Mécaniciens 3ème semestre

EXERCICE No 11

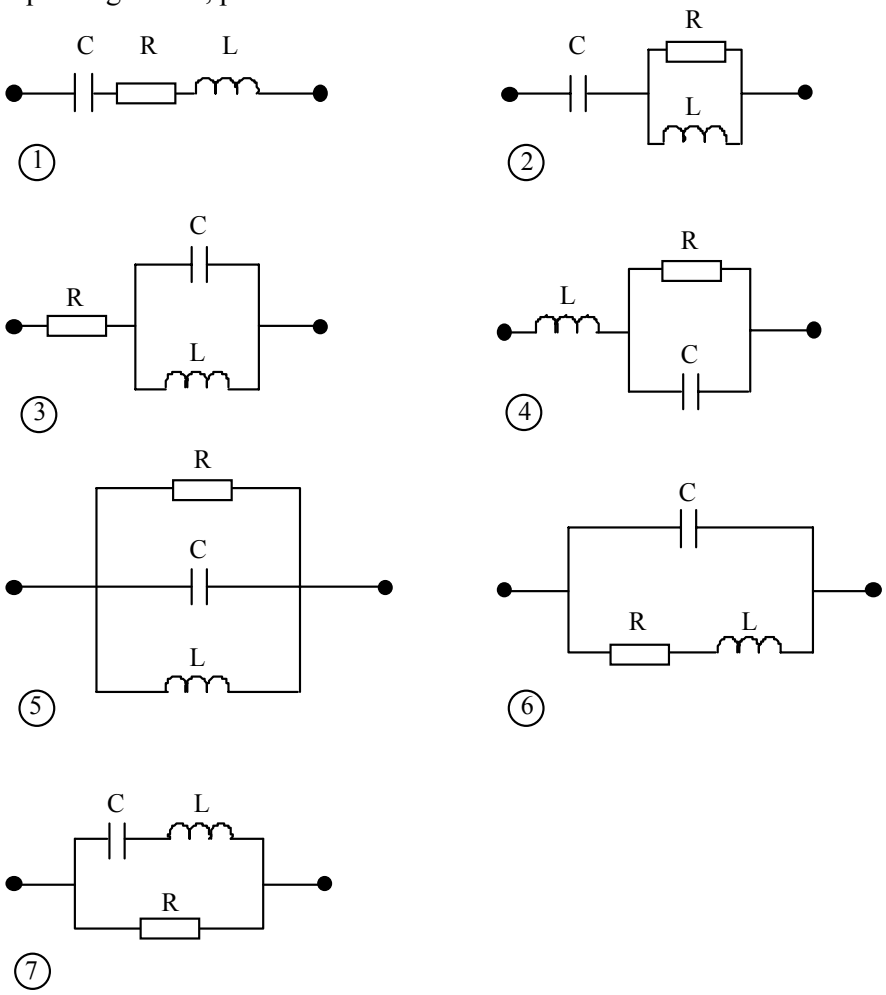
Aux bornes de chaque circuit, on impose une tension sinusoïdale :
$u = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ [V]

Pour chacun des circuits, on demande de:
- calculer l'impédance $\underline{Z}$ (littéralement et numériquement) sous la forme A + j B ou sous la forme $Z\, e^{j\varphi}$;
- dessiner le diagramme complexe des courants et des tensions.

Application numérique pour:

R = 4 Ω
L = 25,5 mH
C = 640 µF
f = 50 Hz

Pour chaque diagramme, préciser les échelles utilisées.

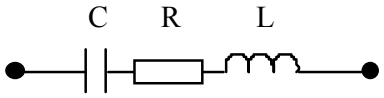


WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Mécaniciens 3ème semestre

CORRIGE DE L'EXERCICE No 11

1.



L'impédance équivalente est donnée par :

$$\underline{Z}_1 = R + j \cdot (L\omega - \frac{1}{C\omega}) = R + \frac{j(LC\omega^2 - 1)}{C\omega} = 4 + j \cdot 3.03[\Omega]$$

$$\underline{Z}_1 = 5.02 e^{j37.21^o}[\Omega]$$

Circuit 1

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{4 \cdot e^{j0^o}}{5.02 \cdot e^{j37.21^o}} = 0.796 \cdot e^{-j37.21^o} = 0.634 - j0.48 \cdot [A]$$

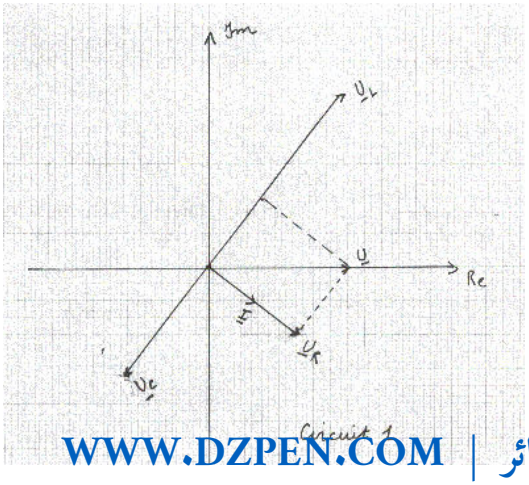
Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I} = -2.39 - j3.15 = 3.96 \cdot e^{-j127.21^o}[V]$$

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I} = 2.53 - j1.92 = 3.18 \cdot e^{-j37.21^o}[V]$$

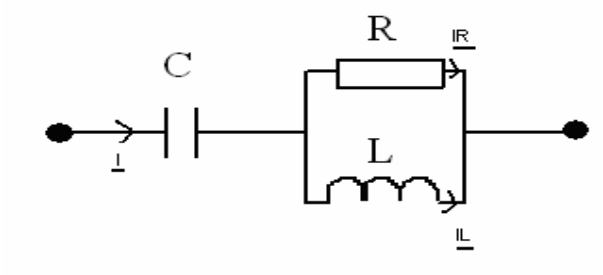
$$\underline{U}_L = jL\omega \cdot \underline{I} = 3.85 + j5.08 = 6.38 \cdot e^{j52.79^o}[V]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2.



$$\underline{Z}_2 = \frac{\omega^2 \cdot L^2 \cdot R}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} + j \cdot \left(\frac{L \cdot R^2 \cdot \omega}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} - \frac{1}{C\omega}\right) = 3.2 - j \cdot 3.37[\Omega] = 4.65 \cdot e^{-j \cdot 46.5^o}[\Omega]$$

Circuit 2

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{4 \cdot e^{j0^o}}{4.65 \cdot e^{-j \cdot 46.5^o}} = 0.859 \cdot e^{j46.5^o} = 0.59 + j0.62 \cdot [A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I} = 3.1 - j2.94 = 4.27 \cdot e^{-j43.49^o}[V]$$

$$\underline{U}_R = \underline{U} - \underline{U}_C = 0.89 + j2.94 = 3.07 \cdot e^{j73.04^o}[V]$$

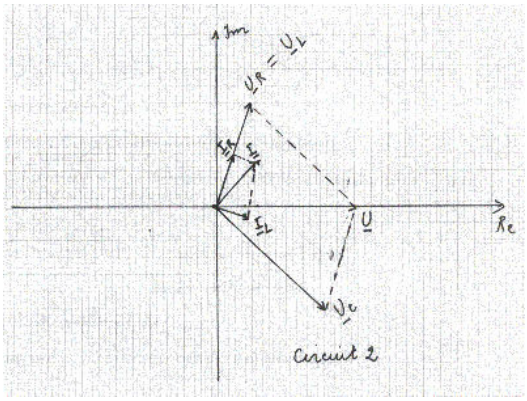
$$\underline{U}_L = \underline{U}_R = 0.89 + j2.94 = 3.07 \cdot e^{j73.04^o}[V]$$

Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R} = 0.22 + j0.73 = 0.76 \cdot e^{j73.04^o}[A]$$

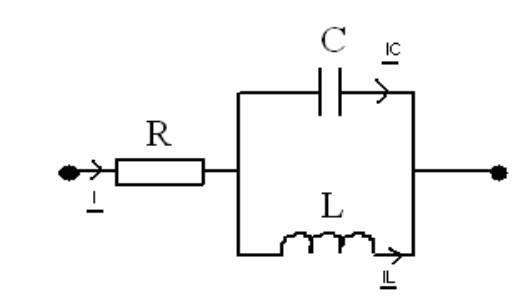
$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_L}{jL\omega} = 0.367 - j0.11 = 0.38 \cdot e^{-j16.96^o}[A]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3.



$$\underline{Z}_3 = R - j \cdot \frac{L\omega}{L \cdot C \cdot \omega^2 - 1} = 4 - j \cdot 13.11[\Omega]$$

Circuit 3

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = 0.291 \cdot e^{j73.04^o} = 0.085 + j0.279 \cdot [A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I} = 0.34 + j1.116 = 1.16 \cdot e^{j73.04^o}[V]$$

$$\underline{U}_C = \underline{U} - \underline{U}_R = 3.65 - j1.116 = 3.826 \cdot e^{-j16.96^o}[V]$$

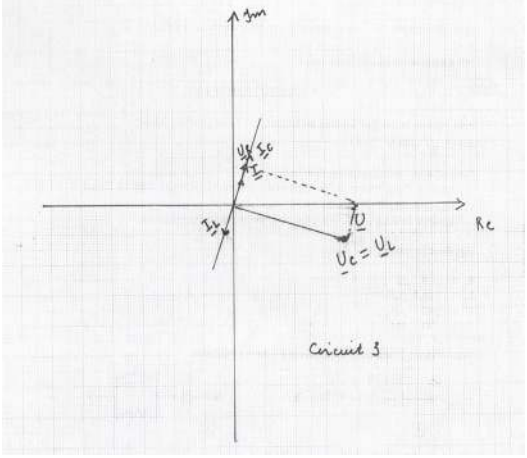
$$\underline{U}_L = \underline{U}_C = 3.65 - j1.116 = 3.826 \cdot e^{-j16.96^o}[V]$$

Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_C = jC\omega \cdot \underline{U}_C = 0.224 + j0.735 = 0.76 \cdot e^{j73.04^o}[A]$$

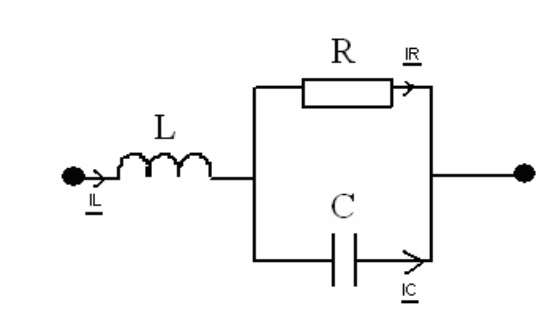
$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_L}{jL\omega} = -0.139 - j0.456 = 0.47 \cdot e^{-j106.96^o}[A]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

4.



$$\underline{Z}_4 = j \cdot L\omega + \frac{R}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega} = \frac{R}{1 + R^2 \cdot C^2 \cdot \omega^2} + j \cdot (L\omega - \frac{\omega \cdot R^2 \cdot C}{1 + R^2 \cdot C^2 \cdot \omega^2}) = 2.42 + j \cdot 6.05[\Omega]$$

$$\underline{Z}_4 = 6.52 \cdot e^{j68.15^o}[\Omega]$$

Circuit 4

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_4} = 0.613 \cdot e^{-j68.15^o} = 0.228 - j0.569 \cdot [A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_L = jL\omega \cdot \underline{I} = 4.557 + j1.827 = 4.91 \cdot e^{j21.85^o}[V]$$

$$\underline{U}_C = \underline{U} - \underline{U}_L = -0.557 - j1.827 = 1.91 \cdot e^{-j106.96^o}[V]$$

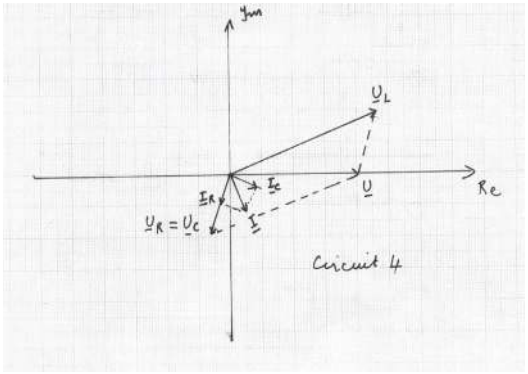
$$\underline{U}_R = \underline{U}_C = -0.557 - j1.827 = 1.91 \cdot e^{-j106.96^o}[V]$$

Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R} = -0.139 - j0.456 = 0.477 \cdot e^{-j106.96^o}[A]$$

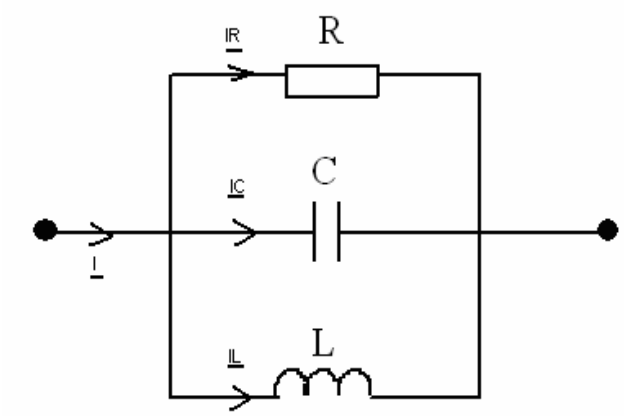
$$\underline{I}_C = jC\omega \cdot \underline{U}_C = 0.367 - j0.112 = 0.384 \cdot e^{-j16.96^o}[A]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5.



$$\underline{Z}_5 = \frac{RL/C}{L/C + j\cdot(R\omega L - R/C\omega)} = \frac{R\omega^2L^2 - j\cdot(R^2L^2\omega^3C - R^2L\omega)}{L^2\omega^2 + R^2\omega^4L^2C^2 + R^2 - 2R^2LC\omega^2} = 3.66 - j1.116[\Omega]$$

Circuit 5

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_5} = 1.045\cdot e^{j16.96^o} = 1 + j0.305\cdot[A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_C = \underline{U}_L = \underline{U}_R = \underline{U} = 4\cdot[V]$$

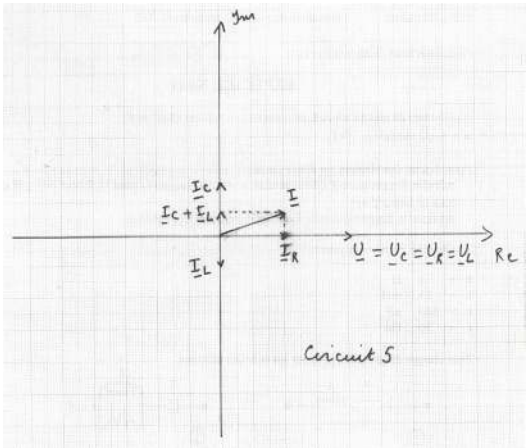
Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R} = 1\cdot[A]$$

$$\underline{I}_C = jC\omega\cdot\underline{U}_C = j0.804 = 0.804\cdot e^{j90^o}[A]$$

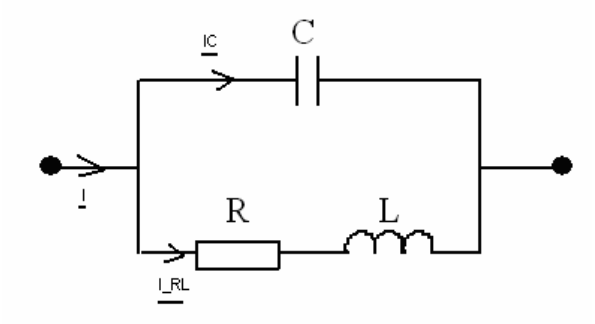
$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_L}{jL\omega} = -j0.499 = 0.499\cdot e^{-j90^o}\cdot[A]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

6.



$$\underline{Z}_6 = \frac{(-\frac{j}{C\omega})\cdot(R+jL\omega)}{(-\frac{j}{C\omega}+R+jL\omega)} = \frac{R - j\cdot(R^2\omega C + \omega^3 L^2 C - L\omega)}{R^2\omega^2C^2 + \omega^4L^2C^2 + 1 - 2LC\omega^2} = 3.922 - j7.952\cdot[\Omega]$$

Circuit 6

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_6} = 0.451\cdot e^{j63.74^o} = 0.199 + j0.404\cdot[A]$$

La valeur efficace complexe de la tension aux bornes du condensateur vaut:

$$\underline{U}_C = \underline{U} = 4\cdot[V]$$

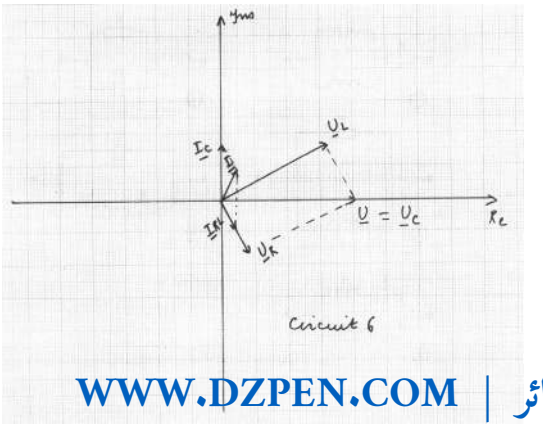
Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_C = jC\omega\cdot\underline{U}_C = j0.804 = 0.804\cdot e^{j90^o}[A]$$
$$\underline{I}_{RL} = \frac{\underline{U}}{R+jL\omega} = 0.199 - j0.399 = 0.446\cdot e^{-j63.46^o}\cdot[A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

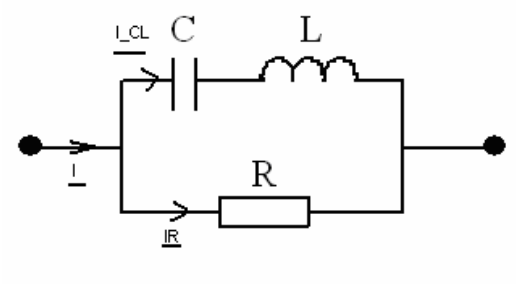
$$\underline{U}_R = R\cdot\underline{I}_{RL} = 0.796 - j1.596 = 1.784\cdot e^{-j63.46^o}[V]$$
$$\underline{U}_L = jL\omega\cdot\underline{I}_{RL} = 3.204 + j1.596 = 3.579\cdot e^{j26.54^o}[V]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

7.



$$\underline{Z}_7 = \frac{jR\cdot(L\omega-\frac{1}{C\omega})}{R+j\cdot(L\omega-\frac{1}{C\omega})} = \frac{R\cdot(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2 + j\cdot R^2(L\omega-\frac{1}{C\omega})}{R^2+\omega^2L^2+\frac{1}{\omega^2C^2}-\frac{2L}{C}} = 1.463 + j1.926\cdot[\Omega]$$

Circuit 7

La valeur efficace complexe du courant :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_7} = 1.653\cdot e^{-j52.78^o} = 1 - j1.316\cdot[A]$$

La valeur efficace complexe de la tension aux bornes de la résistance vaut:

$$\underline{U}_R = \underline{U} = 4\cdot[V]$$

Les valeurs efficaces complexes des courants de différents éléments valent :

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R} = 1\cdot[A]$$

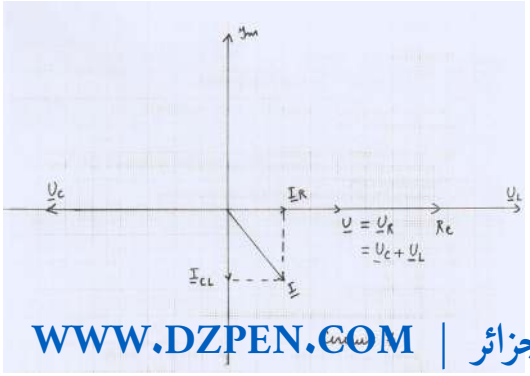
$$\underline{I}_{CL} = \frac{\underline{U}}{R-\frac{j}{C\omega}} = -j1.316 = 1.316\cdot e^{-j90^o}\cdot[A]$$

Les valeurs efficaces complexes des tensions aux bornes de différents éléments valent :

$$\underline{U}_L = jL\omega\cdot\underline{I}_{CL} = 10.549\cdot[V]$$

$$\underline{U}_C = \frac{1}{jC\omega}\cdot\underline{I}_{CL} = -6.549\cdot[V]$$

Le diagramme complexe des courants et tensions est donné par la figure suivante :



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر