SCIENCES de l'ingénieur

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Logique combinatoire



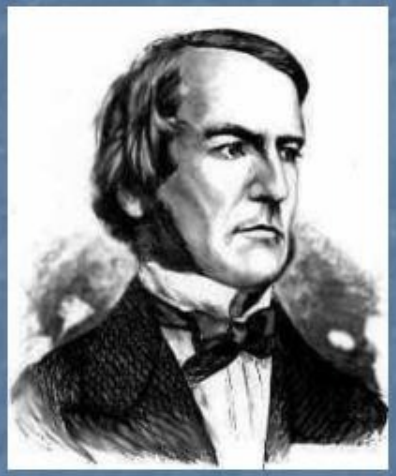




M. Delebecque

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique



- **Boole, George** (1815-1864), mathématicien et logicien anglais.
- Il décrit un système algébrique qui sera plus tard connu sous le nom d'algèbre booléenne. Dans ce système, les propositions logiques sont indiquées par des symboles et peuvent être exécutées par des opérateurs mathématiques abstraits qui correspondent aux lois de la logique.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Niveaux logiques

Les états ou niveaux logiques sont caractérisés par des valeurs de tensions dont les limites sont précisées dans les documents constructeurs.

État **0** : niveau bas, absence de tension (low level, **L**)

État **1** : niveau haut, présence de tension (high level, **H**)

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logiques de base

- Fonction OUI
- (identité)



e	S
0	0
1	1

S= e

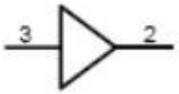
- Fonction NON
(inverseur)



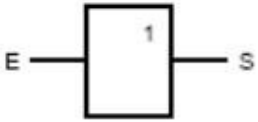
e	S
0	1
1	0

$S = \bar{e}$

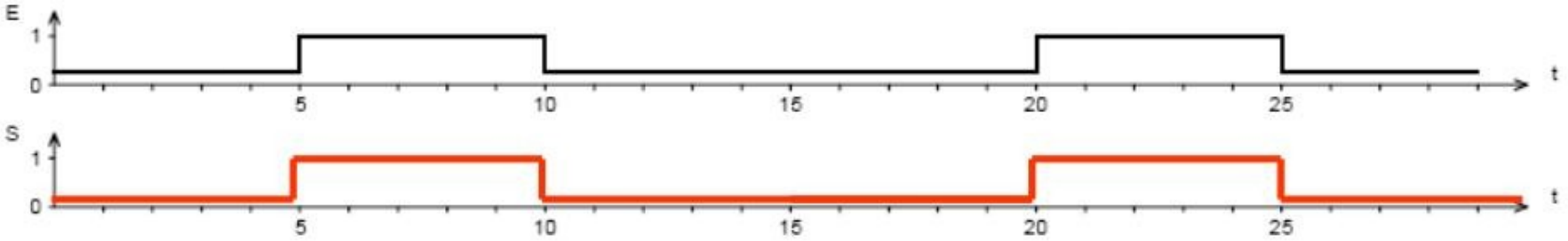
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

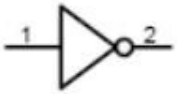


Symbole Américain

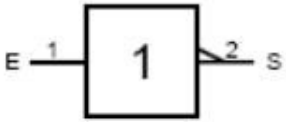


Symbole Européen

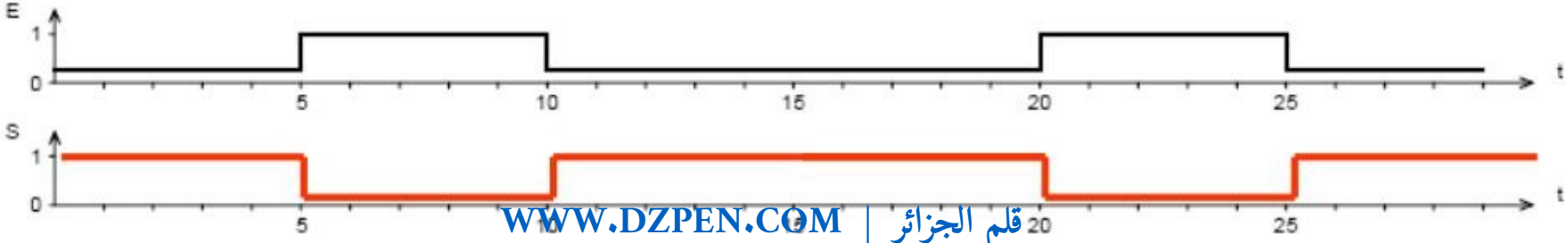




Symbole Américain



Symbole Européen



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logiques de base

- Fonction ET (AND)

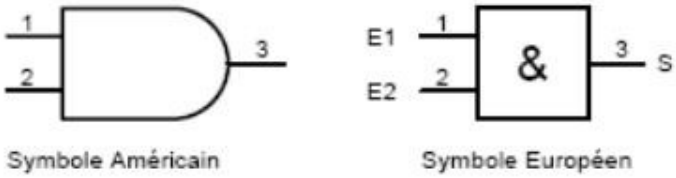


- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il faut que e1 ET e2 soient à 1
- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il suffit qu'une entrée soit à 0

e1	e2	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

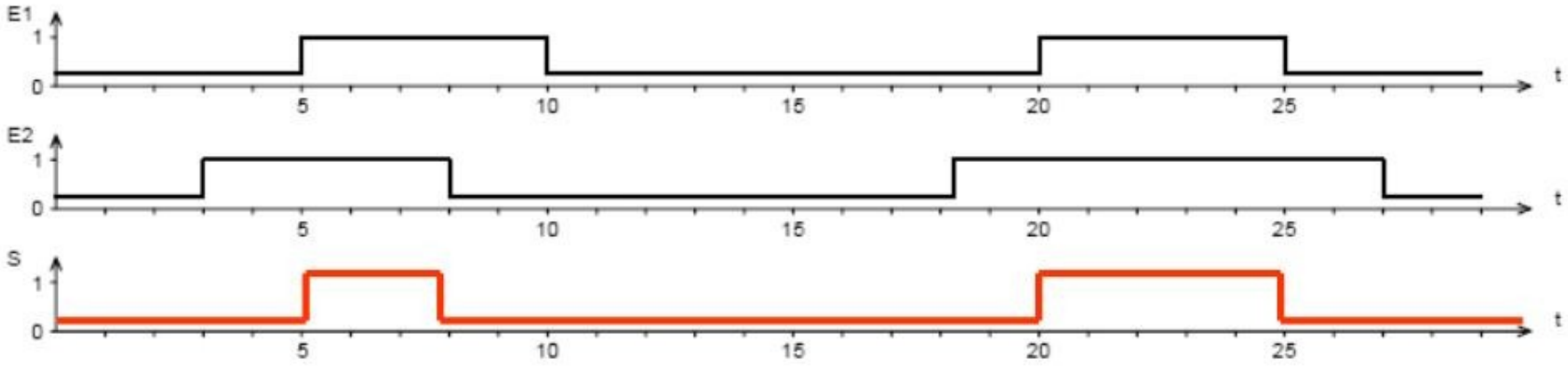
S = e1 . e2

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر



Symbole Américain

Symbole Européen



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logiques de base

- Fonction OU (OR)



- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il suffit qu'une entrée e1 OU e2 soit à 1
- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il faut que toutes les entrées soient à 0

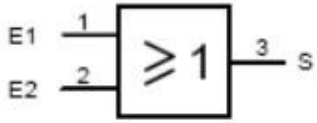
e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

S = e1 + e2

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

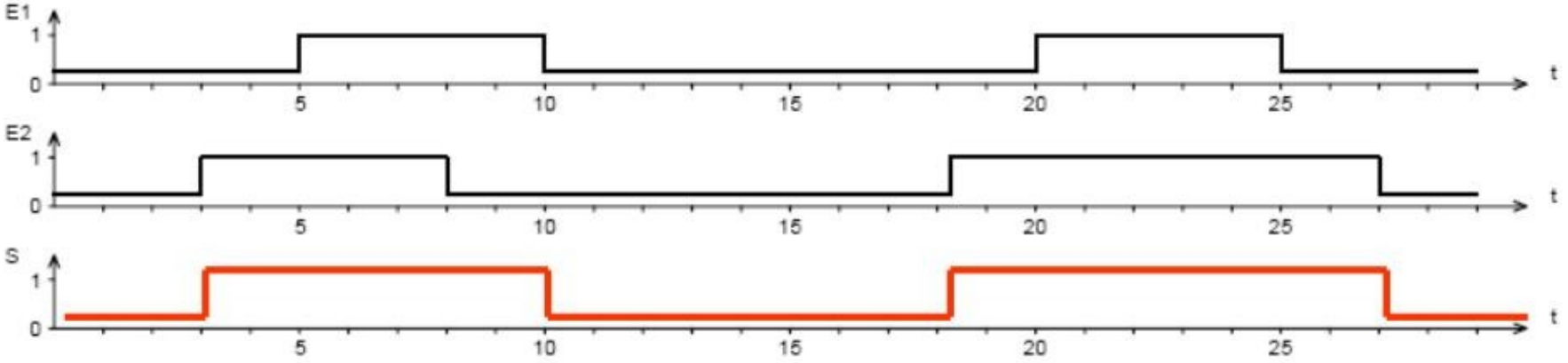


Symbole Américain



Symbole Européen

Chronogrammes : Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logiques de base

- Fonction ET-NON (NAND)



- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il faut que e1 ET e2 soient à 1
- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il suffit qu'une entrée soit à 0

e1	e2	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$S = \overline{e1 \cdot e2}$$

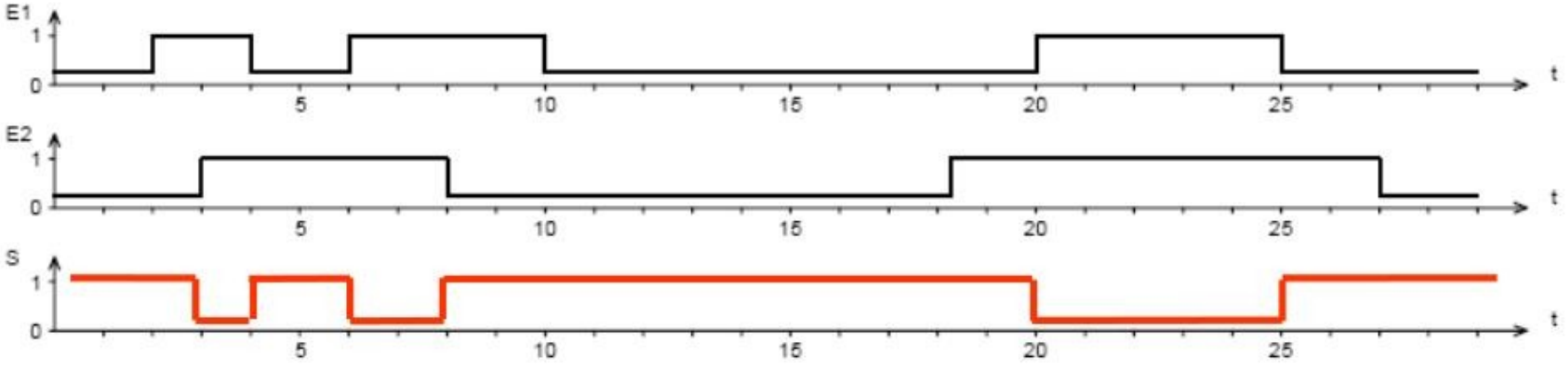
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر



Symbole Américain

Symbole Européen

Chronogrammes : Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logique de base

- Fonction OU-NON (NOR)

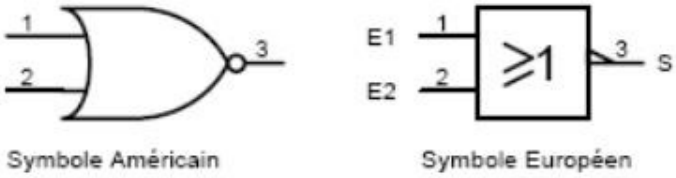


- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il suffit qu'une entrée e1 OU e2 soit à 1
- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il faut que toutes les entrées soient à 0

e1	e2	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$S = \overline{e1 + e2}$$

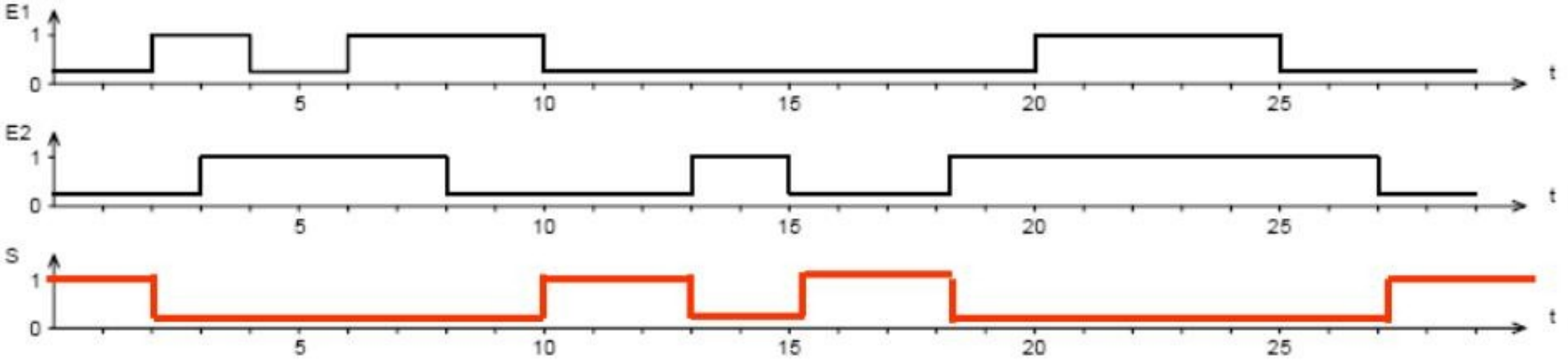
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر



Symbole Américain

Symbole Européen

Chronogrammes : Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logique de base

- Fonction OU Exclusif (XOR)



- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il faut que e1 OU e2 soit à 1
  Mais pas les 2
- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il faut que les entrées
  soient au même niveau logique

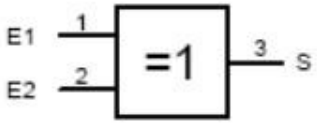
e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$S = e1 \oplus e2$ $\qquad S = \bar{e1}.e2 + e1.\bar{e2}$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

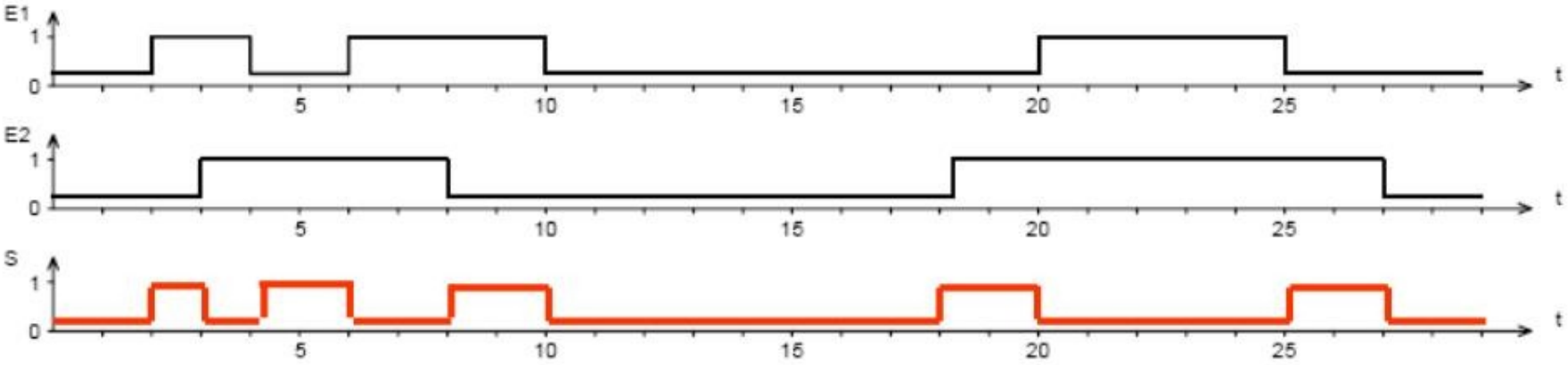


Symbole Américain



Symbole Européen

Chronogrammes : Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Fonctions logique de base

- Fonction « ET Exclusif »



- Pour que la sortie soit à 0 :
  Il faut que e1 OU e2 soit à 1
  Mais pas les 2
- Pour que la sortie soit à 1 :
  Il faut que les entrées
  soient au même niveau logique

e1	e2	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$S = \overline{e1 \oplus e2} \qquad S = \bar{e1}.\bar{e2} + e1.e2$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Relations

Commutativité	=>	$a . b = b . a$
	=>	$a + b = b + a$
Associativité	=>	$a + (b + c) = (a + b) + c$
Distributivité	=>	$a (b + c) = (a . b) + (a . c)$
		$a + (b . c) = (a + b) . (a + c)$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Relations (répondre par a, 0 ou 1)

$a + 0 =$	$a \cdot 0 =$
$a + a =$	$a \cdot a =$
$a + 1 =$	$a \cdot 1 =$
$a + \overline{a} =$	$a \cdot \overline{a} =$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Relations

$a + 0 = a$	$a \cdot 0 = 0$
$a + a = a$	$a \cdot a = a$
$a + 1 = 1$	$a \cdot 1 = a$
$a + \overline{a} = 1$	$a \cdot \overline{a} = 0$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Théorème de De Morgan

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

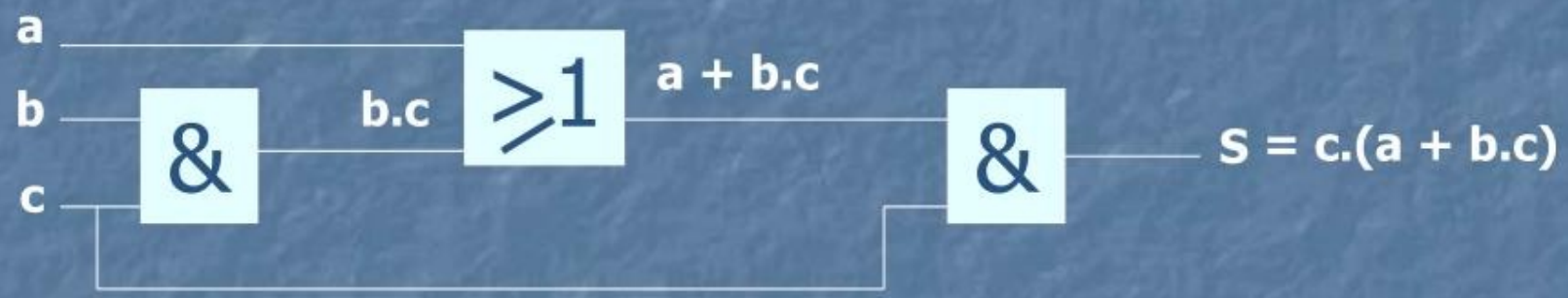
$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

Application principale :
Transformation d'une somme en produit et inversement

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Exemple d'application : Recherche d'équation



Simplification :

S = a.c + b.c.c

S = a.c + b.c

S = c (a + b)

S = c (a + b)

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

- Exemple d'application : création d'un logigramme

Equation logique de départ : $S = (a + \overline{b.c}).d$

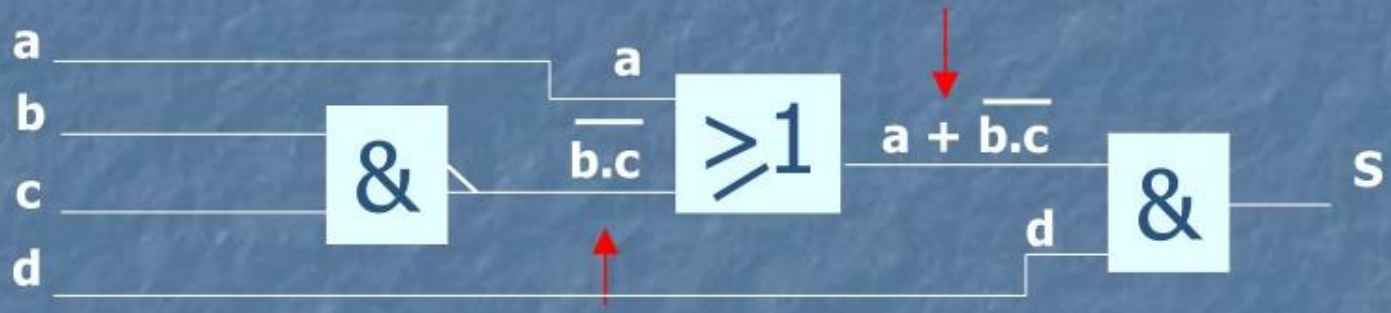
Règle de construction : Toujours partir de la sortie, rechercher l'opérateur logique qui sépare l'équation

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Algèbre logique

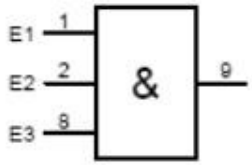
- Exemple d'application : création d'un logigramme

Equation logique de départ : $S = (a + \overline{b.c}).d$



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Exercice :



Identifier l'opérateur ci-contre : ET à 3 entrées

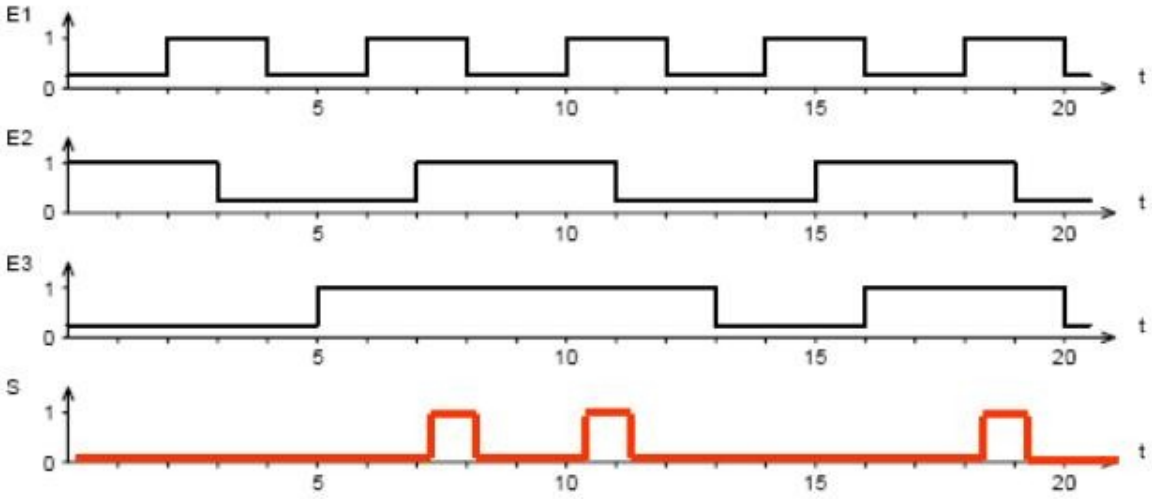
Établir l'équation de la sortie en fonction des entrées : S = E1 . E2 . E3

Réaliser le schéma équivalent à contacts :



E1	E2	E3	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

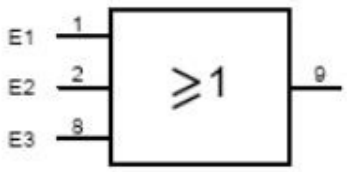
Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

OU à 3 entrées

Exercice :



Identifier l'opérateur ci-contre : _____

Établir l'équation de la sortie en fonction des entrées : S = E1 + E2 + E3

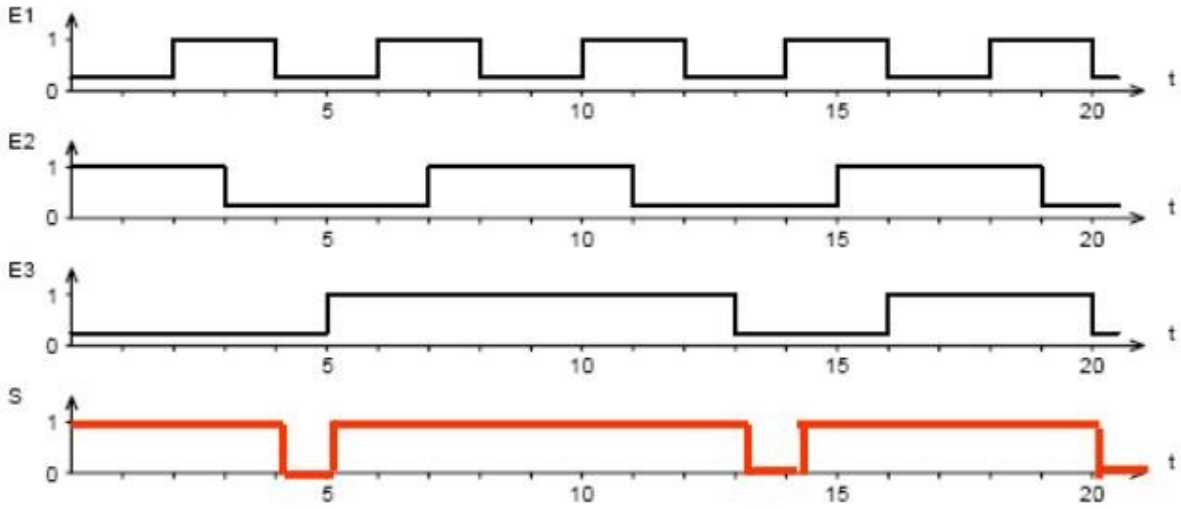
Réaliser le schéma équivalent à contacts :



Établir la table de vérité :

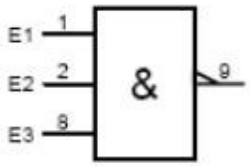
E1	E2	E3	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

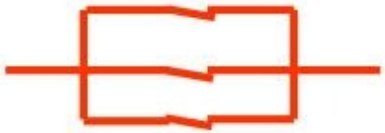
Exercice :



Identifier l'opérateur ci-contre : NAND à 3 entrées

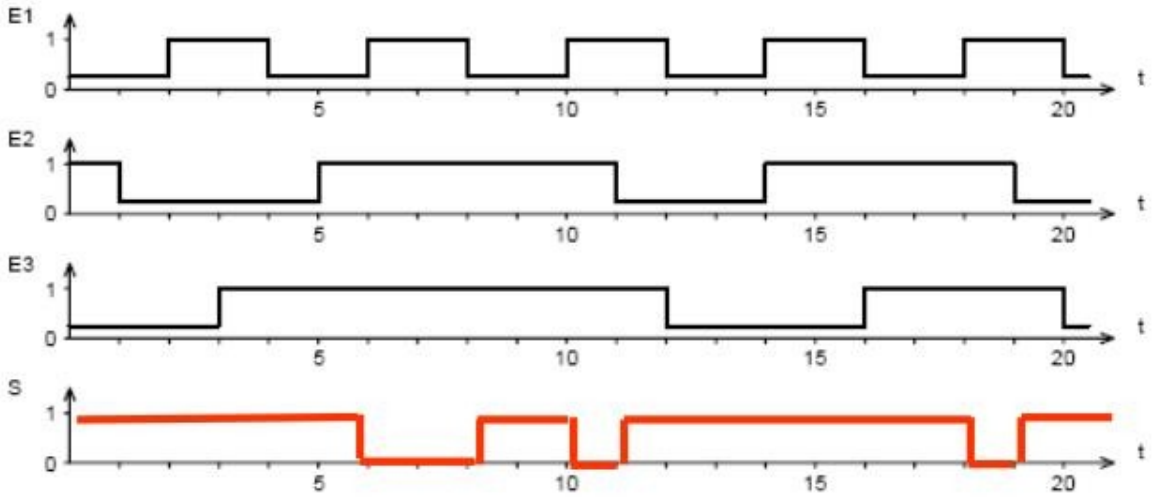
Établir l'équation de la sortie en fonction des entrées : $S = \overline{E1 \cdot E2 \cdot E3}$

Réaliser le schéma équivalent à contacts :



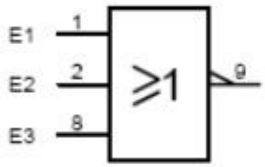
E1	E2	E3	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

Exercice :



Identifier l'opérateur ci-contre : NOR à 3 entrées

Établir l'équation de la sortie en fonction des entrées : S = E1 + E2 + E3

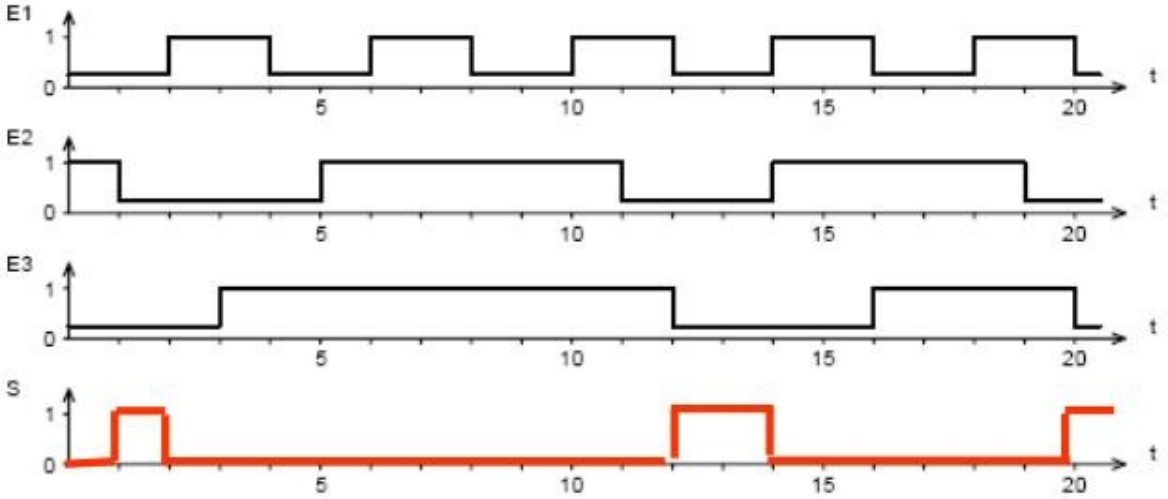
Réaliser le schéma équivalent à contacts :



Établir la table de vérité :

E1	E2	E3	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

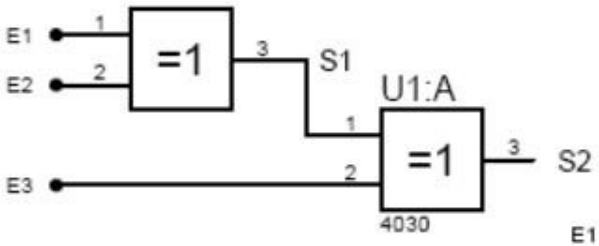
Établir le chronogramme de la sortie en fonction de celui des entrées.



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

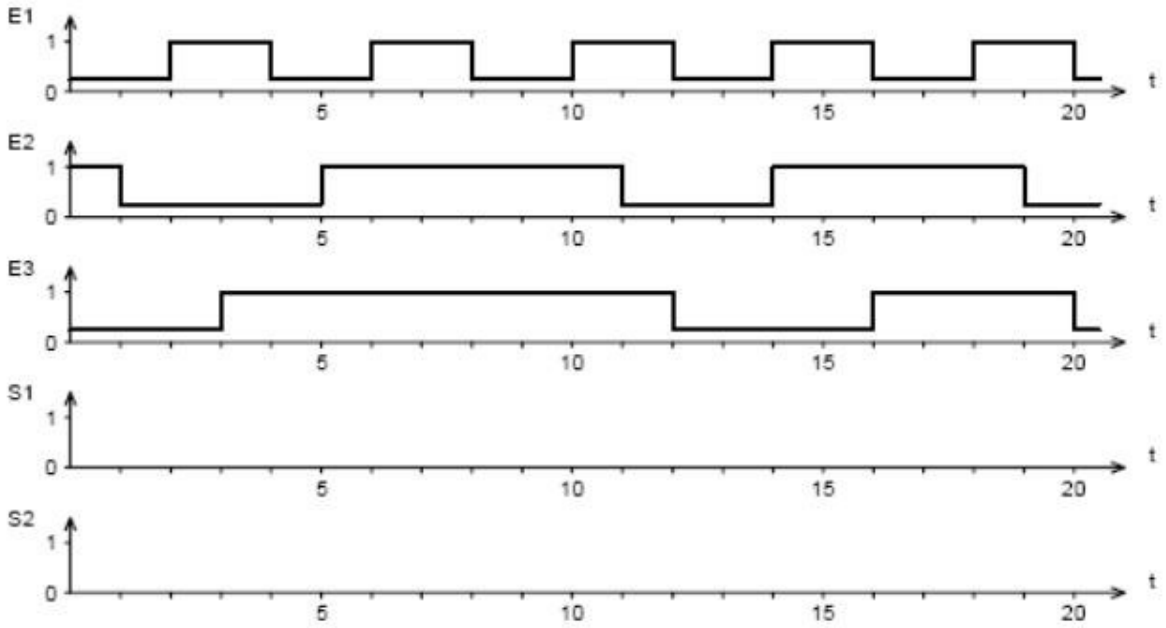
Exercice :

Établir les chronogrammes des sorties en fonction de celui des entrées.



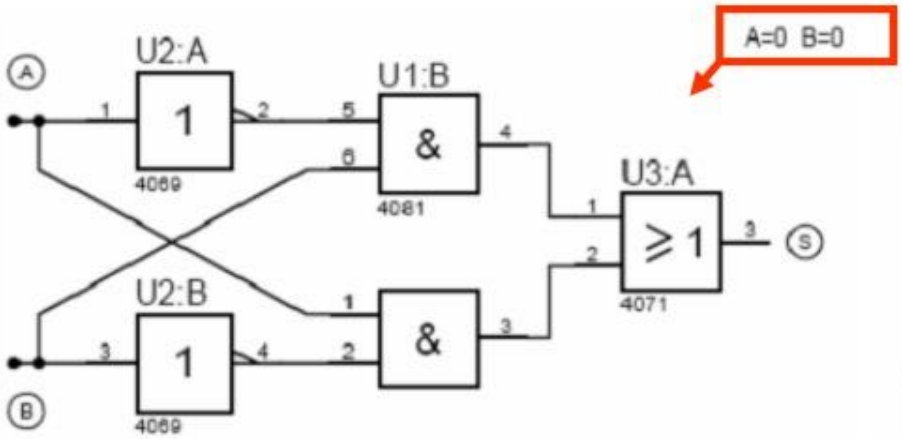
Établir la table de vérité :

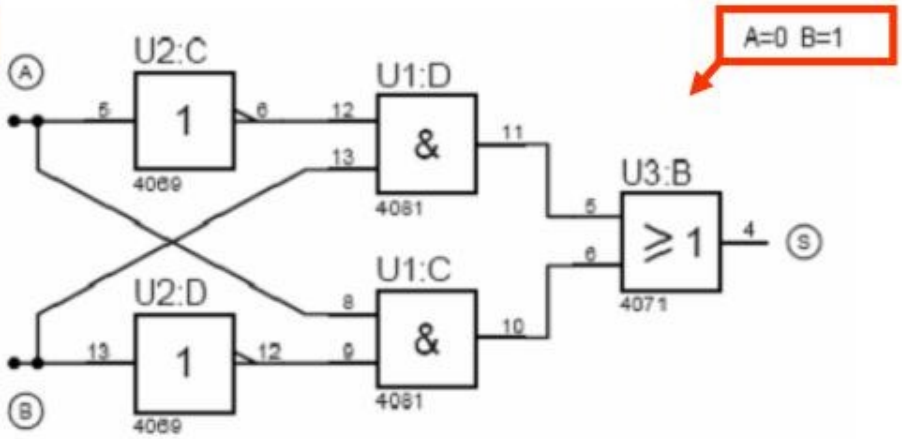
E1	E2	E3	S1	S2

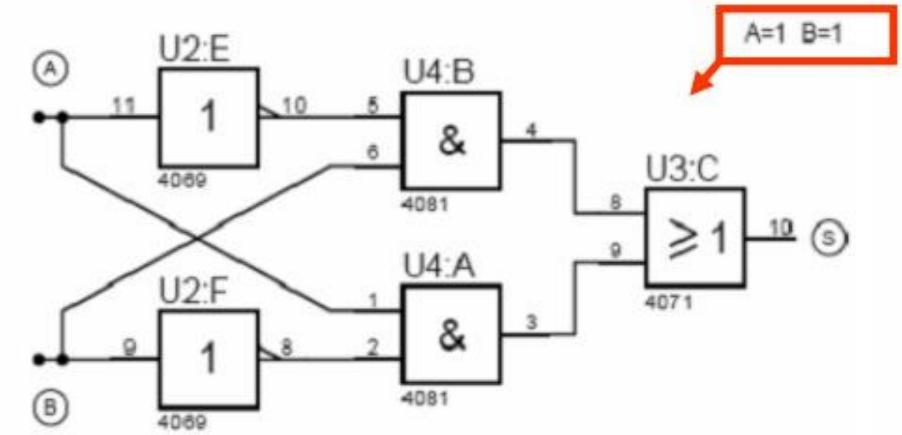


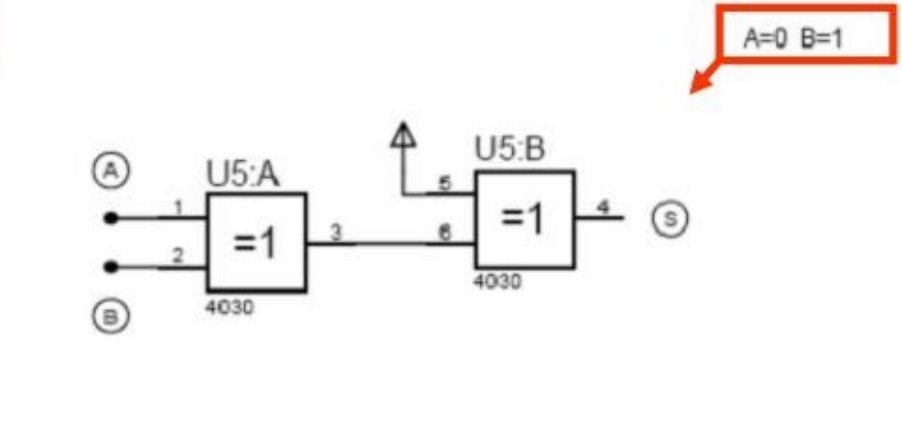
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

à faire









WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر