الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التكوين والتعليم المهنيين
Ministère de la Formation et de l'Enseignement Professionnels

Centre National de l'Enseignement Professionnel à Distance (CNEPD)

المركز الوطني للتعليم المهني عن بعد (م.و.ت.م.ب)

درس في الرياضيات المالية

السلسلة رقم 02

الدرس رقم 01: الفوائد المركبة (الرسملة)

الهدف من الدرس: في نهاية هذا الدرس عل المتربص أن يكون قادرا على حساب الفوائد المركبة والقيمة المكتسبة.

خطة الدرس:

مقدمة

I. مفهوم رسملة الفوائد

II. القيمة المكتسبة لرأس المال

III. القيمة المكتسبة لرأس مال عندما لا تكون الفترات عددا تاما

IV. المعدلات النسبية والمعدلات المكافئة

V. إستعمال قاعدة الرسملة للفوائد المركبة

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مـقـدمـة:

رأينا عند دراسة الفوائد البسيطة أن عمليات القرض تتعلق بالمدى القصير (مدة الإستحقاق لاتزيد عن سنة)، إذ أنه بمجرد إنتهاء المدة التعاقدية للقرض يقوم المقترض برد مبلغ الدين و دفع الفوائد المستحقة إلى المقرض.

أما في العمليات التي تتعلق بالمدى الطويل، فإنه يمكن أن يستمر القرض لسنوات عديدة، و لهذا من الطبيعي أن يعتبر المقرض أن الفوائد البسيطة التي ينتجها رأسماله في نهاية السنة (أو في نهاية أية فترة)، هي بمثابة رأس مال جديد يضاف إلى رأسماله الأول لينتج بدوره فوائد، و عندئذ نقول أن الفوائد هي مركبة و يرجع ظهور الفوائد المركبة إلى التوظيف (أو القروض) التي تمت على المدى الطويل، إذا لايعقل أن تكون الفوائد الناتجة في نهاية كل فترة من فترات التوظيف (إذا لم تقبض) غير منتجة للفوائد بدورها.

I. مفهوم رسملة الفوائد :

عند توظيف رأس مال لمدة تزيد عن سنة، يحق للدائن (المقرض) أن يطالب المدين (المقترض) بدفع الفوائد دوريا (مرة في كل دورة) و بذلك يمكن للمقرض أن يوظف الفوائد التي أنتجها رأس المال، و ذلك طيلة المدة المتبقية للقرض، و من المفروض أن يكون توظيف هذه الفوائد المنتجة بنفس معدل الفوائد الخاصة برأس المال الأولي، فهذه العمليات تتم كما لو أننا نضيف الفوائد الناتجة إلى رأس المال لتنتج بدورها فوائد.

و هذه العملية، أي إضافة الفوائد إلى رأس المال (لكي تنتج بدورها الفوائد) نسميها : " **رسملة** " ، إذن الرسملة هي تحويل الفوائد إلى رأس مال.

و بهذا يتكون في نهاية كل فترة من فترات التوظيف رأس مال جديد يضم رأس المال الموجود، في بداية الفترة و الفوائد الناتجة في نهاية الفترة و تحسب على أساسه فوائد الدورة التالية، و هكذا دواليك.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال:

وظف مبلغ قدره 30.000 دج عند بنك يمنح فوائد بمعدل 10% في السنة و ذلك لمدة 4 سنوات، فإذا أضيفت الفوائد الناتجة في نهاية كل سنة إلى رأس المال الموظف ماهو المبلغ الذي يمكن سحبه في نهاية التوظيف؟

سنة	رأس المال الموظف في بداية السنة	الفوائد الناتجة في السنة	قيمة الرسملة في نهاية كل سنة
1	30.000	30.000×10% = 3.000	33.000 = 3.000+30.000
2	33.000	33.000×10% = 3.300	36.300 = 3.300+33.000
3	36.300	36.300×10% = 3.630	39.930 = 3630+36.300
4	39.930	39.930×10% = 3.993	43.923 = 3.993+39.930

إن المبلغ الذي يمكن سحبه في نهاية السنة الرابعة للتوظيف هو 43.923 دج

II. القيمة المكتسبة لرأس المال :

عند توظيف رأسمال بمعدل فائدة " t " خلال " n " فترة، نحصل في نهاية الفترات على مبلغ نسميه القيمة المكتسبة و هو عبارة عن رأس المال و الفوائد المجتمعة.

فحسب المثال السابق :

- القيمة المكتسبة في نهاية 3 سنوات هي 39.930 دج
- القيمة المكتسبة في نهاية 4 سنوات هي 43.923 دج

1. صياغة القاعدة :

ليكن :

C_0= رأس المال الأولى (30.000 دج في المثال السابق)
n = مدة التوظيف (4 سنوات في المثال السابق)
t = معدل التوظيف (10% في المثال السابق)
C_n = القيمة المكتسبة في نهاية الفترة " n "
C_1 = القيمة المكتسبة في نهاية الفترة الواحدة، C_2 = القيمة المكتسبة في نهاية فترتين ...).

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

فترة	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة	القيمة المكتسبة
1	C_0	$C_0 \times t$	$C_0 + C_0t = C_0 (1 + t)$
2	$C_0 (1 + t)$	$C_0 (1 + t) \times t$	$C_0 (1 +t) + C_0 (1+t) t = C_0 (1+t)^2$
3	$C_0 (1 +t)^2$	$C_0 (1 + t)^2 \times t$	$C_0 (1 + t)^2 + C_0 (1+t)^2 t = C_0 (1+t)^3$
.	.....	.....	....
.			
n	$C_0 (1 + t)^{n-1}$	$C_0 (1 + t)^{n-1} \times t$	$C_0 (1 + t)^{n-1} + C_0 (1 +t)^{n-1} t = C_0 (1 + t)^n$

عند توظيف رأسمال C_0 لمدة قدرها "n" بمعدل " t " ، نحصل على القيمة المكتسبة التي تساوي :

$$C_n = C_0 (1 + t)^n$$

2. فترة رسملة الفوائد :

إن الفترة الأكثر إستعمالا هي التي تقدر بالعام (رسملة سنوية)، لكن هذه الفترة قد تكون نصف سنوية، أو فصلية، أو شهرية، أو أي جزء من العام.

ملاحظة:

مهما كانت الفترة المستعملة في الرسملة يجب أن يطابق معدل الفائدة هذه الفترة، فإذا كانت الرسملة سنوية يجب إستعمال المعدل السنوي، و إذا كانت الرسملة نصف سنوية يجب إستعمال المعدل السداسي،...

مثال 1:

تودع 10.000 دج، عند بنك يمنح سنويا 8% من الفوائد المركبة.

1- ماهي القيمة المكتسبة في 5 سنوات ؟
2- ماهي القيمة المكتسبة في 7 سنوات ؟

الحل:

C_0 = 10.000 دج ، $t = 8\ \%$ $n = 5$

1. القيمة المكتسبة في 5 سنوات ($n = 5$):

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$C_5 = C_0\,(1{,}08)^5$ $\qquad$ $Cn = C_0\,(1+t)^n$ $\Rightarrow$

$$C_5 = 10\,000 \times 1{,}469\,328 = 14\,693{,}28$$

نستخرج العدد 1,469328 الذي يساوي $(1{,}08)^5$ من الجدول المالي **I** . على أساس معدل 8% و n = 5 فترات .

2. القيمة المكتسبة في سبع سنوات (n = 7):

$$C_7 = C_0\,(1{,}08)^7 = 10\,000 \times 1{,}713\,824 = 17\,138{,}24$$

كذلك نستخرج العدد 1,713 824 الذي يساوي $(1{,}08)^7$ من الجدول المالي **I.**
من أجل t = 8% ، و n = 7 فترات.

مثال 2:

إذا علمت أن توظيف 4.000 دج سينتج في نهاية 11 سنة قيمة مكتسبة قدرها 7.208,36 دج.
ماهو معدل توظيف هذا المبلغ ؟

$$C_0 = 4\,000\ ,\quad C_{11} = 7\,208{,}36\ ,\quad n = 11\ ans\ ,\quad t = ?$$

$$C_{11} = C_0\,(1+t)^{11}$$

$$\Rightarrow 7\,208{,}36 = 4\,000\,(1+t)^{11} \Rightarrow (1+t)^{11} = \frac{7208{,}36}{4000}$$

$$\Rightarrow (1+t)^{11} = 1{,}80209$$

من قراءة الجدول المالي رقم **I.** إنطلاقا من السطر n = 11 نكتشف أن الرقم 1,802 09 موجود في العمود الذي يوافق معدل 5,5%.

إذن : t = 5.5 %

مثال 3:
تم توظيف مبلغ 100.000 دج بمعدل 7 % سنويا، ماهي الفترة التي يمكن في نهايتها سحب مبلغ 196.715,10 دج على أساس الرسملة بالفوائد المركبة ؟

لدينا:

$$t = 7\%\ ,\ n = ?\qquad C_n = 190\,715{,}10,\qquad C_0 = 100\,000,$$

$$C_n = C_0\,(1+t)^n$$

$$\Rightarrow 190\,715{,}10 = 100\,000\,(1{,}07)^n \Rightarrow 1{,}07^n = 1{,}967\,151$$

من قراءة الجدول المالي رقم **I**، إنطلاقا من العمود t = 7% ، نصادف الرقم 1,907.151 موجودا في السطر الذي يوافق n = 10

إذن : n = 10 سنوات

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

III. القيمة المكتسبة لرأس المال عندما لا تكون الفترات عددا تاما :

عند تحديد القاعدة الأساسية $C_n = C_0 (1+t)^n$، إفترضنا أن الفترات تشكل عددا تاما "n" لكن في الواقع قد يكون هذا العدد متجزئا.

مثال 1: 4 سنوات و 6 أشهر ، $n = 4 + \frac{6}{12}$ (n : بالسنوات)

مثال 2: 7 سداسيات و شهران ، $n = 7 + \frac{6}{12}$ (n : بالسداسيات)

عندئذ تكتب " n " على الشكل التالي : n = k+f

حيث: k = القسم التام ، f = القسم الجزئي

و في هذه الحالة ، هناك طريقتان لحساب القيمة المكتسبة.

1. طريقة عقلانية :

تعتمد هذه الطريقة على مبدأ يقضي بحساب فوائد مركبة بالنسبة للقسم التام " n " و حساب فوائد بسيطة بالنسبة للقسم الجزئي من " n " .

n = k+f :- في نهاية " k " فترة (سنوات)، نحصل على قيمة مكتسبة :

تساوي : $C_k = C_0 (1+t)^k$

- و في نهاية " f " فترة (بالشهور) نحصل على فوائد قدرها

$$C_f = C_k \times t \times f$$

و بذلك نحصل في نهاية الفترة الكلية " n " على قيمة مقدارها

$$Cn = C_k + C_f$$

$$C_n = C_0 (1+t)^k + (C_k \times t \times f) = C_0 (1+t)^k + C_0 (1+t)^k \times t \times f$$

$$\boxed{C_n = C_0 (1+t)^k (1 + t \times f)}$$

مثال:

لحساب القيمة المكتسبة من توظيف رأس مال قدره 10.000 دج بمعدل 8 % من الفوائد المركبة لمدة 7 سنين و 4 أشهر، و ذلك بإستخدام الطريقة العقلانية.

$C_0 = 10\,000$; $t = 8\%$ $k = 7$ et $f = \frac{4}{12}$; $n = 7 + \frac{4}{12}$

$$C_{7+\,4/12} = 10.000\ (1{,}08)^7 \left(1+0{,}08 \times \frac{4}{12}\right)$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$C_{7+\ 4/12} = 10.\ 000\ (1{,}713824)\ (1{,}0266) = 17594{,}12$

2. طريقة تجارية :

تعتمد هذه الطريقة على مبدأ يقضي بحساب فوائد مركبة على كامل المدة " n" (بقسميها التام أو الجزئي).

$C_k = C_0\ (1+t)^{\ k}$: قيمة مكتسبة في نهاية " k " فترة.
$C_n = C_k\ (1+t)^{\ f}$: قيمة مكتسبة في نهاية " f " فترة.

و بتعويض قيمة C_k نجد :

$$\mathbf{C_n = C_0\ (1+t)^{\ k}\ (1+t)^{\ f}}$$

و بتطبيق هذه الطريقة على المثال السابق ، نحصل على مايلي :

$C_0 = 10\ 000,\ t = 8\%,\ n = 7 + \frac{4}{12}$

$C_n = 10\ 000\ (1{,}08)^7\ (1{,}08)^{\ 4/12}$

- نستخرج قيمة العدد $(1{,}08)^7$ من الجدول المالي **I** ، من أجل n = 7 ، و t = 8%

- نستخرج قيمة العدد $(1{,}08)^{4/12}$ من الجدول المالي **I** ، مكرر (جدول الشهور) .
من أجل t = 8% ، و n = 4 شهور.

$C_n = 10\ 000\ (1{,}713824)\ (1{,}02599) = 17\ 583{,}66$

IV. المعدلات النسبية و المعدلات المكافئة :

1.المعدلات النسبية :

إذا تناسب معدلان تختلف فترات الرسملة التي تخصهما مع مدة الفترة المطابقة لهما، نقول عنهما معدلان متناسبان (و بتعبير آخر إذا كانت النسبة بينهما تساوي النسبة بين فترتيهما للرسملة على التوالي).

مثال:

المعدل السنوي		%12	%18	%6
معدل متناسب	سداسي	%6	%9	%3
		%3	%4,5	%1,5
معدل متناسب	فصلي	%1	%1,5	%0,5
معدل متناسب	شهري			

لحساب المعدل المتناسب لأية فترة، يلزم تقسيم المعدل السنوي (السداسي،....) المعني على عدد الفترات الموجودة في عام (سداسي،....)

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2. المعدلات المكافئة :

لتكن "t" الفائدة التي تدفع في نهاية كل سنة عن رأس مال " C "، و لنفرض أنه بدلا من دفع هذه الفائدة مرة واحدة في نهاية كل سنة تقرر دفع فائدة " t " في نهاية كل فترة جزئية من " k " متساوية بشكل مجموعها سنة، فما هي قيمة " t_k" لكي نحصل على نفس الفوائد حسب " t " ، أو حسب " t_k" في نهاية السنة ؟

إذا كانت الفوائد الناتجة (حسب t. أو حسب t_k) متساوية، تكون القيم المكتسبة متساوية كذلك :

$$C(1+t) = C(1+t_k)^k \quad \Rightarrow \quad \boxed{(1+t) = (1+t_k)^k}$$

"t_k" هو معدل مكافئ للمعدل السنوي " t " .

مثال 1:

أحسب المعدل السداسي الذي يكافئ معدلا سنويا قدره 6% في هذه الحالة، k = 2 (يوجد سداسيان في عام).

$$(1+t) = (1+t_k)^k \Rightarrow (1+0,06) = (1+t_k)^2 \Rightarrow (1+t_k) = (1,06)^{1/2}$$

نستخرج قيمة العدد (1,06) من الجدول المالي **I** ، من أجل :

($n = \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ 6 أشهر) et $t = 6\%$

$$1,06^{1/2} = 1,02956 = 1+t_k \Rightarrow t_k = 1,02956 - 1$$

$$\Rightarrow t_k = 0,0295 = \mathbf{2,95\%}$$

مثال 2:

أحسب المعدل الفصلي الذي يكافئ معدلا سنويا قدره 9% في هذه الحالة، k = 4 (4 فصول في السنة).

$$(1+t) = (1+t_k)^k \Rightarrow (1,09)=(1+t_k)^4 \Rightarrow (1+t_k) = 1,09^{1/4}$$

$$\Rightarrow (1+t_k) = 1,09^{3/12}$$

نستخرج قيمة العدد $(1,09)^{\frac{3}{12}}$ من الجدول المالي **I** مكرر من أجل t = 9% و n = 3 أشهر.

$$1,09^{3/12} = 1,02178 = (1+t_k) \quad \Rightarrow \quad t_k = 0,0217 = \mathbf{2,17\%}$$

3. مقارنة المعدل المكافئ و المعدل النسبي :

لنحسب المعدلات النسبية و المعدلات المكافئة السداسية، و الفصلية و الشهرية التي توافق معدلا سنويا قدره 12% .

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

بيـان	معدل نسبي	معدل مكافئ
معدل سداسي	$\frac{12}{2} = 6\%$	$(1+t_s)^2=1,12 \Rightarrow t_s = 5,83\%$
معدل فصلي	$\frac{12}{4} = 3\%$	$(1+t_t)^4 = 1,12 \Rightarrow t_t = 2,87\%$
معدل شهري	$\frac{12}{12} = 1\%$	$(1+t_s)^{12} = 1,12 \Rightarrow t_s = 0,94\%$

ملاحظة:

نلاحظ أن المعدل المكافئ يقل دائما عن المعدل النسبي.

المعدل المكافئ < المعدل النسبي

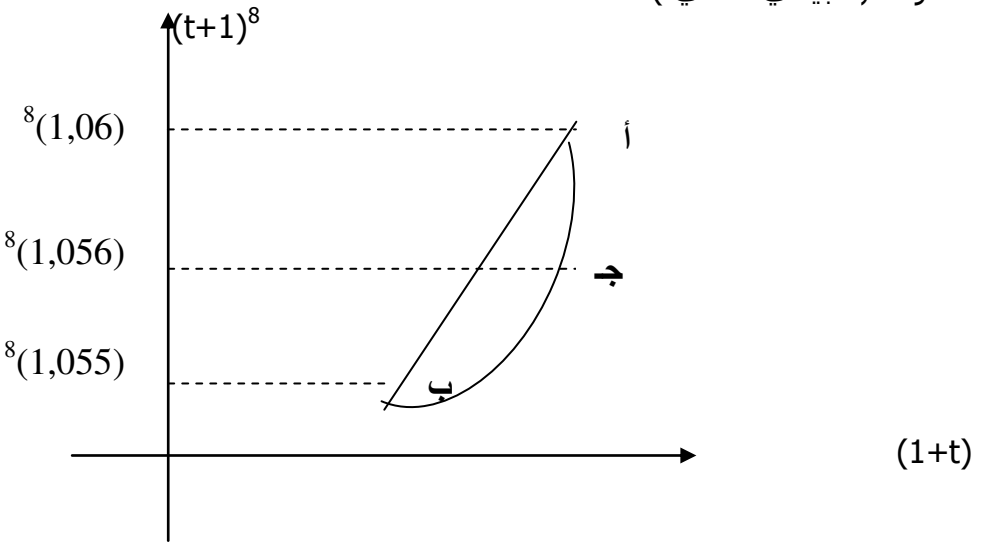
7. إستعمال قاعدة الرسملة للفوائد المركبة :

1. في حالة عدم وجود المعدل في الجدول المالي :

مثال: كم يصبح رأس مال قدره 100.000 دج عند توظيفه لمدة 8 سنوات بمعدل 5,6% سنويا ؟

$$C_8 = 100\,000\ (1,056)^8$$

$(1,056)^8$ هو رقم غير موجود في الجدول المالي، لكننا نعلم أنه محصور بين $(1,055)^8$ و $(1,06)^8$. و لهذا يمكن حساب قيمة $(1,056)^8$ بواسطة الاستكمال الداخلي (ولا نرتكب إلا خطأ بسيطا يوضحه الرسم البياني التالي)



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

الخطأ الذي نرتكبه هو أننا نحسب $\overset{\frown}{جـ}$(فاصلتها) بإستخدام القطعة المستقيمة $\overline{أ ب}$ بدلا من القوس أب

$(1,06)^8 = 1,593.848$
$(1,055)^8 = 1,534.687$
0,059161

هو فرق ناتج عن تغير المعدل بمقدار 0,5% (6% – 5,5%)

و بما أن 0, 059161 ينتج عن تغير المعدل بمقدار 0,5% ، إذن :
يطابق فرقا في المعدل قدره X ان حيث $x= (1, 055)^8-(1, 056)^8$
0,1% ، إذن :

يضرب الطرفين في الوسطين يكون:

$$\begin{cases} \%0,1 \longleftarrow x \\ \%0,5 \longleftarrow 0,059161 \end{cases}$$

$$0,059161 \times 0,1 = \%0,5 \times x \Rightarrow \frac{0,059161 \times 0,1}{0,5} = x$$

$$0,011832 = x$$

و أخيرا نجد أن العدد $(1,056)^8 = (1,055)^8 + x$

$$(1,056)^8 = 1,534.687 + 0,011832 = 1,546519$$

بالتالي : $C_8 = 100.000 \times 1,546519 = 154.651,90$ دج

2. في حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي :

مثال : كم يصبح رأس مال قدره 10.000دج، عند توظيفه لمدة 7 سنوات و 5 أشهر بمعدل 8 % سنويا ؟

$$C_{7+ 5/12} = 10\ 000\ (1,08)^{7+ 5/12}$$

$(1,08)^{7+ 5/12}$هو عدد غير موجود في الجدول المالي ، لكن يمكن إيجاده إما باستخدام الحل العقلاني أو الحل التجاري (المدروسان سابقا)، و إما باستخدام الاستكمال مثلما عالجنا المعدل.

$$1,08^7 < 1,08^{7+ 5/12} < 1,08^8$$

$(1,08)^8$ ⟵ 1,850.930

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

$$\frac{1,713.824}{0,137.106} \longleftarrow (1,08)^{7}$$

هذا الفرق يطابق الإختلاف في الزمن و مقداره سنة أو 12 شهرا. أما الفرق الذي نبحث عليه فهو الذي يطابق 5 أشهر.

$$\begin{cases} 12 \text{ شهرا} \longleftarrow 0,137106 \\ 5 \text{ أشهر} \longleftarrow x \end{cases}$$

$$x \times 12 = 5 \times 0,137\,106 \Longleftarrow$$

$$x = \frac{5 \times 0,137106}{12} = 0,057\,128$$

$$(1,08)^{7+5/12} = (1.08)^{7} + x = 1,713\,824 + 0,057\,128$$

$$(1,08)^{7+\,5/12} = 1770\ 9\ ,52$$

$$C_{7+\,5/12} = 10\,000 \times 1,770\,952 = \mathbf{17\,709,52}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

الـدرس رقم 02: الـقـيـمـة الـحـالـية (التحيين)

الهدف من الدرس: في نهاية هذا الدرس عل المتربص أن يكون قادرا على حساب الـقـيـمـة الـحـالـية.

خطة الدرس:

مقدمة

I. معادلة القيمة الحالية

II. إستخدام معادلة القيمة الحالية

III. حساب رأس المال في أي تاريخ

IV. الخصم بفائدة مركبة

مقدمة:

لتقنية التحيين (البحث عن قيمة حالية) أهمية كبيرة، حيث تستعمل في عمليات متنوعة (عمليات تجارية، عمليات بنكية، إختيار الإستثمارات، الحسابات الإقتصادية،...).

و هذه التقنية تسمح بتحديد القيمة الحالية في الزمن الحاضر، لمدخولات أو مخروجات (مصاريف) مستقبلية، فهي العملية المعاكسة للرسملة (راجع الدرس رقم 01).

تهدف الرسملة إلى حساب القيمة المستقبلية لرأس مال (رأس المال + الفائدة)، بينما يهدف التحيين إلى حساب القيمة الحالية (الحاضرة) لرأس مال يستحق في المستقبل.

أما الفوائد المركبة فإنها تطرح من القيمة المستقبلية لرأس المال، و ذلك عكس الرسملة.

I. معادلة القيمة الحالية :

لتكن القيمة C_0 (C مؤشر صفر)، هي القيمة الحالية و ليكن C_n (C مؤشرn)، هي القيمة المستقبلية (قيمة مكتسبة).



لقد برهنا في السلسلة الأولى على أننا نحصل على القيمة المكتسبة، لرأس مال "C" يتم توظيفه بالمعدل " t " مدة " n " ، كما يلي :

$$C_n = C\,(1 + t)^{n}$$

و بفرض أن رأس المال الموظف هو C_0 يصبح:

$$C_n = C_0\,(1 + t)^{n}$$

و إذا أردنا حساب C_0 بدلالة C_n(قيمة مكتسبة) يكون:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+t)^n} = C_n\,(1+t)^{-n}$$

و في النهاية:

$$\boxed{C_0 = C_n\,(1+t)^{-n}}$$

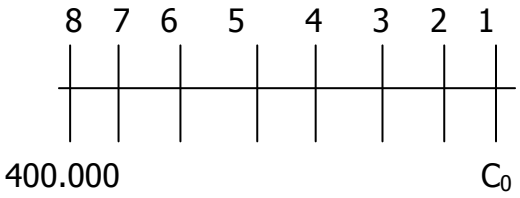
ملاحظة:

قيمة العدد $\mathbf{(1+t)^{-n}}$ تستخرج من الجدول المالي رقم II .

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مـثـال 1: أحسب القيمة الحالية على أساس معدل قدره 10 % ، لرأس مال يتوفر في 8 سنوات بمبلغ 400.000 دج.

الـحـل:



بعد 8 سنوات ستكون قيمة رأس المال 400.000 دج أما قيمته حاليا فهي تبلغ C_0، حيث :

$$\mathbf{C_0 = C_n\,(1+t)^{-n}}$$

$$C_n = 400\,000 \; ; \; t = 10\,\% \; ; \; n = 8$$

$$C_0 = 400\,000\,(1+0{,}01)^{-8}$$

تستخرج قيمة العدد (1,1) من الجدول المالي رقم II و هي تبلغ :
0,466 507

$$C_0 = 400\,000 \times 0{,}466\,507 = 186\,602{,}80$$

مثال رقم 2:

إقترض السيد س مبلغا من أحد البنوك بفائدة مركبة، و ذلك بمعدل 8 % لمدة 4 سنوات.علما بأن المبلغ الذي يرده السيد س بعد 4 سنوات (المبلغ المقترض + الفوائد المستوجبة)، هو 10.000 دج. ماهو المبلغ الحقيقي الذي أقرضه إياه البنك؟

الحل:

هذه المسألة تتطلب حساب القيمة الحالية لمبلغ قدره 10.000 دج يستحق في 4 سنوات بفوائد مركبة معدلها 8 % .

$$C_0 = 10\,000\,(1{,}08)^{-4} = 10\,000 \times 0{,}735\,030 = 7\,350{,}30$$

المبلغ الذي أقرضه البنك = 7.350,30 دج

II. إستخدام معادلة القيمة الحالية :

1.حساب المعدل (t) :

انطلاقا من المعادلة $\mathbf{C_0 = C_n\,(1+t)^{-n}}$ يمكن حساب t :

$$C_0 = C_n\,(1+t)^{-n} \quad \Rightarrow \quad (1+t)^{-n} = \frac{C_0}{C_n}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

لنسترجع المثال السابق: إذا علمت أن بنكا أقرض إلى أحد الأشخاص مبلغ 7.350,30 دج بمعدل t لمدة 4 سنوات. و إذا علمت أن المبلغ المسترد بعد 4 سنوات هو 10.000 دج. ماهو المعدل الذي أقرض به هذا المبلغ ؟

C_0 = 7 350,30 ; C_n= 10 000 DA ; n = 4 سنوات

$$C_0 = C_n (1+t)^{-n} \Rightarrow 7\,350,30 = 10\,000\,(1+t)^{-4}$$

$$\Rightarrow (1+t)^{-4} = \frac{7350,30}{10000} = 0,735\,030$$

في الجدول المالي رقم II نبحث من أجل n = 4 (على السطر n = 4) عن العدد 0,735 030 فنجد أنه يوافق المعدل 8 % و منه t =8 %

2. حساب الزمن (n) :

مثال:

علما بأن القيمة الحالية لرأسمال سيتوفر في نهاية n سنة هي 186.602,80 دج و ذلك بمعدل قدره 10 % ، و علما بأن قيمته التي ستتوفر نهاية n سنة هي 400.000 دج، أحسب " n " .

C_n = 400 000 ; C_0 = 186 602,80 DA ; t = 10%

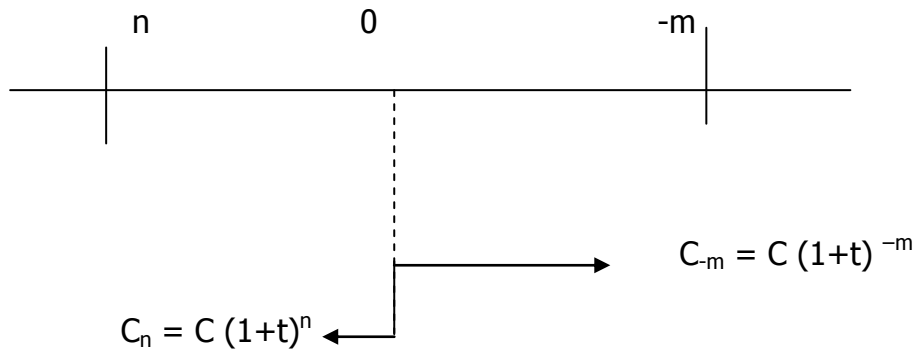
$$186\,602,80 = 400\,000\,(1,1)^{-n}$$

$$\Rightarrow (1,1)^{-n} = \frac{186602,80}{400000} = 0,466507$$

و من قراءة الجدول المالي II و إنطلاقا من العمود t = 10% نجد أن العدد 0,466.507 يوافق n = 8 سنوات .

III.حساب رأس المال في أي تاريخ :

ليكن رأس المال " C " المتاح في الزمن صفر (في الوقت الحالي)، ماهي قيمته " C_n" في نهاية " n" فترة، و كم كانت قيمته " C" قبل "m" فترة؟



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

ملاحظات:

1. القيمة C_n هي قيمة مكتسبة .
2. القيمة C_{-m} هي قيمة حالية.
3. يمكن الحصول على :

C_n بالمعادلة : $C_n = C_{-m}\ (1+t)^{(m+n)}$

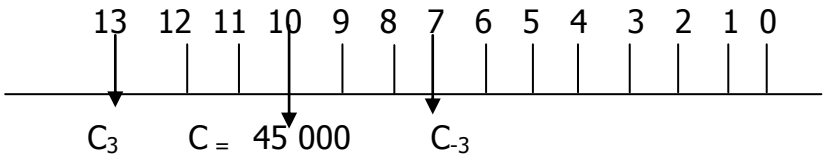
C_{-m} بالمعادلة : $C_{-m} = C_n\ (1+t)^{-(m+n)}$

مثال:

لتسديد دين عقده شخص منذ 10 سنوات يتوجب عليه حاليا دفع 45.000 دج و إذا فرضنا وجود إمكانيتين للتسديد :

- رد الدين بعد 7 سنوات (7 سنوات بعد إبرام العقد).
- طلب تأجيل قدره 3 سنوات (3 سنوات بعد الوقت الحالي).

ما هو المبلغ الذي يجب أن يدفعه هذا الدائن في وقت 7 سنوات، و في الوقت13 سنة، علما أن حساب الفوائد يكون على أساس معدل قدره 6% ؟



المبلغ الذي يجب رده في الوقت 7 :

$$C_{-3} = 45\ 000\ (1,06)^{-3} = 37\ 782,85$$

المبلغ الذي يجب رده في الوقت 13 :

$$C_3 = 45\ 000\ (1,06)^{3} = 53\ 595,72$$

ملاحظة:

يمكن كذلك الحصول على المبلغ الذي يجب رده في الوقت 13، هكذا:

$$37\ 782,85\ (1,06)^{6} = 53\ 595,72$$

IV. الخصم بفائدة مركبة :

رأينا أن حساب الخصم حسب الفوائد البسيطة يتم بتحديد الفرق بين القيمة الإسمية و القيمة المالية.

و هذا المبدأ يصلح كذلك لحساب الخصم حسب الفوائد المركبة.

كما رأينا أن الخصم على أساس الفوائد البسيطة هو على نوعين :

- الخصم التجاري (E_c) الذي يحسب على أساس القيمة الإسمية للورقة التجارية .
- الخصم العقلاني (E_r) الذي يحسب على أساس القيمة الحالية العقلانية.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

و قد حسبنا الفرق بين هذين الخصمين (E_c - E_r)، ولاحظنا أن هذا الفرق يكون قليلا عند حساب الخصم لفترة قصيرة، و لهذا السبب يعتمد على الخصم التجاري في الممارسات العملية.

لكن هذا الفرق يصبح كبيرا عند حسابه عن فترة طويلة على أساس الفوائد المركبة، و لهذا يتطلب المنطق إعتماد الخصم العقلاني الذي يحسب على أساس القيمة الحالية (أو القيمة المقترضة فعلا).

ليكن : e = الخصم ، C_0= القيمة الإسمية للورقة التجارية

C_n = القيمة الحالية للورقة التجارية

إذن $e = C_n - C_n (1+t)^{-n}$ $\Rightarrow$ $e = C_n - C_0$:

$$\boxed{e = C_n [\, 1 - (1+t)^{-n} \,]}$$

مـثـال:

تم خصم ورقة تجارية بمعدل 4% قيمتها الإسمية C_n= 100.000 دج و استحقاقها يكون في 5 سنوات أحسب قيمتها الحالية، و الخصم على أساس الفوائد المركبة.

حساب القيمة الحالية : $C_0 = C_n (1+t)^{-n}$

$C_0 = 100\,000\ (1{,}04)^{-5} = 82\,192{,}70$

حساب الخصم : $e = C_n - C_0$

$e = 100\,000 - 82\,192{,}70 = 17\,807{,}30$ DA

أو :

$e = C_n [1 - (1+t)^{-n}]$

$e = 100\,000\ [1 - (1{,}04)^{-5}] = 17\,807{,}30$ DA

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر