

٩- $M(z)\in(\Delta_1''')$

حيث

$$\left[\ k\in]k_1;k_2[\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

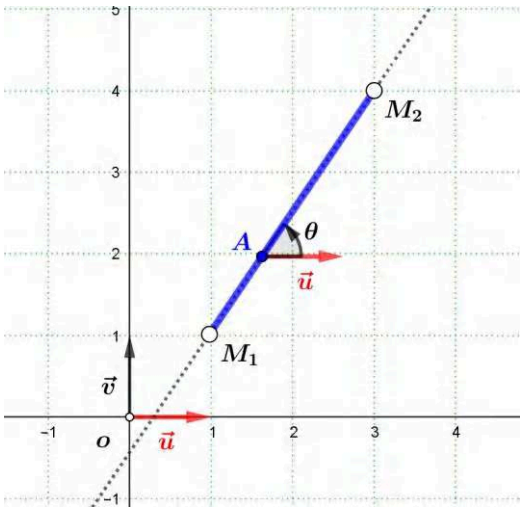
حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)\text{ و }M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_1''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

في حالة $(k=0)\in[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\in]M_1M_2[$



مثال - $M(z)\in(\Delta_1''')$

حيث

$$\left[\ k\in]-2;3[\ \ z=2+i+k\,e^{i\frac{\pi}{2}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

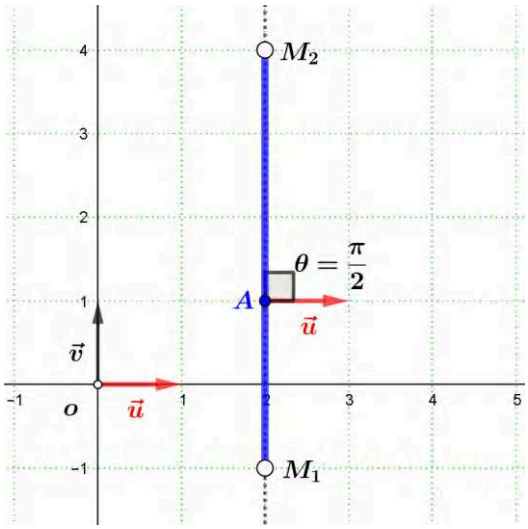
حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=2-i\right)\ M_2\ ;\left(z_2=2+4i\right)$$

فان (Δ_1''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

بما ان $(k=0)\in[-2;3]$ فان $A(2;1)\in]M_1M_2[$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-10 $M(z)\in(\Delta_2''')$

حيث

$$\left[\ k\in]k_1;k_2[\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

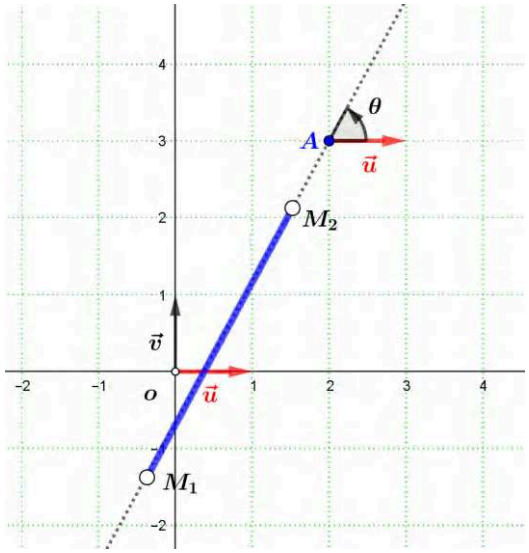
حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)\text{ و }M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_2''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

في حالة $(k=0)\notin[k_1\ ;\ k_2]$ فان $A\notin]M_1M_2[$



مثال - $M(z)\in(\Delta_2''')$

حيث

$$\left[\ k\in]1;5[\ \ z=4+2i+k\,e^{i\pi}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

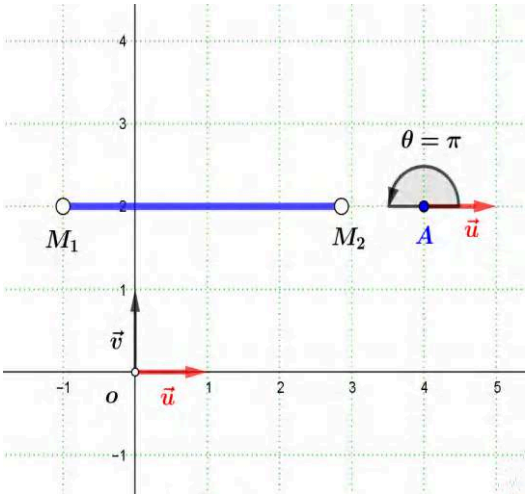
حـ يـ ث

$$M_1\left(z_1=3+2i\right)\ M_2\ ;\left(z_2=-1+2i\right)$$

فان (Δ_2''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

بما ان $(k=0)\notin[1;5]$ فان $A(4;2)\notin]M_1M_2[$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-1 $M(z)\in(\Gamma)$

حيث

$$\left[\ |z-z_A|=|k|\ \right]\Leftarrow\left[\ \theta\in\mathbb{R}\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

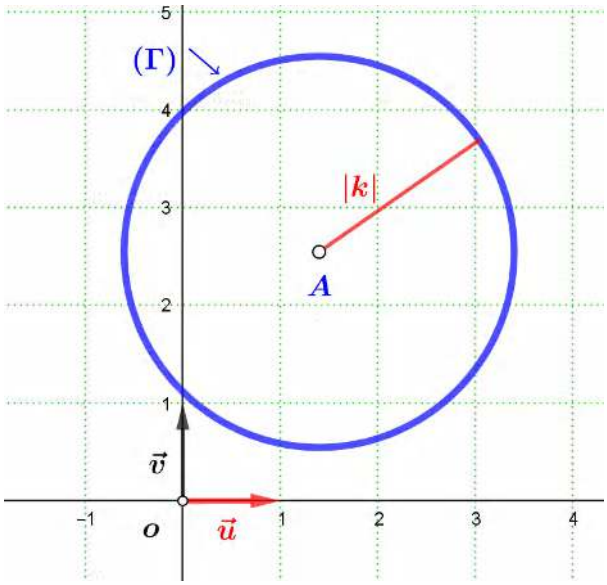
$$\Downarrow$$

$$AM=|k|\Rightarrow\begin{cases}k=0 & ;M=A\\ k\in\mathbb{R}^* & ;M\in(C)_{(A,r=|k|)}\end{cases}$$

- في حالة $k=0$ فان $(\Gamma)=\{A\}$

- في حالة $k\in\mathbb{R}^*$ فان (Γ) هي الدائرة

التي $\begin{cases}\text{مركزها} & A\\ \text{نصف قطرها} & |k|\end{cases}$



مثال $M(z)\in(\Gamma)$

حيث

$$\left[\ \theta\in\mathbb{R}\ ;\ z=1+2i+3e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left[\ z-(1+2i)=3e^{i\theta}\ \right]$$

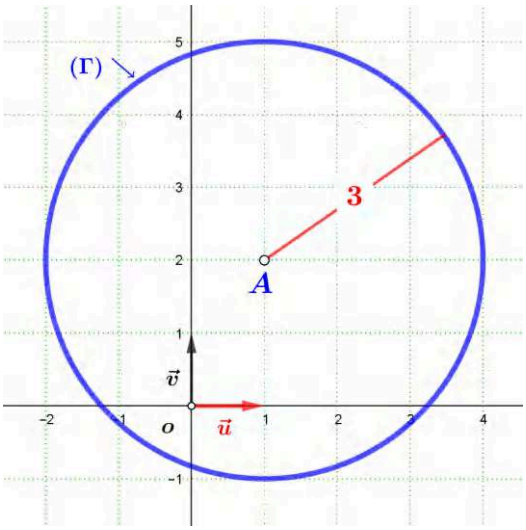
$$\Downarrow$$

$$|\ z-(1+2i)|=3$$

$$\Updownarrow$$

$$AM=3\ /\ A(z_A=1+2i)$$

ومنه (Γ) هي الدائرة التي $\begin{cases}\text{مركزها} & A\\ \text{نصف قطرها} & 3\end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

2- $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

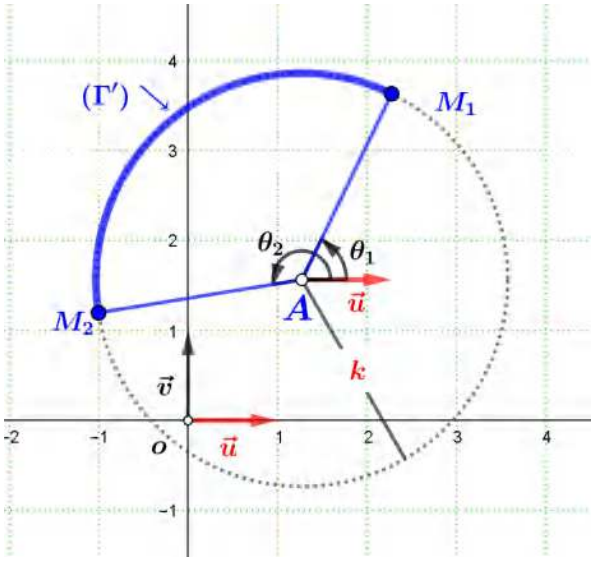
$$z=z_A+ke^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in[\theta_1;\theta_2]\\ 0<\theta_2-\theta_1<2\pi\\ k\in\mathbb{R}_+^*\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=z_A+ke^{i\theta_1}\right)\\ M_2\left(z_2=z_A+ke^{i\theta_2}\right)\end{cases}$$

فان (Γ) هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي { مركزها A ، نصف قطرها k }



مثال $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

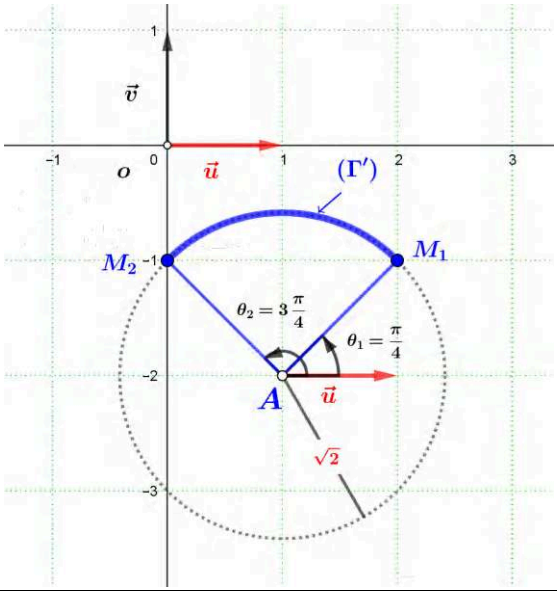
$$z=1-2i+\sqrt{2}\,e^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]\\ \frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=2-i\right)\\ M_2\left(z_2=-i\right)\end{cases}$$

فان (Γ') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي { مركزها $A(1;-2)$ ، نصف قطرها $\sqrt{2}$ }



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-3 $M(z)\in(\Gamma'')$

حيث

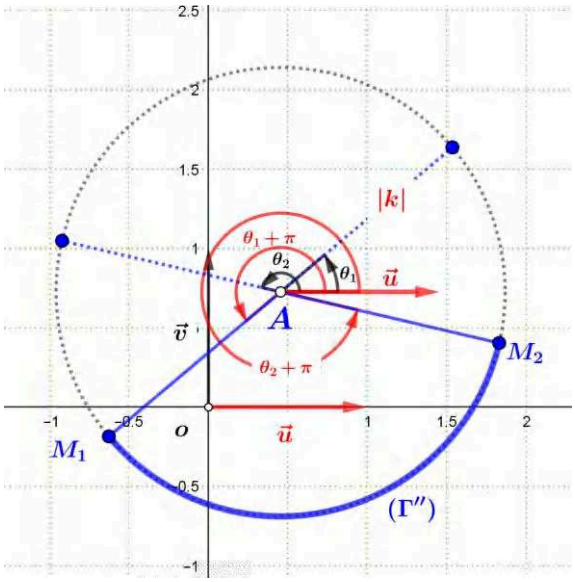
$$z=z_A+ke^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in[\theta_1\,;\,\theta_2]\\ 0<\theta_2-\theta_1<2\pi\\ k\in\mathbb{R}^*_-\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=z_A-ke^{i(\pi+\theta_1)}\right)\\ M_2\left(z_2=z_A-ke^{i(\pi+\theta_2)}\right)\end{cases}$$

فان (Γ'') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases}\text{مركزها} & A\\ \text{نصف قطرها} & |k|\end{cases}$



مثال $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

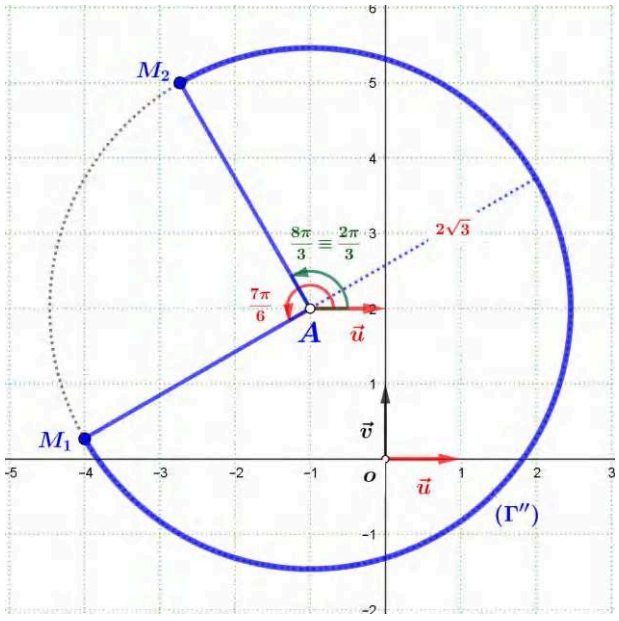
$$z=-1+2i-2\sqrt{3}\,e^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right]\\ \frac{5\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=-4+\left(2-\sqrt{3}\right)i\right)\\ M_2\left(z_2=\left(-1-\sqrt{3}\right)+5i\right)\end{cases}$$

فان (Γ'') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases}\text{مركزها} & A(-1;2)\\ \text{نصف قطرها} & 2\sqrt{3}\end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-4 $M(z)\in(\mathcal{C})$

حيث

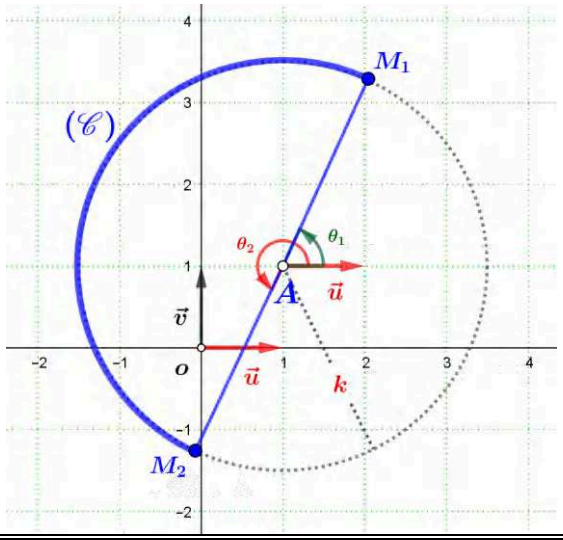
$$z=z_A+ke^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in[\theta_1;\theta_2]\\ \theta_2-\theta_1=\pi\\ k\in\mathbb{R}_+^*\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=z_A+ke^{i\theta_1}\right)\\ M_2\left(z_2=z_A+ke^{i\theta_2}\right)\end{cases}$$

فان $(\mathcal{C})$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي { مركزها A ، قطرها k }



مثال $M(z)\in(\mathcal{C})$

حيث

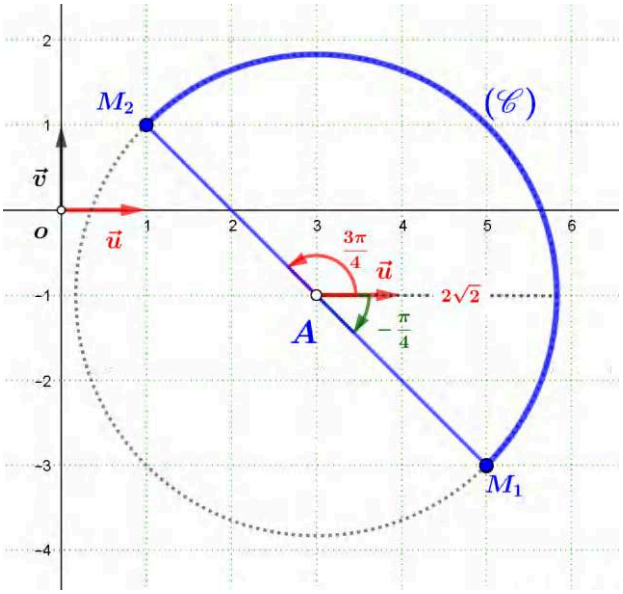
$$z=3-i+2\sqrt{2}\,e^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]\\ \frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\pi\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=5-3i\right)\\ M_2\left(z_2=1+i\right)\end{cases}$$

فان $(\mathcal{C})$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي { مركزها $A(3;-1)$ ، قطرها $2\sqrt{2}$ }



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-5 $M(z)\in(\mathcal{C}')$

حيث

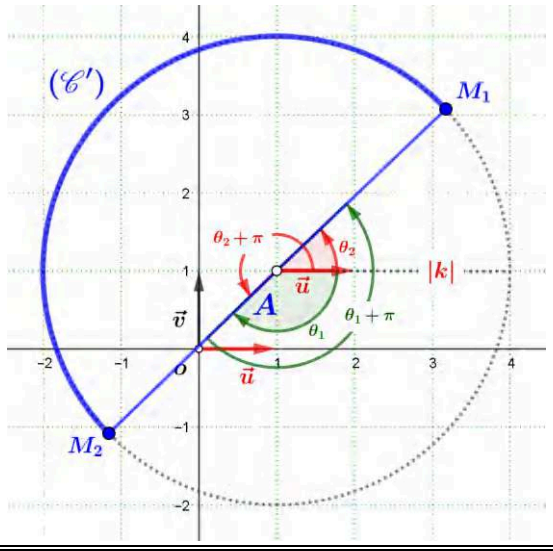
$$z=z_A+ke^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in[\theta_1\,;\,\theta_2]\\ \theta_2-\theta_1=\pi\\ k\in\mathbb{R}_-^*\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=z_A-ke^{i(\pi+\theta_1)}\right)\\ M_2\left(z_2=z_A-ke^{i(\pi+\theta_2)}\right)\end{cases}$$

فان $(\mathcal{C}')$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي { مركزها A ، نصف قطرها k }



مثال $M(z)\in(\mathcal{C}')$

حيث

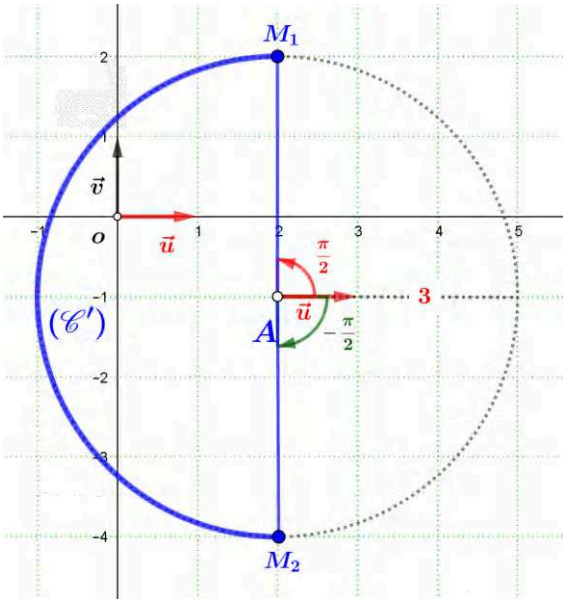
$$z=2-i-3e^{i\theta} \;/\; \begin{cases}\theta\in\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right]\\ \frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases}M_1\left(z_1=2+2i\right)\\ M_2\left(z_2=2-4i\right)\end{cases}$$

فان $(\mathcal{C}')$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي { مركزها $A(2;-1)$ ، نصف قطرها 3 }



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم

تعريف : العدد المركب الذي طويلته 1 و θ عمدة له يكتب $e^{i\theta}$ حيث $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$
هذا الترميز يسمى ترميز أولر.

تعريف : العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له يكتب $z=re^{i\theta}$
هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z .

خواص

θ و θ' عددان حقيقيان.

- $e^{i\theta}\cdot e^{i\theta'}=e^{i\theta+\theta'}$
- $\dfrac{1}{e^{i\theta'}}=e^{-i\theta'}$
- $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}=e^{i\theta-\theta'}$
- $\overline{e^{i\theta}}=e^{-i\theta}$

نتائج

z و z' من $\mathbb{C}^*$ حيث $z=re^{i\theta}$ و $z'=r'e^{i\theta'}$ فان

- $z.z'=r.r'e^{i(\theta+\theta')}$
- $\dfrac{1}{z'}=\dfrac{1}{r'}.e^{-i\theta'}$
- $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$
- $\overline{z}=r.e^{-i\theta}$

- $e^{i0}=e^{i2\pi}=e^{i(2k\pi)}=1$
- $e^{i\pi}=e^{-i\pi}=e^{i(2k+1)\pi}=-1$
- $e^{i\frac{\pi}{2}}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)}=i$
- $e^{-i\frac{\pi}{2}}=e^{i\frac{3\pi}{2}}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\right)}=-i$

دستور موافر

z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له
من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم

لدينا: $\left(e^{i\theta}\right)^n=e^{in\theta}$

و $\left(re^{i\theta}\right)^n=r^ne^{in\theta}$

قوانين أولر

$$\begin{cases}e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta\\ e^{-i\theta}=\cos\theta-i\sin\theta\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\end{cases}$$

$$\begin{cases}e^{in\theta}=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)\\ e^{-in\theta}=\cos(n\theta)-i\sin(n\theta)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos(n\theta)=\dfrac{e^{in\theta}+e^{-in\theta}}{2}\\ \sin(n\theta)=\dfrac{e^{in\theta}-e^{-in\theta}}{2i}\end{cases}$$

- $1+e^{i\theta}=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right).e^{i\frac{\theta}{2}}$
- $1-e^{i\theta}=2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right).e^{i\left(\frac{\theta-\pi}{2}\right)}$
- $e^{i\theta_1}+e^{i\theta_2}=e^{i\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)}\left[e^{i\left(\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\right)}+e^{i\left(\frac{\theta_2-\theta_1}{2}\right)}\right]$

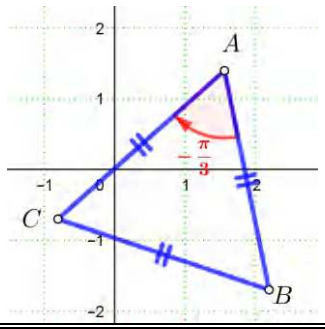
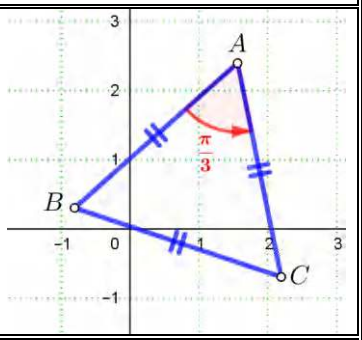
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

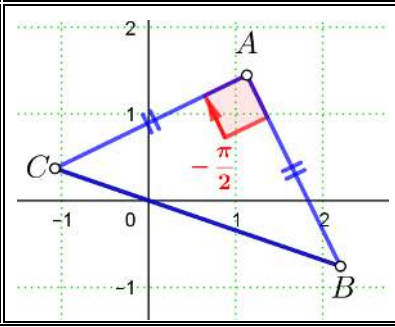
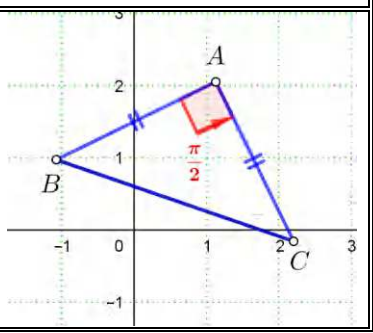
طبيعة المثلث ABC إنطلاقا من طويلة و عمدة العدد المركب $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_C لواحق النقط A ، B و C على الترتيب .

نعلم ان $|L|=\dfrac{AC}{AB}$ و $arg(L)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}$

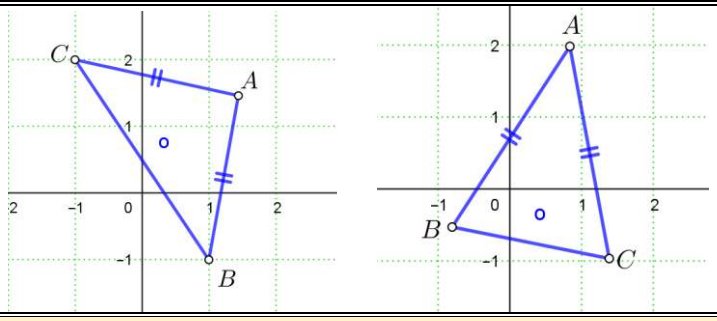
فان المثلث ABC	و كان $arg(L)$	إذا كان $\lvert L\rvert$
متقايس الاضلاع	$\dfrac{\pi}{3}$ و $-\dfrac{\pi}{3}$	1
 	$L=e^{i\frac{\pi}{3}}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ $L=e^{-i\frac{\pi}{3}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$	

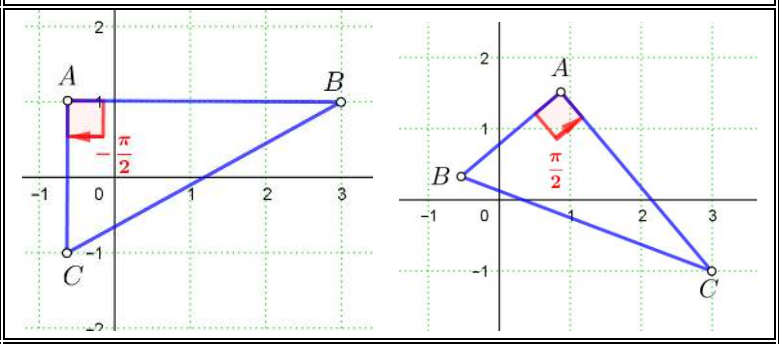
فان المثلث ABC	و كان $arg(L)$	إذا كان $\lvert L\rvert$
متساوي الساقين و قائم في النقطة A	$\dfrac{\pi}{2}$ و $-\dfrac{\pi}{2}$	1
 	$L=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$ $L=e^{-i\frac{\pi}{2}}=-i$	

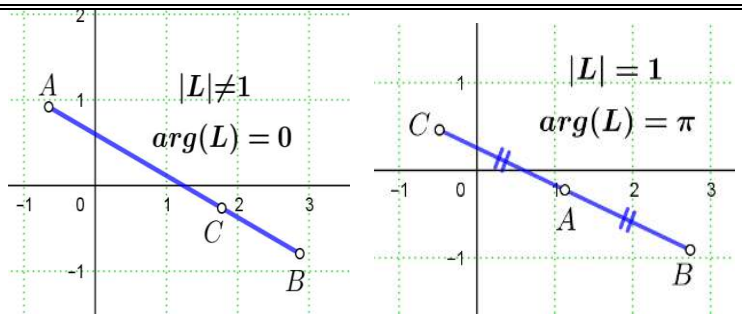
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

فان المثلث ABC	و كان $\arg(L)$	إذا كان $\lvert L\rvert$
متساوي الساقين رأسه الأساسي A	تختلف عن كل من $\frac{\pi}{3}$ و $-\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2}$ π و 0	1
		

فان المثلث ABC	و كان $\arg(L)$	إذا كان $\lvert L\rvert$
قائم في النقطة A	$\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2}$	يختلف عن 1
	$\begin{cases} L=\lambda e^{i\frac{\pi}{2}}=\lambda i \\ \lambda\in\mathbb{R}^*-\{-1,1\} \end{cases}$	

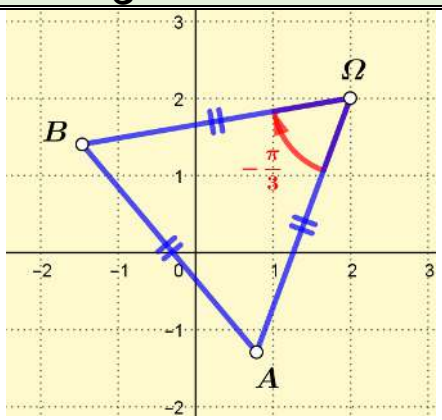
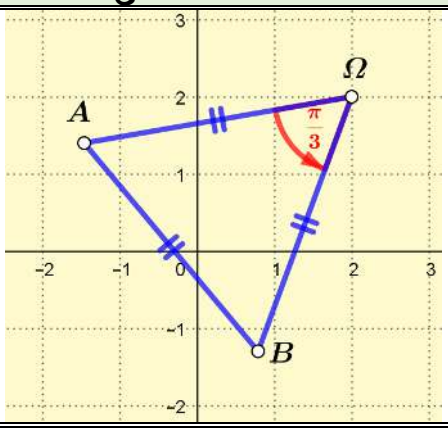
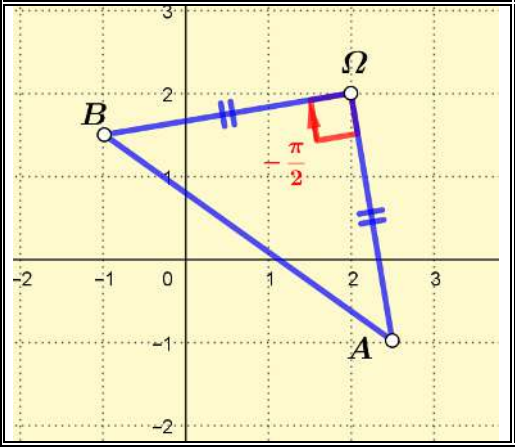
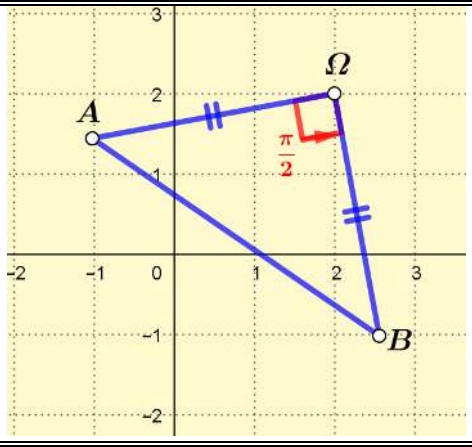
فان المثلث ABC	و كان $\arg(L)$	إذا كان $\lvert L\rvert$
مسطح (النقط A ، B و C في استقامية)	$k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$	$\mathbb{R}_+^*$
	$\begin{cases} L=\lambda \\ \lambda\in\mathbb{R}^*-\{1\} \end{cases}$	

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة المثلث ABC باستعمال الـــــــــدوران

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{r\left(\Omega;-\frac{\pi}{3}\right)} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{r\left(\Omega;\frac{\pi}{3}\right)} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متقايس الاضلاع	فان المثلث $A\Omega B$ متقايس الاضلاع
	
إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{r\left(\Omega;-\frac{\pi}{2}\right)} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{r\left(\Omega;\frac{\pi}{2}\right)} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في Ω	فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في Ω
	

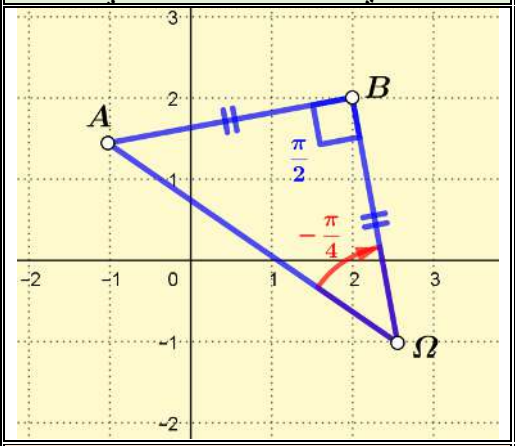
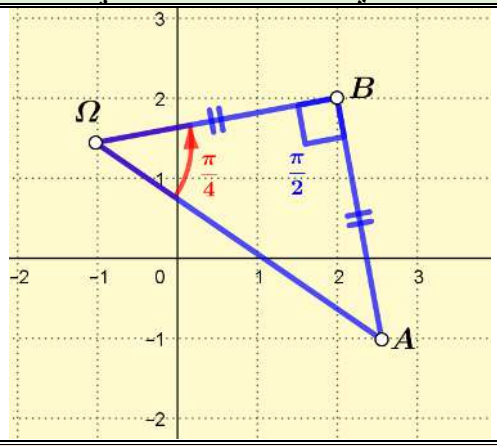
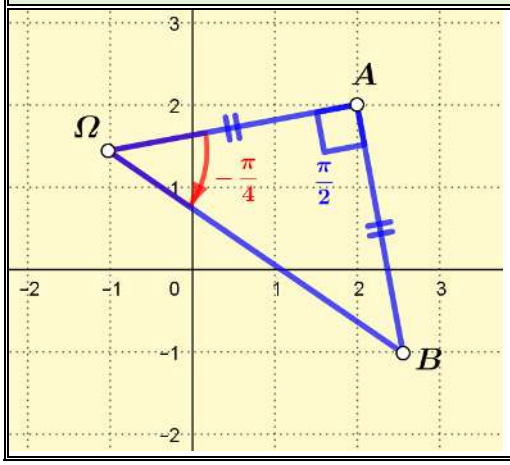
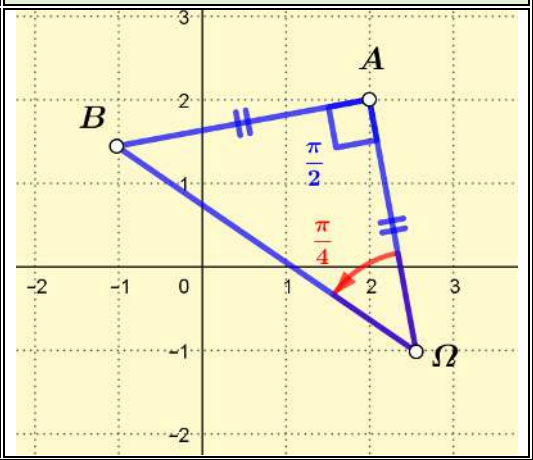
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\pi}{4}\right)}} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\pi}{4}\right)}} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في B	فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في B
	
إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right)}} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\sqrt{2};-\frac{\pi}{4}\right)}} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في A	فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في A
	

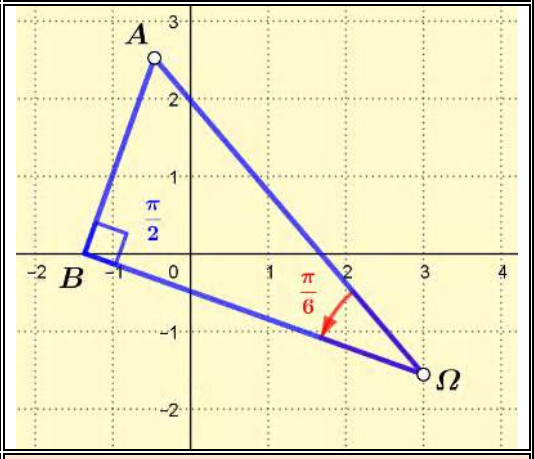
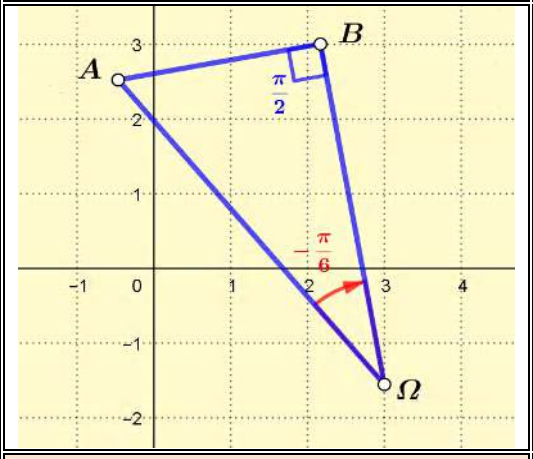
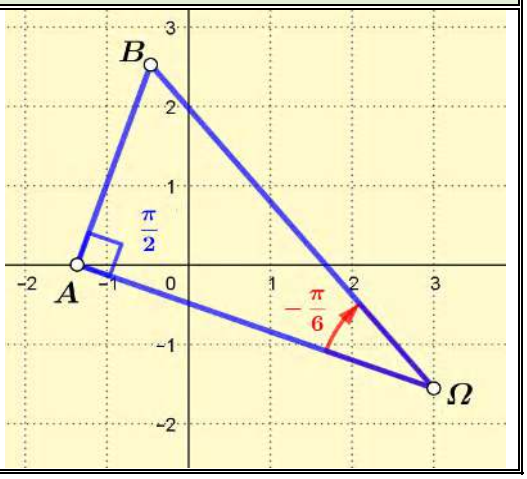
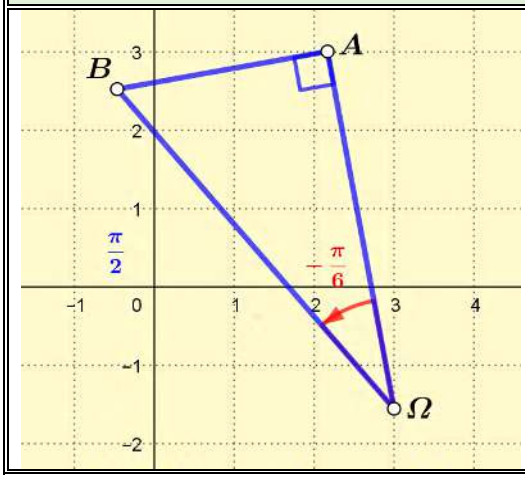
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

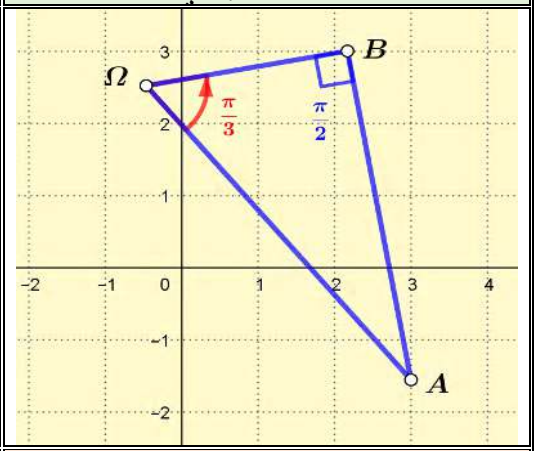
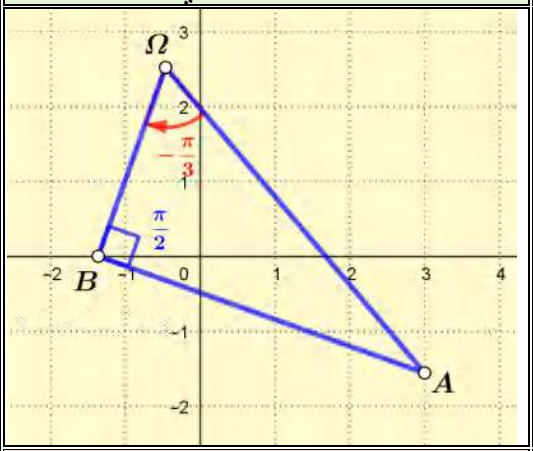
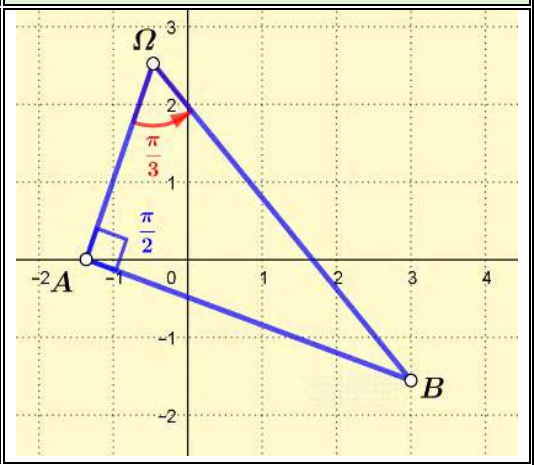
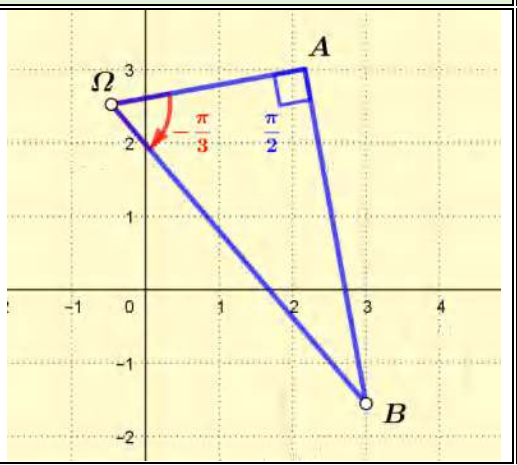
إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\pi}{6}\right)}} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{\pi}{6}\right)}} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B
	
إذا كانت	إذا كانت
$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;2\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{\pi}{6}\right)}} B(z_B)$	$A(z_A) \xrightarrow{S_{\left(\Omega;2\frac{\sqrt{3}}{3};-\frac{\pi}{6}\right)}} B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A
	

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{1}{2};\frac{\pi}{3}\right)}}B(z_B)$	إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{1}{2};-\frac{\pi}{3}\right)}}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B
	
إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;2;\frac{\pi}{3}\right)}}B(z_B)$	إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;2;-\frac{\pi}{3}\right)}}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A
	

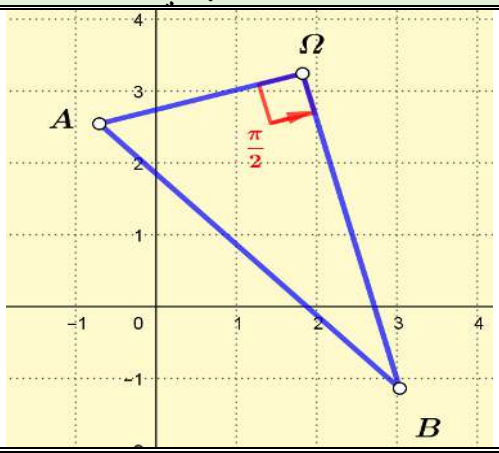
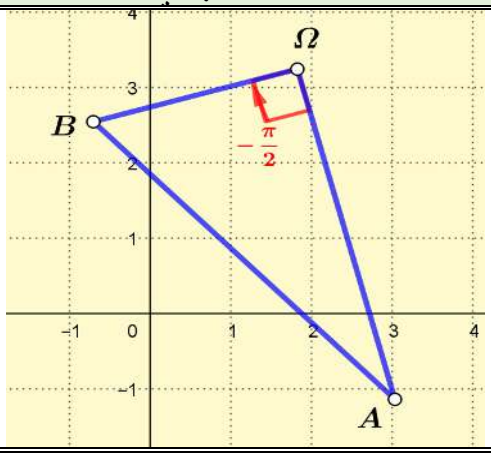
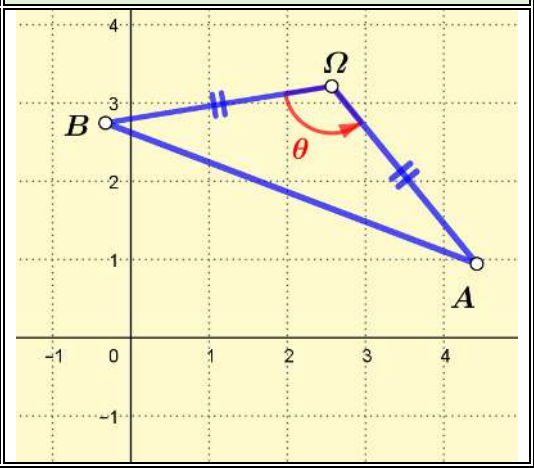
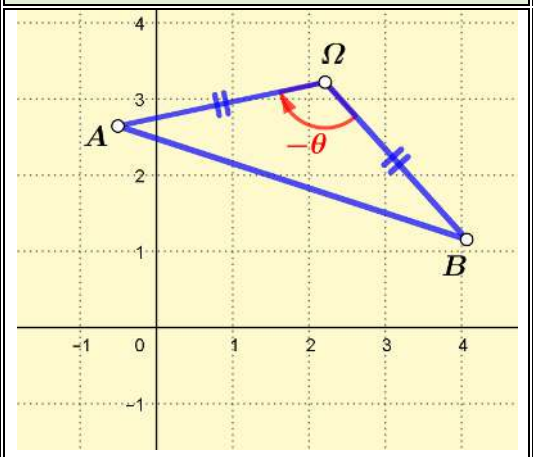
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر أو الدوران

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت $k\neq 1$ و $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;k;\frac{\pi}{2}\right)}}B(z_B)$	إذا كانت $k\neq 1$ و $A(z_A)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;k;-\frac{\pi}{2}\right)}}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في Ω	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في Ω
	
إذا كانت $\theta\notin\left\{\pm\frac{\pi}{2},\pm\frac{\pi}{3},k\pi\right\}$ و $A(z_A)\xrightarrow{r_{(\Omega;\theta)}}B(z_B)$	إذا كانت $\theta\notin\left\{\pm\frac{\pi}{2},\pm\frac{\pi}{3},k\pi\right\}$ و $A(z_A)\xrightarrow{r_{(\Omega;\theta)}}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين رأسه الأساسي Ω	فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين رأسه الأساسي Ω
	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

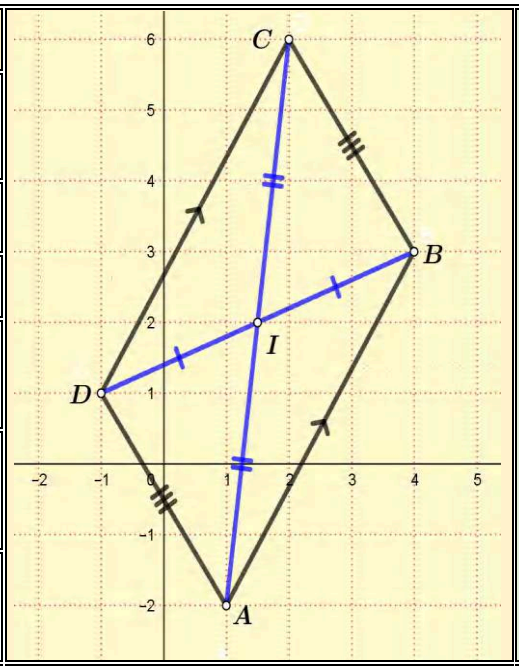
طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

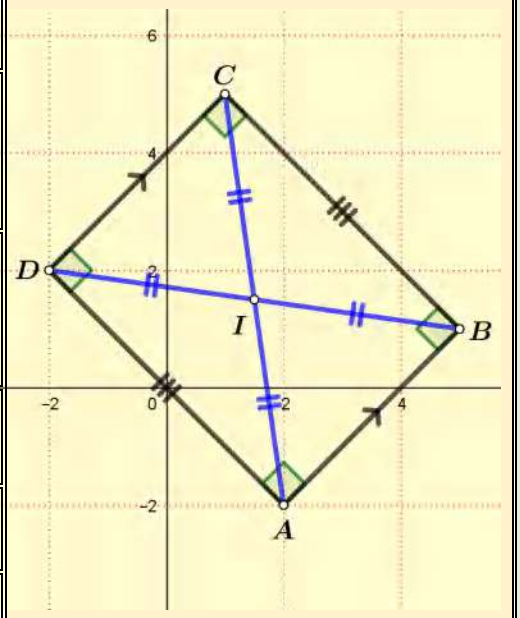
الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع



احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان	$z_A + z_C = z_B + z_D$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	$z_B - z_A = z_C - z_D$
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	$z_D - z_A = z_C - z_B$
$\arg\left(\frac{z_C - z_D}{z_B - z_A}\right) = 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z}$ و $\left\|\frac{z_C - z_D}{z_B - z_A}\right\| = 1$	
$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = (2k+1)\pi \;/\; k \in \mathbb{Z}$ و $\left\|\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right\| = 1$	
C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$	$C = t_{\overrightarrow{AB}}(D)$

الرباعي $ABCD$ مستطيل



احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان و متساويان	$z_A + z_C = z_B + z_D$ و $\|z_C - z_A\| = \|z_B - z_D\|$
القطران متناصفان وضلعان متتاليين متعامدان	$z_A + z_C = z_B + z_D$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z}$
ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوازيان وضلعان متتاليين متعامدان	$z_B - z_A = z_C - z_D$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z}$
$\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2} = z_I$ و	$\theta \neq \frac{\pi}{2}$ مع $B = r_{(I,\theta)}(A)$
$z_B - z_A = z_C - z_D$ و	$k \neq 1$ مع $D = S_{\left(A,k,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$
$z_A + z_C = z_B + z_D$ و	$k \neq 1$ مع $D = S_{\left(A,k,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

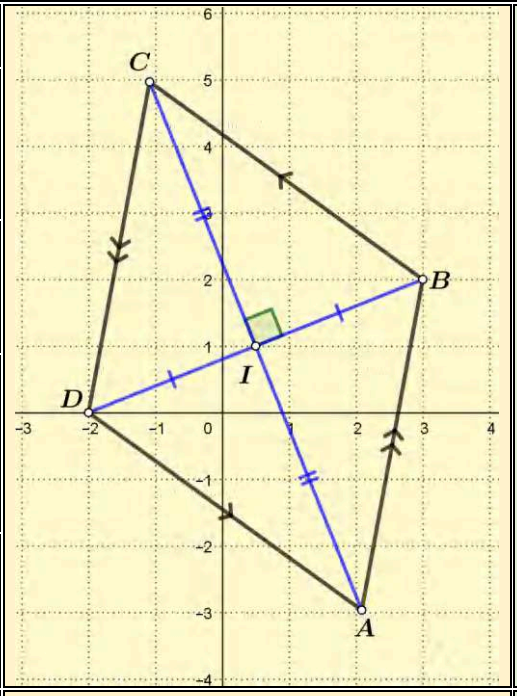
طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي $ABCD$ معين



احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان و متعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ $\arg\left(\frac{z_D-z_B}{z_C-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ وضلعان متتاليين متقايسان	$z_B-z_A=z_C-z_D$ $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_A\rvert$

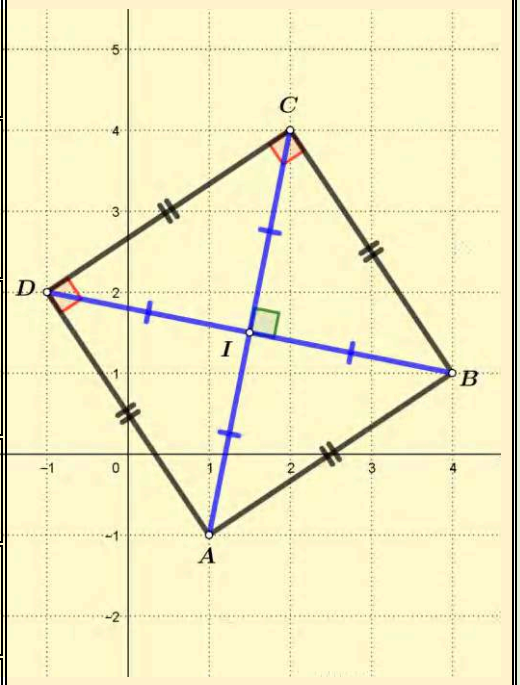
$\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{z_B+z_D}{2}=z_I$ و

$k\neq 1$ مع $D=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(C)$ و $B=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$

$B=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$ (المثلث AIB قائم في I) و

$C=\sigma_I(A)$ و $D=\sigma_I(B)$

الرباعي $ABCD$ مربع



احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان و متساويان ومتعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ $\left(\frac{z_D-z_B}{z_C-z_A}\right)=i$
القطران متناصفان وضلعان متتاليين متقايسان ومتعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$ و
ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوزيان وضلعان متتاليين متقايسان ومتعامدان	$z_B-z_A=z_C-z_D$ $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$ و

$\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$ و $C=\sigma_I(A)$

$\left(\frac{z_B-z_I}{z_A-z_I}\right)=i$ و $C=\sigma_I(A)$ و $D=\sigma_I(B)$

$B=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$ و $C=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$ و $D=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(C)$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

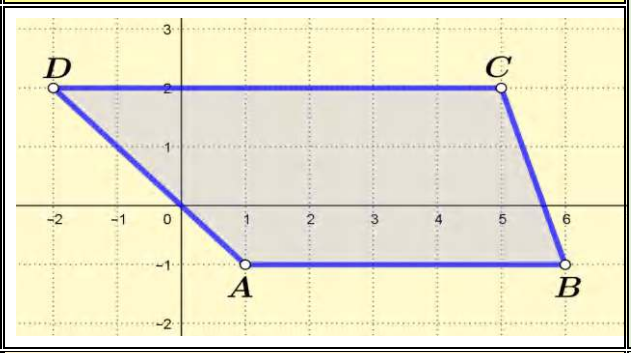
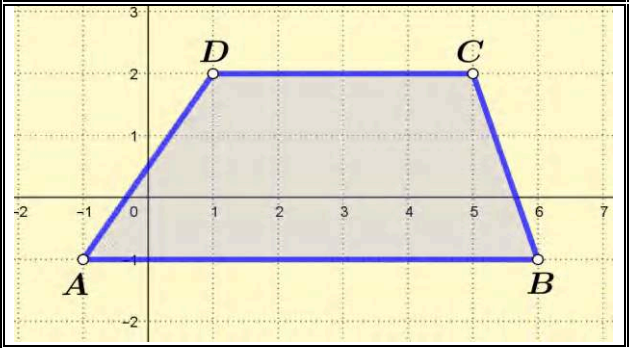
حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي $ABCD$ شبه منحرف

إذا كان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

أو $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_D} = k$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

أو $D(z_D) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} A(z_A)$ و $C(z_C) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} B(z_B)$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

$0 < k < 1$	$k > 1$
	

الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين

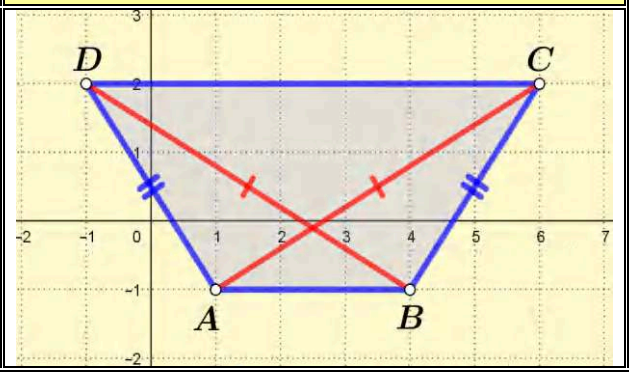
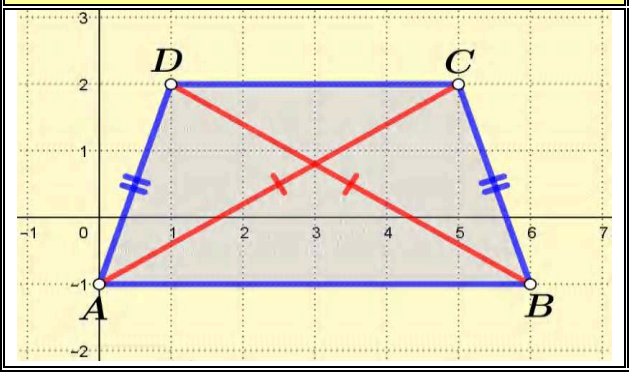
إذا كان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$ و ($AD = BC$ أو $AC = BD$)

أو $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_D} = k$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

و ($|z_D - z_A| = |z_C - z_B|$ أو $|z_A - z_C| = |z_D - z_B|$)

أو $D(z_D) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} A(z_A)$ و $C(z_C) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} B(z_B)$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

و $A(z_A) \xrightarrow[\theta \neq k\pi]{r_{(\Omega,\theta)}} B(z_B)$

$0 < k < 1$	$k > 1$
	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

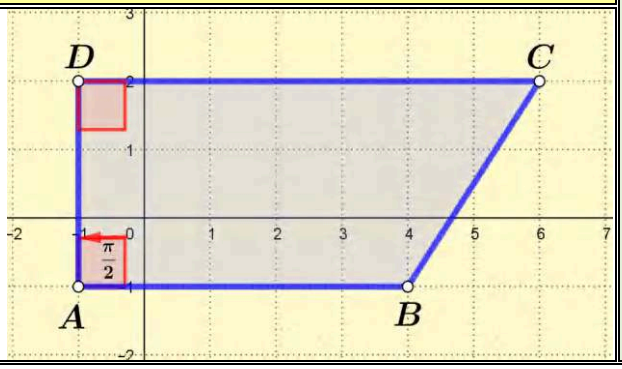
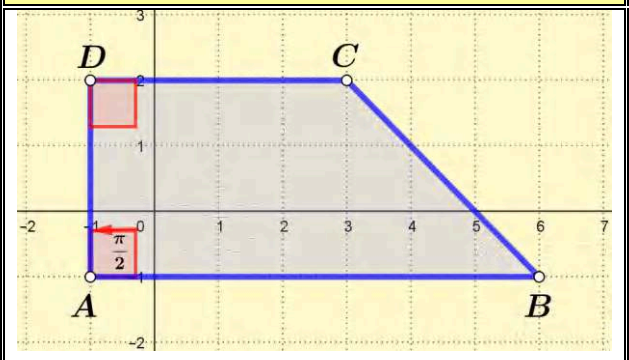
الرباعي $ABCD$ شبه منحرف قائم في A

إذا كـــــان $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{DC}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ و ($\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ أي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$)

أو $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_D}=k$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ و $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\beta i\ /\ \beta\in\mathbb{R}_+^*$

أو $D(z_D)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}A(z_A)$ و $C(z_C)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}B(z_B)$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$

و $D(z_D)\xrightarrow{S_{\left(A,\lambda,\frac{\pi}{2}\right)}}B(z_B)$ مع $\lambda\in\mathbb{R}_+^*$

$0<k<1$	$k>1$
	

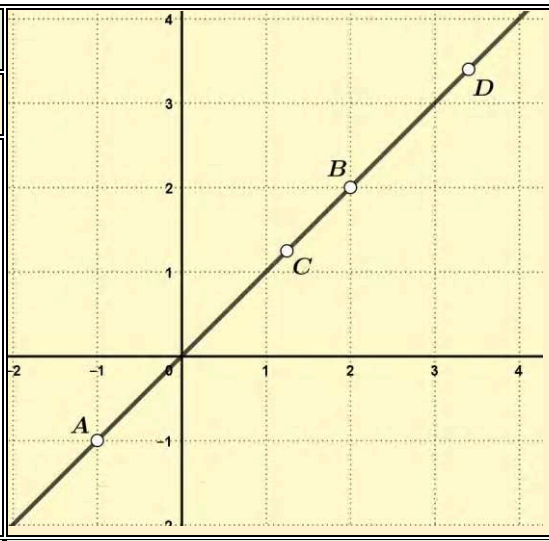
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

استقامية أربعة نقط او انتماؤها لنفس الدائرة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

النقط A ، B ، C و D في استقامية



تحقيق الشرط التالية

$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$

و

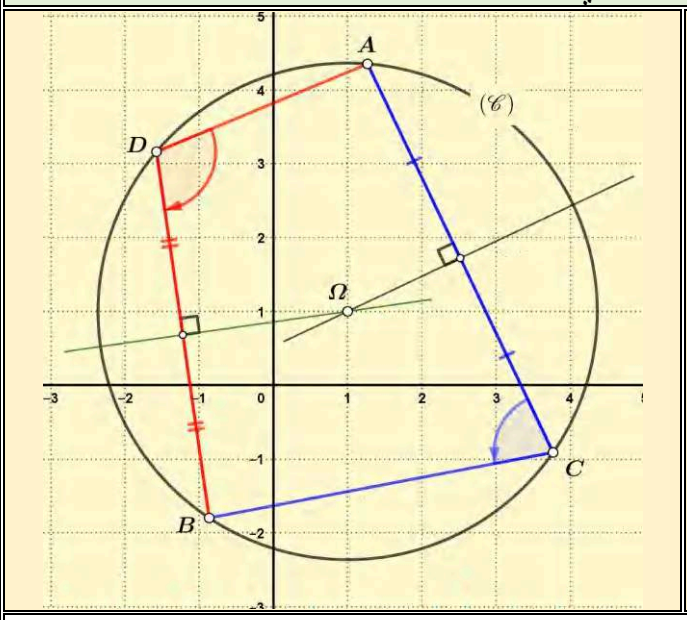
$\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right)=k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$

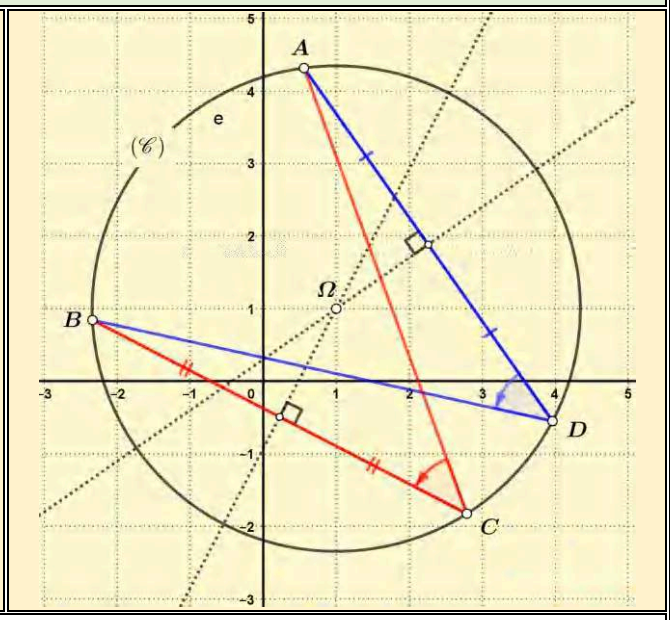
$\left(\dfrac{z_C-z_B}{z_C-z_A}\right)=a \;/\; a\in\mathbb{R}^*$

و

$\left(\dfrac{z_D-z_B}{z_D-z_A}\right)=b \;/\; b\in\mathbb{R}^*$

النقط A ، B ، C و D تنتمي الى نفس الدائرة





تحقيق الشرط التالية

$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right)+k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$

أي

$\arg\left(\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)-\arg\left(\dfrac{z_B-z_D}{z_A-z_D}\right)=k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$

$\left(\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)\Big/\left(\dfrac{z_B-z_D}{z_A-z_D}\right)=\lambda \;/\; \lambda\in\mathbb{R}^*$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تساوي عددين مركبين (في شكليهما الجبري)

مبرهنة: يكون عددان مركبان z و z' متساويين
إذا و فقط إذا كان لهما نفس الطويلة، نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي.

$$z = z' \text{ معناه } \begin{cases} |z| = |z'| \\ \Re e(z) = \Re e(z') \\ \Im m(z) = \Im m(z') \end{cases}$$

الجذران التربيعيان لعدد مركب

تعريف: عدد مركب .
يسمى حل المعادلة $z^2 = \omega$ في المجموعة $\mathbb{C}$ الجذرين التربيعيين للعدد ω .

نتيجة1: (الجذران التربيعيان على الشكل الجبري)

ω عدد مركب معلوم وغير معدوم حيث $\omega = a + ib$ و z عدد مركب حيث $z = x + iy$

z جذرا تربيعيا للعدد ω فان $z^2 = \omega \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = |\omega| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

و في حالة : $\begin{cases} b > 0 \text{ فان } x \text{ و } y \text{ من نفس الاشارة} \\ b < 0 \text{ فان } x \text{ و } y \text{ مختلفين في الاشارة} \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} x = \sqrt{\frac{|\omega| + a}{2}} \text{ و } x = -\sqrt{\frac{|\omega| + a}{2}} \\ y = \sqrt{\frac{|\omega| - a}{2}} \text{ و } y = -\sqrt{\frac{|\omega| - a}{2}} \end{cases}$

ومنه الجذران التربيعيان $z_1 = x + iy$ و $z_2 = -z_1$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

تساوي عددين مركبين (في شكليهما المثلثي)

مبرهنة: يكون عددان مركبان z و z' متساويين
إذا و فقط إذا كان لهما نفس الطويلة، و عمدتان متوافقتان بتردد 2π .

$$z = z' \text{ معناه } \begin{cases} |z| = |z'| \\ arg(z') = arg(z) + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

نتيجة2: (الجذران التربيعيان على الشكل المثلثي)

ω عدد مركب معلوم وغير معدوم حيث $\omega = \rho(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

و z عدد مركب حيث $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

z جذرا تربيعيا للعدد ω فان: $\begin{cases} r^2 = \rho \\ 2\theta = \alpha + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z^2| = |\omega| \\ arg(z^2) = arg(\omega) + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} r = \sqrt{\rho} \\ \theta = \frac{\alpha}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ومنه الجذران التربيعيان: $\begin{cases} z_1 = \sqrt{\rho}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] \\ z_2 = \sqrt{\rho}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right)\right] = -z_1 \end{cases}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

حل معادلات من الدرجة الثانية بمعاملات حقيقية

نعتبر المعادلة $(1) \rightarrow az^2+bz+c=0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية مع $a \neq 0$

نحسب المميز $\Delta = b^2-4ac$

في حالة $\Delta \in \mathbb{R}_+$	في حالة $\Delta \in \mathbb{R}_-^*$
المعادلة (1) تقبل حلين حقيقيين $z_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $z_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	المعادلة (1) تقبل حلين مركبين مترافقين $z_1 = \dfrac{-b-i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$; $z_2 = \overline{z_1} = \dfrac{-b+i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$

حل معادلات من الدرجة الثانية بمعاملات مركبة

نعتبر المعادلة $(2) \rightarrow az^2+bz+c=0$ حيث a ، b و c أعداد مركبة مع $a \neq 0$

نحسب المميز $\Delta = b^2-4ac$

في حالة $\Delta \in \mathbb{R}_+$	في حالة $\Delta \in \mathbb{R}_-^*$	في حالة $\Delta \in \mathbb{C}-\mathbb{R}$
المعادلة (2) تقبل حلين حقيقيين $\begin{cases} z_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ z_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$	المعادلة (2) تقبل حلين مركبين $\begin{cases} z_1 = \dfrac{-b-i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a} \\ z_2 = \dfrac{-b+i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a} \end{cases}$	المعادلة (2) تقبل حلين مركبين $\begin{cases} z_1 = \dfrac{-b-\delta}{2a} \\ z_2 = \dfrac{-b+\delta}{2a} \end{cases}$ حيث δ أحد الجذرين التربيعيين لـ Δ

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

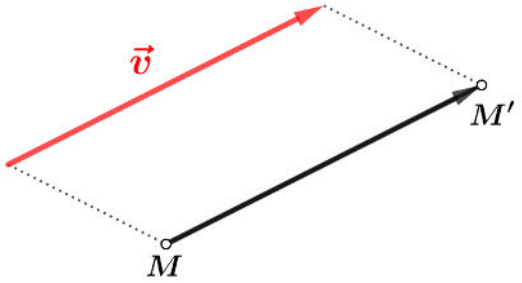
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التحويلات النقطية

1 - الانسحاب $t_{\vec{v}}$
- Translation -

شعاع السحب هو $\vec{v}(\alpha;\beta)$

$M \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M'$ حيث $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$

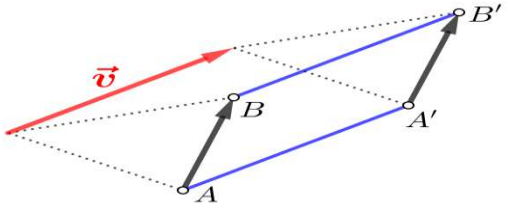


الخاصية المميزة

$t_{\vec{v}}$

$\vec{v}$

$\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ فان



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $t_{\vec{v}}^{-1} = t_{-\vec{v}}$.
- تقايس : $A'B' = AB$.
- $\vec{v} \neq \vec{0}$ لاتوجد نقاط صامدة .

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\vec{v} = \vec{0}$ فان $t_{\vec{v}} = I_{(P)}$

أي التحويل الحيادي أو الطابق .

التركيب

- $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}} = t_{(\vec{v}+\vec{u})}$
- $\underbrace{t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{v}} \circ \cdots \circ t_{\vec{v}}}_{n\text{ مرة}} = t_{\vec{v}}^{n} = t_{(n\vec{v})}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$M(x;y) \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M(x';y')$

$$\begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases}$$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$M(z) \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M(z')$

$z' = z + z_{\vec{v}}$

$z' = z + \alpha + \beta i$

ملاحظات على التحويل : الانسحاب يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجع - الاشكال - الاطوال - المساحات -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

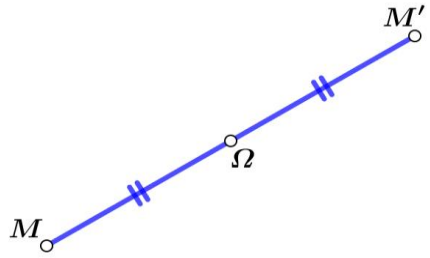
التحويلات النقطية

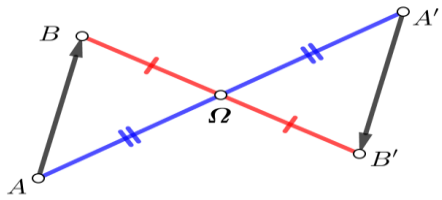
2 - التناظر المركزي σ_Ω
- Symétrie centrale -

مركز التناظر هي النقطة $\Omega(x_0\,;y_0)$

$M \xrightarrow{\sigma_\Omega} M'$ حيث $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$

Ω منتصف القطعة $[MM']$



الخاصية المميزة	خواص التحويل
$\begin{cases} A \xrightarrow{\sigma_\Omega} A' \\ B \xrightarrow{\sigma_\Omega} B' \end{cases}$ فان $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{AB}$ 	- تقابلي . - تحويله العكسي $\sigma_\Omega^{-1} = \sigma_\Omega$.(تضامني) - تقايس : $A'B' = AB$. - Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة .
حالات خاصة للتحويل	**التركيب**
- عندما $\Omega = O$ يسمي تناظر بالنسبة للمبدأ المعلم .	- $\sigma_{\Omega_2} \circ \sigma_{\Omega_1} = t_{2\overrightarrow{\Omega_1\Omega_2}}$ - $\underbrace{\sigma_\Omega \circ \sigma_\Omega \circ \cdots \circ \sigma_\Omega}_{n \text{ مرة}} = \begin{cases} I_{(P)} / n & \text{ي} \\ \sigma_\Omega / n & \text{ي} \end{cases}$
العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	**عبارة التحويل في المستوي المركب**
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = -x + 2x_0 \\ y' = -y + 2y_0 \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(z')$ $z' - z_\Omega = -(z - z_\Omega)$ $z' = -z + 2z_\Omega$
-عندما $\Omega = O$ $M(x;y) \xrightarrow{\sigma_O} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(z')$ $z' = -z$

ملاحظات على التحويل : التناظر المركزي يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجع - الاشكال - الاطوال - المساحات -

إعداد الأستاذ: ابراهيم وعلي حسين

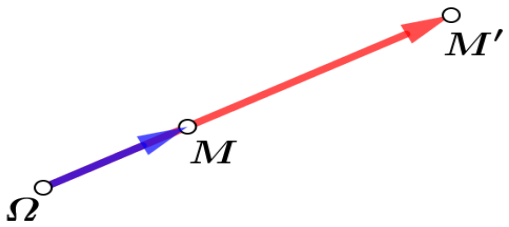
التحويلات النقطية

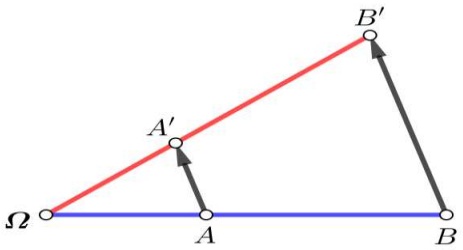
3 - التحاكي $h_{(\Omega,k)}$
- Homothétie -

مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و نسبته $k\in\mathbb{R}^*$

$M\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}M'$ حيث $\overrightarrow{\Omega M'}=k\,\overrightarrow{\Omega M}$

النقط Ω ، M و M' في إستقامية



الخاصية المميزة	خواص التحويل
$\overrightarrow{A'B'}=k\,\overrightarrow{AB}$ فان $h_{(\ ,k)}$ 	- تقابلي . - تحويله العكسي $h^{-1}_{(\Omega,k)}=h_{\left(\Omega,\frac{1}{k}\right)}$ - ليس تقايس $A'B'=\lvert k\rvert AB$ مع $(k\neq\pm1)$ - Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة $(k\neq1)$

حالات خاصة للتحويل	التركيب
- عندما $k=1$ فان $h_{(\Omega,1)}=I_{(\pi)}$ - عندما $k=-1$ فان $h_{(\Omega,-1)}=\sigma_{\Omega}$	- $h_{(\Omega,k_1)}\circ h_{(\Omega,k_2)}=h_{(\Omega,k_1\times k_2)}$ - $\underbrace{h_{(\Omega,k)}\circ h_{(\Omega,k)}\circ\cdots\circ h_{(\Omega,k)}}_{n\text{ مرة}}=h^n_{(\Omega,k)}=h_{(\Omega,k^n)}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب
$M(x;y)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=k\,x+(1-k)\,x_0\\y'=k\,y+(1-k)\,y_0\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}M(z')$ $z'-z_\Omega=k(z-z_\Omega)$ $z'=k\,z+(1-k)\,z_\Omega$
-عندما $\Omega=O$: $M(x;y)\xrightarrow{h_{(O,k)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=k\,x\\y'=k\,y\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{h_{(O,k)}}M(z')$ $z'=k\,z$

ملاحظات على التحويل: التحاكي يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجح -
- الاشكال لكن : في حالة $\lvert k\rvert<1$ (تصغير) - في حالة $\lvert k\rvert>1$ (تكبير) -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

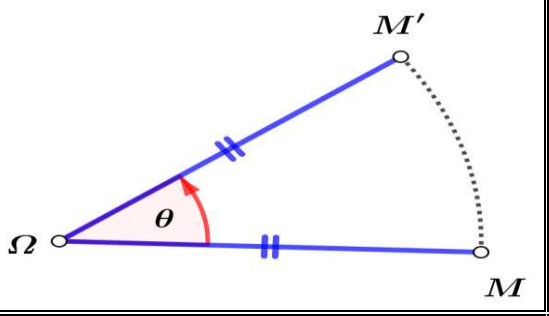
التحويلات النقطية

4 - الـــــــــدوران $r_{(\Omega,\theta)}$

- Rotation -

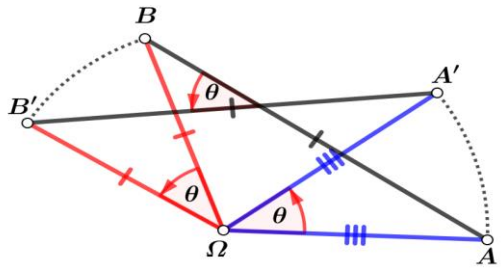
مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و زاويته $\theta\in\mathbb{R}$

$M\xrightarrow{r_{(\Omega,k)}}M'$ حيث $\begin{cases}\Omega M=\Omega M'\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta+2\lambda\pi\end{cases}$



الخاصية المميزة

$\begin{cases}A\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}A'\\ B\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}B'\end{cases}$ فان $\begin{cases}A'B'=AB\\ \left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $r^{-1}_{(\Omega,\theta)}=r_{(\Omega,-\theta)}$
- تقايس $A'B'=AB$
- Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\theta=2\lambda\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$

فان $r_{(\Omega,\theta)}=I_{(P)}$

- عندما $\theta=(2\lambda+1)\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$

فان $r_{(\Omega,\theta)}=\sigma_{\Omega}$

التركيب

- $r_{(\Omega,\theta_1)}\circ r_{(\Omega,\theta_2)}=r_{(\Omega,\theta_1+\theta_2)}$
- $\underbrace{r_{(\Omega,\theta)}\circ r_{(\Omega,\theta)}\circ\cdots\circ r_{(\Omega,\theta)}}_{n\text{ مرة}}=r^n_{(\Omega,\theta)}=r_{(\Omega,n\theta)}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$M(x;y)\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}M(x';y')$

$$\begin{cases}x'-x_0=(x-x_0)\cos\theta-(y-y_0)\sin\theta\\ y'-y_0=(x-x_0)\sin\theta+(y-y_0)\cos\theta\end{cases}$$

- عندما: $\Omega=O$

$M(x;y)\xrightarrow{r_{(O,\theta)}}M(x';y')$

$$\begin{cases}x'=x\cos\theta-y\sin\theta\\ y'=x\sin\theta+y\cos\theta\end{cases}$$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$M(z)\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}M(z')$

$$z'-z_\Omega=e^{i\theta}(z-z_\Omega)$$

$$z'=e^{i\theta}z+(1-e^{i\theta})z_\Omega$$

$M(z)\xrightarrow{r_{(O,\theta)}}M(z')$

$$z'=e^{i\theta}z$$

ملاحظات على التحويل: الدوران يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجح - الاشكال - الاطوال - المساحات -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

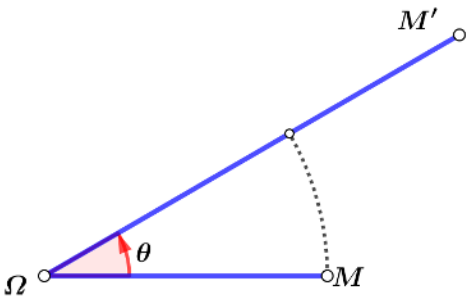
التحويلات النقطية

5 - التشابه المباشر $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}$
- Similitude directe -

مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و زاويته $\theta\in\mathbb{R}$

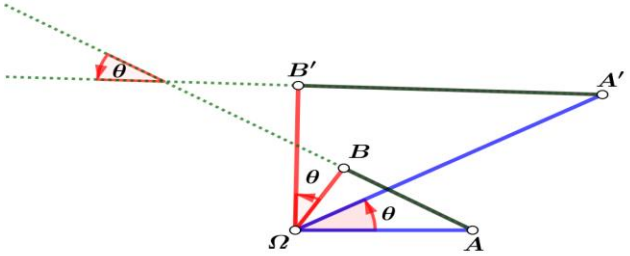
ونسبته $k\in\mathbb{R}_+^*$

$\begin{cases}\Omega M'=k\,\Omega M\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta+2\lambda\pi\end{cases}$ حيث $M\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}M'$



الخاصية المميزة

$\begin{cases}A\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}A'\\ B\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}B'\end{cases}$ فان $\begin{cases}A'B'=k\,AB\\ \left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $\mathcal{S}^{-1}_{(\Omega,k,\theta)}=\mathcal{S}_{\left(\Omega,\frac{1}{k},-\theta\right)}$
- ليس تقايس لان $A'B'=k\,AB$ مع $k\neq 1$
- Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\theta=2\lambda\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=h_{(\Omega,k)}$
- عندما $\theta=(2\lambda+1)\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=h_{(\Omega,-k)}$
- عندما $k=1$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=r_{(\Omega,\theta)}$

التركيب

- $\mathcal{S}_{(\Omega,k_1,\theta_1)}\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k_2,\theta_2)}=\mathcal{S}_{(\Omega,k_1k_2,\theta_1+\theta_2)}$
- $\underbrace{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}\circ\cdots\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}_{n\text{ مرة}}=\mathcal{S}_{(\Omega,k^n,n\theta)}$
- $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=r_{(\Omega,\theta)}\circ h_{(\Omega,k)}=h_{(\Omega,k)}\circ r_{(\Omega,\theta)}$
- $r_{(\Omega,\theta)}\circ h_{(\Omega,k)}=\begin{cases}\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)} & /\,k>0\\ \mathcal{S}_{(\Omega,-k,\pi+\theta)} & /\,k<0\end{cases}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$M(x;y)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}M(x';y')$

$\begin{cases}x'-x_0=k\left[(x-x_0)\cos\theta-(y-y_0)\sin\theta\right]\\ y'-y_0=k\left[(x-x_0)\sin\theta+(y-y_0)\cos\theta\right]\end{cases}$

- عندما $\Omega=O$:

$M(x;y)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(O,k,\theta)}}M(x';y')$

$\begin{cases}x'=k(x\cos\theta-y\sin\theta)\\ y'=k(x\sin\theta+y\cos\theta)\end{cases}$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$M(z)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}M(z')$

$z'-z_\Omega=k\,e^{i\theta}(z-z_\Omega)$

$z'=k\,e^{i\theta}\,z+(1-k\,e^{i\theta})\,z_\Omega$

$M(z)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(O,k,\theta)}}M(z')$

$z'=k\,e^{i\theta}\,z$

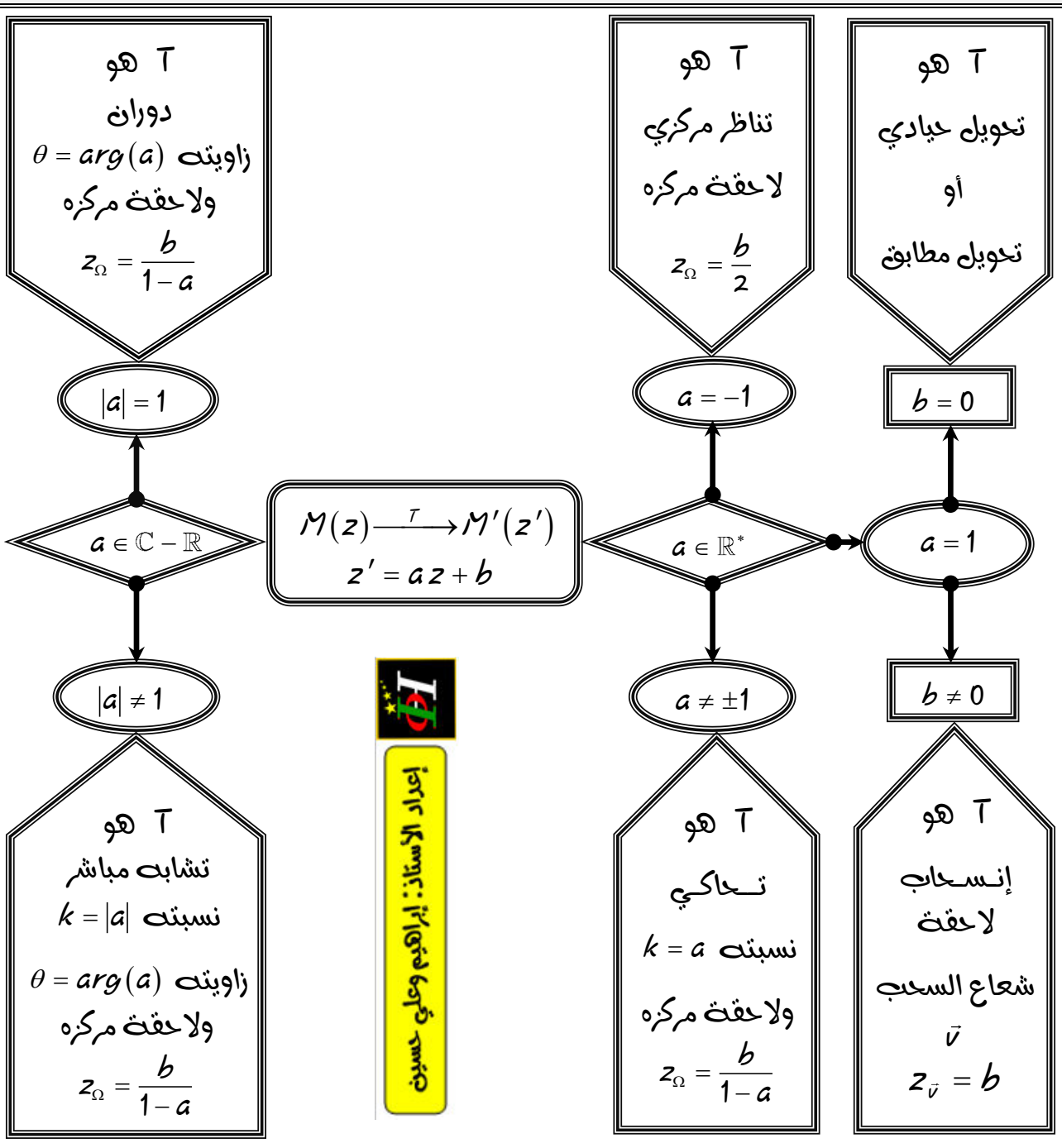
ملاحظات على التحويل: التشابه المباشر يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجح -
- الاشكال لكن : في حالة $0<k<1$ (تصغير) - في حالة $k>1$ (تكبير) -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة التحويل T

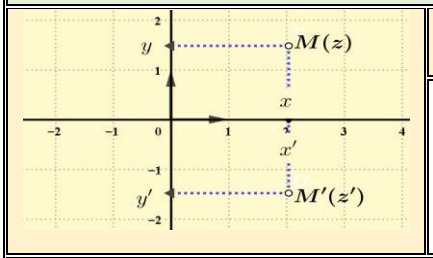
$M(z)\xrightarrow{T}M'(z')$ حيث $z'=az+b$ مع $a,b,c\in\mathbb{C}$ و $a\neq 0$



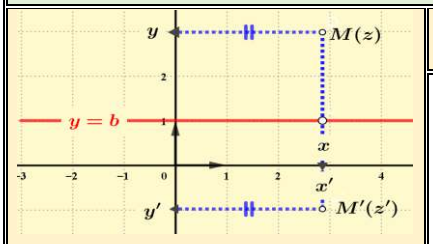
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التناظرات التعامدية الشهيرة

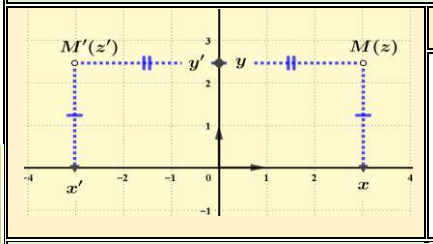
التناظر بالنسبة لمحور الفواصل

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(xx')}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(xx')}} M(z')$ $Z' = \overline{Z}$	

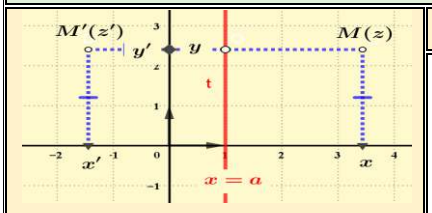
التناظر بالنسبة لمستقيم موازي لمحور الفواصل

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(y=b)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y + 2b \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(y=b)}} M(z')$ $Z' = \overline{Z} + 2ib$	

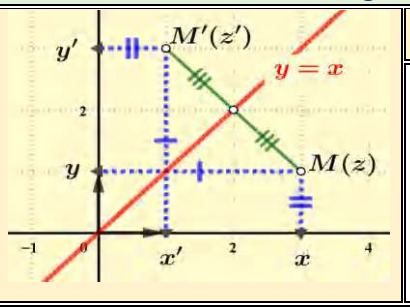
التناظر بالنسبة لمحور التراتيب

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(yy')}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(yy')}} M(z')$ $Z' = -\overline{Z}$	

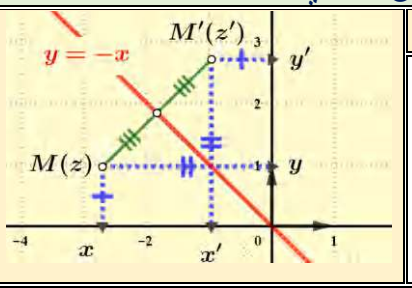
التناظر بالنسبة لمستقيم موازي لمحور التراتيب

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(x=a)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = -x + 2a \\ y' = y \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(x=a)}} M(z')$ $Z' = -\overline{Z} + 2a$	

التناظر بالنسبة لمنصف الربع الأول (y = x)

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(y=x)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(y=x)}} M(z')$ $Z' = i\,\overline{Z}$	

التناظر بالنسبة لمنصف الربع الثاني (y = - x)

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_{(y=-x)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{\sigma_{(y=-x)}} M(z')$ $Z' = -i\,\overline{Z}$	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

طبيعة التحويل T

$$M(z) \xrightarrow{T} M'(z')$$

حـ يـ ث

$$z' = a\,z + b$$

علما أن

$$\begin{cases} B = T(A) \\ D = T(C) \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} A \xrightarrow{T} B \\ C \xrightarrow{T} D \end{cases}$$

فان

$$\begin{cases} z_B = a\,z_A + b \\ z_D = a\,z_C + b \end{cases}$$

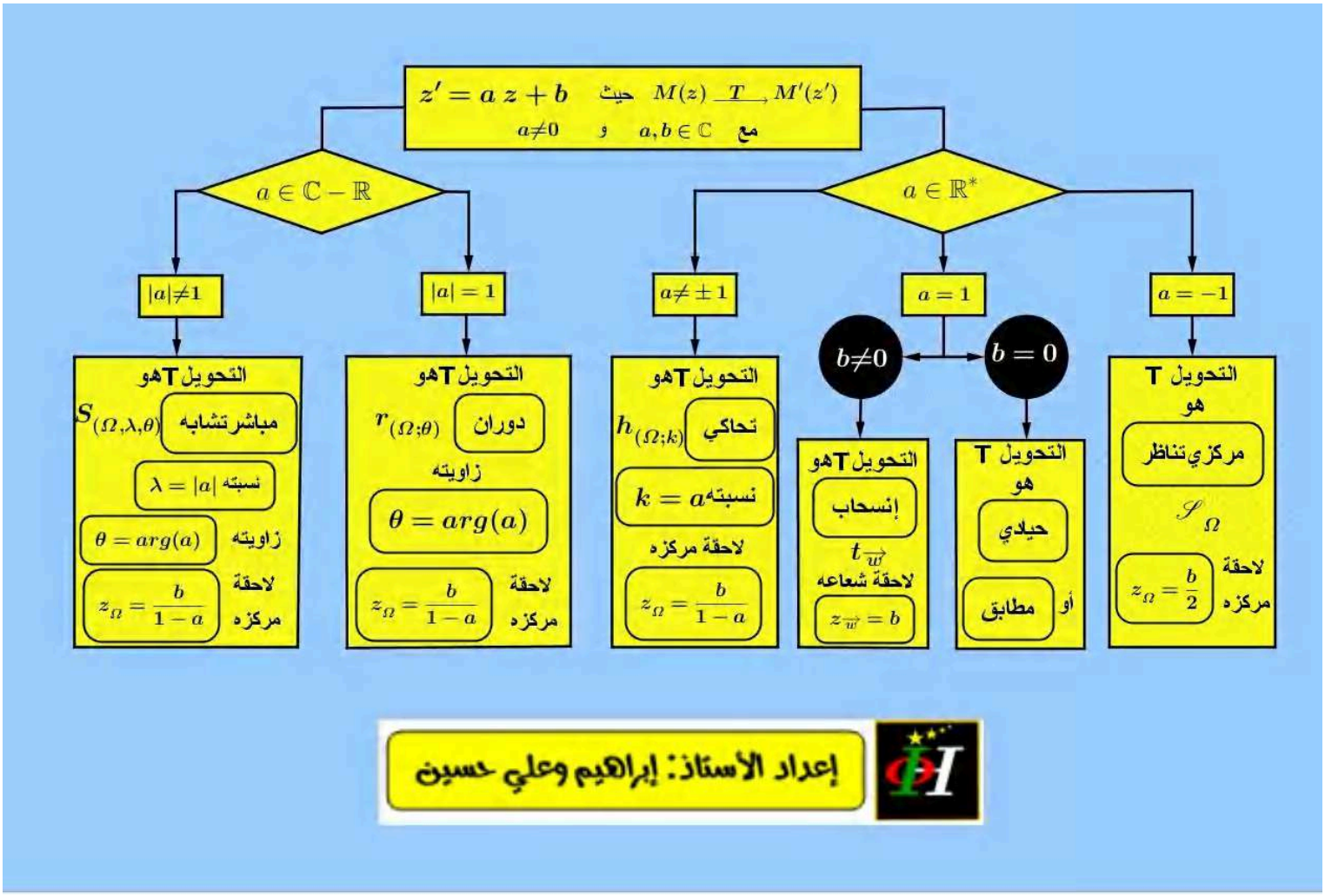
يحدد طبيعة التحويل انطلاقا من طبيعة العدد a

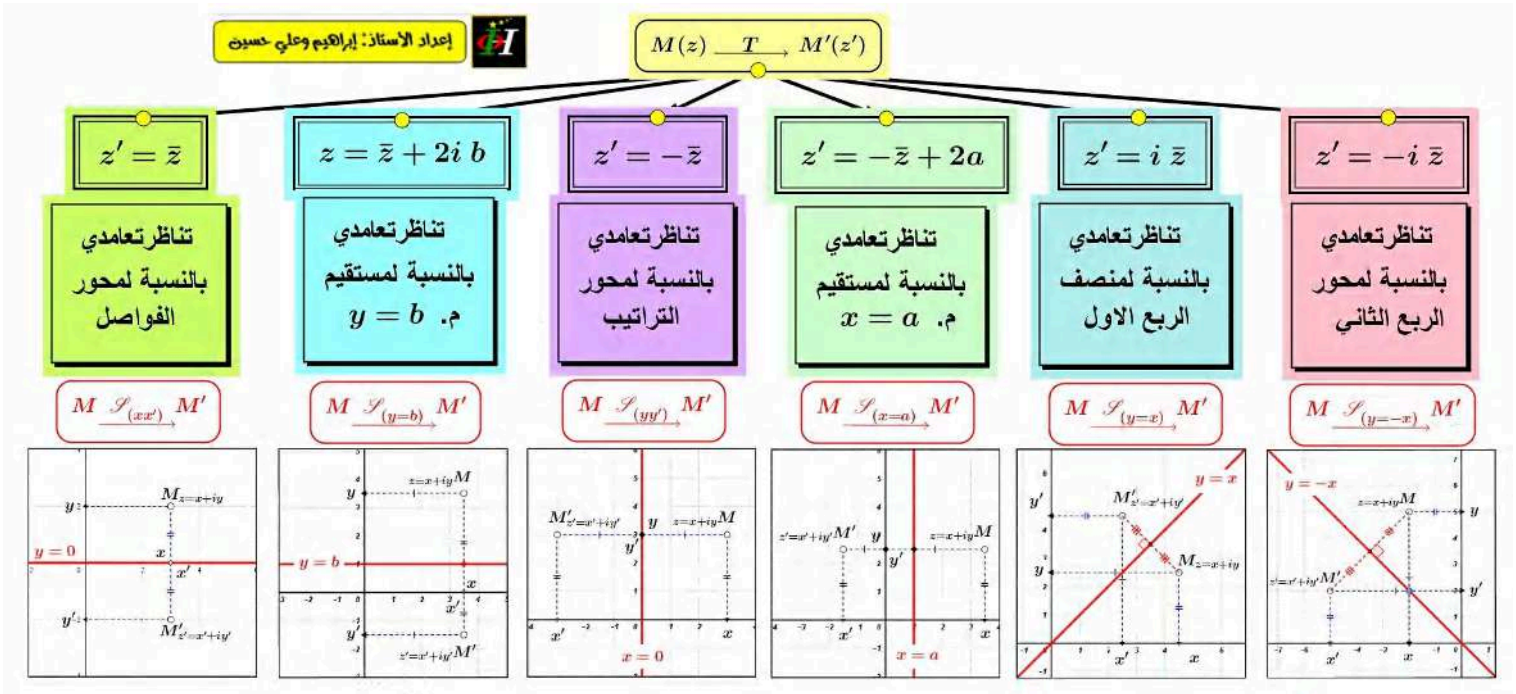
و بذلك

$$\begin{cases} a = \dfrac{z_D - z_B}{z_C - z_A} \\ b = z_B - a\,z_A \end{cases}$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM





قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التحاكي

موضع مركز تحاكي بالنسبة لنقطة وصورتها

$A \neq B$ مع $A \xrightarrow{h_{(C,k)}} B$

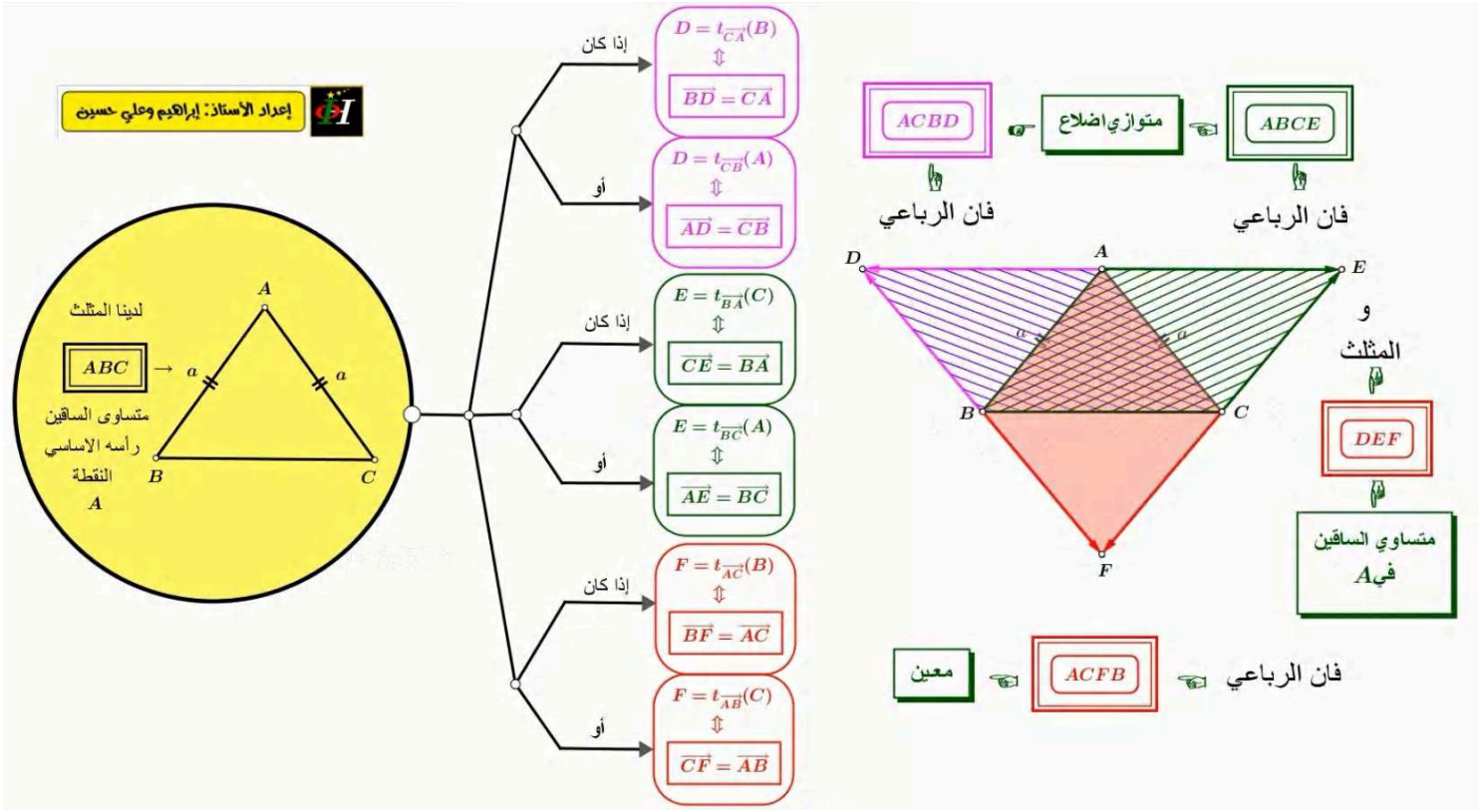
$k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ حيث $\overrightarrow{BC} = \frac{k}{k-1}\overrightarrow{BA}$ و منه $\overrightarrow{CB} = k\,\overrightarrow{CA}$

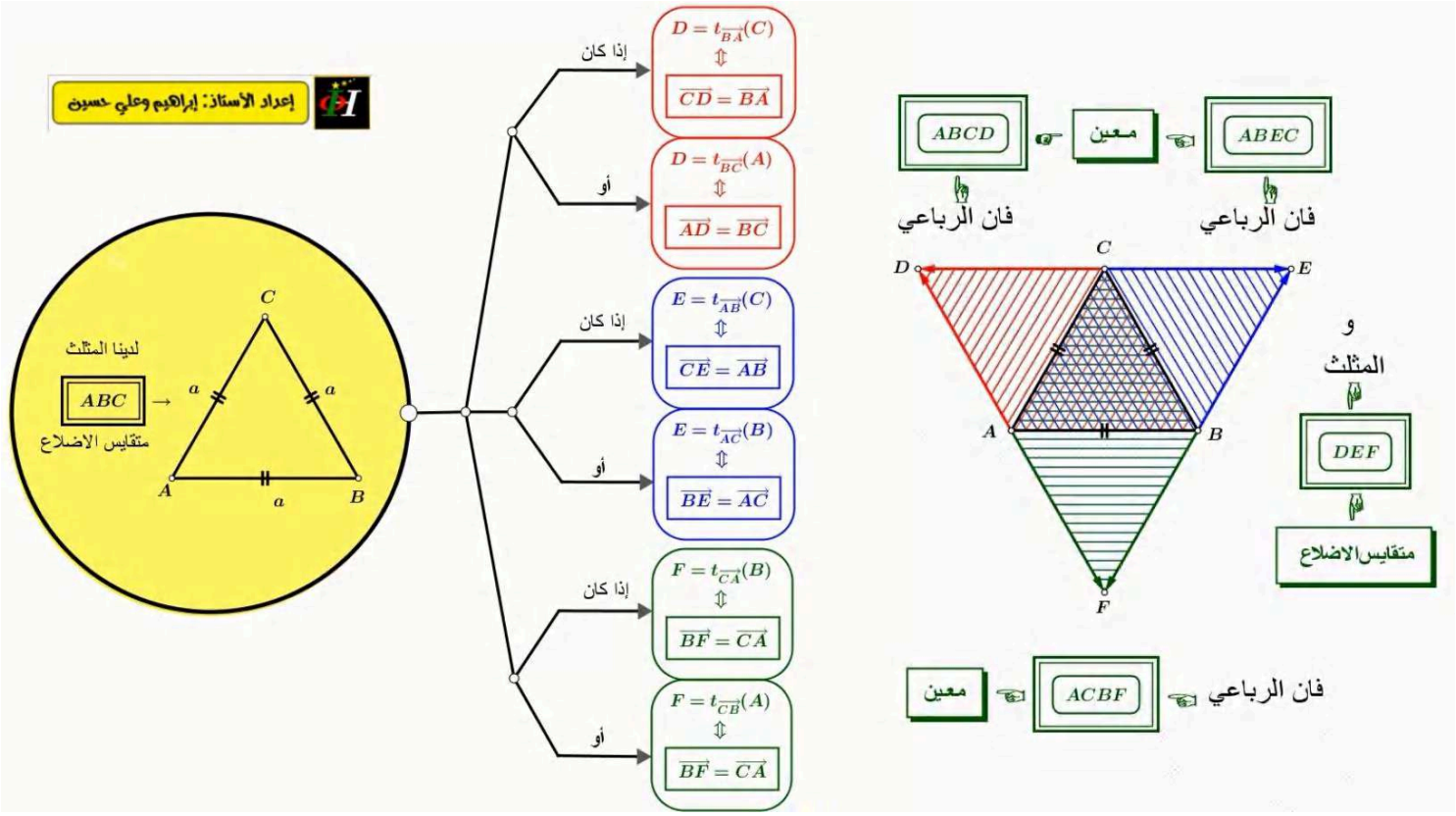
$k > 1$	$k < 0$	$0 < k < 1$
فان	فان	فان
$\frac{k}{k-1} > 1$	$0 < \frac{k}{k-1} < 1$	$\frac{k}{k-1} < 0$



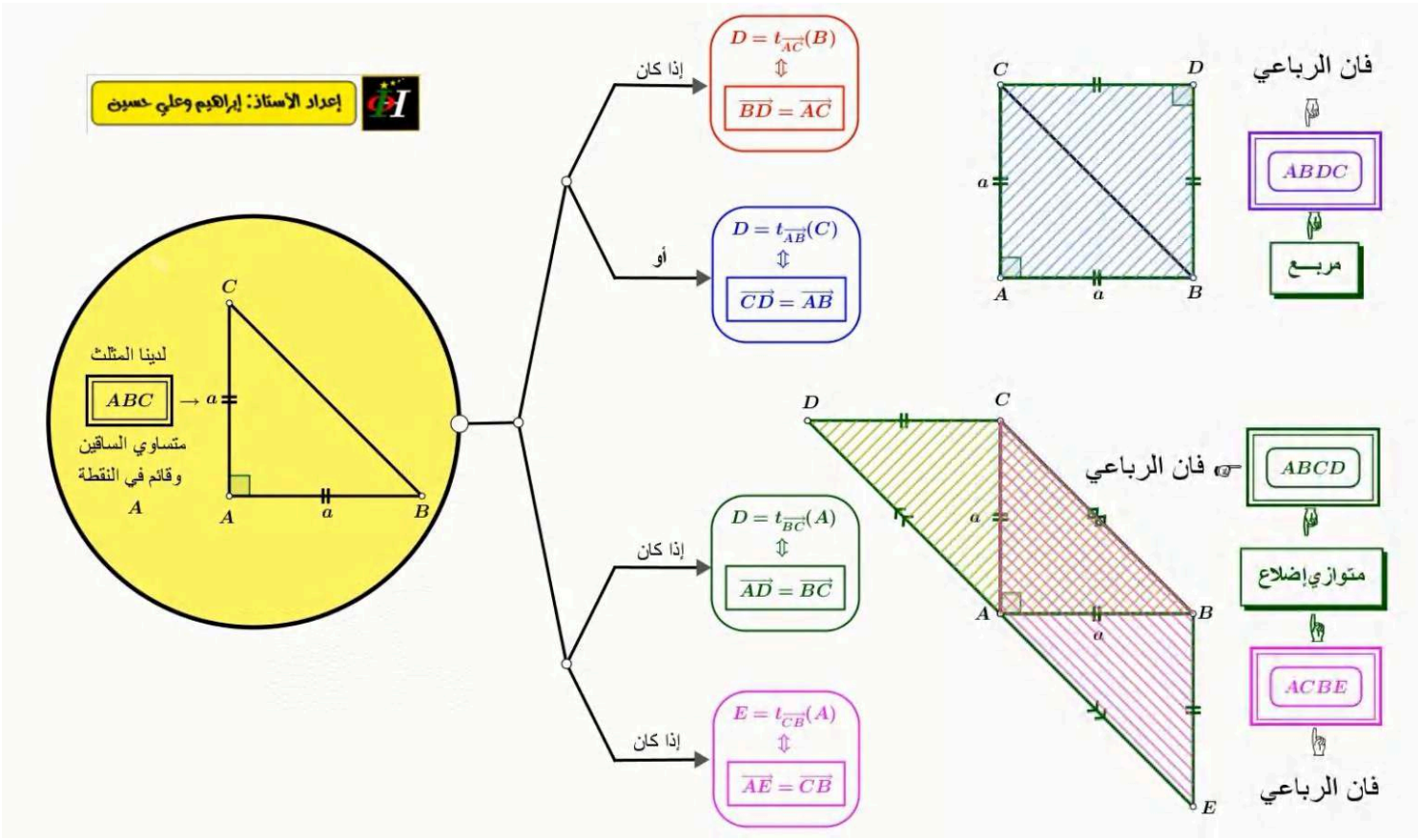
$C \in]A; -\overrightarrow{AB})$	$C \in]AB[$	$C \in]B; \overrightarrow{AB})$

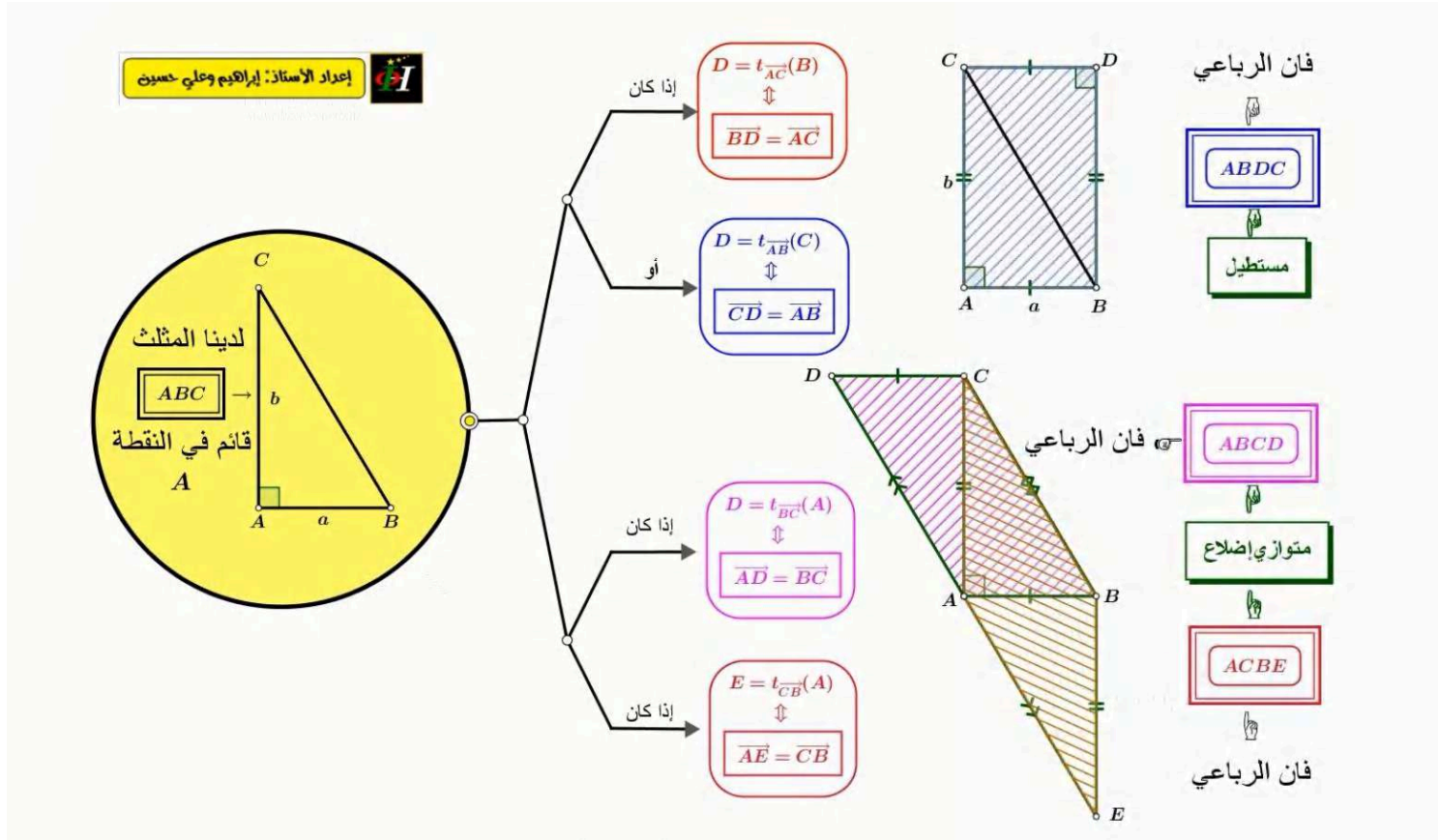
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM





قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM





قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعادلات المثلثية البسيطة

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ f(x) = -g(x) + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \end{cases}$$

$$\sin x = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ x = (\pi - \beta) + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ f(x) = (\pi - g(x)) + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \end{cases}$$

$$\cos x = \sin \alpha \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ x = \left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\tan x = \tan \delta \Leftrightarrow (x = \delta + k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} \tan f(x) = \tan g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \\ f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k'\pi \ ; \ g(x) \neq \frac{\pi}{2} + \pi k'' \quad / k', k'' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$(1) \leftarrow \quad \cos x = a$$



في حالة :
$\Downarrow$

$a \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

فان

$S_{(1)} = \varnothing$

في حالة :
$\Downarrow$

$a \in [-1;1]$

فان

فانه يوجد على الأقل
عدد حقيقي α حيث
$\cos \alpha = a$

فان

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow (1)$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + 2k'\pi \,/\, k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$(2) \leftarrow \quad \sin x = b$

في حالة :
$\Downarrow$

$b \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

فان

$S_{(2)} = \varnothing$

في حالة :
$\Downarrow$

$b \in [-1;1]$

فان

فانه يوجد على الأقل
عدد حقيقي β حيث
$\sin \beta = b$

فان

$\sin x = \sin \beta \Leftrightarrow (2)$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} x = \beta + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \\ x = (\pi - \beta) + 2k'\pi \,/\, k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

المعادلات المثلثية الشهيرة

$$(\cos x = 1) \Leftrightarrow (x = 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z})$$

$$(\cos x = 0) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\cos x = -1) \Leftrightarrow \begin{cases} (x = \pi + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}) \\ (x = -\pi + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$(\cos x = -\sin x) \Leftrightarrow \left(x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\sin x = 0) \Leftrightarrow (x = 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z})$$

$$(\sin x = 1) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right)$$



$$(\sin x = -1) \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right) \\ \left(x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right) \end{cases}$$

$$(\cos x = \sin x) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\tan x = 1) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\tan x = 0) \Leftrightarrow (x = k\pi \quad / k \in \mathbb{Z})$$

$$(\tan x = -1) \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right) \\ \left(x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}\right) \end{cases}$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بعض العلاقات المثلثية

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

$$\alpha \in \mathbb{R}$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} -1 \le \cos\alpha \le 1 \\ 0 \le \cos^2\alpha \le 1 \\ -1 \le \sin\alpha \le 1 \\ 0 \le \sin^2\alpha \le 1 \end{array}\right\} / \ \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \quad ; \quad \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \ ; \ \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \ ; \ \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM