الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التكوين والتعليم المهنيين
Ministère de la Formation et de l'Enseignement Professionnels

Centre National de l'Enseignement Professionnel à Distance (CNEPD)

المركز الوطني للتعليم المهني عن بعد (م.و.ت.م.ب)

درس في الإحصاء

السلسلة رقم 04

عنوان الدرس: السلاسل الزمنية و الأرقام القياسية

خطة الدرس :

I- السلاسل الزمنية

1- عموميات

2- الدراسة الإحصائية للحركات طويلة المدى : تحديد الإتجاه العام

3- التغيرات الموسمية

II- الأرقام القياسية

1- الصياغة

2- الأرقام القياسية البسيطة

3- الأرقام القياسية الجمعية (المركبة)

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

I- السلاسل الزمنية:

1- عموميات:

1.1- تعريف:

عندما يكون المؤشر الكمي في السلاسل المدروسة هو الزمن، نسمي هذه السلسلة الإحصائية سلسلة زمنية سواء كان المؤشر الثاني كميا أو كيفيا.

و بعبارة أخرى السلسلة الزمنية هي كل متوالية من الملاحظات الرقمية المرتبة زمنيا.

أمـــثـــلـــة:

1- السلسلة السنوية من المساكن الحديثة التي أنجزت من 1990 إلى 2000 حسب القطاع الذي أنجزها (قطاع عمومي أو قطاع خاص)؛

2- السلسلة الشهرية لرقم الأعمال الذي حققه قسم في أحد المحلات الكبيرة؛

3- السلسلة اليومية لدرجات الحرارة المسجلة في منتصف النهار في نقطة معينة.

2.1- الصياغة:

عند دراسة السلاسل الزمنية التي يقل دورها عن السنة يمكن التعبير عن الزمن بوحدتين هما:

- الشهر، و هو وحدة مرجعية مطابقة لتواريخ المشاهدة، و هذه الشهور قد تكون شهورا حقيقية و قد تكون فصولا أو أسابيع.
- السنة، و هي تتكون من m شهرا حيث m = 4 فصول، أو m = 12 شهرا، أو m = 52 أسبوعا.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

كما نفترض أن الملاحظات التي لدينا تتعلق بعدد تام هو n من السنوات، أي أن الفترة = n × m شهرا.

و نميز بين الشهر و السنة بإستخدام الرمزين j و i حيث :

j يرمز الى الشهور ، j = 1، 2، 3،.....، m

i يرمز الى السنوات ، i = 1، 2، 3،.....، n

و نكتب : $Y_t(t = 1,2,...t = nm)$

أو نكتب : $Y_{ij}(i=1,2....n,j=1,2,...,m)$

3.1- أهداف دراسة السلاسل الزمنية :

إذا درسنا مثلا السلسلة الخاصة بتسليمات البنزين من 2000 إلى 2005، نلاحظ أن تسليمات الفصل الثالث هي الكبرى (بسبب العطل حيث يرتفع إستهلاك البنزين).

فإذا أردنا تقييم ملاحظة حديثة أو تقدير تغيرات هذه السلسلة في المدى القريب، يستلزم تخلص المعطيات من أثار التغيرات الموسمية، بمعنى آخر تجريد السلسلة من القيم الناتجة عن التأثيرات الموسمية.

و تهدف دراسة التغيرات الموسمية إلى تحديد كمية التسليمات في كل فصل في مستوى يمكن مقارنته مباشرة من فصل إلى آخر.

فالهدف من دراسة السلاسل الزمنية هو تصحيح السلسلة المقاسة (سلسلة أولية) و تجريدها من الآثار الموسمية.

و تمكن هذه الدراسة من التعرف على مختلف مميزات التغيرات و هي :

- **التغيرات الخاصة بالمدى الطويل :**

و التي تنتج عن أسباب تؤثر بصفة دائمة على مدى عشرات السنين.

- **التغيرات الدورية :**

و التي تنتج عن الأسباب المتعلقة بفترات النمو و بفترات الإنكماش الإقتصادي.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

- **التغيرات الموسمية :**

و هي تلاحظ خلال السنة و تبرز تغيراتها في الفصول، أو الشهور، أو الأسابيع، أو الأيام.

- **التغيرات العرضية :**

و هي تنتج عن أسباب عرضية معروفة، أو تكون نتيجة لعدد من العوامل المستقلة فيما بينها و التي يصعب عزلها.

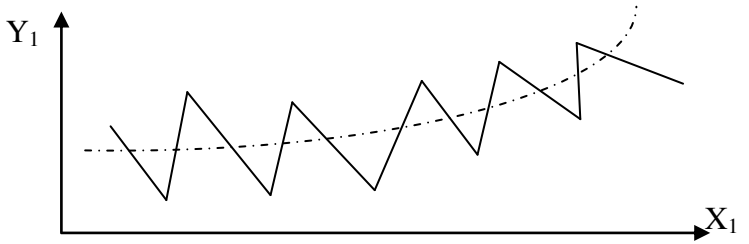
سنعالج في هذا الدرس الحركات ذات المدى الطويل (لأنه تمت دراسة طرق تحليلها في الدروس السابقة) و سنركز كثيرا على الحركات الموسمية لما لها من أهمية.

2- الدراسة الإحصائية للحركات طويلة المدى- تحديد الإتجاه العام:

1.2-تحديد الإتجاه العام بيانيا :

و هي طريقة بسيطة تسمح برسم الخط البياني و يتم ذلك بتحديد النقاط على المعلم ثم نرسم خط يمر عبر هذه النقاط بحيث تكون الأبعاد بين النقاط المتطرقة متساوية (راجع السلسلة السابقة).

2.2-تحديد الإتجاه آليا :

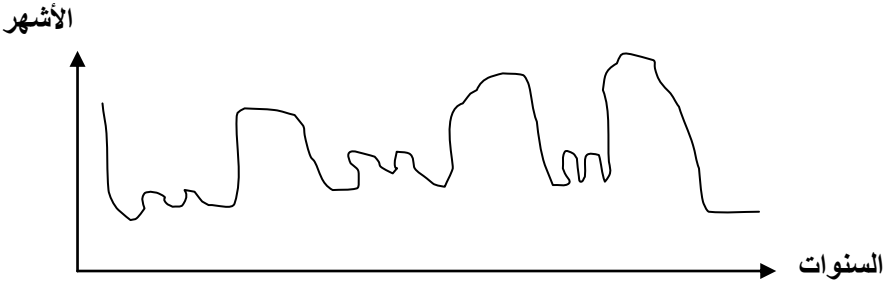


حسب هذه الطريقة يتم تعويض المنحنى المسنن (أسنان المنشار) بمنحنى مستوى كما لو تم صقل نقاط المنحنى وزوائده و تقعراته. و لتحقيق ذلك يمكن إستخدام :

- طريقة المتوسطات المجدولة؛
- طريقة المتوسطات المتحركة.

3- التغيرات الموسمية :

التغيرات الموسمية لسلسلة زمنية هي التغيرات التي يتردد حدوثها كل سنة و بنفس المستوى (تقريبا) بالنسبة للشهور المماثلة.

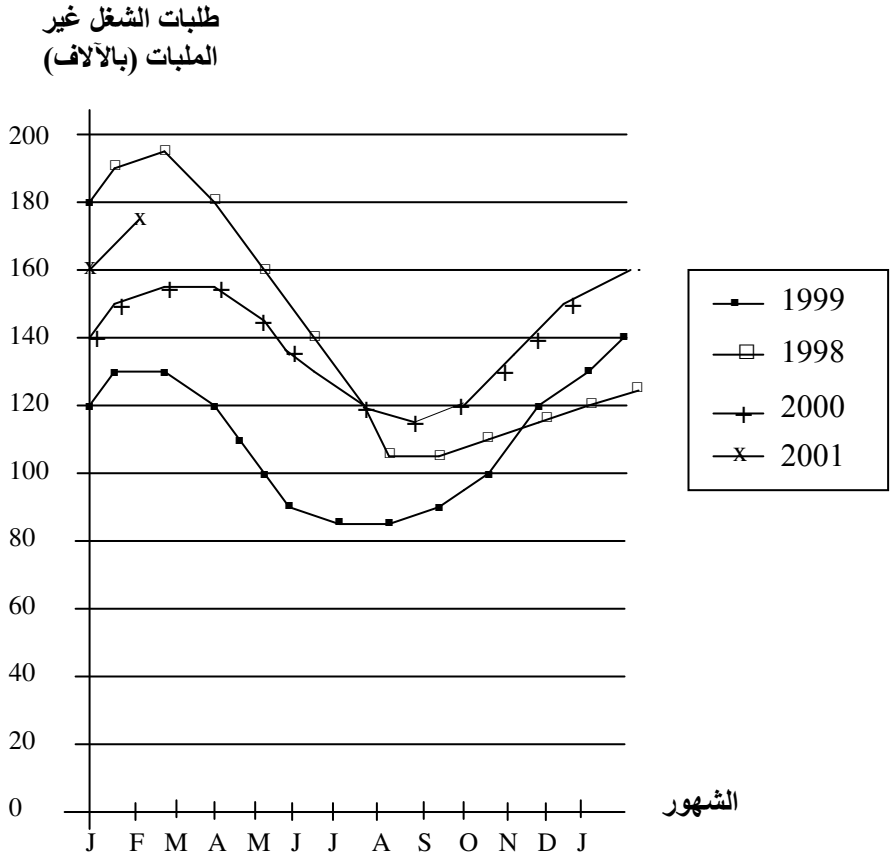


إن إنتظام الحركة الموسمية من حيث تاريخ وسعة التموجات بالنسبة للحركة الخالية من التغيرات الموسمية يجعلها حركة دورية، دورها في هذه الحالة هو السنة و هي الفترة الزمنية التي تفصل نقطتين متماثلتين.

1.3- إبراز الحركة الموسمية بيانيا :

إبراز التغيرات الموسمية في حالة وجودها نلجأ إلى تمثيل الملاحظات بسنوات متعاقبة و ذلك بربطها على نفس المعلم.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر



2.3- مكونات الحركة الغير موسمية و التغيرات الموسمية :

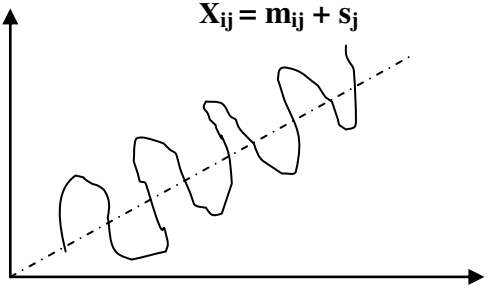
إن الحركة الحقيقية لظاهرة ما تنتج عن توافق تابعين: تابع موسمي $S(t)$ و تابع غير موسمي $E(t)$. و هذا التوافق يحدث بكيفيتين :

- كيفية تجميعية؛
- كيفية جدائية.

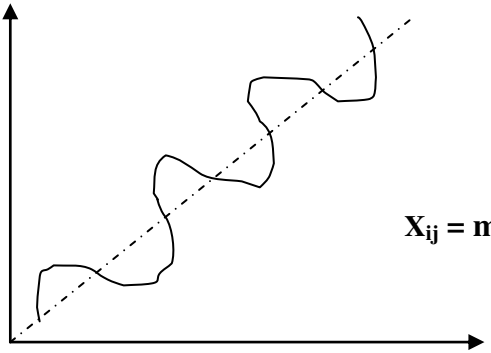
لنرمز إلى ملاحظات الشهر (أو الفصل) j من السنة i بالرمز X_{ij} ، و لنرمز إلى الحركة الغير موسمية (و هي محصلة للحركة طويلة المدى و الحركة الدورية و التغيرات العرضية) الخاصة بالشهرj من السنة i بالرمز m_{ij}

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

أ- **الكيفية التجميعية :**



ب- **الكيفية الجدائية :**



إن العامل أو المعامل الموسمي $(1+S_j)$ يرتبط بالشهر j و ليس بالسنة i و هو يزيد أو ينقص من المقدار m_{ij} حسبما كان S_j موجبا أو سالبا. و في هذه الحالة يكون المقدار الموسمي من الملاحظات أي $S_j \times m_{ij}$ متناسبا مع المقدار m_{ij} .

3.3- عزل التغيرات الموسمية :

لتحديد الحركة الموسمية يستطيع الإحصائي إستخدام عدة طرق أهمها:

- طريقة المتوسطات الشهرية ؛
- طريقة السلاسل النسبية.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

بعد تحديد الحركة الموسمية يقوم الإحصائي بعزل التغيرات الموسمية و ذلك ليحصل على سلسلة جديدة من المعطيات الخالية من التغيرات الموسمية و هذا ما سنوضحه في المثال الآتي:

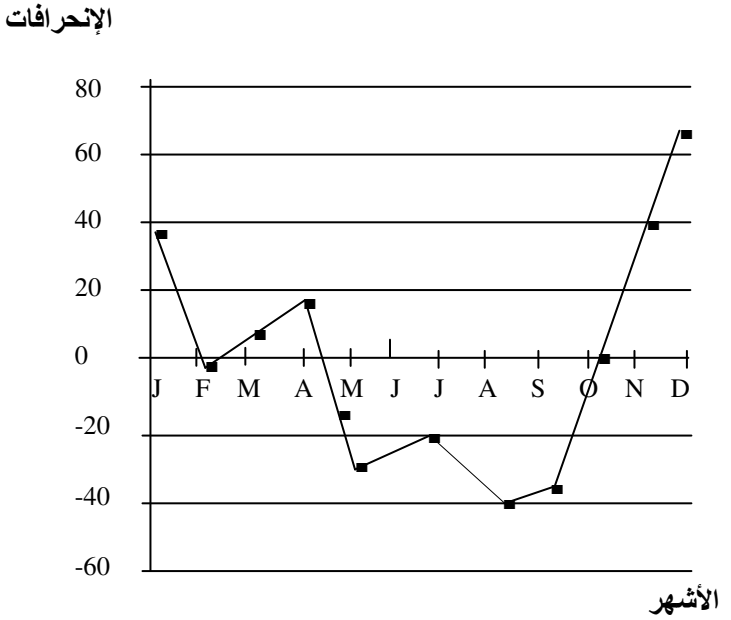
أ- **إبراز الحركة الموسمية** :

- لنجمع أفقيا المبيعات الشهرية ثم نحسب المتوسطات الشهرية؛
- و لنجمع عموديا المبيعات السنوية ثم نحسب المتوسطات السنوية؛
- لنحسب المتوسط الشهري العام عن جميع السنوات و ذلك بثلاثة طرق مختلفة ؛
- لنحسب فروقات (الإنحرافات) المتوسطات الشهرية بالنسبة للمتوسط العام (مثال ذلك عن شهر جانفي : + = 121 – 156 36)

الشهور	1991	1992	1993	1994	1995	1996	مجاميع	متوسطات شهرية	فروقات م.شهرية
جانفي	120	145	150	170	160	190	935	156	36+
فيفري	100	130	125	100	120	115	690	115	5-
مارس	130	135	100	150	110	120	745	124	4+
أفريل	125	150	130	130	140	135	810	135	15+
ماي	90	120	110	110	105	95	630	105	15-
جوان	85	100	80	90	95	85	535	89	31-
جويلية	90	95	105	90	100	100	580	97	23-
أوت	70	70	85	80	95	75	475	79	41-
سبتمبر	85	80	85	75	95	90	510	85	35-
أكتوبر	100	110	125	100	120	130	685	114	6-
نوفمبر	150	170	185	130	170	160	965	161	41+
ديسمبر	160	170	200	175	210	205	1120	187	67+
مجاميع	**1305**	**1475**	**1480**	**1400**	**1520**	**1500**	**8680**	**1447**	
متوسطات سنوية	**109**	**122**	**123**	**116**	**126**	**125**	**720**	**120**	

ولإبراز هذه التغيرات الموسمية نستطيع تمثليها بيانيا و ذلك بأن نمثل :

- عامل الزمن على محور السينات؛
- الفروقات على محور العينات.



كما يمكن إبراز هذه الانحرافات بواسطة " المعاملات الموسمية " و يتميز المعامل الموسمي بكونه مستقلا عن وحدة القياس. أما حسابه فهو يتم بقسمة المتوسط الشهري على المتوسط العام.

$$\text{المعامل الموسمي} = \frac{\text{المتوسط الشهري}}{\text{المتوسط العام}}$$

ب- <u>عزل التغيرات الشهرية</u> :

بعد تحديد التغيرات الموسمية يجب عزل الحركة الموسمية و ذلك بطرح الانحرافات المعنية من المعطيات العامة بالنسبة لكل شهر.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

إليك الجدول الآتي الملخص للقيم التي تسمح بدراسة التغيرات الخالية من التأثرات الموسمية:

الشهور	1991	1992	1993	1994	1995	1996
جانفي	84	109	114	134	124	154
فيفري	105	135	130	105	125	120
مارس	126	131	96	146	106	116
أفريل	110	135	115	115	125	120
ماي	105	135	125	125	120	110
جوان	116	131	111	121	126	116
جويلية	113	118	128	113	123	123
أوت	111	111	126	121	136	116
سبتمبر	120	115	120	110	130	125
أكتوبر	106	116	131	106	126	136
نوفمبر	109	129	144	89	129	119
ديسمبر	93	104	108	108	143	138

ملاحظة :

لتحديد الحركة الموسمية إستخدمنا المعطيات العامة الخاضعة للحركات ذات المدى الطويل، إلا أنه يمكن تحديد حركة المدى الطويل و حساب المعطيات المنظمة ثم إستخدام هذه المعطيات المنظمة لعزل التغيرات الموسمية.

II- الأرقام القياسية :

تستخدم الأرقام القياسية بكثرة في وصف المؤشرات الإقتصادية (الإستهلاك، الأسعار، الطلب، الإنتاج،...). و تسمح برصد المستوى الذي يبلغه متغير أو مجموعة من المتغيرات في تاريخ معين و ذلك مقارنة مع المستوى الذي كان عليه في تاريخ آخر و هو يشكل مرجعا أو أساسا.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

مـــثـــال :

- تطور سعر الحديد ؛
- تطور إنتاج الإسمنت ...

1- الصياغة :

إذا كان G_0 قيمة المؤشر في حالة E_0 و إذا كان G_1 قيمة المؤشر في الحالة E_1 فإننا نكتب :

الرقم القياسي $I_{1/0}$:

$$I_{1/0} = \frac{G_1}{G_0}$$

في بعض الأحيان يتم التعبير عن الأرقام القياسية على شكل نسبة مئوية و عندئذ نكتبها كمايلي :

$$I_{1/0} = 100\,\frac{G_1}{G_0}$$

- إذا كانت الحالتان E_0 و E_1 تعبران عن الزمن نقول عن الرقم القياسي أنه " زمني " ؛
- إذا كانت تعبران عن المكان نقول أنه "مكاني" .

2- الأرقام القياسية البسيطة : (إنتاج الإسمنت)

ليكن x متغير (إنتاج الإسمنت) ندرس تطوره عبر الزمن، و لنفرض أنه في تواريخ متوالية هي : 0, 1, 2,.....,t,....

1992 1993 1994 .....

تكون قيم X كالتالي :

X_0,	X_1,	X_2,	X_t, ...
120000	150.000	80.000	200000

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

نقول أن الرقم القياسي للمتغير X في التاريخ t بالنسبة للتاريخ 0 هو النسبة $\frac{X_t}{X_0}(t=1,2,....)$ و نرمز بالرمز: $I_{t/0}$

مـــثـــال :

الرقم القياسي لإنتاج الإسمنت في سنة 1994 بالنسبة لسنة 1992 هو :

$$I_{1994/1992}=\frac{X_{1994}}{X_{1992}}=\frac{180\ 000}{120\ 000}=1,5$$

في هذه الحالة نقول إنه رقم قياسي بسيط يخص متغيرا واحدا فقط **X**. و التاريخ 0 هو تاريخ أساس الرقم القياسي، أما التاريخ t فهو التاريخ الجاري أو الحالي.

الأرقام القياسية البسيطة تتميز بثلاثة خصائص أساسية هي :

- التطابق ؛
- الإنعاكس؛
- التحويل .

1.2- التطابق :

يحدث التطابق عندما يكون التعبير الرقمي عن الوضعية المتعلقة بالفترة 1 هو نفسه بالنسبة للوضعية النسبية للفترة 0. و من ثمة تكون قيمة الرقم القياسي تساوي 1.

$$I_{1/0}=\frac{G_1}{G_0}\ \text{و بما أن :}\ G_1=G_0\ \text{فإن}\ I_{1/0}=1$$

2.2- الإنعكاس :

يوجد إنعكاس عندما يكون الرقم القياسي للظاهرة في الفترة 1 بالنسبة إلى 0 مساويا لعكس الرقم القياسي للظاهرة في الفترة 0 بالنسبة للفترة 1.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$$I_{1/0} = \frac{G_1}{G_0} \quad ; \quad I_{0/1} = \frac{G_0}{G_1}$$

و منه :

$$I_{1/0} = \frac{1}{I_{0/1}}$$

3.2- التحويل :

لنفترض ثلاث فترات : o, k, n يوجد تحويل عندما نستطيع كتابة :

$$I_{n/0} = I_{n/k} \times I_{k/0}$$

$$I_{n/k} = \frac{G_n}{G_k} \quad \text{و} \quad I_{k/o} = \frac{G_k}{G_o}$$

و بالتالي : $I_{n/k} \times I_{k/0} = \frac{G_n}{G_k} \times \frac{G_k}{G_0} = \frac{G_n}{G_0} = I_{n/0}$

أي أن الرقم القياسي البسيط هو رقم تحويلي.

3- الأرقام القياسية المركبة :

الرقم القياسي البسيط الذي تمت دراسته لايخص إلا متغيرا واحدا. مثل سعر التجزئة للمواد الغذائية كأن نحسب الرقم القياسي الخاص بسعر لحم الخروف.

و لكن لمعرفة تطور المستوى العام لأسعار التجزئة فإنه يتوجب حوصلة الأرقام القياسية الخاصة بأسعار مختلف السلع و الخدمات ضمن رقم قياسي وحيد.

و الهدف من الرقم القياسي المركب هو تلخيص مجموع t رقما بسيطا و ذلك بوصف رتبة مقياسها يكون بواسطة عدد وحيد.

وهناك صيغ عديدة للأرقام القياسية المركبة حسب المتوسطات المستخدمة (المتوسط الحسابي، و الهندسي، والتوافقي).

و المتوسط يكون بسيطا عندما يكون لجميع الأرقام القياسية البسيطة نفس الأهمية و يكون المتوسط مرجحا عندما يتم ترجيح هذه الأرقام البسيطة بمعاملات ترجيح مختلفة.

مـــثـــال :

ليكن الشعاع : $G\ (G_1\ ,\ G_2\ ,\ldots G_i\ \ldots . G_n)$

و ليكن ترجيحه : $W\ (W_1\ ,\ W_2\ \ldots . . W_i \ldots . . W_n)$

يمكننا أن نعرف المتوسط المرجح بالصيغة التالية :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i G_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

في حالة الأرقام المركبة G_i يعبر عن النسبة بين حدين، أحدهما يمثل قيمة المتغير في الفترة 1 (البسط)، و الآخر يمثل قيمته في الفترة 0 (المقام).

$$G_{i\,1/0} = \frac{G_{i,1}}{G_{i,0}}$$

وحسب الأهداف المنشودة قد يكون G_i هو :

- إما النسبة بين السعر : $G_i = \frac{p_{i1}}{p_{i0}}$
- و إما النسبة بين الكمية : $G_i = \frac{q_{i1}}{q_{i0}}$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

- وإما النسبة بين القيمة الكلية : $G_i = \frac{q_{i1} \times p_{i1}}{q_{i0} \times p_{i0}}$

لكن الترجيح يتم عمليا :

- إما حسب طريقة لاسبير؛
- و إما حسب طريقة باش.

1.3- الأرقام القياسية لاسبير (LASPEYRES):

الأرقام القياسية لاسبير (رمزها هوL) تعبر عن المتوسط الحسابي المرجح للأرقام البسيطة، بحيث تكون معاملات الترجيح متناسبة مع القيم الإجمالية لفترة الأساس أي : $q_{i0} \times p_{i0}$.

و بصفة عامة أي رقم من أرقام لاسبير يكتب حسب الصيغة :

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_{i0} \times p_{i0}) G_1}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \times p_{i0}}$$

أ- الرقم القياسي للأسعار :

$$L_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_{i0} \times p_{i0})^{p_{i1i}}_{p_{i0}}}{\sum_{i=1}^{n} (q_{i0} \times p_{i0})}$$

و منه :

$$L_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{iO} \times p_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{iO} \times p_{iO}}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

ب-الرقم القياسي للكميات:

$$L_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \times q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \times q_{i0}}$$

ج - الرقم القياسي للقيم الإجمالية :

$$L_{vg} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} \times p_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \times p_{i0}}$$

2.3- الأرقام القياسية باش(PAASHE):

الأرقام القياسية باش (ورمزها هو P) تعبر عن المتوسط التوافقي المرجح للأرقام القياسية البسيطة، بحيث يكون معاملات الترجيح هي القيم الإجمالية للفترة الحالية أي : $q_{i1} \times p_{i1}$

أ- الأرقام القياسية للأسعار :

$$P_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} \times p_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} \times p_{i0}}$$

ب-الأرقام القياسية للكميات :

$$P_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} \times p_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \times p_{i1}}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

ج- الأرقام القياسية القيم الإجمالية :

$$P_{vg} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} \times p_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \times p_{i0}}$$

ملاحـــظة :

نستنتج من العمليات السابقة أن أرقام القيم الإجمالية **باش ولاسبير** متساوية أي :

$$\boxed{L_{vg} = P_{vg}}$$

مثال :

لتكن السلعتان A, B اللتان نورد خصائصهما في الجدول التالي :

السلعة	الفترة 0		الفترة 1	
	q	p	q	p
A	2	5	3	8
B	10	99	12	110

المطلوب حساب الأرقام القياسية لاسبير و الأرقام القياسية باش

$$L_p = \frac{(2\times 8)+(10\times 110)}{(2\times 5)+(10\times 99)} = \mathbf{1,116} \qquad L_q = \frac{(5\times 3)+(99\times 12)}{(5\times 2)+(99\times 10)} = \mathbf{1,203}$$

$$P_p = \frac{(3\times 8)+(12\times 110)}{(3\times 5)+(12\times 99)} = \mathbf{1,117} \qquad P_q = \frac{(3\times 8)+(12\times 110)}{(2\times 8)+(10\times 110)} = \mathbf{1,204}$$

$$L_{vg} = P_{vg} = \frac{(3\times 8)+(12\times 110)}{(2\times 5)+(10\times 99)} = \mathbf{1,344}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر