الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التكوين والتعليم المهنيين
Ministère de la Formation et de l'Enseignement Professionnels

Centre National de l'Enseignement Professionnel à Distance (CNEPD)

المركز الوطني للتعليم المهني عن بعد (م.و.ت.م.ب)

درس في الرياضيات المالية

السلسلة رقم 01

مقدمة:

تقيم المؤسسة علاقات مع زبائنها، مورديها، عمالها، بنكها،مؤسسة تأمينها، والإدارة الجبائية،... حيث تنجم عن هذه العلاقات عمليات تجارية تنتج نوعين من التدفقات:

- تدفقات حقيقية
- تدفقات مالية

يكمن الهدف من هذا الدرس في دراسة التدفقات المالية التي يجب تسجيلها (دروس المحاسبة العامة والمحاسبة التحليلية)، ومعالجتها (دروس الإعلام الآلي، الإحصاء) و حساب كميتها (دروس الإحصاء والرياضيات المالية).

وهذا الدرس لا يهدف فقط إلى حساب كمية التدفقات المالية (حساب الفائدة، المبالغ التي تقبض، والمبالغ التي تدفع ...) وإنما يهدف كذلك إلى تسيير محفظة سندات المؤسسة حتى يمكن إستغلال جميع الفرص التي تتاح لها.

كما يهدف إلى دراسة تقنية التحيين لما لها من فائدة كبرى في تسيير محفظة سندات المؤسسة (قرار التجديد، قرار الاستبدال...) وفي إختيار الاستثمارات (خاصة الإختيار بين عدة مشاريع، أو بين عدة إمكانيات لنفس المشروع)، لأن هذا الاختيار يفترض الاستخدام العقلاني لموارد المؤسسة.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

في الواقع نحن نعلم أن أي استثمار هو مجموعة من المصروفات والإيرادات (إنه سجل الاستحقاقات من المداخيل)، لكن يجب تقويم هذه المداخيل في نفس الوقت الذي يتم فيه الاختيار وبتعبير آخر يجب جعل هذه المداخيل حالية ليمكن مقارنتها.

لكن لماذا يجب تحويل الدنانير التي تستحق في المستقبل إلى دنانير حالية؟

يتفق الجميع على القول أن دينارا يستحق في سنة،أو في عدد من السنوات لا يكافئ دينارا حاليا بسبب التضخم الذي لا ينقطع عن "القيمة الشرائية للدنانير التي ستقبض (أو تدفع) في المستقبل". ولهذا لا نستطيع مقارنة دينار المستقبل مع دينار الحاضر إلا بعد حساب القيمة الحالية (تحويل) للأول.

كما أن هذه التقنية تسمح بدراسة القروض التي تعقدها مع البنوك وغيرها من المؤسسات. هذه الدراسة تمكن المؤسسة من إختيار أحسن كيفية للتسديد، وحساب المبالغ التي يجب دفعها في نهاية كل فترة من فترات عقد التسديد.

إن فوائد هذا الدرس عديدة، لكننا اكتفينا بعرض أهمها حسب ما نرى.

في دروس الحساب التجاري سنعالج العمليات المالية، ذات المدى الطويل، وبمعنى آخر تلك التي تزيد مهلة استحقاقها عن سنة، أو تلك التي تتأسس على الفوائد المركبة.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

عنوان الدرس الأول: الفــوائد البسيطة

خطة الدرس:

I- مفهوم الفائدة
II- مفهوم معدل الفائدة
III- حساب الفائدة البسيطة

1- القاعدة الأساسية
2- إستعمال القاعدة الأساسية

IV- مفهوم القيمة الرأسمالية: (القيمة المكتسبة)
V- المعدل المتوسط لتوظيف عدة مبالغ
VI- معدل التوظيف الفعلي
VII- الطريقة العملية لحساب الفائدة البسيطة

1- مبدأ هذه الطريقة
2- إستخدام هذه الطريقة

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

I- مفهوم الفائدة :

يمكن تعريف الفائدة بأنها أجر مقابل إقراض النقود، لأنه كلما أقرض شخص مبلغا معينا إلى شخص آخر، أو إلى مؤسسة أو إلى بنك فإنه يحرم نفسه طيلة مدة القرض من إمكانية توظيفه بنفسه، مقدما بذلك إلى مدينه الذي يمكنه إستخدام ذلك المبلغ في تمويل استثمارات مربحة.

وهذه الخدمة التي يقدمها الدائن إلى المدين تستلزم أجرا نسميه: **الفائدة**.

تحسب الفوائد البسيطة على فترات تمتد من يوم واحد (1) إلى سنة (1)، ولكن هذا لا ينفي إمكانية حساب الفوائد البسيطة على فترات تزيد عن سنة.

II- مفهوم معدل الفائدة:

معدل الفائدة هو مبلغ الفائدة الذي ينتجه توظيف مبلغ (رأس المال) 100 دج لمدة سنة (أو لفترة معينة).

مثال:

- عند توظيف 100 دج لمدة سنة بمعدل 5 % نحصل على فائدة قدرها 5 دج.
- عند توظيف 100 دج لمدة سنة بمعدل 12 % نحصل على فائدة قدرها 12 دج.

III- حساب الفائدة البسيطة:

1- القاعدة الأساسية:

- لننطلق من مثال: توظيف 100 دج لمدة سنة بمعدل 5 % نحصل على فائدة قدرها : 100 × 5 % = 5 دج.

- فإذا ضاعفنا معدل التوظيف (10 % بدلا من 5 %) ولم نغير لا رأس المال ولا المدة، نحصل على فائدة قدرها: 100 × 10 % = 10 دج.
- وإذا ضاعفنا رأس المال (200 بدلا من 100) وبقيت المعطيات الأخرى على حالها نحصل على فائدة قدرها: 200× 5 % = 10دج.
- أما إذا ضاعفنا المدة (من سنة إلى سنتين) وبقيت المعطيات الأخرى على حالها (الرأس المال ومعدل التوظيف) في هذه الحالة نحصل على فائدة قدرها: 100 × 5 % × 2 = 10 دج.

ملاحظات:

1- في كل مرة يتضاعف فيها رأس المال، الزمن، أو المعدل (مع ثبات العنصرين الآخرين) تتضاعف الفائدة البسيطة.

2- وفي كل مرة يزداد فيها رأس المال، أو الزمن، أو المعدل بثلاث أضعاف، أو بأربعة أضعاف (مع ثبات العنصرين الآخرين)، فإن الفائدة تزداد كذلك بثلاث، أو بأربعة أضعاف،...

ومن هذا نستخلص أن الفائدة البسيطة تتناسب مباشرة (راجع دروس الأعداد المتناسبة) مع مقادير العناصر التالية: رأس المال الموظف، معدل التوظيف ومدة التوظيف.

صياغة القاعدة:

يتم حساب الفائدة حسب القاعدة التالية:

$$\text{ف} = \frac{\text{ق} \times \text{م} \times \text{ن}}{100}$$

حيث: ف: مبلغ الفائدة
ق: مبلغ رأس المال الموظف
م : معدل التوظيف
ن : مدة التوظيف.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

1- عند حساب مدة التوظيف بالشهور:

يمكن أن تكون مدة التوظيف أقل من سنة (وحدة الزمن)، كما يمكن أن تحسب بالشهور، عندئذ تكتب: $\frac{ن}{12}$ من السنة (حيث ن يمثل عدد الشهور).

مثال:

إذا كانت المدة شهرين نكتب: $\frac{2}{12}$ من السنة، وإذا كانت المدة 5 أشهر يكتب: $\frac{5}{12}$ من السنة، ....

في هذه الحالة نستخدم القاعدة الأساسية بالصيغة التالية:

$$ف = \frac{ق \times م}{100} \times \frac{ن}{12} \Leftarrow \boxed{ف = \frac{ق \times م \times ن}{1200}}$$

مثال:

إذا وظف رأس مال قدره 10.000 دج لمدة 4 أشهر بمعدل 5 %، نحصل على فائدة قدرها:

ق= 10.000 دج، م = 5 %، $ن = \frac{4}{12}$

$$ف = \frac{4 \times 5 \times 10.000}{1200} = 166.66 \text{ دج}$$

2- عند حساب مدة التوظيف بالأيام:

يمكن حساب مدة التوظيف بالأيام، وذلك على أساس الإستعمال الشائع الذي يعتبر أن عدد أيام السنة (سنة تجارية) هو 360، لكن يمكن حساب السنة (سنة مدنية) على أساس 365 يوما.

1.2- حسب السنة التجارية:

ن = 360 يوما، أي $\frac{ن}{360}$ من السنة، وفي هذه الحالة تحسب **الفائدة التجارية** كما يلي:

$$ف = \frac{ق \times م}{100} \times \frac{ن}{360} \Rightarrow ف = \frac{ق \times م \times ن}{36.000}$$

2.2- حسب السنة المدنية:

ن = 365 يوما، وفي هذه الحالة نحسب **الفائدة المدنية** كما يلي:

$$ف = \frac{ق \times م \times ن}{36.500}$$

مثال1:

أحسب الفائدة التجارية التي ينتجها توظيف رأس مال قدره 10.000 دج بمعدل 10 % لمدة 240 يوما.

ق = 10.000 دج، م = 10 %، ن = 240 يوما.

$$ق = \frac{240 \times 10 \times 10.000}{36.000} = 666.66$$

مثال 2:

أحسب الفائدة التجارية التي ينتجها توظيف رأس مال قدره 5000 دج بمعدل 5 % من 2005/1/2 من 1998/1/2 إلى 2005/2/19.

لحساب ن (المدة) يستلزم إهمال اليوم الأول، أو اليوم الأخير من مدة التوظيف لأن رأس المال لا ينتج فائدة في اليوم الأول.

ن: ├──────────┤

2005/2/19 2005/1/2

جانفي: 31−2 = 29 يوما
فيفري: = 19 يوم
ن = 48 يوما

منه ف $= \frac{5000 \times 5 \times 48}{36000}$ = 33.33 دج

2- إستعمال القاعدة الأساسية:

تربط القاعدة الأساسية للفائدة البسيطة بين 4 متغيرات وهي: ف،م،ق،ن هذا يعني حل 4 مسائل مختلفة، بحيث يكون أحد هذه المتغيرات مجهولا، بينما تكون المتغيرات الثلاثة الأخرى معلومة.

لحل كل المسائل نستخدم القاعدة الأساسية، وعندما تكون مدة التوظيف بالأيام نعتمد على الصيغة التالية:

1) **حساب رأس المال:** ق $= \frac{36000 \times ف}{م \times ن}$

2) **حساب المعدل:** م $= \frac{36000 \times ف}{ق \times ن}$

3) **حساب المدة:** ن $= \frac{36000 \times ف}{م \times ق}$

تطبيقات:

1- أحسب الفائدة البسيطة التي ينتجها توظيف مبلغ 2.000 دج بمعدل 6 % لمدة 180 يوما.

ف $= \frac{2.000 \times 6 \times 180}{36.000}$ = 60 دج.

2- أحسب رأس المال الذي ينتج 60 دج من الفوائد عند توظيفه لمدة 72 يوما بمعدل 5 %.

$$ق = \frac{60 \times 36.000}{72 \times 5} = 6.000 \text{ دج}$$

3- أحسب بالأيام المدة اللازمة للحصول على 80 دج من الفوائد، عند توظيف رأس مال قدره 20.000 دج بمعدل 8 % .

$$ن = \frac{80 \times 36.000}{8 \times 20.000} = 18 \text{ يوما.}$$

IV- مفهوم القيمة الرأسمالية (القيمة المكتسبة):

القيمة الرأسمالية لمبلغ موظف هي مجموع المبلغ الموظف والفائدة التي ينتجها في نهاية مدة التوظيف.

القيمة الرأسمالية = المبلغ + الفائدة

فإذا رمزنا إلى القيمة الرأسمالية بالحرف "ر" يكون:

$$ر = ق + ف$$

أي

$$ر = ق + \frac{ق \times م \times ن}{36.000}$$

مثـــال:

أحسب القيمة الرأسمالية عند توظيف مبلغ 30.000 دج بمعدل 10 % ، وذلك من 2005/1/25 إلى 2005/5/15 .

حساب ن: جانفي : (31-25) = 6 أيام
فيفري : = 28 يوما
مارس : = 31 يوما
أفريل : = 30 يوما
ماي : = 15 يوما
المجموع = 110 يوما

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

حساب ف= $\frac{110\times10\times30.000}{36.000}$ = 916.66 دج.

حساب ر = ق + ف= 30.000 +916.66 = 916. 66 30 دج.

V-المعدل المتوسط لتوظيف عدة مبالغ:

إذا قام شخص بتوظيف عدة مبالغ بمعدلات مختلفة ولفترات مختلفة، فإن فوائد هذه المبالغ الموظفة هي:

$$ق_1=\frac{ق_1\times م_1\times ن_1}{36.000}\ ،ق_2=\frac{ق_2\times م_2\times ن_2}{36.000}\ ،ق_3=\frac{ق_3\times م_3\times ن_3}{36.000}\ .....$$

عندئذ يطرح هذا السؤال: هل يمكن تعويض هذه التوظيفات الثلاثة (أو أكثر) بتوظيفات أخرى لها نفس المعدل (وحيد)؟ و الجواب هو نعم.

هذا المعدل الوحيد نسميه "**المعدل المتوسط**"

المعدل المتوسط لعدة مبالغ موظفة هو المعدل الوحيد الذي يعطي نفس الفائدة الكلية عند تطبيقه على كل المبالغ حسب مدة كل واحد.

ونحصل على هذا المعدل الوحيد " م" بحل المساواة التالية:

$$\frac{ق_1 ن_1 م_1}{36.000}+\frac{ق_2 ن_2 م_2}{36.000}+\frac{ق_3 ن_3 م_3}{36.000}=\frac{ق_1 ن_1 م}{36.000}+\frac{ق_2 ن_2 م}{36.000}+\frac{ق_3 ن_3 م}{36.000}$$

ق1 م1 ن1 + ق2 م2 ن2 + ق3 م3 ن3 = ق1 م ن1 + ق2 م ن2 + ق3 م ن3

ومنه: $م=\frac{ق_1.ن_1.م_1+ق_2.ن_2.م_2+ق_3.ن_3.م_3}{ق_1.ن_1+ق_2.ن_2+ق_3.ن_3}$

وعند الحاجة نقوم بنفس العملية إذا كان عدد المبالغ 4، أو5، أو 6،....

مثال: احسب المعدل المتوسط للتوظيفات التالية:

3.800 بمعدل 4.5 % من 25 مارس إلى 15 ماي: ن1 = 51 يوما

6.420 بمعدل 6.2 % من 25 مارس إلى 31 ماي: ن2 = 67 يوما

780 بمعدل 5.5 % من 25 مارس إلى 15 جوان: ن2 = 82 يوما

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$$م = \frac{(82 \times 5.5 \times 780) + (67 \times 6.2 \times 6420) + (51 \times 4.5 \times 3.800)}{(82 \times 780) + (67 \times 6.420) + (51 \times 3.800)} = 5.65\ \%$$

VI- معدل التوظيف الفعلي:

تفترض القواعد السابقة أن المدين يدفع الفوائد في يوم تسديد رأس المال. لكن يمكن للفوائد أن تسبق، بمعنى أن يدفعها المدين في اليوم الذي يوقع فيه عقد القرض (دفع الفوائد مقدما).

ففي هذه الحالة يختلف معدل التوظيف الفعلي عن المعدل الإسمي الذي ينص عليه العقد، وهو معدل أكبر بقليل.

مثال:

اكتتب شخص 10.000 دج في سندات الخزينة لمدة سنتين علما بأنه يتم تسبيق الفوائد بمعدل 8 % ما هو المعدل الفعلي لتوظيف هذا المبلغ؟

الحل:

في الواقع تتم هذه العملية كما يلي: يسلم المكتتب في السندات مبلغ 10.000 دج ثم يسلم في الحين، الفائدة عن رأس المال بمعدل 8 % لمدة سنتين، أي:

$$ف = \frac{8 \times 2 \times 10.000}{100} = 1.600 دج$$

وهذا يعني أن القرض الحقيقي الذي قدمه هذا الشخص إلى الخزينة هو: 10.000 – 1.600 = 8.400 دج.

وهكذا تجري هذه العملية، كما لو أننا نحصل على فائدة قدرها 1.600 دج عند توظيف رأس مال قدره 8400 دج لمدة سنتين بمعدل فعلي هو "م/".

حساب: $1.600 = \frac{2 \times م/ \times 8.400}{100} \Leftarrow م/ = \frac{100 \times 1600}{2 \times 8.400} = 9,52\ \%$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

تمرين:

لتكن التوظيفات التالية:

المبلغ	المعدل	المدة
4.000 دج	5 %	من 15 جوان إلى 30 جوان
7.000 دج	6 %	من 15 جوان إلى 15 جويلية
8.000 دج	6.5 %	من 15 جوان إلى 20 أوت

المطلوب:

1) أحسب الفائدة التي ينتجها كل مبلغ
2) أحسب القيمة المكتسبة من كل مبلغ
3) أحسب معدل التوظيف المتوسط لهذه المبالغ
4) بفرض أنه تم استلام الفائدة عن المبلغ الأول (4.000 دج) في 15 جوان، أحسب معدل التوظيف الحقيقي في هذه الحالة.

الحـــل:

1- حساب الفائدة التي ينتجها كل مبلغ:

المبلغ الأول: ن = 15 يوما: $ف_1 = \frac{5 \times 15 \times 4.000}{36.000}$ = 8.33 دج

المبلغ الثاني: ن = 30 يوما: $ف_2 = \frac{6 \times 30 \times 7.000}{36.000}$ = 35 دج

المبلغ الثالث: ن = 66 يوما : $ف_3 = \frac{6.5 \times 66 \times 8.000}{36.000}$ = 95.33 دج.

2- القيمة المكتسبة من كل مبلغ:

$م_1$ = 4.000 + 8.33 = 4008.33 دج

$م_2$ = 7.000 + 35 = 7.035 دج

$م_3$ = 8.000 + 95.33 = 8095.35 دج.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3- حساب المعدل المتوسط:

$$ع = \frac{(66 \times 6.5 \times 8.000) + (30 \times 6 \times 7.000) + (15 \times 5 \times 4.000)}{(66 \times 8.000) + (30 \times 7.000) + (15 \times 4.000)} = 6.25\ \%$$

بما أن الفائدة سلمت في 15 جوان، إذن المبلغ الحقيقي المدفوع هو:

4000 – 8.33 = 3991.67 دج.

ليكن $\bar{م}$ هو معدل التوظيف الحقيقي:

$$8.33 = \frac{15 \times م' \times 3991.67}{36.000} \Leftarrow م' = \frac{36.000 \times 8.33}{15 \times 3991.67}$$

$$\boxed{\bar{م} = 5.003\ \%}$$

VII- الطريقة العملية لحساب الفائدة البسيطة:(طريقة الأرقام والقواسم الثابتة):

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون مدة التوظيف محسوبة بالأيام.

1- مبدأ هذه الطريقة:

انطلاقا من القاعدة الأساسية: $ف = \frac{ق.م.ن}{36.000}$ وبقسمة البسط والمقام على "م" (معدل الفائدة)، نحصل على:

$$ف = \frac{\frac{ق.ن}{36.000}}{م}$$ ، وبوضع $ث = \frac{36.000}{م}$ ، $ق.ن = \cap$

ومن ثمة:

- البسط: ق × ن نسميه الرقم $(\cap)$
- المقام $\frac{36.000}{م}$ نسميه القاسم الثابت الخاص بالمعدل (ث)

وعندئذ يكون لدينا: $ف = \frac{\cap}{ث}$ ، $ف = \frac{ق.ن}{ث}$

مثـــال:

أحسب الفائدة التي ينتجها رأس مال قدره 10.000 دج عند توظيفه بمعدل 5 % لمدة 45 يوما، وذلك باستخدام طريقة القاسم الثابت:

$$\text{ث} = \frac{36.000}{5} = 7200 = \cap \quad 450.000 = 45 \times 10.000$$

$$\text{ف} = \frac{\text{ن}}{\text{ث}} = \frac{450.000}{7.200} = 62.50 \text{دج}$$

2- استخدام هذه الطريقة:

يستحسن إستخدام طريقة القواسم الثابتة هذه خاصة عندما يستلزم حساب الفائدة الكلية التي ينتجها توظيف عدة مبالغ بنفس المعدل.

مثـــال:

أحسب الفائدة الكلية التي تنتج عن توظيف رؤوس الأموال التالية بمعدل 5 % .

45.186 دج لمدة 48 يوما.
182.732 دج لمدة 62 يوما.
85.108 دج لمدة 90 يوما.

$$\text{ث} = \frac{36.000}{5} = 7.200$$

$$\text{ف} = \frac{(90 \times 85.108) + (62 \times 182.732) + (48 + 45.186)}{7.200} = 2938.61 \text{ دج}$$

وهكذا يمكن حساب الفائدة الكلية لعدة رؤوس أموال موظفة بنفس المعدل، وذلك بقسمة مجموع الأرقام على القاسم (ث) أي:

$$\text{ف} = \frac{\cap_1 + \cap_2 + \cap_3 + \ldots}{\text{ث}}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

<u>عنوان الدرس الثـــاني</u>: الخصم و تكافؤ الأوراق التجارية

خطة الدرس:

I- الخصـــــم

1- مفهوم الورقة التجارية والخصم

2- الخصم التجاري

3- الخصم العقلاني

4- العلاقة بين الخصم التجاري والخصم العقلاني

5- ممارسات الخصم

II- تكافؤ الأوراق التجارية

1- تعريف التكافؤ

2- نظرية التكافؤ

3- تطبيق التكافؤ بفائدة بسيطة

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

I- الخصـــــم:

1- مفهوم الورقة التجارية والخصم:

1.1- مفهوم الورقة التجارية:

لنفرض أن مؤسسة "أ" باعت إلى شركة "ب" بضائع بقيمة 20.000 دج على أن يكون التسديد في 20 يوما. ومن العادي في هذه الحالة أن يطلب الدائن "أ" من المدين "ب":

- إما أن يحرر له سندا لأمره، وهو يعني الالتزام كتابيا بدفع مبلغ 20.000 دج في التاريخ المتفق عليه.
- وإما أن يقبل الكمبيالة (السفتجة) المسحوبة عليه بتوقيعها، معترفا بذلك بوجود دين عليه بمبلغ 20.000 دج لفائدة الدائن "أ" الملتزم بتسديده في التاريخ المتفق عليه (الذي يسمى تاريخ الاستحقاق).

السفتجة (الكمبيالة) وسند الأمر هما ورقتان والبيانات الأساسية التي يجب أن تتوفر في السند التجاري هي:

- مبلغ الورقة التجارية.
- تاريخ تسديد هذا المبلغ.

2.1- عملية الخصم التجاري:

يتعين غالبا على التجار منح أجل للتسديد إلى زبائنهم، وهذا الدين يمنح مقابل توقيع الزبائن على ورقة تجارية (كمبيالة، أو سند لأمر).

لكن قد يحتاج البائع إلى النقود قبل تاريخ استحقاق الورقة التجارية (قبل التاريخ المتفق عليه)، وعندئذ سيقدمها إلى البنك الذي سيفرضه هذا المبلغ من النقود، إلا أن البنك لا يوافق على هذه العملية التجارية إلا إذا كان يستفيد من عائد يسمى :**الخصم التجاري**.

وفي هذه الحالة نقول أن التاجر خصم ورقته التجارية، كما أن عملية الخصم ارتبطت بظهور الأوراق التجارية.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

والأوراق التجارية هي مستندات متداولة تمنح الحق إلى حاملها في دفع المبلغ المذكور فيها عند تاريخ الاستحقاق.

وبتعبير آخر الخصم هو عقوبة (على شكل فوائد) يلزم تسديديها من أجل الحصول على مبلغ قبل تاريخ استحقاقه.

2- الخصم التجاري:

1.2- حساب الخصم التجاري:

الخصم التجاري هو ثمن الخدمة التي يقدمها البنك، وبتعبير آخر هو مبلغ الفائدة المحسوبة على أساس القيمة الإسمية (القيمة المسجلة على الورقة التجارية) للورقة التجارية عن المدة "ن" التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق. وهذه الفائدة تدفع إلى البنك.

وباستخدام الرموز التالية:

ق : القيمة الإسمية للورقة التجارية.

خ$_{ت}$: الخصم التجاري للورقة التجارية.

م : معدل الفائدة

ن : المدة التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

فإننا نحصل على (نفس المبدأ المستعمل من الفائدة البسيطة).

$$خ_{ت} = \frac{ق \times م \times ن}{36.000}$$

أو

$$خ_{ت} = \frac{ق \times ن}{ث}$$

مثـــال:

في 31 ماي 2005 باعت الشركة إلى السيد عمر آلة بمبلغ 60.000 دج يكون تسديدها في 10 أوت 2005 لكن مقابل تسليم ورقة تجارية في الحال. ونظرا لحاجة المؤسسة إلى السيولة فإنها قامت في أول جويلية 2005 بخصم ورقتها التجارية عند بنكها الذي يقتطع خصما قدره 3 % والمطلوب هو حساب مبلغ هذا الخصم.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$$خ_ت = \frac{ق \times م \times ن}{36.000}$$

حساب ن: من 05/7/1 إلى 05/08/10 منه، ن = 40 يوما.

$$خ_ت = \frac{40 \times 3 \times 60.000}{36.000} = 200 \text{ دج}.$$

2.2- القيمة الحالية التجارية:

إذا استرجعنا المثال السابق، نجد أن القيمة الحقيقية التي قبضتها المؤسسة س، هي مبلغ الورقة التجارية (القيمة الإسمية) المتبقي بعد الفائدة التي يقتطعها البنك، هذه القيمة المقبوضة فعلا تسمى: القيمة الحالية التجارية للورقة.

القيمة الحالية = القيمة الإسمية – الخصم

فإذا رمزنا إلى القيمة الحالية بالرمز قح، نحصل على:

$قح = ق - خ_ت$	أو $قح = ق - \frac{ق \times م \times ن}{36.000}$

وباستخدام طريقة الأرقام والقاسم الثابت، نحصل على:

$$قح = ق - \frac{ق \times ن}{ث} = \frac{ق.ث - ق.ن}{ث}$$

$$قح = \frac{ق(ث - ن)}{ث}$$

مثـــال:

سلم تاجر إلى بنكه ورقة تجارية بمبلغ 12.000 دج تستحق في 80 يوما والمطلوب هو حساب مبلغ الخصم الذي يقتطعه البنك، وكذلك القيمة المالية التجارية علما بأن المعدل هو 6 %.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$$خ_ت = \frac{ق \times ن}{ث} \text{ حيث } ث = \frac{36.000}{6} = 6.000$$

إذن:

$$خ_ت = \frac{80 \times 12.000}{6000} = 160 \text{ دج}$$

$$قح = ق - خ_ت = 12.000 - 160 = 11.840 \text{ دج}$$

3- الخصم العقلاني:

1.3- مفهوم الخصم العقلاني:

رأينا أن البنك يمنح إلى التاجر بتاريخ الخصم مبلغا قدره ق – خ$_ت$ (قيمة حالية)، مقتطعا بذلك القيمة الإسمية لورقة التجارية خصما هو خ$_ت$ يحسبه على أساس المبلغ ق. وهذا يعني أن البنك يقدم سلفة بفائدة مقطوعة مسبقا (عند تقديم القرض).

لكن الخصم الذي يقتطعه البنك يبدو منطقيا عند حسابه على أساس المبلغ الفعلي الذي يقترضه البنك، وليس على أساس القيمة الإسمية للورقة التجارية.

كل هذه الملاحظات تجعلنا نعتقد بوجود خصم مختلف عن الخصم التجاري نسميه الخصم العقلاني (خ$_ع$)، وكذلك وجود قيمة حالية عقلانية (قح).

2.3- حساب الخصم العقلاني والقيمة الحالية العقلانية:

يحسب الخصم العقلاني على أساس القيمة الحالية العقلانية ولهذا يجب أولا، حساب القيمة الحالية العقلانية وهي مع فوائدها تساوي القيمة الإسمية.

أ- القيمة الحالية العقلانية: (قح/)

$$خ_ع = \frac{قح \times م \times ن}{36.000}$$

$$قح = ق - خ_ع \Leftarrow قح + خ_ع = ق = قح + \frac{قح/ \times م \times ن}{36.000}$$

$$\frac{36.000 \times ق}{36.000} = \frac{000.63.قح/ + قح/ \times م \times ن}{36.000}$$ وبوضع قح معامل مشترك:

$$قح (36.000 + م \times ن) = 36.000 \ ق \Leftarrow \boxed{قح/ = \frac{36.000 \times ق}{36.000 + م \times ن}}$$

$$\boxed{قح/ = ق \frac{ث}{ث + ن}}$$ (حسب طريقة الأرقام والقاسم الثابت).

ب-الخصم العقلاني (خ$_ع$):

$$خ_ع = ق - قح/$$

$$خ_ع = ق - \frac{36.000 \times ق}{36.000 + م \times ن} = \frac{ق(36.000 + م.ن) - 36.000 \times ق}{36.000 + م \times ن}$$

$$خ_ع = \frac{ق \times م \times ن}{36.000 + م \times ن}$$

$$\boxed{خ_ع = \frac{ق \times م \times ن}{36.000 + ن.م}}$$ أو $$\boxed{خ_ع = \frac{ق \times ن}{ث + ن}}$$

مثـــال:

أحسب القيمة الحالية العقلانية، وكذلك الخصم العقلاني لورقة تجارية بقيمة 75.000 دج وقد تم خصمها قبل حلول الاستحقاق بثلاثين (30 يوما) وذلك بمعدل 6 %.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

لدينا:

$$\text{ث} = \frac{36.000}{6} = 6.000 \text{، قح} = \text{ق} \times \frac{\text{ث}}{\text{ث}+\text{ن}}$$

$$\text{قح}' = 75000 \times \frac{6.000}{30+6.000} = 74626.86 \text{ دج}$$

$$\text{خ}_\text{ع} = \text{ق} - \text{قح}' = 75.000 - 74626.86 = 373.13 \text{ دج.}$$

وبطريقة أخرى:

$$\text{خ}_\text{ع} = \frac{\text{ق} \times \text{ث}}{\text{ث}+\text{ن}} = \frac{30 \times 75.000}{30+6.000} = 373.13 \text{ دج}$$

4- العلاقة بين الخصم التجاري والخصم العقلاني:

1.4- مقارنة بين هذين الخصمين:

$$\begin{cases} \text{خ}_\text{ت} = \dfrac{\text{ق} \times \text{م} \times \text{ن}}{36.000} = \dfrac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} \\ \text{خ}_\text{ع} = \dfrac{\text{ق} \times \text{م} \times \text{ن}}{\text{ن} \times \text{م} + 36.000} = \dfrac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}+\text{ن}} \end{cases} \Leftarrow \text{خ}_\text{ت} \rangle \text{خ}_\text{ع}$$

الخصم التجاري أكبر من الخصم العقلاني

$$\boxed{\text{قح} \rangle \text{قح}'} \Leftarrow \begin{cases} \text{قح} = \text{ق} - \text{خ}_\text{ت} \\ \text{قح}' = \text{ق} - \text{خ}_\text{ع} \end{cases}$$

2.4- النسبة بين الخصمين:

$$\frac{\text{خ}_\text{ت}}{\text{خ}_\text{ع}} = \frac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} \times \frac{\text{ث}+\text{ن}}{\text{ق} \times \text{ن}} = \frac{\text{ث}+\text{ن}}{\text{ث}}$$

3.4- الفرق بين الخصمين:

$$خ_ت - خ_ع = \frac{ق \times ن}{ث} - \frac{ق \times ن}{ث + ن} = \frac{(ث + ق)(ن \times ن) - (ق \times ث \times ن)}{(ث + ن)ث}$$

$$خ_ت - خ_ع = \frac{(ق \times ث)ن + ن - ث)}{(ث + ن)ث} = \frac{ق \times ن^2}{(ث + ن)ث}$$

4.4- العلاقة بين القيمة الإسمية والخصمين:

$$خ_ت = \frac{ق \times ن}{ث} \quad ، \quad خ_ع = \frac{ق \times ن}{ث + ن}$$

ع

وبحساب قيمة "ن" في كل عبارة:

$$خ_ت = \frac{ق \times ن}{ث} = خ_ت \times ث = ق \times ن \quad ن = \frac{خ_ت \times ث}{ق} \Leftarrow$$

$$خ_ع = \frac{ق \times ن}{ث + ن} \Leftarrow خ_ع ث) + (ن) = ق \times ن \Leftarrow خ_ع \times ث + خ_ع \times ن = ق \times ن$$

$$خ_ع \times ث = ق \times ن - خ_ع \times ن = ن (ق - خ_ع) \Leftarrow ن = \frac{خ_ع \times ث}{ق - خ_ع} \Leftarrow$$

وبالتالي:

$$\begin{cases} خ_ت : ن = \frac{خ_ت \times ث}{ق} \ldots\ldots (1) \\ خ_ع \quad ن = \frac{خ_ع \times ث}{ق - خ_ع} \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases} \qquad \frac{خ_ت \times ث}{ق} = \frac{خ_ع \times ث}{ق - خ_ع}$$

$$\Leftarrow خ_ت \times ث ق) - خ_ع) = خ_ع \times ث \times ق$$

$$خ_ت ق) - خ_ع) = خ_ع \times ق$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$خ_ت \times ق - خ_ت \times خ_ع = خ_ع \times ق$

$خ_ت \times ق - خ_ع \times ق = خ_ت \times خ_ع$

$ق(خ_ت - خ_ع) = خ_ع \times خ_ت$

ومنه: $\boxed{ق = \frac{خ_ت \times خ_ع}{خ_ت - خ_ع}}$

القيمة الإسمية تساوي حاصل جداء الخصمين مقسوما على الفرق بينهما.

مثـــال:

تبلغ القيمة الإسمية لورقة تجارية 3.663 دج بينما تبلغ قيمتها الحالية التجارية 3.629,70 دج ، احسب قيمتها الحالية العقلانية.

لدينا:

ق = 3.663 دج ، قح= 3.629,70 دج

$خ_ث$ = ق – قح = 3.663 – 3.629,70 = 33.3 دج.

وبهذا يمكن حساب الخصم العقلاني كما يلي:

$$ق = \frac{خ_ث \times خ_ع}{خ_ث - خ_ع} \Leftarrow 3.663 = \frac{33.3 \times خ_ع}{33.3 - خ_ع}$$

$$\Leftarrow 3.663(33.3 - خ_ع) = 33.3 \times خ_ع \Leftarrow 121.977.9 - 3.663 \times خ_ع = 3.33خ_ع$$

$$\Leftarrow 121.977.9 = 366.3خ_ع + 3.33خ_ع$$

$$121.977.9 = 3.696.3خ_ع \Leftarrow خ_ع = \frac{121.977.9}{3.696.3} = 33 \text{ دج}$$

إذن:

$خ_ع$=33 دج $\Leftarrow$ قح/ = ق – $خ_ع$

قح/ = 3.663 – 33 = 3.630 دج.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5- ممارسات الخصم:

1.5- مفهوم ربح الصرف (Agio):

لحد الآن تطرقنا إلى حساب الخصم التجاري، والقيمة الحالية التجارية لورقة تجارية في إطار عملية الخصم التجارية، وهذا بافتراض أن كل ما يقتطعه البنك هو الخصم التجاري.

بينما يجري البنك في الواقع اقتطاعات أخرى على القيمة الإسمية للورقة، ومجموع هذه الاقتطاعات التي يجريها البنك تشكل ربح الصرف أو الأجيو، حيث يتضمن هذا الأخير:

- الخصم التجاري الذي يمثل عائد البنك،
- العمولات التي تمثل مجموع التكاليف التي تنجم عن عملية الخصم وهي ثلاثة أنواع:
  - العمولات التابعة للزمن (تحسب مثل الخصم)،
  - العمولات المستقلة عن الزمن (وهي تابعة لقيمة الورقة ومعدل العمولة)،
  - العمولات الثابتة (مبلغ محدد)،
  - نفقات أخرى (رسوم).

الأجيو= الخصم + العمولات + الرسوم

ملاحظة:

في الجزائر حسب ما جاء في المرسوم المؤرخ في أكتوبر 1986 المحدد للشروط الجديدة للبنوك فقد تم إلغاء تحصيل هذه العمولات.

مثال:

تم في 2005/7/22 خصم ورقة تجارية ميعاد استحقاقها في 2005/9/15 بمبلغ 4200 دج وذلك حسب شروط الخصم التالية:

- معدل الخصم: 6 %
- عمولة التظهير: 0.6 % (تابعة للزمن)

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

- عمولة غير تابعة للزمن: 0.5 %
- عمولة ثابتة: 15 دج.

والمطلوب:

1)حساب مبلغ الأجيو(ربح الصرف)
2)حساب القيمة الصافية للورقة التجارية

الحـــــل:

1)حساب الأجيو:

الخصم: ن = 55 يوما، ج ث= $\frac{6\times55\times4.200}{36.000}$ = 38.5 دج.

عمولة التظهير= $\frac{0.6\times55\times4.200}{36.000}$ =3.85دج

عمولة مستقلة من الزمن: 4.200 × 1/2 % = $\frac{0.5\times4.200}{100}$ = 21 دج.

عمولة ثابتة= 15 دج.

مبلغ الأجيو= 38.5 + 3.85 + 21 + 15 = 78.35 دج.

- **حساب القيمة الصافية للورقة (المبلغ الفعلي الذي يستلمه الخاصم):**

القيمة الصافية = القيمة الإسمية – الأجيو

= 4.200 – 78.35 = 4.121.65 دج.

2.5- جدول الخصم:

غالبا ما يتم خصم عدة أوراق تجارية، وذلك بأن يقد الخاصم جدول الخصم الذي يسجل فيه بيانات الأوراق المخصومة: محل الدفع، القيمة الإسمية، الاستحقاق.

بعد مراقبة الأوراق، يقوم صاحب البنك بحساب الأجيو، والقيمة الصافية للأوراق حسب جدول الخصم، ثم يعلم زبونه بنتيجة هذا الحساب، أما شكل جدول الخصم فهو غالبا كما يلي:

بنك ..... في .....
جدول أوراق مقدمة إلى الخصم من السيد .....

رقم الورقة	محل الدفع	مبلغ	الاستحقاق	أيام	خصم ...%	خصم التظهير	ملاحظات
1			15 فيفري				
2			10 مارس			.....	
3			20 مارس				
4							
					مجموع		

3.5- معدل الخصم الفعلي:

تعمل مختلف العمولات والرسوم على دفع المعدل الذي تتحمله المؤسسة لدى بنكها.

ولهذا فإن معدل الخصم الوارد في العقد يختلف عن المعدل المطبق في العمليات بسبب وجود الأجيو.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

فإذا رمزنا إلى المعدل الفعلي بالرمز " مف" يكون:

$$\text{الأجيو} = \frac{\text{ق} \times \text{م}_{\text{ف}} \times \text{ن}}{36.000} \Leftarrow \text{م}_{\text{ف}} = \frac{\text{أجيو} \times 36.000}{\text{ق} \times \text{ن}}$$

مثال:

لتكن ورقة تجارية بمبلغ 15.000 دج خصمت 40 يوما قبل استحقاقها بمعدل 9 % وقد قام البنك فضلا عن الخصم، بإقتطاع عمولة ثابتة مقدارها 15 دج أحسب معدل الخصم الفعلي.

خ ت $= \frac{15.000 \times 9 \times 40}{36.000} = 150$دج، أجيو = 150 دج + 15 دج = 165 دج.

$$\text{م}_{\text{ف}} = \frac{36.000 \times 165}{15.000 \times 40} = 9.9\%$$

ملاحظة: المعدل الفعلي يكون دائما أكبر من المعدل العادي.

4.5- معدل التكلفة بالنسبة لحامل الورقة "م ك" :

معدل التكلفة هو المعدل الذي يمكن من الحصول على فائدة تعادل قيمة الأجيو، وذلك بتوظيف القيمة الصافية من الأجيو لمدة "ن" يوما.

إذن: القيمة الصافية = القيمة الإسمية – الأجيو، ق ص = ق – أجيو

$$\text{أجيو} = \frac{\text{ق ص} \times \text{م ك} \times \text{ن}}{36.000}$$

معدل التكلفة:

$$\text{م ك} = \frac{\text{أجيو} \times 36.000}{\text{ق ص} \times \text{ن}}$$

فحسب المثال السابق:

القيمة الصافية = 15.000 – (150 +15) = 14.835 دج.

$$\text{م ك} = \frac{36.000 \times 165}{14835 \times 40} = 10.01\%$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5.5- معدل مردودية البنك (م$_م$):

تتمثل عملية الخصم بالنسبة إلى البنك في دفع قيمة صافية مقابل ورقة تجارية بقيمة إسمية "ق" تستحق بعد "ن" يوما، وفي هذه الحالة يكون الخصم هو الدخل الوحيد للبنك.

ومعدل المردودية بالنسبة للبنك هو المعدل الذي يجعل القيمة الحالية تنتج في "ن" يوما فائدة تعدل الخصم التجاري " خ$_ت$".

$$خ_ت = \frac{قح \times م_م \times ن}{36.000}$$

معدل المردودية:

$$م_م = \frac{خ_ت \times 36.000}{قح \times ن}$$

وهو يبلغ حسب المثال السابق:

القيمة الحالية (قح) = ق – خ$_ت$ = 15.000 – 150 = 14.850 دج

$$م_م = \frac{150 \times 36.000}{40 \times 14.850} = 9.09\%$$

تطبيق رقم 01:

قدمت للخصم ثلاث أوراق تجارية تتناسب قيمتها الإسمية مع الأعداد 2، 5 و 9 ويبلغ مجموعها 5.120 دج، وهي تستحق على التوالي في 30 يوما، 45 يوما و 60 يوما، كما أنها خصمت جميعا بنفس المعدل م.

وإذا علمنا أن البنك يقتطع كذلك:

- عمولة التظهير (بمعدل 0.4 %)
- عمولة مستقلة عن الزمن بمعدل 1 ‰ (1 من الآلاف)
- عمولة إضافية مستقلة عن الزمن بمعدل 0.5 % عن الورقة الأولى فقط.

أما صافي الخصم فهو يبلغ 5.064.710 دج.

أحسب معدل الخصم.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

تطبيق رقم 02:

تم خصم ورقتين تجاريتين في بنكين مختلفين، الأولى لدى البنك "أ" والثانية لدى البنك "ب" وذلك حسب الشروط.

	البنك "أ"	البنك "ب"
– معدل الخصم	% 3.2	% 4.2
– عمولة التظهير	% 0.4	% 0.4
– عمولة الجدول	% 0.5	% 0.25

وإذا علمت:

- أن الورقة الثانية تستحق قبل الأولى بمقدار 15 يوما.
- أن معدلي الخصم الفعليين متساويين.

1) أحسب الأيام اللازمة لاستحقاق كل ورقة.
2) أحسب معدل الخصم الفعلي لكل ورقة.

حل التطبيق رقم 01:

تبلغ القيمة الإسمية على التوالي:

$$640 = \frac{2}{9+5+2} \times 5.120$$

$$1.600 = \frac{5}{9+5+2} \times 5.120$$

$$2.880 = \frac{9}{9+5+2} \times 5.120$$

جدول الحسابات:

ق	ن	الخصم	عمولة التظهير	عمولة مستقلة عن الزمن	عمولة إضافية
640	30	$\frac{8.م}{15}$	0.21	0.64	3.20
1.600	45	$\frac{03.م}{15}$	0.80	1.60	–
2.880	60	$\frac{72.م}{15}$	1.92	2.88	–
5.120		$\frac{110.م}{15}$	2.93	5.12	3.20

الشرح:

$$\frac{8.م}{15} = \frac{640 \times 30 \times م}{36.000}$$

$$\frac{30.م}{15} = \frac{1600 \times 45 \times م}{36.000}$$

$$\frac{72.م}{15} = \frac{2.880 \times 60 \times م}{36.000}$$

- مثال عن حساب عمولة التظهير:

$$0.21 = \frac{0.4 \times 30 \times 640}{36.000}$$

وبنفس الطريقة نجد بقية العمولات.

- مثال عن حساب عمولة مستقلة عن الزمن:

$$0.64 = \frac{1}{1000} \times 640$$

وبنفس الطريقة نجد بقية العمولات.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

يبلغ الأجيو: ق – قص = 5.120 – 5.064.71 = 55.29 دج.

ومن جهة أخرى: أجيو = الخصم – العمولات

منه:

$$[3.20+5.12+2.93]+\frac{110.م}{15}=55.29$$

$$44.04=\frac{110.م}{15}\Leftarrow\frac{110\times م}{15}=11.25-55.29$$

ومنه:

$$م=\frac{15\times44.04}{110}\approx 6\%$$

$$م \approx 6\ \%$$

حل التطبيق رقم 02:

1) لنفرض أن الورقة الأولى تستحق بعد "ن" يوما، والثانية بعد ن – 15 يوما، ومن ثمة يكون:

$$0.25\times\frac{360}{15-ن}+0.4+4.2=\frac{1}{2}\times\frac{360}{ن}+0.4+3.2$$

$$\frac{90}{15-ن}+4.6=\frac{180}{ن}+3.60$$

وهذه المساواة تؤدي إلى معادلة من الدرجة الثانية (لا يتضمن البرنامج دراستها).

$$ن^2-105ن+2.700=0$$

لهذه المعادلة جذران هما:

ن = 60	و	ن = 45

وبالتالي هناك مجموعتان للحلول:

المجموعة الأولى: $ن_1 = 60 \Leftarrow ن_2 = ن_1 - 15 = 45$

المجموعة الثانية: $ن_1 = 45 \Leftarrow ن_2 = ن_1 - 15 = 30$

2) حساب معدل الخصم الفعلي:

- **حسب المجموعة الأولى:**

معدلان متساويان

- المعدل الفعلي (أ) $= \frac{1}{2} \times \frac{360}{60} + 3.6 = 6.6\%$
- المعدل الفعلي (ب) $= 0.25 \times \frac{360}{45} + 4.6 = 6.6\%$

- **حسب المجموعة الثانية:**

معدلان متساويان

- المعدل الفعلي (أ) $= \frac{1}{2} \times \frac{360}{45} + 3.6 = 7.6\%$
- المعدل الفعلي (ب) $= 0.25 \times \frac{360}{30} + 4.6 = 7.6\%$

II- تكافؤ الأوراق التجارية:

1- تعريف التكافؤ:

1.1- تكافؤ ورقتين:

نقول عن ورقتين متكافئتين إذا كانت لهما نفس القيمة الحالية عند خصمهما في وقت معين بنفس المعدل.

إذن، معادلة التكافؤ تعبر عن تساوي القيم الحالية التجارية:

لتكن:

- الورقة "أ" التي تستحق في "$ن_1$" يوما بمعدل "م".
- الورقة "ب" التي تستحق في " $ن_2$" يوما بمعدل "م".

فإذا كانت "أ" تكافئ "ب"، يمكن أن نكتب:

القيمة الحالية للورقة "أ" = القيمة الحالية للورقة "ب".

$$ق_{أ} - \frac{ق_{أ} \times ن_1 \times م}{36.000} = ق_{ب} - \frac{ق_{ب} \times ن_2 \times م}{36.000} \quad \text{أو}$$

$$ق_{أ} - \frac{ق_{أ} \times ن_1}{ث} = ق_{ب} - \frac{ق_{ب} \times ن_2}{ث}$$

مثـــال:

تم خصم ورقتين بمعدل 6 %:

- الأولى بمبلغ 6.000 دج تستحق في 2005/09/20 .
- والثانية بمبلغ 6.200 دج تستحق في 2005/10/22 .

أحسب تاريخ تكافؤ هاتين الورقتين اللتين تستحقان على التوالي في "ن" و " ن + 42 " يوما.

$$ث = \frac{م}{} = \frac{36.000}{6} = 6000$$

$$ح ق = ق_{أ} - \frac{ق_{أ} \times ن_1}{ث} = ق_{ب} - \frac{ق_{ب} \times ن_2}{ث} = 6.200 - \frac{(42 + ن) \times 6.200}{6000} = 6000 - \frac{6000 \times ن}{6000}$$

أي:

37200000 − 6200 ن − 260400 = 36000000 − 6000 ن

939600 = 200 ن ⇐ ن = 4698 يوم.

يكون التكافؤ قبل 05/09/20 (تاريخ الاستحقاق الأولى) بمدة 4698 يوما.

2.1- التكافؤ بين ورقة وعدة أوراق أخرى:

تكون ورقة مكافئة لمجموع عدة أوراق أخرى، إذا كانت القيمة الحالية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق. عند خصمها جميعا في وقت معين بنفس المعدل.

لتكن ق1 ، ق2، ق3، وهي القيم الإسمية التي تستحق بعد عدد من الأيام هو ن1 ، ن2، ن3 ، على التوالي، ولتكن ق هي القيمة الإسمية للورقة الوحيدة التي تستحق بعد "ن" يوما، فعند خصم هذه الأوراق بنفس المعدل ، تكون الورقة الوحيدة مكافئة لمجموع الأخريات إذا كان:

$$\left[\frac{ق_3 \times ن_3}{ث} - ق_3\right] + \left[\frac{ق_2 \times ن_2}{ث} - ق_2\right] + \left[\frac{ق_1 \times ن_1}{ث} - ق_1\right] = \frac{ق \times ن}{ث} - ق$$

3.1- التكافؤ بين مجموعتين من الأوراق التجارية:

تكون مجموعتان من الأوراق متكافئة إذا كان مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية، وذلك عند خصم المجموعتين في وقت معين وبنفس المعدل.

2- نظرية التكافؤ:

1.2- النظرية الخاصة بورقتين:

إذا حدث التكافؤ بين ورقتين في تاريخ معين، فإنهما لا تتكافئان أبدا في تاريخ آخر كون تاريخ التكافؤ هو تاريخ واحد.

2.2- النظرية الخاصة بورقة وبمجموع عدة أوراق أخرى:

إذا حدث التكافؤ بين ورقة وعدة أوراق أخرى في تاريخ معين، فإن هذا التكافؤ لا يحدث في أي تاريخ باستثناء الحالة الخاصة التي تكون فيها القيمة الإسمية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق الأخرى. وفي هذه الحالة يتحقق التكافؤ في أي تاريخ.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

- **تطبيق التكافؤ بفائدة بسيطة:**

1.3- مشكلة تاريخ الاستحقاق المشترك:

تاريخ الاستحقاق المشترك، هو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من أوراق أخرى.

مثـــــال:

22.400 دج تستحق في 31 ماي.
33.600 دج تستحق في 30 جوان.
64.000 دج تستحق في 30 جويلية.

فإذا أراد هذا المدين في أول ماي استبدال هذه الأوراق الثلاثة بورق وحيدة بتاريخ 20 جوان، ما هي القيمة الإسمية لهذه الورقة الوحيدة علما بأن المعدل 4 %.

لنكتب التكافؤ بين الورقة الوحيدة والأوراق الثلاثة الأخرى في أول ماي:

$ن_1$ = من 05/1 إلى 05/31 = 30 يوما
$ن_2$ = من 05/1 إلى 06/30 = 60 يوما.
$ن_3$ = من 05/1 إلى 07/30 = 90 يوما.
ن (من أجل ورقة وحيدة) = من 05/1 إلى 05/20 = 50 يوما

$$ث = \frac{36.000}{4} = 9.000$$

مجموع القيم الحالية الخاصة بالأوراق الثلاثة:

$$\left[\frac{90 \times 64.000}{9.000} - 64.000\right] + \left[\frac{60 \times 33.600}{9.000} - 33.600\right] + \left[\frac{30 \times 22.400}{9.000} - 22.400\right]$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

قح= 119.061.33 دج.

$$\text{قح} = \text{ق} - \frac{50 \times \text{ق}}{9.000} = 119.061.33 \Leftarrow 0.9944 \times \text{ق} = 119061.33$$

(القيمة الحالية للورقة الوحيدة = مجموع القيم الحالية للأوراق المستبدلة).

إذن :

ق = 119.731.83 دج

2.3- مشكلة الإستحقاق المتوسط (حالة خاصة لمشكلة تاريخ الإستحقاق المشترك):

في هذه الحالة الخاصة حيث تكون القيمة الإسمية للورقة الوحيدة مساوية لمجموع القيم الإسمية للأوراق الأخرى، نقول عن تاريخ إستحقاق التسديد الوحيد أنه الاستحقاق المتوسط.

ليكن: $\text{ق} = \text{ق}_1 + \text{ق}_2 + \text{ق}_3 + \ldots$

وحسب التكافؤ:

$$\left[\frac{\text{ق}_3 \times \text{ن}_3}{\text{ث}} - \text{ق}_3\right] + \left[\frac{\text{ق}_2 \times \text{ن}_2}{\text{ث}} - \text{ق}_2\right] + \left[\frac{\text{ق}_1 \times \text{ن}_1}{\text{ث}} - \text{ق}_1\right] = \frac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} - \text{ق}$$

$$\text{ق} - \frac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} = (\underbrace{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 + \text{ق}_3}_{\text{ق}}) - \frac{\text{ق}_1 \times \text{ن}_1}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_2 \times \text{ن}_2}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_3 \times \text{ن}_3}{\text{ث}}$$

$$\text{ق} - \frac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} = \text{ق} - \frac{\text{ق}_1 \times \text{ن}_1}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_2 \times \text{ن}_2}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_3 \times \text{ن}_3}{\text{ث}}$$

$$\Leftarrow \frac{\text{ق} \times \text{ن}}{\text{ث}} = \frac{\text{ق}_1 \times \text{ن}_1}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_2 \times \text{ن}_2}{\text{ث}} - \frac{\text{ق}_3 \times \text{ن}_3}{\text{ث}}$$

$$\Leftarrow \text{ق}.\text{ن} = \text{ق}_1.\text{ن}_1 + \text{ق}_2.\text{ن}_2 + \text{ق}_3.\text{ن}_3$$

$$\Leftarrow \quad \boxed{\text{ن} = \frac{\text{ق}_1\text{ن}_1 + \text{ق}_2\ \text{ن}_2 + \text{ق}_3\text{ن}_3}{\text{ق}}}$$

مثـــال:

سحب تاجر من مدينه 3 أوراق تجارية:

ق$_1$ = 21.000 إلى 06/15
ق$_2$ = 30.000 إلى 06/30
ق$_3$ = 45.000 إلى 07/31

ما هو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة بمبلغ 96.000 التي تعوض الأوراق الثلاثة الأخرى؟

الحل الأول:

لتسهيل الحسابات نكتب التكافؤ على أساس تاريخ استحقاق الورقة الأولى (6/15) وبهذا يكون: ن$_1$ = 0 ، ن$_2$ = 15، ن$_3$ = 46.

$$\text{ن} = \frac{(46\times 45.000)+(15\times 30.000)+(0\times 21.000)}{96.000} = 26 \text{ يوما}$$

تاريخ استحقاق الورقة المعوضة: 26 يوما بعد تاريخ التكافؤ أي 07/11

الحل الثاني:

لنختار تاريخا آخر للتكافؤ وليكن 10 أيام ومن قبل في 06/5.

إذن: ن$_1$ = 10 ، ن$_2$ = 25، ن$_3$ = 56.

$$\text{ن} = \frac{(56\times 45.000)+(25\times 30.000)+(10\times 21.000)}{96.000} = 36 \text{ يوما.}$$

تاريخ الاستحقاق: 36 يوما بعد 6/5 أي في 11 جويلية.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3.3- تطبيق التكافؤ على تحديد الأوراق:

تتعرض المؤسسات في ممارستها العملية إلى مشكلة التكافؤ فيما يخص تجديد ورقة بأخرى أكثر من تعرضها إلى هذه المشكلة عند تجديد تاريخ تكافؤ الورقتين.

يطلب مدين من دائنه تمديد فترة استحقاق السفتجة (كمبيالته) التي تنتهي بعد 20 يوما، وذلك بمنحه 30 يوما إضافية.

فإذا كانت القيمة الإسمية للسفتجة ق$_1$ = 5.000 دج بمعدل 9 %، تكون القيمة الإسمية ق$_2$ (الورقة الجديدة):

$$\text{ث} = \frac{\text{م}}{36.000} = \frac{36.000}{9} = 4.000$$

$$\frac{(30+20)\times \text{ق}_2}{4.000} - \text{ق}_2 = \frac{20\times 5.000}{4.000} - 5.000$$

$$\text{ق}_2 - 0.0125\,\text{ق}_2 = 4.975 \quad \text{ق}_2(1 - 0.0125) = \text{ق}_2$$

$$\Leftarrow \text{ق}_2 = \frac{4.975}{0.9875} = 5.038$$

تطبيق:

يمكن تسديد مشتريات:

- إما نقدا بمبلغ 420 دج.
- إما بدفع 60 دج نقدا، والباقي بواسطة 6 سفتجات (كمبيالات) تستحق واحدة في كل شهر بقيمة إسمية تبلغ 61.20 دج. واستحقاق يكون شهرا بعد تسليم المشتريات.

علما أن هاتين الطريقتين للدفع تتكافآن بتاريخ التسليم، أحسب معدل الخصم.

قلم الجزائر | WWW.DZPEN.COM

حل التطبيق:

لتكن م معدل الخصم المطلوب:

إذن:

$$\frac{420 \times 1 \times 61.20}{1200} - 61,20 + 60 = 420$$
$$\frac{420 \times 2 \times 61.20}{1200} - 61,20 +$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots +$$
$$\frac{420 \times 6 \times 61.20}{1200} - 61,20 +$$

أو: $[\underbrace{6+5+4+3+2+1}_{21}]\frac{420 \times 61.20}{1.200} - (6 \times 61.20) + 60 = 420$

ومنه: $م = \frac{1.200 \times 7.20}{21 \times 61.20} = 6.72\%$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر