ملخص شامل في

المتتاليات العددية

للسنة 3 ثانوي



إعداد :

الأستاذ مسعود

الأستاذ مسعود بن منصور

الأستاذ مسعود للرياضيات

Proff_Messaoud

قلم الجزائر

WWW.DZPEN.COM

المتتاليات العددية

تعريف وتوليد متتالية

تعريف:

متتالية عددية حقيقية U هي دالة ترفق بكل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي n_0 معطى ، العدد $U(n)$

ترميز:

نرمز إلى صورة n بالمتتالية U بـ : U_n بدلا من $U(n)$ هذا الترميز الجديد يسمى الترميز بدليل

02/توليد متتالية عددية:

أ) توليد متتالية معرفة بحدها العام :

(V_n) متتالية معرفة بحدها العام $V_n = 2n - 3$

هكذا يمكننا حساب الحد الأول V_0 أو أي حد

$V_{10} = 2(10) - 3$	$V_0 = 2(0) - 3$
$V_{10} = 17$	$V_0 = -3$

ب) توليد متتالية معرفة بعلاقة تراجعية

المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = U_n + 1$

هي متتالية معرفة بعلاقة تراجعية .

ومنه نحسب الحد U_1 U_2

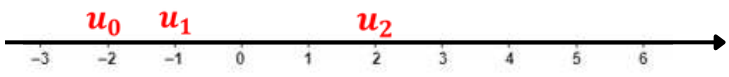
$U_2 = U_1 + 1$	$U_1 = U_0 + 1$
$U_2 = 3 + 1 = 4$	$U_1 = 2 + 1 = 3$

التمثيل البياني لمتتالية

01/متتالية معرفة بحدها العام

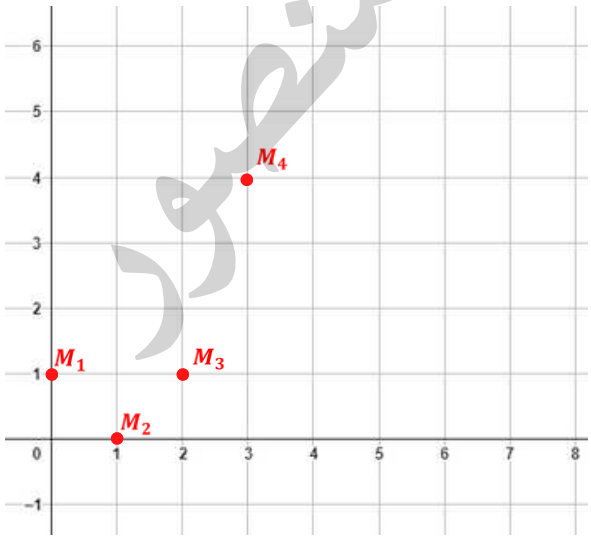
يمكن تمثيل متتالية عددية معرفة بحدها العام على محور

مثال: لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بحدها العام على N كمايلي : $U_n = n^2 - 2$



يمكن تمثيل متتالية عددية معرفة بحدها العام على المعلم المتعامد و المتجانس (O, I, J) بحيث يكون تمثيلها البياني هو مجموعة النقط $M(U_n ; f(U_n))$ مع $U_n = f(n)$

مثال: لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بحدها العام على N كمايلي : $U_n = n^2 - 2n + 1$



الأستاذ مسعود بن منصور

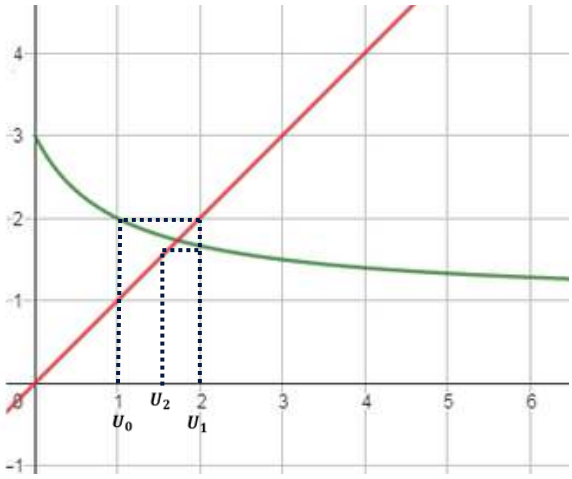
02/متتالية معرفة بعلاقة تراجعية

◄ لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بحدها الأول U_0 و العلاقة التراجعية $U_{n+1} = f(U_n)$ حيث f دالة معرفة على R

مجموعة النقط $M(n\,;f(U_n))$ هي التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم للمتتالية

مثال: لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0 = 1$ والعلاقة التراجعية $U_{n+1} = \dfrac{U_n + 3}{U_n + 1}$

مثل بيانيا حدود المتتالية (U_n)



إتجاه تغير المتتالية

01/ المتتالية المتزايدة

المتتالية عددية (U_n) معرفة على N

نقول عن (U_n) أنها متزايدة إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} \geq U_n$

أي: $U_{n+1} - U_n \geq 0$

02/ المتتالية المتناقصة

المتتالية عددية (U_n) معرفة على N

نقول عن (U_n) أنها متناقصة إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} \leq U_n$

أي: $U_{n+1} - U_n \leq 0$

03/ المتتالية الثابتة

المتتالية عددية (U_n) معرفة على N

نقول عن (U_n) أنها ثابتة إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = U_n$

أي: $U_{n+1} - U_n = 0$

ملاحظة

نقول عن (U_n) أنها رتيبة إذا كانت متزايدة أو متناقصة.

الأستاذ مسعود بن منصور

المتتالية الحسابية

تعريف

نقول إن المتتالية $(U_n)_{n\epsilon N}$ حسابية إذا و فقط

إذا وجد عدد حقيقي r حيث : $U_{n+1} = U_n + r$

r يسمى أساس المتتالية

ملاحظات:

- نقول إن المتتالية $(U_n)_{n\epsilon N}$ حسابية إذا كان فرق حدين متتابعين ثابت. هذا الأخير هو الأساس r
- نقول إن المتتالية (U_n) حسابية إذا كان فرق حدين متتابعين ثابت. هذا الأخير هو الأساس r
- لإثبات أن المتتالية (U_n) حسابية نحسب الفرق

$$U_{n+1} - U_n = r$$

02/ عبارة الحد العام

لتكن المتتالية (U_n) حسابية أساسها r و حدها الأول U_0

تكتب عبارة الحد العام على الشكل :

$$U_n = U_0 + nr$$

ملاحظة

- إذا كان الحد الأول هو U_1 فإن الحد العام هو:

$$U_n = U_1 + (n-1)r$$

- بصفة عامة إذا كان U_n و U_p حدين من متتالية حسابية أساسها r فإن :

$$U_n = U_p + (n-p)r$$

مع $n > p$

03/ الوسط الحسابي

a ، b و c حدود متتابعة من متتالية حسابية

ومنه حسب خاصية الوسط الحسابي فإن :

$2b = a + c$ و منه : $b = \frac{a+c}{2}$

04/ مجموع متتالية حسابية

(U_n) متتالية حسابية معرفة على N أساسها r

و : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

فإن : $S_n = \frac{\text{عدد الحدود}}{2}(U_0 + U_n)$

عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1

05/ إتجاه تغير متتالية حسابية

إتجاه تغير متتالية حسابية (U_n) حسب إشارة الأساس r

- إذا كان : $r < 0$

فإن (U_n) متناقصة تماما

- إذا كان : $r > 0$

فإن (U_n) متزايدة تماما

- إذا كان : $r = 0$

فإن (U_n) ثابتة

الأستاذ مسعود بن منصور