Eléments de la bobine à noyau de fer en approximation linéaire

Résistance de l'enroulement

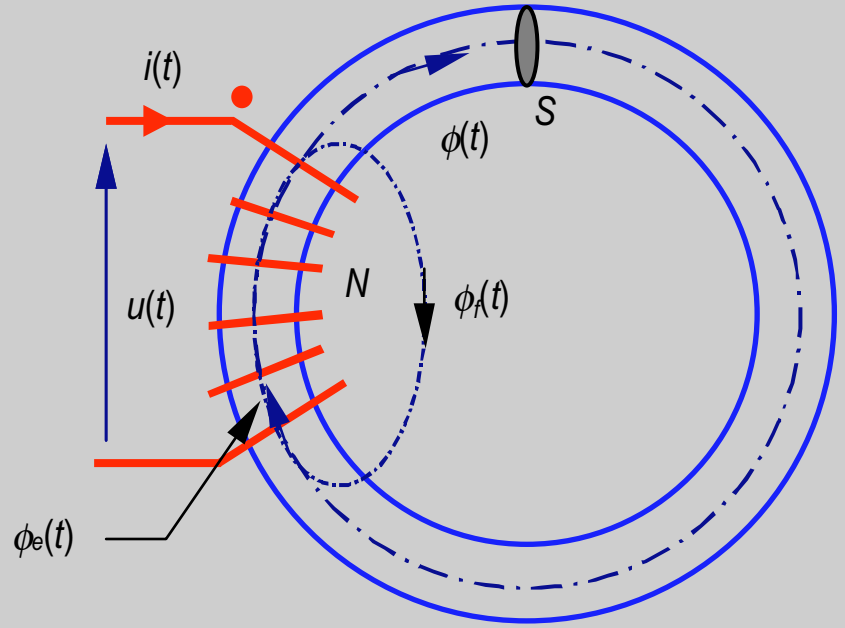
- Conducteur de longueur *l*, de section *s*, matériau de résistivité ρ : $r = \rho \frac{l}{s}$

Inductance propre

- Enroulement de *N* spires, circuit magnétique de réluctance $\mathcal{R}$: $L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$

Inductance de fuite

- Flux principal : $\phi_e(t) = \phi(t) + \phi_f(t)$
- Tension : $u(t) = L\frac{di(t)}{dt} + l_f \frac{di(t)}{dt}$



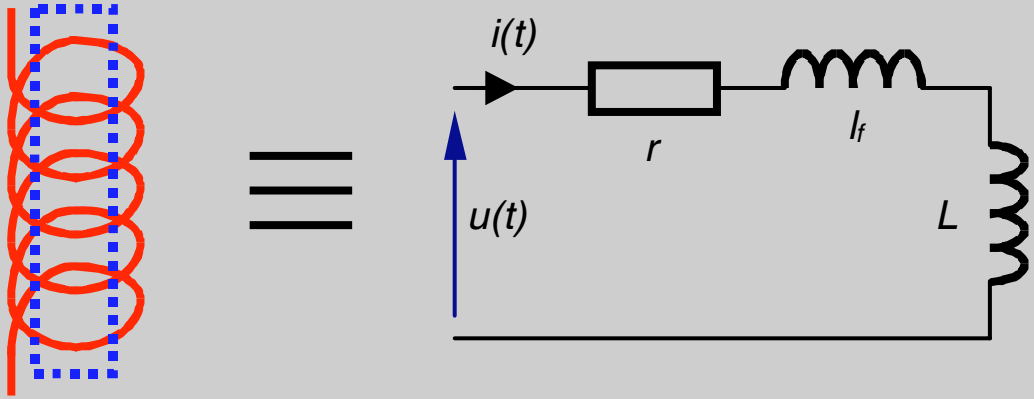
WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

Schéma équivalent de la bobine à noyau de fer en approximation linéaire

Ecriture de la tension aux bornes de l'enroulement

$$\left.\begin{array}{r}\text{Contribution de la résistance } r : ri(t) \\ \text{Contribution de l'inductance propre } L : L\dfrac{di(t)}{dt} \\ \text{Contribution de l'inductance de fuite } l_f : l_f\dfrac{di(t)}{dt}\end{array}\right\} \text{donc } u(t) = ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + l_f\frac{di(t)}{dt}$$

Traduction en schéma équivalent linéaire



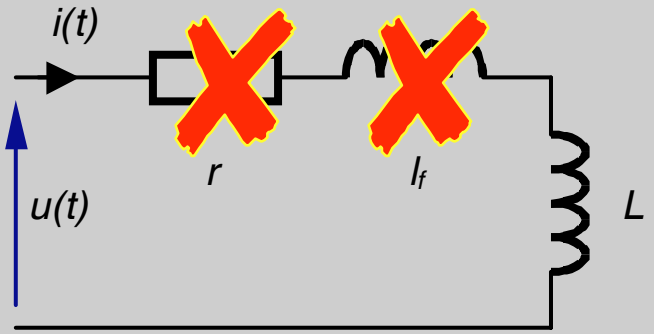
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Ecriture des relations

- Expression la plus générale de la tension : $u(t) = ri(t) + N\frac{d\phi_e(t)}{dt}$
- Soit : $u(t) = ri(t) + l_f\frac{di(t)}{dt} + N\frac{d\phi(t)}{dt}$
- Termes des imperfections faibles : $l_f\frac{di(t)}{dt} << N\frac{d\phi(t)}{dt}$ $\qquad ri(t) << N\frac{d\phi(t)}{dt}$

Conclusion : hypothèse de Kapp

$$\left.\begin{array}{l} l_f\frac{di(t)}{dt} << N\frac{d\phi(t)}{dt} \\ ri(t) << N\frac{d\phi(t)}{dt} \end{array}\right\} \quad u(t) = N\frac{d\phi(t)}{dt}$$



WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

Relation entre le flux (ou l'induction) et la tension

- Tension d'alimentation sinusoïdale : $u(t) = U\sqrt{2}\cos\omega t$
- En effectuant l'hypothèse de Kapp : $u(t) = N\dfrac{d\phi(t)}{dt}$, on obtient : $\phi(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{N\omega}\sin\omega t$
- Relation de Boucherot : $\boxed{U = \dfrac{2\pi}{\sqrt{2}} B_{max} NSf = 4{,}44 B_{max} NSf}$
- **Dans l'hypothèse de Kapp, le flux est une grandeur sinusoïdale.**

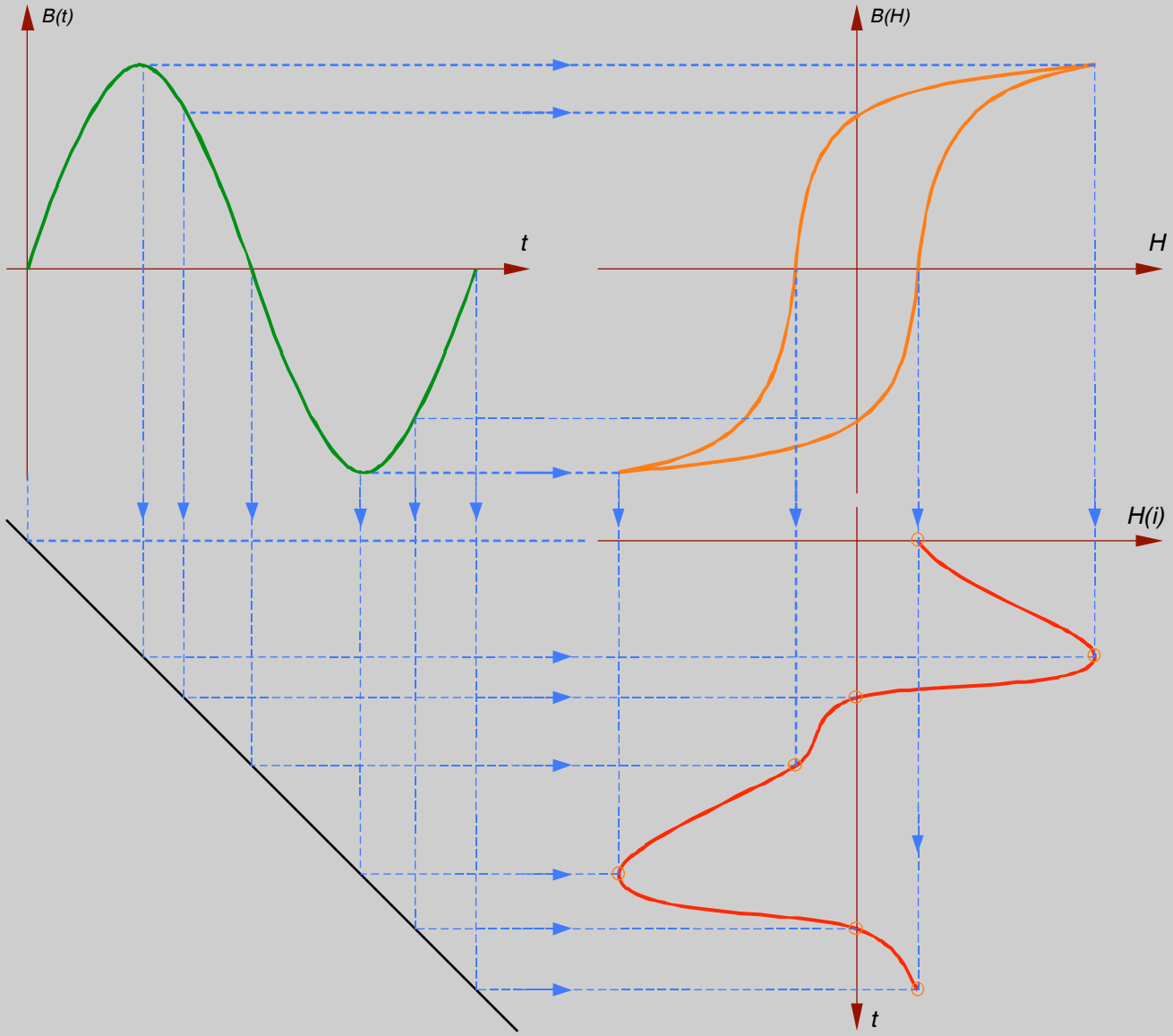
Relation entre le flux et le courant

- Relation d'Hopkinson et hypothèse de Kapp : $Ni(t) = \mathcal{R}\phi(t)$
- Expression du flux : $\phi(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{N\omega}\sin\omega t$
- D'où celle du courant : $\boxed{i(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{L\omega}\sin\omega t}$

Remarque :
on retrouve l'expression de l'impédance d'une inductance.

WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

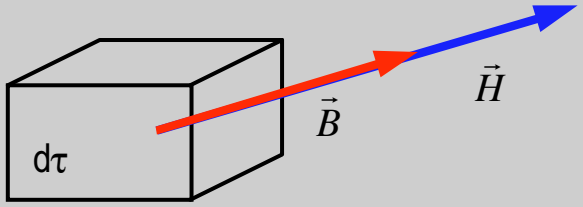
Influence de la saturation sur le courant



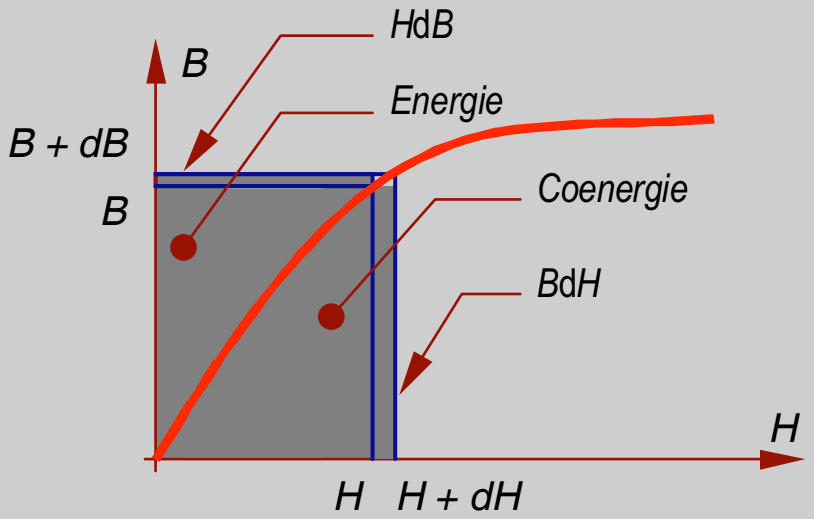
- Courant périodique non sinusoïdal.
- D'autant plus « déformé » que le circuit magnétique est saturé.
- Distorsion du signal marquée par le taux d'harmoniques.
- Pour une déformation faible : approximation au premier harmonique.
- On ne travaille qu'avec le courant fondamental.
- Pour une représentation de toutes les harmoniques : travail avec la puissance.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

- Densité d’énergie : $\rho_W = \frac{dW}{d\tau} = \frac{1}{2}\vec{B}.\vec{H}$



- Energie magnétique dans un volume V_{mat} : $W = \rho_W V_{mat} = \frac{1}{2}\vec{B}.\vec{H}V_{mat}$
- Expression de la densité d ’énergie : $d\rho_W = d(\frac{dW}{d\tau}) = \frac{1}{2}(BdH + HdB)$
- Pour H constant, dH = 0 : $d\rho_W\big|_{H=cte} = \frac{1}{2}HdB$
- Pour B constant, dB = 0 : $d\rho_W\big|_{B=cte}\ \frac{1}{2}BdH$



- Energie : $W = \int_B d\rho_W\big|_{H=cte} = \frac{1}{2}\int_B HdB$
- Coénergie : $W' = \int_H d\rho_W\big|_{B=cte} = \frac{1}{2}\int_H BdH$

WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

Pertes par courants de Foucault

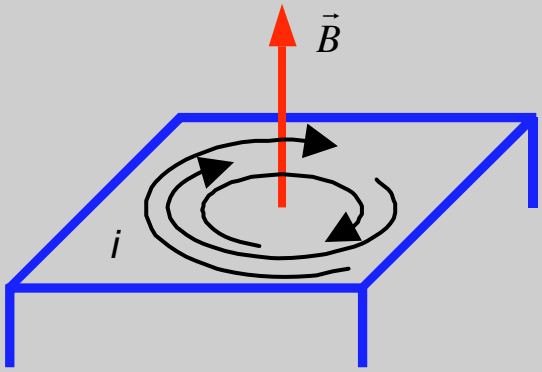
Origine et expression

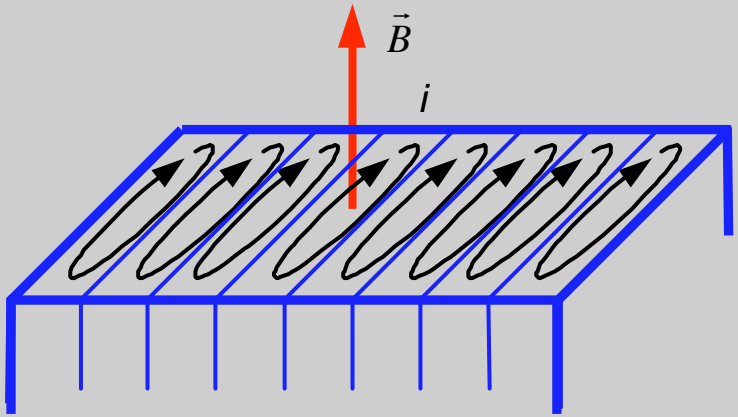
- Circulation de courants induits dans les masses métalliques conductrices,
- Dépendent de l'induction maximale B_M, de la fréquence f et de la résistivité du matériau ρ

$$P_F = k\frac{B_M^2 . f^2}{\rho}$$

Réduction des pertes

- Utilisation d'un matériau plus résistif : fer avec addition de silicium, ferrite.
- Feuilletage pour augmenter la résistance globale.





WWW.DZPEN.COM | قسم الجزائر

Pertes par hystérésis

Origine et expression

- Frottements des domaines de Weiss,
- Dépendent de l'induction maximale B_M, de la fréquence f, du volume matériau V et de l'énergie attachée au matériau (aire du cycle $\mathcal{A}_H$) regroupés dans un coefficient :

$$P_H = k_H . f . B_M^2$$

Réduction des pertes

- Utilisation d'un matériau à cycle d'hystérésis étroit : matériau doux.

Globalisation des pertes : pertes fer

- Somme des pertes par courant de Foucault et par hystérésis : $P_{fer} = P_F + P_H$.

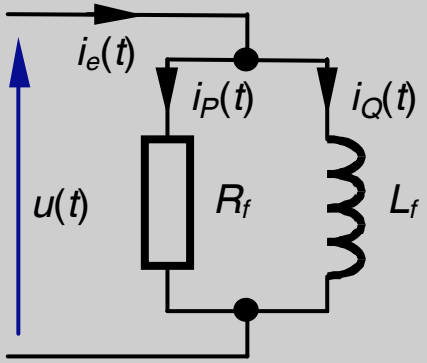
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Modèle électrique équivalent de la bobine saturée

Comportement du courant

- Dans l'hypothèse de Kapp, le courant réel $i_r(t)$ est déformé.
- Le courant équivalent $i_e(t)$ est sinusoïdal.
- $i_e(t)$ transporte la même puissance que le courant réel : les pertes fer P_{fer}.

Schéma équivalent

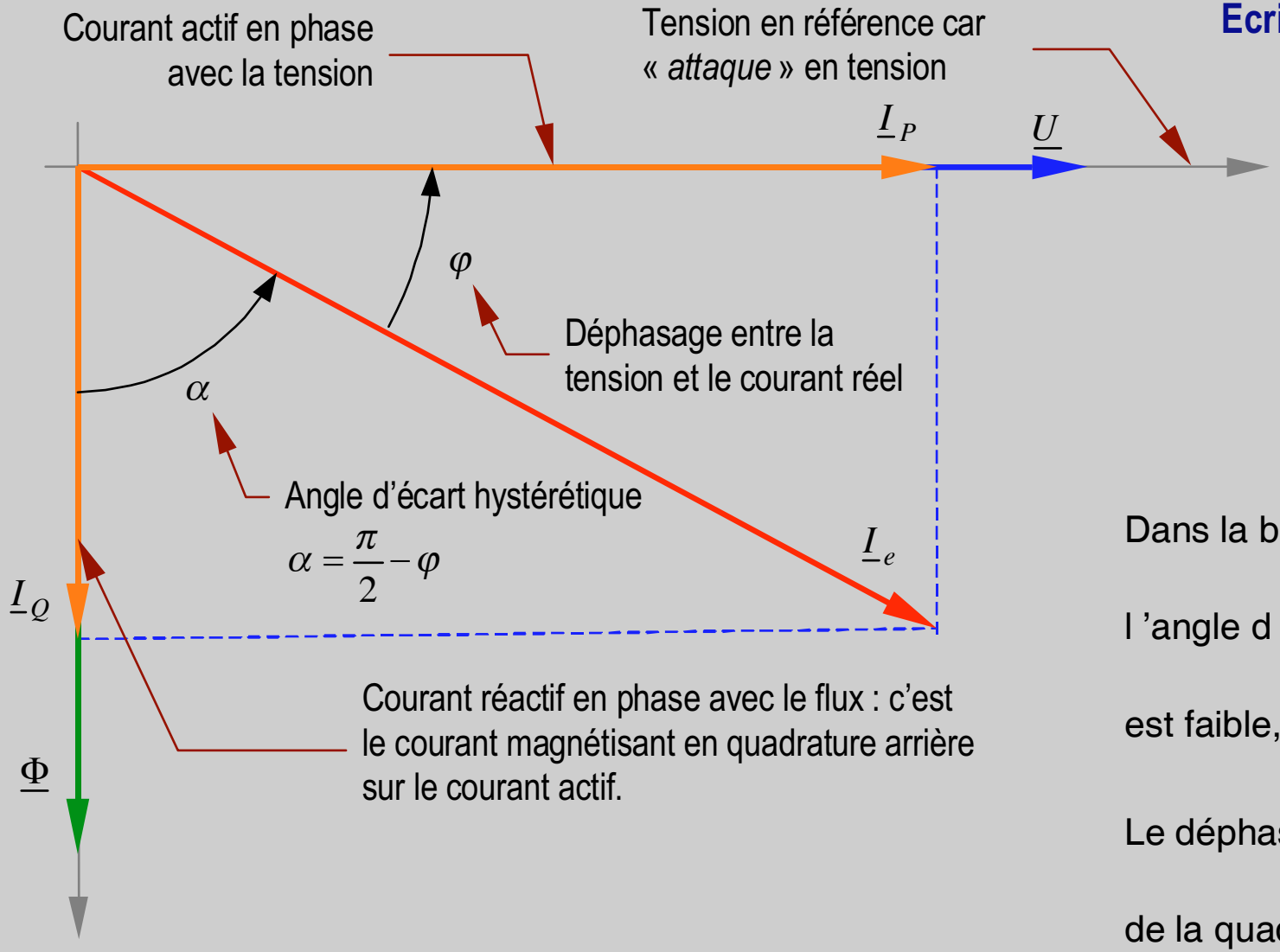


$$R_f = \frac{U^2}{P_{fer}} = \frac{P_{fer}}{I_P{}^2} = \frac{U}{I_P}$$

$$X_f = L_f\omega = \frac{U^2}{Q_{fer}} = \frac{Q_{fer}}{I_Q{}^2} = \frac{U}{I_Q}$$

WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

Représentation de Fresnel



Ecritures complexes

$$\underline{U} = U\sqrt{2}e^{j\omega t}$$

$$\underline{\Phi} = \frac{\underline{U}}{j\omega N}$$

Dans la bobine réelle,

l 'angle d 'écart hystérétique

est faible, quelques degrés :

Le déphasage φ est proche

de la quadrature.

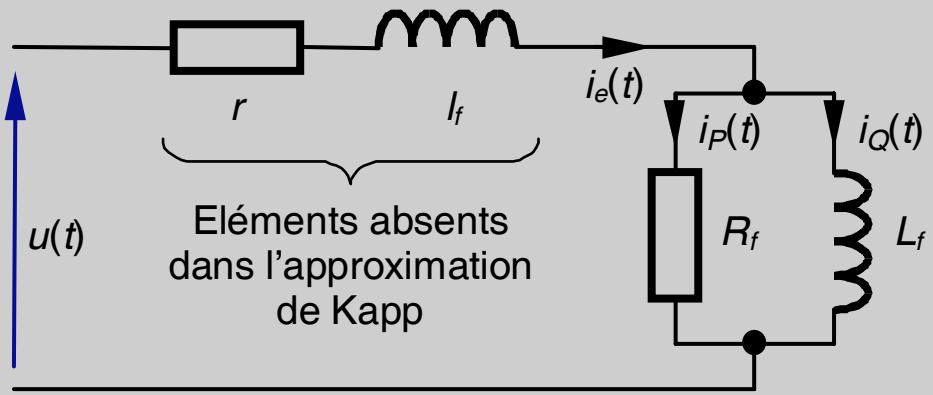
WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر

Schéma équivalent complet

❶ Modèle établit dans l'hypothèse de Kapp,

❷ Prise en compte des imperfections : résistance de l 'enroulement et inductance de fuite

⇒ Extension du modèle.



WWW.DZPEN.COM | موقع الجزائر