Le transformateur monophasé en régime sinusoïdal

«L'affaire est d'importance, et, bien considérée,
Mérite en plein conseil d'être délibérée. »
VV. 733-334, Don Fernand in « Le Cid » de Corneille.

Résumé

Dans la lignée des applications industrielles, le transformateur s'inscrit en suite logique de la bobine à noyau de fer. Cette machine statique comporte deux enroulements, le primaire et le secondaire, montés sur un circuit magnétique chargé de canaliser le flux d'induction. Son rôle est l'adaptation de la tension et du courant pour s'ouvrir vers un nouveau réseau de distribution de l'énergie électrique.

Après avoir présenté les notations adoptées dans ce document, le fonctionnement du transformateur est envisagé lorsque l'enroulement secondaire est ouvert. Ce fonctionnement à vide lui octroie un comportement et par conséquent un modèle rigoureusement identique à la bobine à noyau de fer : une résistance série issue de l'enroulement, une inductance série représentant les fuites magnétiques et un assemblage parallèle composé d'une résistance, synonyme de pertes fer, et d'une inductance magnétisante traduisant la création des grandeurs magnétiques. Cette partie se termine par la représentation vectorielle des grandeurs et un premier bilan énergétique.

Considérant le fonctionnement en charge (un récepteur est placé aux bornes du secondaire), la seconde partie reprend la mise en équation en tenant compte de tous les éléments. Cette démarche conduit à un schéma équivalent du transformateur en charge. C'est dans ce cadre que les tailles relatives des tensions et courants sont comparées pour effectuer une série d'hypothèses dites de Kapp. Deux nouveaux modèles sont alors envisagés. Le premier rassemble tous les éléments au primaire. Il traduit les préoccupations de l'exploitant chargé d'utiliser un transformateur pour créer un nouveau réseau. Le second renvoie tout au secondaire et les adjoint à la charge que l'utilisateur met en œuvre.

Les déterminations utiles à l'exploitant sont étudiées grâce à ces modèles de Kapp : détermination de la tension secondaire, de la chute de tension au secondaire en charge et du rendement (après les études énergétique).

Plus proche encore des considérations pratiques, la dernière partie traite des procédés expérimentaux de détermination des éléments du schéma équivalent : un essai à vide sous tension primaire nominale et un essai en court-circuit en régime de courant secondaire nominal. De ces deux expériences, le document s'achève sur la détermination ratique des éléments d'exploitation du transformateur.

I. Introduction 3
I.1. Présentation 3
I.2. Notations utilisées 3
I.3. Symbolisations 3
II. Fonctionnement du transformateur à vide 4
II.1. Mise en place 4
II.2. Mise en équation 4
II.3. Etablissement du schéma équivalent 4
II.4. Représentation dans le plan de Fresnel 5
II.5. Bilan des puissances 5
III. Fonctionnement du transformateur en charge 6
III.1. Mise en place 6
III.2. Mise en équation 6
III.3. Etablissement du schéma équivalent 6
III.4. Représentation de Fresnel 7
III.5. Bilan des puissances 7
IV. Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp 8
IV.1. Mise en équation 8
IV.2. Etablissement du schéma équivalent simplifié 8
IV.2.1. Ramené au secondaire 8
IV.2.2. Ramené au primaire 8
IV.2.3. Prise en compte des pertes fer et de la puissance magnétisante 9
IV.3. Exploitation du schéma équivalent dans l'hypothèse de Kapp 10
IV.3.1. Détermination de la tension U_2 en charge 10
IV.3.2. Détermination de la chute de tension ΔU_2 10
IV.4. Rendement du transformateur 11
V. Procédé expérimental de détermination du schéma équivalent 11
V.1. Deux essais : à vide et en court-circuit 11
V.1.1. Essai à vide sous tension nominale 11
V.1.1.1. Détermination de m 11
V.1.1.2. Détermination des pertes fer matérialisées par la résistance R_μ 12
V.1.1.3. Détermination de la réactance magnétisante X_μ 12
V.1.2. Essai en court-circuit à courant secondaire nominal sous tension réduite 12
V.1.2.1. Détermination de la résistance ramenée au secondaire R_2 13
V.1.2.2. Détermination de la réactance ramenée au secondaire X_2 13
V.2. Exploitation des résultats expérimentaux ($U_{10} = U_{1n}$ et $I_{2cc} = I_{2n}$) 13
V.2.1. Prédétermination de la chute de tension en charge ($I_2 = I_{2n}$) 13
V.2.2. Prédétermination du rendement ($I_2 = I_{2n}$) 14
V.2.3. Conclusion 14
VI. Bibliographie 14

WWW.DZIEN.COM | قسم الجزائر

I. Introduction

I.1. Présentation

Le transformateur est une machine électrique statique permettant de transférer l'énergie électrique en adaptant les niveaux de tension (de nature sinusoïdale) et de courant entre deux réseaux de même fréquence.

Il est constitué de deux parties électriques isolées, l'enroulement primaire et le secondaire, liées magnétiquement par un circuit magnétique (***Figure 1***). Pour des impératifs de fabrication et d'efficacité la réalisation pratique donne à ce dernier une autre forme : circuit magnétique cuirassé et bobinages concentriques.

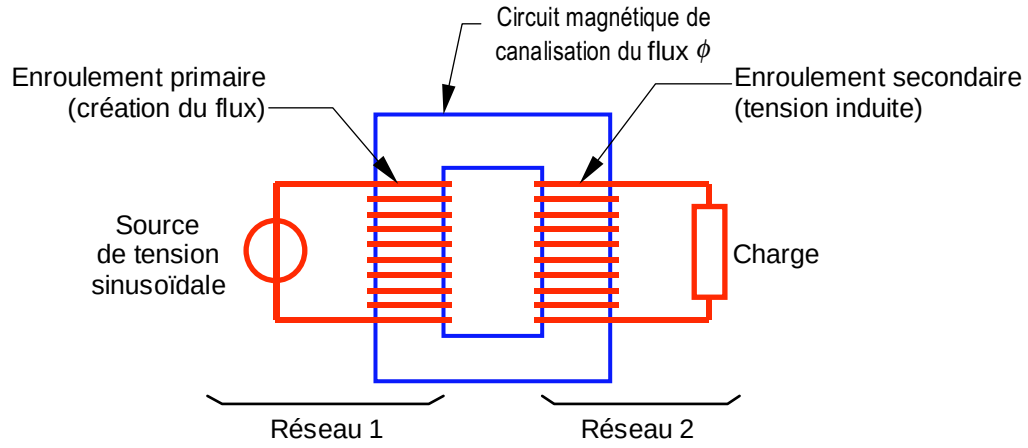


Figure 1 : constitution du transformateur.

I.2. Notations utilisées

On adopte différentes notations suivant les parties du transformateur que l'on décrit :

- primaire : indice **1** ;
- secondaire : indice **2** ;
- grandeurs à vide : indice **0** ;
- grandeurs nominales : indice **n** ;
- grandeurs en court-circuit : indice **cc**.

C'est le courant primaire qui impose le sens positif du flux dans le circuit magnétique.

Le marquage des tensions et des courants traduit le sens de transfert de l'énergie.

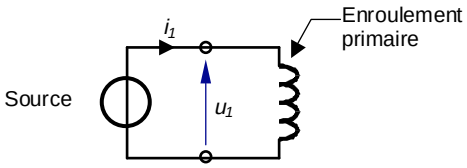


Figure 2 : le primaire se comporte comme un récepteur vis à vis de la source (tension et courant de sens contraires).

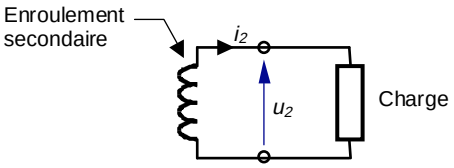


Figure 3 : le secondaire se comporte comme un générateur vis à vis de la charge (tension et courant de même sens).

I.3. Symbolisations

Les trois figures suivantes représentent les symboles des transformateurs les plus souvent rencontrés.

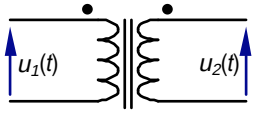


Figure 4

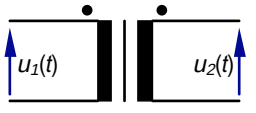


Figure 5

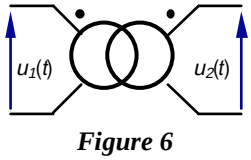


Figure 6

WWW.DZIEN.COM | قسم الجزائر

II. Fonctionnement du transformateur à vide

II.1. Mise en place

Le transformateur comporte deux enroulements de résistances r_1 et r_2 comportant N_1 ou N_2 spires (***Figure 7***). Le primaire reçoit la tension $u_1(t)$ et absorbe le courant $i_{10}(t)$. Le secondaire délivre la tension $u_{20}(t)$ et un courant $i_{20}(t)$ nul puisqu'il est à vide.

Le flux $\phi_1(t)$ créé par l'enroulement primaire se décompose en un flux de fuite au primaire $\phi_{f1}(t)$ auquel s'ajoute le flux commun $\phi_{C0}(t)$ dans le circuit magnétique.

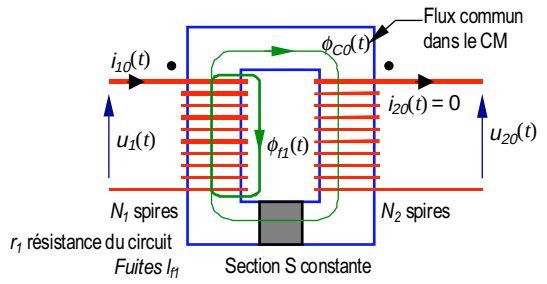


Figure 7 : notations autour du transformateur à vide.

II.2. Mise en équation

Mise en équation des tensions

le comportement du primaire est celui d'une bobine à noyau de fer.

$$u_1 = r_1 i_{10} + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = r_1 i_{10} + l_{f1} \frac{di_{10}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{C0}}{dt}$$

Considérations sur les courants

D'après les déterminations établies sur le courant dans le document « *les circuits magnétiques régime sinusoïdal : bobine à noyau de fer* », le courant au primaire n'est pas sinusoïdal. Pour y remédier, on effectue l'hypothèse de sinusoïdalité du courant primaire. En conséquence et d'après le théorème d'Ampère, le champ d'excitation, le champ d'induction et donc le flux sont des grandeurs sinusoïdales.

Dans ces conditions, on peut utiliser leur notation complexe : $\phi \rightarrow \underline{\Phi}$, $i \rightarrow \underline{I}$, $u \rightarrow \underline{U}$ et $e \rightarrow \underline{E}$.

Mise en équations en grandeurs complexes

$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_{10} + jl_{f1}\omega \underline{I}_{10} + j\omega N_1 \underline{\Phi}_{C0}$. La force contre électromotrice est le terme $\underline{E}_{10} = j\omega N_1 \underline{\Phi}_{C0}$.

$\underline{U}_2 = j\omega N_2 \underline{\Phi}_{C0}$

Equations des flux

$N_1 \underline{\Phi}_{10} = N_1 (\underline{\Phi}_{C0} + \underline{\Phi}_{f1})$

II.3. Etablissement du schéma équivalent

On retrouve le comportement d'une bobine à noyau de fer. Le schéma équivalent (***Figure 8***) est identique à la différence de l'insertion d'un transformateur parfait (***Figure 9***) en parallèle avec les éléments de magnétisation et des pertes fer.

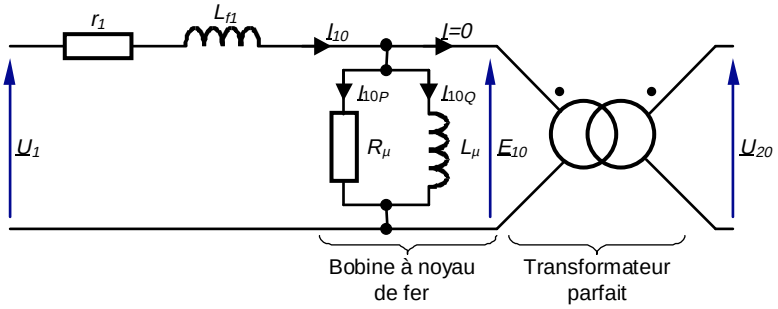
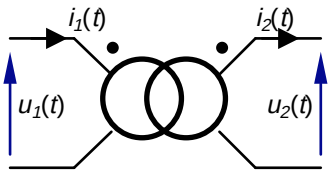


Figure 8 : schéma équivalent (c'est celui d'une bobine à noyau de fer).

WWW.DZIEN.COM | قسم الجزائر



$m = \dfrac{N_2}{N_1}$ est le **rapport de transformation**.

Elimination du flux ϕ des lois de Faraday : $\dfrac{u_2(t)}{u_1(t)} = m$.

Le rendement est unitaire donc $p_1(t) = p_2(t)$,

en conséquence $u_1(t)i_1(t) = u_2(t)i_2(t)$,

soit $\dfrac{u_2(t)}{u_1(t)} = \dfrac{i_1(t)}{i_2(t)} = m$ soit $i_1(t) = m.i_2(t)$.

Figure 9 : définition et description d'un transformateur parfait.

II.4.Représentation dans le plan de Fresnel

Pour réaliser le diagramme de Fresnel de la ***Figure 10***, on trace successivement : $\underline{E}_{10}$ en référence, $\underline{U}_{20}$, $\underline{I}_{10P}$, $\underline{\Phi}_{C0}$, I_{10Q}, I_{10}, $\underline{\Phi}_{f10}$, $\underline{\Phi}_{10}$, $r_1.\underline{I}_{10}$, $jl_{f1}\omega\underline{I}_{10}$ et $\underline{U}_1$.

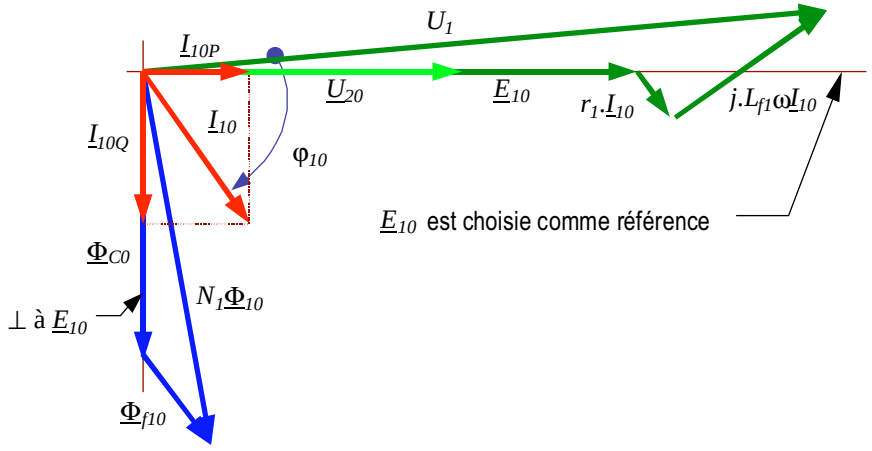


Figure 10 : diagramme de Fresnel du transformateur à vide.

II.5. Bilan des puissances

Puisque c'est un élément de transfert d'énergie, l'étude du transformateur nécessite d'effectuer un bilan des puissances mises en jeu dans le but de déterminer le rendement.

A vide, le transformateur absorbe une puissance active P_{10} et une puissance réactive Q_{10}.

Pour effectuer le bilan des puissances, on utilise le théorème de Boucherot.

$$P_{10} = r_1 I_{10}^2 + \frac{E_{10}^2}{R_\mu} \text{ avec } \begin{cases} r_1 I_{10}^2 : \text{ pertes Joule dans la résistance de l'enroulement primaire.} \\ \dfrac{E_{10}^2}{R_\mu} = R_\mu I_{10P}^2 : \text{pertes fer dans le circuit magnétique .} \end{cases}$$

On peut aussi écrire : $P_{10} = U_1 I_{10} \cos\varphi_{10}$ où $\cos\varphi_{10}$ est le facteur de puissance à vide.

$$Q_{10} = l_{f1}\omega I_{10}^2 + \frac{E_{10}^2}{L_\mu \omega} \text{ avec } \begin{cases} l_{f1}\omega I_{10}^2 : \text{puissance réactive de fuite dans l'enroulement primaire.} \\ \dfrac{E_{10}^2}{L_\mu \omega} = L_\mu \omega I_{10Q}^2 : \text{puissance magnétisante du circuit magnétique .} \end{cases}$$

On peut aussi écrire : $Q_{10} = U_1 I_{10} \sin\varphi_{10}$.

WWW.DZIEN.COM | قسم الجزائر

III. Fonctionnement du transformateur en charge

III.1. Mise en place

La présence d'un courant dans le bobinage secondaire a pour effet l'existence d'un flux de fuite ϕ_{f2} émanant de cet enroulement et nécessite la prise en compte de la résistance du secondaire.

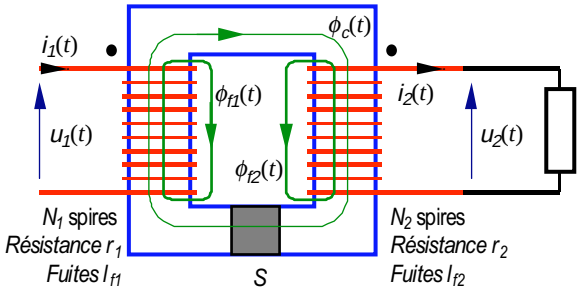


Figure 11

III.2. Mise en équation

Mise en équations des flux

Flux total embrassé par les N_1 spires du primaire : $\phi_1 = N_1(\phi_C + \phi_{f1})$.

Flux total embrassé par les N_2 spires du secondaire : $\phi_2 = N_2(\phi_C - \phi_{f2})$.

Mise en équation des tensions

$$u_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = r_1 i_1 + l_{f1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi_C}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} - r_2 i_2 = -r_2 i_2 - l_{f2} \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\phi_C}{dt}$$

Mise en équation des courants

Le flux $\phi_C(t)$ est créé par le champ d'excitation magnétique $h(t)$ dans le circuit magnétique.

Théorème d'Ampère sur la ligne moyenne l : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = h.l = \mathcal{E}$

On identifie cette fmm $\mathcal{E}$ à celle créée par un courant $i_{1\mu}$ dans le primaire du transformateur lorsqu'il est à vide (c'est ce que l'on observe pratiquement : $i_{1\mu} \approx i_{10}$).

Donc : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu$

Mise en équations en grandeurs complexes

$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j l_{f1} \omega \underline{I}_1 + j\omega N_1 \underline{\Phi}_C = j\omega N_1 \underline{\Phi}_C + (r_1 + j l_{f1}\omega)\underline{I}_1$$

On pose $\underline{E}_1 = j\omega N_1 \underline{\Phi}_C$, en quadrature avant sur le flux $\underline{\Phi}_C$.

$$\underline{U}_2 = -r_2 \underline{I}_2 - j l_{f2} \omega \underline{I}_2 + j\omega N_2 \underline{\Phi}_C = j\omega N_2 \underline{\Phi}_C - (r_2 + j l_{f2}\omega)\underline{I}_2$$

On pose $\underline{E}_2 = j\omega N_2 \underline{\Phi}_C$, en quadrature avant sur le flux $\underline{\Phi}_C$, donc en phase avec $\underline{E}_1$.

L'analyse de ces relations permet de définir le **rapport de transformation** : $m = \dfrac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = \dfrac{N_2}{N_1}$

Comportement des courants : $N_1 \underline{I}_1 - N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_\mu$, soit $\underline{I}_1 = \underline{I}_\mu + m\underline{I}_2$.

Comportement des flux : $\underline{\Phi}_1 = N_1 \underline{\Phi}_C + N_1 \underline{\Phi}_{f1}$ et $\underline{\Phi}_2 = N_2 \underline{\Phi}_C - N_2 \underline{\Phi}_{f2}$.

III.3. Etablissement du schéma équivalent

Au schéma équivalent à vide vient s'ajouter l'influence des éléments du secondaire. On définit alors le schéma équivalent complet du transformateur en charge (***Figure 12***).

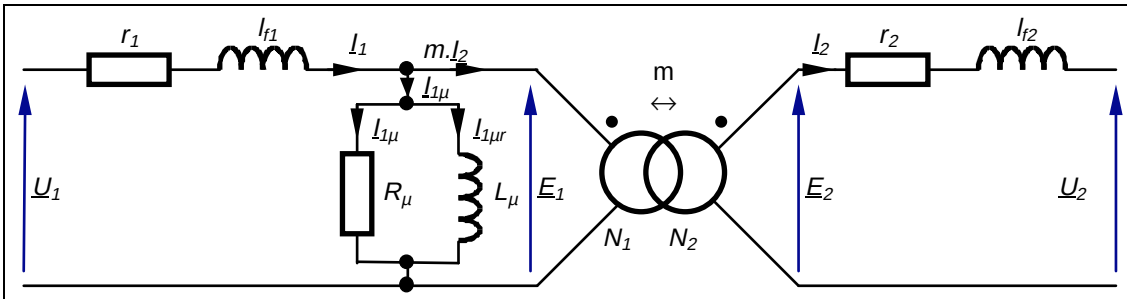


Figure 12 : schéma équivalent du transformateur en charge.

III.4. Représentation de Fresnel

Les relations du paragraphe §III.2 sont transcrites dans le diagramme de Fresnel de la ***Figure 13***. On trace successivement : $\underline{U}_2$ en référence (car c'est la tension terminale, le besoin), I_2, $r_2.\underline{I}_2$, $jl_{f2}\omega\underline{I}_2$, $\underline{E}_2$, $\underline{E}_1$, $\underline{\Phi}_c$, $\underline{\Phi}_{f2}$, $\underline{\Phi}_2$, $\underline{I}_{10P}$, I_{10Q}, $\underline{I}_{10}$, $m\underline{I}_2$, $\underline{I}_1$, $r_1.\underline{I}_1$, $jl_{f1}\omega\underline{I}_1$ et $\underline{U}_1$.

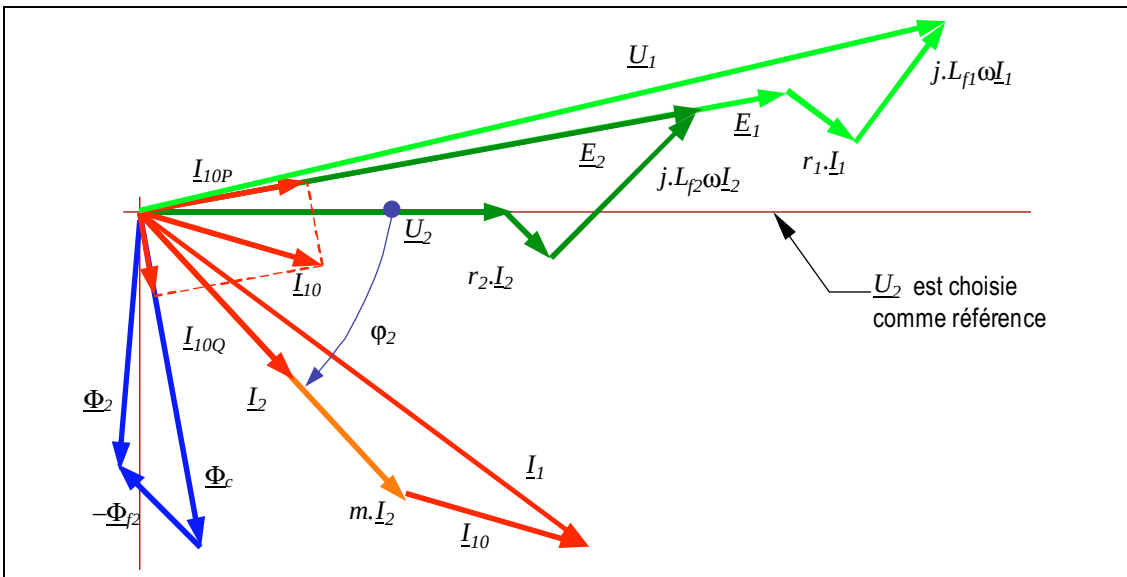


Figure 13 : diagramme de Fresnel du transformateur en charge.

III.5. Bilan des puissances

Pour terminer, on peut envisager le bilan de toutes les puissances, actives ou réactives, qui apparaissent dans le transformateur (***Figure 6***).

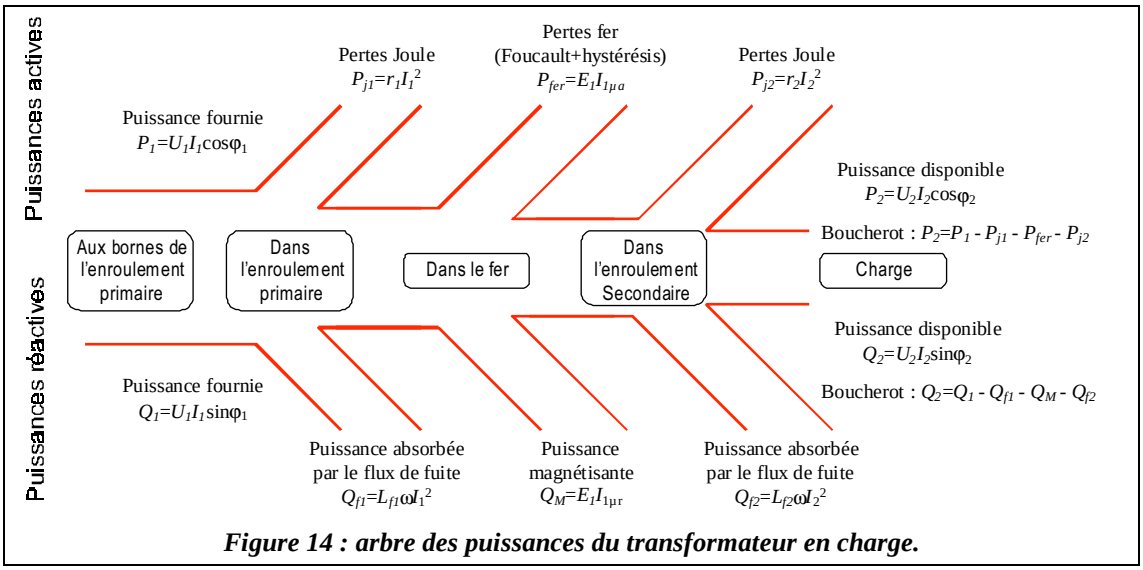


Figure 14 : arbre des puissances du transformateur en charge.

WWW.DZIEN.COM | قسم الجزائر

IV. Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp

Les tensions primaire et secondaire à vide sont proportionnelles : elles sont dans le rapport de transformation. En ce qui concerne les courants i_μ intervient : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu$. Or, les transformateurs sont réalisés de manière à ce que le courant à vide (donc $N_1 i_\mu$) soit le plus faible possible. L'hypothèse de Kapp permet de négliger ce courant vis à vis de i_1 si bien que i_1 et i_2 sont dans le rapport de transformation.

IV.1. Mise en équation

[1] Relation entre les courants : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu \approx 0$ soit $N_1 i_1 = N_2 i_2$, donc $\underline{I}_1 = m\underline{I}_2$.

[2] Tension primaire : $\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + (r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_1$

[3] Tension secondaire : $\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - (r_2 + jl_{f2}\omega)\underline{I}_2$

Dans l'hypothèse de Kapp :

- A vide : $\dfrac{\underline{U}_{20}}{\underline{U}_1} = \dfrac{\underline{U}_{20}}{\underline{E}_1 + (r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_{10}} \approx \dfrac{\underline{U}_{20}}{\underline{E}_1} = m$.
- En charge : $\dfrac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = m$. Cette relation est toujours vraie, mais peu exploitable en pratique.

IV.2. Etablissement du schéma équivalent simplifié

IV.2.1. Ramené au secondaire

Dans ces conditions, on assimile tous les défauts à un circuit *RL* au secondaire du transformateur.

On multiplie l'équation [2] par m : $m\underline{U}_1 = m\underline{E}_1 + m(r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_1$,

or $m\underline{U}_1 = \underline{U}_{20}$, $m\underline{E}_1 = \underline{E}_2$ et $\underline{I}_1 = m\underline{I}_2$ donc $\underline{U}_{20} = \underline{E}_2 + m^2(r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_2$

Mais, d'après [3], $\underline{E}_2 = \underline{U}_2 + (r_2 + jl_{f2}\omega)\underline{I}_2$

En remplaçant : $\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - (r_2 + jl_{f2}\omega)\underline{I}_2 - m^2(r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_2$

Le secondaire se comporte comme une source de tension :

- de fem $\underline{U}_{20}$;
- d'impédance $\underline{Z}_2 = (r_2 + m^2 r_1) + j\omega(l_{f2} + m^2 l_{f1})$

On peut écrire l'équation du transformateur ramenée au secondaire : [4] $\boxed{\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - (R_2 + jL_2\omega)\underline{I}_2}$.

- $\boxed{R_2 = r_2 + m^2 r_1}$ est la résistance totale ramenée au secondaire
- $\boxed{L_2 = l_{f2} + m^2 l_{f1}}$ est l'inductance totale ramenée au secondaire.

Cette relation se traduit par le schéma équivalent de la ***Figure 15***.

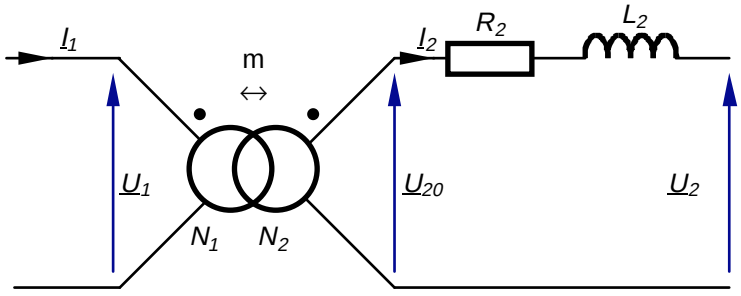


Figure 15 : schéma équivalent du transformateur ramené au secondaire.

IV.2.2. Ramené au primaire

Dans ces conditions, on assimile tous les défauts à un circuit *RL* au primaire du transformateur.

Avec l'équation [2], sachant que $\underline{E}_1 = \frac{\underline{E}_2}{m}$: $\underline{U}_1 = \frac{\underline{E}_2}{m} + (r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_1$.

Or avec [3], $\underline{E}_2 = \underline{U}_2 + (r_2 + jl_{f2}\omega)\underline{I}_2$,

Donc $\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_2}{m} + (r_2 + jl_{f2}\omega)\frac{\underline{I}_1}{m^2} + (r_1 + jl_{f1}\omega)\underline{I}_1$

Le primaire se comporte comme un récepteur :

- de fcem (force contre-électromotrice) $\frac{\underline{U}_2}{m}$;
- d'impédance $\underline{Z}_1 = (r_1 + \frac{r_2}{m^2}) + j\omega(\frac{l_{f2}}{m^2} + jl_{f1})$

On peut écrire l'équation du transformateur ramenée au primaire : [5] $\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_2}{m} + (R_1 + jL_1\omega)\underline{I}_1$

- $R_1 = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$ est la résistance totale ramenée au primaire.
- $L_1 = l_{f1} + \frac{l_{f2}}{m^2}$ est l'inductance totale ramenée au primaire.

Cette relation se traduit par le schéma équivalent de la ***Figure 16***.

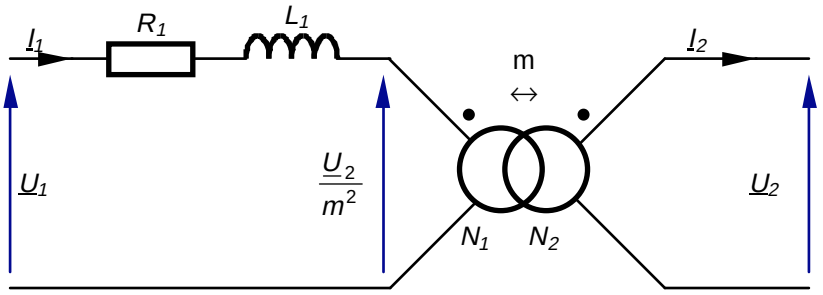


Figure 16 : schéma équivalent ramené au primaire du transformateur.

IV.2.3. Prise en compte des pertes fer et de la puissance magnétisante

On associe le schéma relatif aux pertes à celui ramené au secondaire ce qui conduit au schéma de la ***Figure 17.***

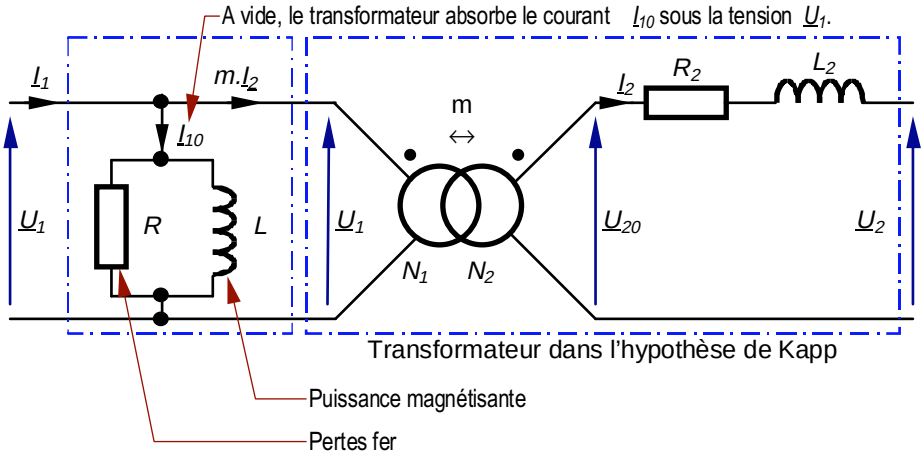


Figure 17 : schéma équivalent ramené au secondaire avec prise en compte des pertes fer.

IV.3. Exploitation du schéma équivalent dans l'hypothèse de Kapp

IV.3.1. Détermination de la tension U_2 en charge

On connaît la tension à vide $\underline{U_{20}}$, le courant en charge $\underline{I_2}$, la charge $\cos\varphi_2$, les paramètres ramenés au secondaire R_2 et $L_2\omega$ que l'on notera X_2. La relation [4] est traduite par le diagramme de Fresnel de la ***Figure 18***.

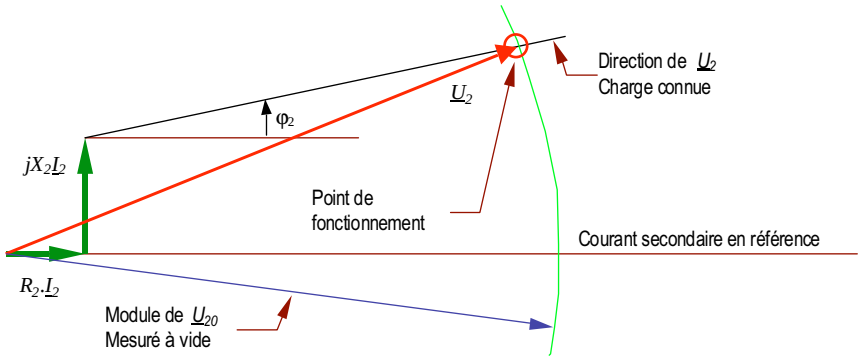


Figure 18 : détermination de la tension secondaire en charge.

IV.3.2. Détermination de la chute de tension ΔU_2

Le triangle de Kapp représente les défauts du transformateur. Ses dimensions sont faibles par rapport au module de $\underline{U_2}$. Dans ces conditions $\underline{U_2}$ et $\underline{U_{20}}$ sont déphasées d'un angle θ proche de zéro (***Figure 19***).

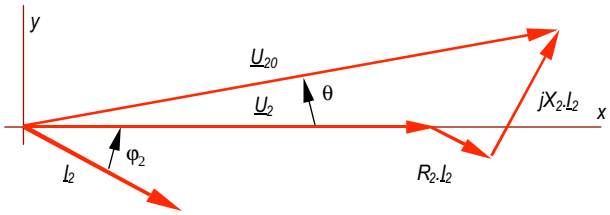


Figure 19 : lien entre la tension à vide et la tension en charge.

Projection sur x : $U_{20}\cos\theta = U_2 + R_2 I_2\cos\varphi_2 + X_2 I_2\sin\varphi_2$

Projection sur y : $U_{20}\sin\theta = -R_2 I_2\sin\varphi_2 + X_2 I_2\cos\varphi_2$

θ est faible, on réalise deux approximations de la chute de tension en charge $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$:

- à l'ordre 0 : $\Delta U_2 = R_2 I_2\cos\varphi_2 + X_2 I_2\sin\varphi_2$;
- à l'ordre 1 : $\Delta U_2 = \dfrac{(X_2 I_2\sin\varphi_2 - R_2 I_2\cos\varphi_2)^2 I_2^2 + (X_2 I_2\sin\varphi_2 + R_2 I_2\cos\varphi_2) I_2}{2U_{20}}$

La première approximation est la plus utilisée, la seconde offre une plus grande justesse pour un transformateur de moins bonne qualité (triangle de Kapp plus important).

Dans un contexte industriel, les grandeurs sont données relativement à la tension à vide :

$$\Delta U_2\% = 100\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}},\ R\% = 100\frac{R_2 I_{2n}}{U_{20}}\ \text{et}\ X\% = 100\frac{X_2 I_{2n}}{U_{20}}$$

On a alors :

$$\Delta U_2\% = R\%\cos\varphi_2 + X\%\sin\varphi_2$$

IV.4. Rendement du transformateur

Le transformateur est un élément essentiel de la chaîne de distribution de l'énergie électrique pour des réseaux de très grande puissance. Dans la recherche d'une optimisation des coûts, il est nécessaire de connaître le rendement du transformateur.

Le rendement d'un appareil est le rapport de la puissance restituée à la puissance fournie.

Pour le transformateur : $\eta = \dfrac{\text{Puissance disponible au secondaire}}{\text{Puissance totale absorbée au p rimaire}} = \dfrac{P_2}{P_1}$

$$P_1 = P_2 + P_{J2} + P_{fer} = U_2 I_2 \cos\varphi_2 + R_2 I_2^2 + P_{fer} \left.\begin{array}{r} P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2 \\ \end{array}\right\} \text{donc } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos\varphi_2}{U_2 I_2 \cos\varphi_2 + R_2 I_2^2 + P_{fer}}$$

Dans le cas d'une charge fixée (φ_2 = cte et U_2 = cte —ceci n'apparaît en fait jamais car $U_2 = f(I_2)$!), il existe un point de fonctionnement conduisant à un rendement maximum.

Pour le déterminer, on écrit le rendement sous la forme $\eta = \dfrac{U_2 \cos\varphi_2}{U_2 \cos\varphi_2 + R_2 I_2 + \dfrac{P_{fer}}{I_2}}$

Les termes $R_2 I_2$ et $\dfrac{P_{fer}}{I_2}$ sont variables, leur produit constant ($R_2 P_{fer}$) et $U_2 \cos\varphi_2$ est constant.

Le rendement du transformateur est maximum si les deux termes variables sont identiques, c'est à dire, $R_2 I_2^2 = P_{fer}$. En résumé le rendement est maximal lorsque pertes fer et pertes Joule sont identiques. Bien qu'intéressante, cette particularité n'est pas essentielle dans le dimensionnement du transformateur.

V. Procédé expérimental de détermination du schéma équivalent

V.1. Deux essais : à vide et en court-circuit

V.1.1. Essai à vide sous tension nominale

Dans un essai à vide, les courants, et par conséquent les pertes Joule, sont faibles.

On mesure les tensions primaire et secondaire à l'aide de voltmètres supposés parfaits (impédance infinie), le courant primaire (ampèremètre d'impédance nulle) et la puissance absorbée au primaire (***Figure 20***).

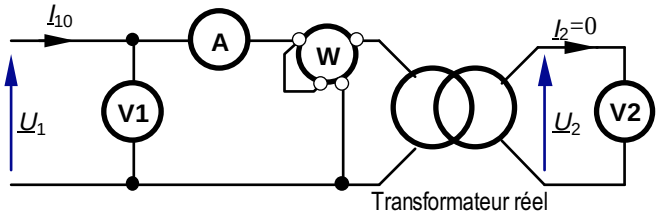


Figure 20 : essai à vide d'un transformateur.

On se place au régime nominal pour relever les grandeurs suivantes :

- tension primaire $U_1 = U_{1n}$ avec **V1** ;
- tension secondaire $U_{20} = E_2$ avec **V2** ;
- courant primaire à vide I_{10} qui n'est autre que le courant magnétisant I_μ avec **A** ;
- La puissance primaire P_{10} avec **W**.

V.1.1.1. Détermination de *m*

Puisque le transformateur est à vide, la chute de tension dans r_1 et l_{f1} est très faible par rapport à E_1 (l'essentiel de la tension primaire). La tension E_2 est mesurée. On a alors :

$$m = \frac{E_2}{E_1} \approx \frac{U_{20}}{U_{1n}}$$

V.1.1.2. Détermination des pertes fer matérialisées par la résistance R_μ

Transformateur réel	Transformateur dans l'hypothèse de Kapp
$P_{10} = P_{J10} + P_{fer}$ • $I_{10} << I_{1n}$ donc $P_{J10} = r_1 I_{10} << P_n$. • f et $E_1 \approx U_1$ sont constantes donc l'induction B est constante (relation de Boucherot). En conséquence les pertes fer restent constantes et $P_{J10} << P_{fer}$. • Donc $P_{10} \approx P_{fer}$.	Toutes les résistances sont ramenée au secondaire, où le courant est nul : Les pertes par effet Joule sont nulles. On a donc : $P_{10} = \frac{U_1^2}{R_\mu} = P_{fer}$

Quel que soit le modèle utilisé, les pertes mesurées à vide représentent les pertes fer du transformateur. Ces dernières ne dépendent que de la fréquence et de la tension primaire, constantes en utilisation industrielle.

V.1.1.3. Détermination de la réactance magnétisante X_μ

Transformateur réel	Transformateur dans l'hypothèse de Kapp
$Q_{10} = P_{10} \tan \varphi_{10} = U_1 I_{10} \sin \varphi_{10}$ Or P_{10}, U_1 et I_{10} sont mesurés, on endéduit $\cos\varphi_{10}$ donc Q_{10}. La chute de tension dans l_{f1} est très faible devant E_1, si bien que : $Q_{10} = L_{f1}\omega I_{10} + \frac{E_1^2}{L_\mu \omega} \approx \frac{U_1^2}{L_\mu \omega}$	Dans ce cas : $Q_{10} = \frac{E_1^2}{L_\mu \omega} \approx \frac{U_1^2}{L_\mu \omega} = P_{10} \tan \varphi_{10}$ déterminée ci-contre.

V.1.2. Essai en court-circuit à courant secondaire nominal sous tension réduite

Dans un essai avec secondaire en court circuit, il faut limiter la tension primaire pour se placer au régime nominal de courant au secondaire. Dans ces conditions, les tensions sont faibles.

Pour amener le courant secondaire à la valeur nominale, la tension primaire est réglée avec un autotransformateur. On mesure la tension primaire à l'aide d'un voltmètre supposé parfait (impédance infinie), les courants primaire et secondaires (ampèremètres d'impédance nulle) et la puissance absorbée au primaire (***Figure 21***).

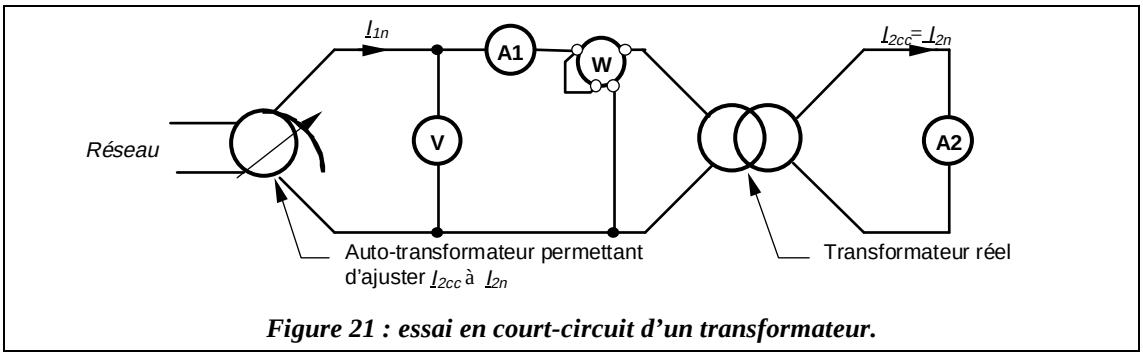


Figure 21 : essai en court-circuit d'un transformateur.

On relève les grandeurs suivantes :

- tension primaire U_{1cc} avec **V** ;
- courant primaire I_{1cc} avec **A1**, essentiellement pour contrôler le courant dans le wattmètre et éviter de dépasser le calibre courant de cet appareil ;
- courant secondaire $I_{2cc} = I_{2cc}$ avec **A2** ;
- La puissance primaire P_{1cc} avec **W**.

V.1.2.1. Détermination de la résistance ramenée au secondaire R_2

Transformateur réel	Transformateur dans l'hypothèse de Kapp
$P_{1cc} = r_1 I_{1cc}^2 + r_2 I_{2cc}^2 + P_{fercc}$ Or les pertes fer dépendent de la tension primaire qui est ici très faible : les pertes P_{fercc} sont négligeables devant les autres. En conclusion : $P_{1cc} \approx r_1 I_{1cc}^2 + r_2 I_{2cc}^2 = r_1 I_{1n}^2 + r_2 I_{2n}^2 = P_{Jn}$.	Dans ce cas : $P_{1cc} = R_2 I_{2cc}^2 = R_2 I_{2n}^2$ Puisque puissance et courant sont mesurés, c'est la résistance R_2 qui peut être déterminée dans cet essai : $R_2 = \frac{P_{1cc}}{I_{2n}^2}$

Puisque l'on se place au régime nominal de courant, les pertes mesurées en court circuit sont les pertes Joule nominales, appelées aussi pertes cuivre car elles concernent uniquement la dissipation de puissance dans les conducteurs électriques.

V.1.2.2. Détermination de la réactance ramenée au secondaire X_2

Vu du secondaire, le transformateur se réduit à la représentation de la ***Figure 22***.

On en déduit la réactance ramenée au secondaire :

$$L_2\omega = X_2 = \sqrt{\left(\frac{mU_{1cc}}{I_{2cc}}\right)^2 - R_2^2}$$

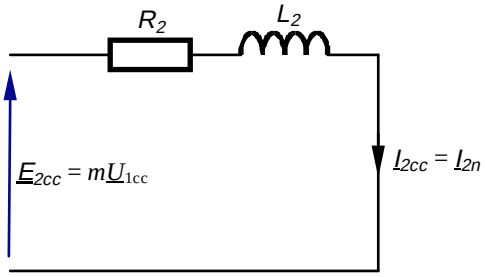


Figure 22 : secondaire du transformateur en court-circuit.

V.2. Exploitation des résultats expérimentaux ($U_{10} = U_{1n}$ et $I_{2cc} = I_{2n}$)

La connaissance des éléments du modèle du transformateur permettent d'établir quelques paramètres de fonctionnement qui facilitent l'exploitation de l'appareil en milieu industriel.

V.2.1. Prédétermination de la chute de tension en charge ($I_2 = I_{2n}$)

Dans le dimensionnement d'un transformateur, la tension à vide est l'élément déterminant pour dimensionner le circuit magnétique. Mais la réalité industrielle nécessite de connaître la tension en charge, donc de connaître la chute de tension ΔU_2.

Le schéma équivalent de la ***Figure 22*** conduit au diagramme de Fresnel de la ***Figure 23***. Le triangle de Kapp est celui obtenu en court-circuit. L'exploitation de ce diagramme permet la détermination de ΔU_2 d'après le paragraphe §IV.3.2 (page10).

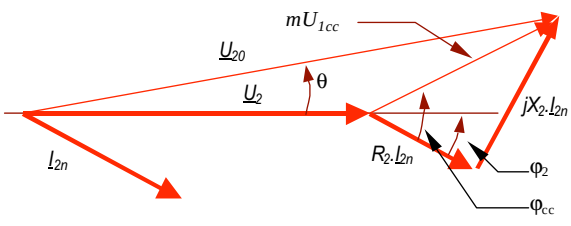


Figure 23 : diagramme de Fresnel au secondaire.

En utilisant ces deux résultats :

$$\Delta U_2 = R_2 I_{2n} \cos\varphi_2 + X_2 I_{2n} \sin\varphi_2 = mU_{1cc} \cos(\varphi_{cc} - \varphi_2)$$

En conclusion la chute de tension que l'on observe en charge peut être déterminée par la connaissance de la charge (φ_2), des éléments R_2 et X_2 déterminés lors de l'essai en court-circuit et de la phase φ_{cc} obtenue par ce même essai.

Dans un contexte industriel, les grandeurs relatives sont utilisées (Cf. §IV.3.2, page10) :

$$\Delta U_2\% = R\% \cos\varphi_2 + X\% \sin\varphi_2$$

On définit aussi la tension primaire de court-circuit par :

$$U_{1cc}\,\% = \frac{U_{1cc}}{\frac{U_{20}}{m}} = \sqrt{\left(\frac{R_2 I_{2cc}}{U_{20}}\right)^2 + \left(\frac{X_2 I_{2cc}}{U_{20}}\right)^2} = \sqrt{R\%^2 + X\%^2}$$

V.2.2. Prédétermination du rendement ($I_2 = I_{2n}$)

En reprenant les résultats du paragraphe §IV.4 (page 11) : $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_{2n} \cos\varphi_2}{U_2 I_{2n} \cos\varphi_2 + R_2 I_{2n}^2 + P_{fer}}$

En utilisant les résultats des essais : $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_{2n} \cos\varphi_2}{U_2 I_{2n} \cos\varphi_2 + P_{1cc} + P_{10}}$

V.2.3. Conclusion

La démarche expérimentale consiste à mesurer la puissance à vide, c'est à dire les pertes fer, et la puissance en court-circuit, c'est à dire les pertes cuivre. Ces deux seuls essais, simples à mettre en œuvre suffisent à déterminer la tension secondaire en charge et le rendement du transformateur.

VI. Bibliographie

- [1] **Séguier Guy et Nottelet Francis**. Electrotechnique industrielle. Tec et doc (Lavoisier). 1982.

WWW.DZIEN.COM | قلم الجزائر