الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التكوين والتعليم المهنيين
Ministère de la Formation et de l'Enseignement Professionnels

Centre National de l'Enseignement Professionnel à Distance (CNEPD)

المركز الوطني للتعليم المهني عن بعد (م.و.ت.م.ب)

درس الإحصاء

السلسلة رقم 02

التوزيعات الإحصائية بمؤشر واحد

هدف الدرس: في نهاية هذا الدرس، يجب على المتربص أن يكون قادرا على وصف متغير إحصائي بمؤشر واحد.

خطة الدرس:

I- جداول إحصائية بمؤشر واحد

1- **جداول إحصائية بمؤشر واحد أو بمتغير واحد**
2- التكرارات و التكرارات النسبية
3- التكرارات المتراكمة

II- عرض بياني لتوزيعات بمؤشر واحد

1- مؤشرات كيفية
2- مؤشرات كمية

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

جداول إحصائية بمؤشر واحد:

يتطلب جمع الملاحظات و فرزها **جداول إحصائية** تقدم عرضا مركبا للملاحظات التي لا يمكن عرضها بالتفصيل بسبب كثرتها.

1- <u>جداول إحصائية بمؤشر واحد أو بمتغير واحد</u> :

تتكون هذه الجداول أساسا من عمودين (أو سطرين) يبين أحدهما الكيفيات الممكنة للمؤشر و الآخر يبين عدد الملاحظات التي تخص كل كيفية.

كيفية المؤشر	عدد الملاحظات
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
.	.
.	.
.	.
x_k	n_k
	المجموع : **N**

يبين هذا الجدول أن هناك k كيفية ممكنة للمؤشر x الذي قد يكون مؤشرا كيفيا أو كميا

مثال 1 : فرز أعمار تلاميذ أحد الأقسام بالسنوات :

العمر (بالسنوات)	عدد التلاميذ
أقل من 14	2
14	9
15	13
16	11
17 فأكثر	4
المجموع	**39**

مثال 02:

فيما يلي جدول يبين توزيع 300 طفل بعمر 9 سنوات حسب الطول (بالسنتيمتر).

إن كان المؤشر كميا (مثل هذه الحالة) يكون ترتيب الكيفية حسب القيم المتصاعدة، وربما يكون حسب القيم المتنازلة.

الطول (بالسنتيمتر) مركز الفئة	عدد الأطفال
120	9
125	33
130	74
135	93
140	64
145	21
150	6
المجموع	**300**

2- التكرارات و التكرارات النسبية :

يسمى العدد n_i (n مؤشر i) للملاحظات التي تخص الكيفية (مع: k $1 \leq i \leq$) x_i بتكرار الكيفية، و هو عدد تام غير سلبي، ولكن يمكن أن يكون معدوما إذا لم تلاحظ الكيفية x_i.

يكتب مجموع التكرارات بالصيغة التالية :

$$\sum_{i=1}^{K} n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots + n_k = N$$

و هو يقرأ "مجموع n بدلالة i" حيث i يبدأ من 1 إلى k.

فحسب المثال السابق يكون :

$$\sum_{i=1}^{2} n_i = 9+33=42$$

$$\sum_{i=1}^{4} n_i = 9+33+74+93=209$$

$$\sum_{i=1}^{7} n_i = 9+33+74+93+64+21+6=300$$

<u>بعض خواص الرمز</u> :($\sum$ = مجموع)

- إذا كان a عددا ثابتا : $\sum_{i=1}^{n} a = na$
- إذا كان a عددا ثابتا : $\sum_{i=1}^{n}(x_i + a) = \sum_{i=1}^{n} x_i + na$
- إذا كان a عدد ثابت : $\sum_{i=1}^{n} ax_i = a\sum_{i=1}^{n} x_i$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i$$

النسبة بين التكرار n_i و مجموع الملاحظات N هو **التكرار النسبي** F_i الذي يخص هذه الكيفية:

$$Fi = \frac{n_i}{N}$$

حيث $(k \geq i \geq 1)$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

نستنتج من التعريف السابق أن: $0 \leq F_i \leq 1$

$$\sum_{i=1}^{K} F_i = F_1+F_2+\ldots\ldots\ldots\ldots+F_k = 1$$

مثال:

فيما يلي توزيع إحصائي، في تاريخ معين، لأعمار عمال إحدى المؤسسات.

العمر / فئات	تكرارات	تكرار نسبي: Fi = ni / N
]25,20]	9	0,06
]30,25]	27	0,18
]35,30]	36	0,24
]40,35]	45	0,30
]45,40]	18	0,12
]50,45]	9	0,06
]55,50]	3	0,02
[60,55]	3	0,02
	150 = N	1.00

3- التكرارات المتراكمة:

يمكن عرض التكرارات في عمود للتكرارات المتراكمة (متراكمة تصاعديا أو تنازليا) بحيث تأتي الإجابة على نوعين من الأسئلة مثلما هو الحال بالنسبة للمثال السابق :

- ما هو عدد العمال الذين تقل أعمارهم عن 35 سنة؟
- ما هو عدد العمال الذين لا تقل أعمارهم عن 35 سنة (أي 35 سنة أو أكثر) ؟

و لذلك، نعد الجدول التالي:

العمر	تكرارات n_i	تكرار نسبي ni / N	تكرار مئوي %	تكرارات متراكمة تصاعديا	تكرارات متراكمة تنازليا
]25,20]	9	0,06	6	9	150
]30,25]	27	0,18	18	36	149
]35,30]	36	0,24	24	72	114
]40,35]	45	0,30	30	117	78
]45,40]	18	0,12	12	135	33
]50,45]	9	0,06	6	144	15
]55,50]	3	0,02	2	147	6
[60,55]	3	0,02	2	150	3
	150	**1**	**100**		

كما يمكن عرض التكرارات النسبية في عمود التكرارات النسبية المتراكمة كالآتي :

العمر	التكرارات n_i	تكرار مئوي	تكرارات متراكمة صاعديا (%)	تكرارات متراكمة تنازليا (%)
]25,20]	9	6	[1] 6	100
]30,25]	27	18	24	94
]35,30]	36	24	48	76
]40,35]	45	30	78	[3] 52
]45,40]	18	12	90	22
]50,45]	9	6	[2] 96	10
]55,50]	3	2	98	4
[60,55]	3	2	100	2
	150	**100**		

(1) : 6% من العمال الذين تقل أعمارهم عن 25 سنة
(2) : 96% من العمال الذين تقل أعمارهم عن 50 سنة
(3) : 52% من العمال الذين لا تقل أعمارهم عن 35 سنة

II- عرض بياني لتوزيعات بمؤشر واحد :

كما قال نابليون: "رسم تخطيطي جيد أفضل بكثير من خطاب طويل" إضافة على عرض سلسلة إحصائية على الجداول يمكن استخدام عروض بيانية شتى.

صحيح أن الرسم البياني أقل دقة من الجدول الإحصائي لكنه يبرز بتوضيح أكثر الخصائص الأساسية للسلسلة.

و رغم أن الجدول يضم كل المعلومات المتحصل عليها، فإنه من المفيد في غالب الأحيان، ترجمة هذا الجدول إلى رسم بياني لاستخلاص صورة ملموسة عنه.

و لكي يمكن استعمال هذا الرسم البياني يجب أن لا يقتصر على الرسم أو المنحى، بل من الضروري توضيح إسم المتغير ووحدة القياس التي تعبر عنه على كل محور من محاور الإحداثيات.

كما يمكن إنجاز العرض البياني بطرق مختلفة وفقا لطبيعة المؤشر المدروس لكن غالبا ما تعكس هذه العروض نسبية التكرارات (أو التكرارات النسبية) و نسبية السطوح (المساحات).

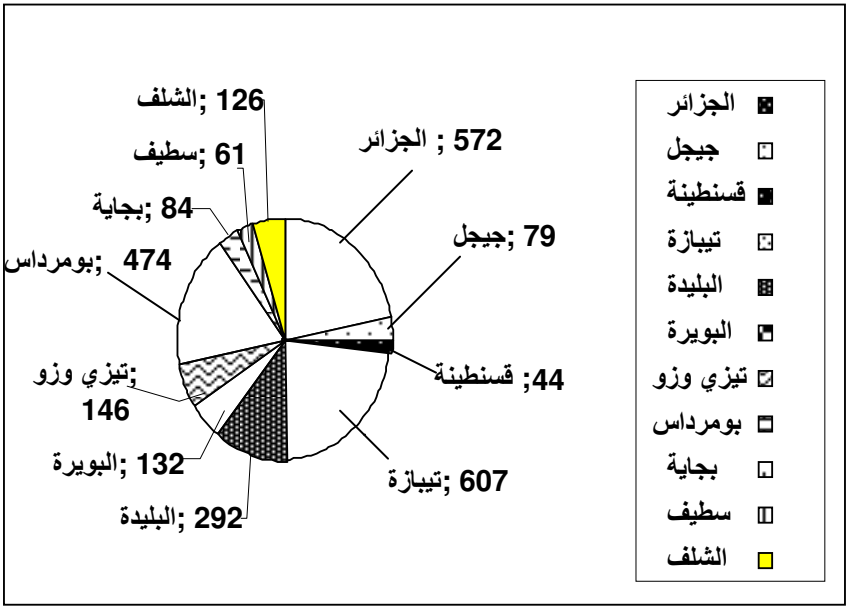
1- <u>مؤشرات كيفية</u>:

<u>مثال</u>:

فيما يلي توزيع لطلبة معهد الزراعة الميكانيكية موجود في الجزائر العاصمة، وذلك حسب الولاية التي ينتمون إليها:

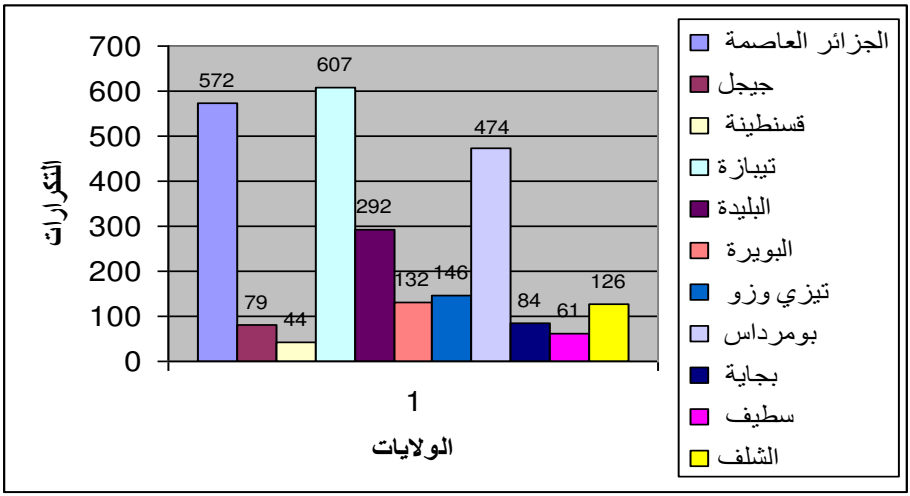
الولاية	تكرارات	الولاية	تكرارات
الجزائر العاصمة	572	تيزي وزو	146
جيجل	79	بومرداس	474
قسنطينة	44	بجاية	84
تيبازة	607	سطيف	61
البليدة	292	الشلف	126
البويرة	132		
		المجموع	**2617**

1.1- قطاعات دائرية:



2.1- أنابيب الأرغن :

لكل أنبوب قاعدة ثابتة، و ارتفاع متناسب مع التكرار النسبي، أو متناسب مع التكرار n_i:



3.1- الرسوم البيانية الرمزية :

غالبا ما تستعمل الأشكال الرمزية لعرض توزيع مجتمع ما حسب مؤشر كيفي : بحيث يمثل كل رمز كيفية حيث يكون حجم الرمز حسب التكرار الذي يخص هذه الكيفية.

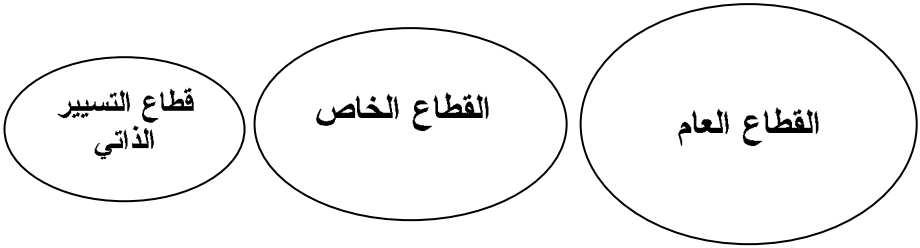
مثال:

في سنة 1971، كان عدد العمال الذين يشتغلون في الصناعة (ما عدا قطاع الأشغال العمومية)، يتوزع حسب القطاع القانوني كما يلي :

- قطاع التسيير الذاتي: 12.202
- القطاع الخاص : 64.823
- القطاع العام : 96.136

المجموع : 173.161

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر



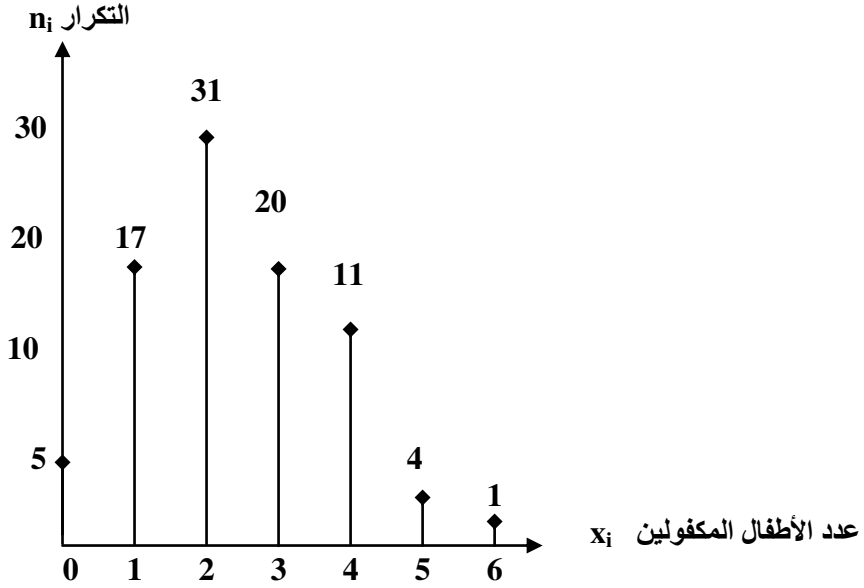
2- مؤشرات كمية:

1.2- حالة متغير منقطع:

أ- الرسم البياني بعصيبات:

مثال : المطلوب هو دراسة عمال إحدى المؤسسات من حيث عدد الأطفال المكفولين:

عدد الأطفال المكفولين x_i	التكرارات n_i
0	5
1	17
2	31
3	20
4	11
5	4
6	1
المجموع	**89**



ب- <u>منحنى مدرج أو منحنى متراكم أو تابع التوزيع:</u>

تابع التوزيع هو الدالة F(x)، الذي نعرفه بالعلاقة "جزء من أفراد المجتمع يكون مؤشرهم أقل من x ".

نسمي المنحنى الذي يمثل هذا التابع منحني متراكم أو منحني التكرارات النسبية المتراكمة، و هو تابع معرف من أجل كل قيمة x تكون حقيقية.

ينعدم هذا الدالة F(x) من أجل كل قيم x التي تقل أو تساوي أقل قيمة ممكنة يتخذها x_i، و يساوي 1 من أجل كل قيم x التي تزيد عن أكبر قيمة ممكنة يتخذها x_k .

نحصل على قيم F(x) المتوالية بتراكم التكرارات النسبية في كل مرة.

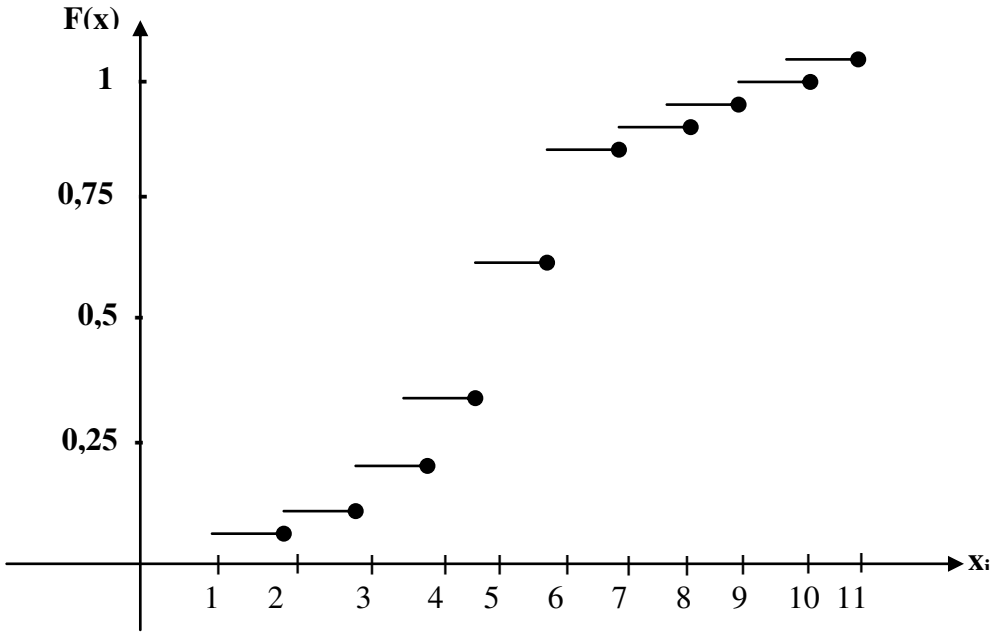
نكتب هذه القيم بين سطور الجدول الإحصائي لنوضح جيدا أنها تتعلق بالمجال الذي يفصل قيمتين ممكنتين متواليتين.

مثال 01:

يؤدي توزيع ورق اليانصيب حسب عدد الأوراق الرابحة لقيم الدالة التالية:

(F(x) =جزء الحصص الذي تبلغ فيه الأوراق الرابحة عددا أقل من x).

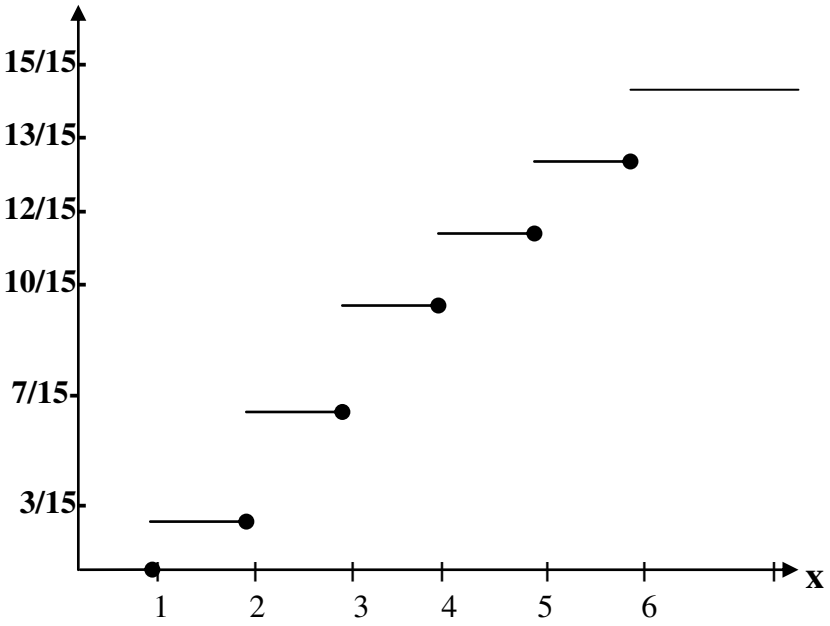
عدد القطع	جزء الحصص التكرارات النسبية (%)	التكرارات النسبية المتراكمة : F(x) (%)
		0
1	2	2
2	9	11
3	14	25
4	20	45
5	18	63
6	15	78
7	9	87
8	6	93
9	4	97
10	2	99
11	1	100
المجموع	**100**	



مثال 02:

فيما يلي دراسة مجتمع يتكون من 15 سائقا حسب عدد الحوادث التي ارتكبها كل واحد منهم:

عدد الحوادث	عدد السائقين x_i	F(x)
		0
1	3	3/15
2	4	7/15
3	3	10/15
4	2	12/15
5	1	13/15
6 و أكثر	2	15/15
المجموع	**15**	



2.2- حالة متغير مستمر (مؤشر كمي مستمر):

أ- المضلعات:

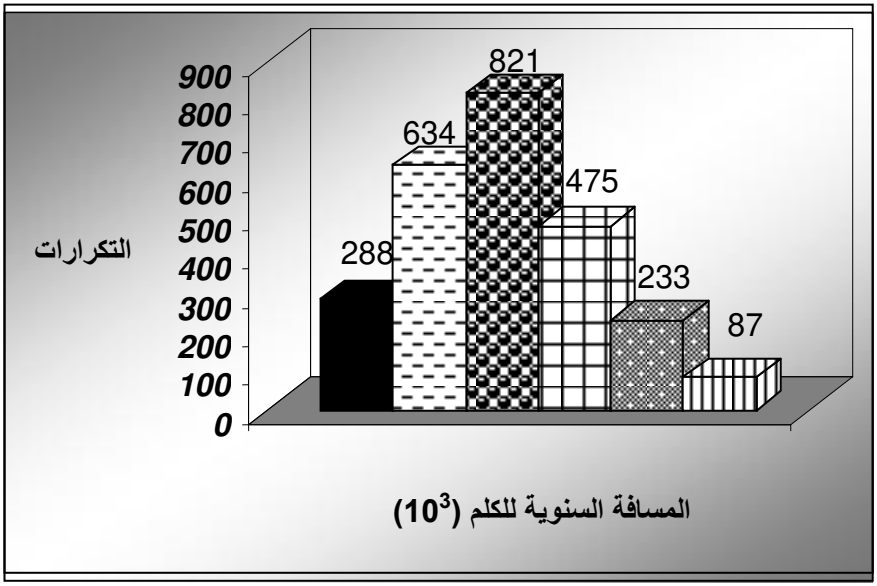
غالبا ما تمثل التكرارات أو التكرارات النسبية لكل فئة برسم بياني يسمى مضلع، و لهذه:

- نسجل على محور الفواصل (x) أطراف الفئات المتوالية؛
- نمثل على محور التراتيب (n) التكرارات (أو التكرارات النسبية)؛
- ثم نرسم مستطيلا على مدى كل فئة بحيث يكون لطوله مجال يمثل التكرار (أو التكرارات النسبية).

مثال 01:

فيما يلي توزيع لسيارات سياحية حسب المسافة المقطوعة سنويا (بالكلم):

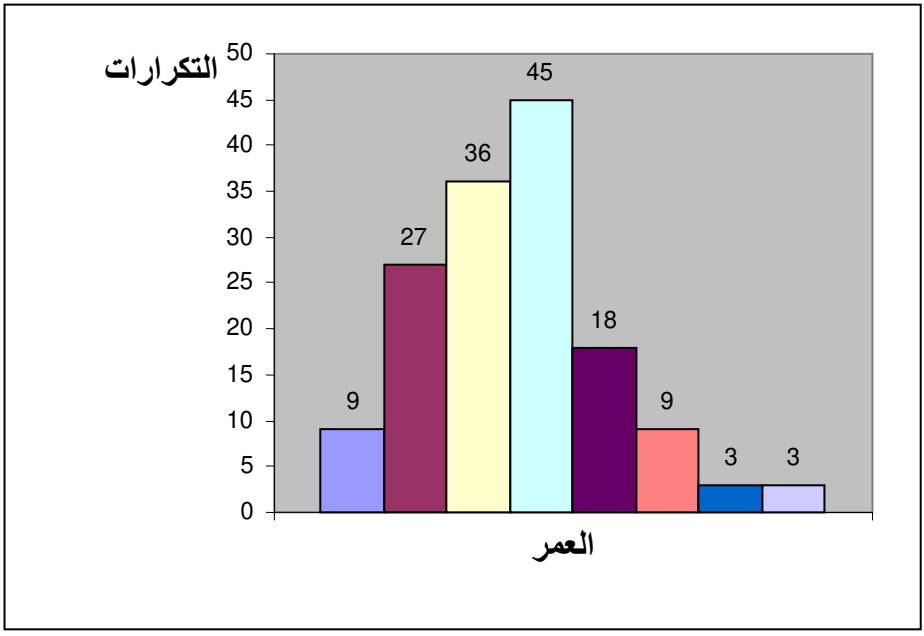
المسافة السنوية (10^3 كلم)	التكرار
أقل من 4	288
4 إلى أقل من 8	634
8 إلى أقل من 12	821
12 إلى أقل من 16	475
16 إلى أقل من 20	233
20 و أكثر	87
المجموع	**2538**



مثال 02 :

فيما يلي دراسة أعمار عمال إحدى المؤسسات :

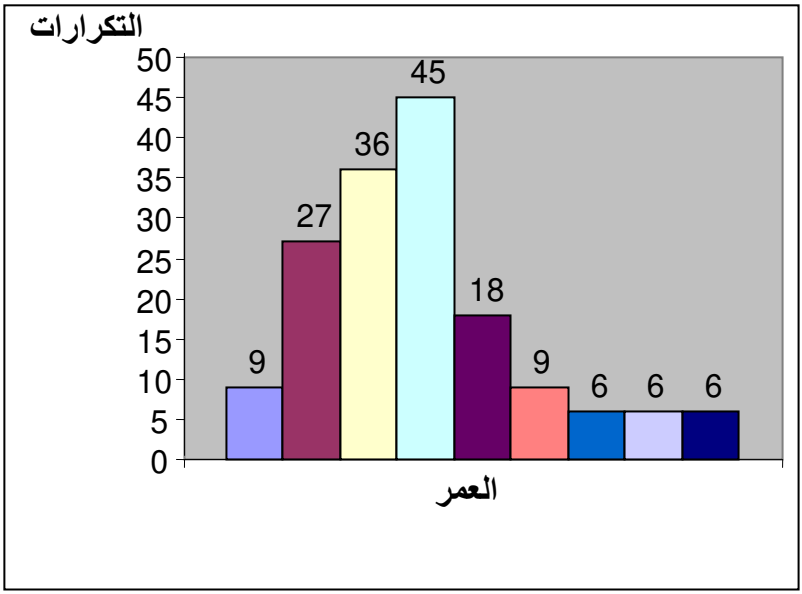
العمر (فئات)	التكرار	التكرار المتراكم الصاعد
[20,25[	9	9
[25,30[	27	36
[30,35[	36	72
[35,40[	45	117
[40,45[	18	135
[45,50[	9	144
[50,55[	3	147
[55,60[	3	150
المجموع	**150**	



مثال03: (حالة اختلاف مجالات الفئات)

لنفرض أنه تم تجميع الفئتين الأخيرتين في المثال السابق:

الفـــــئـــــة	الـــتـــكـــرار
]50,45]	9
[60;50]	6

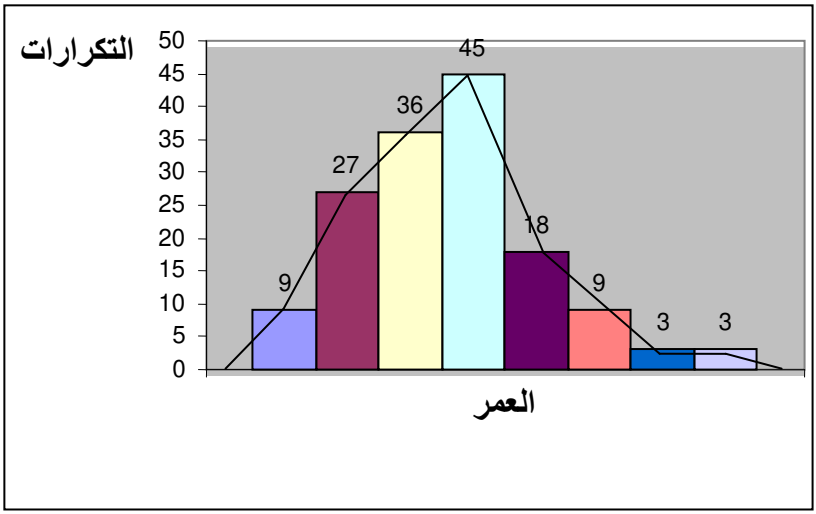


إن هذا المدرج خطأ لأنه في الحقيقة يمثل سلسلة إحصائية تكراراتها هي:

]50,45]	9
]55,50]	3
[60,55]	3

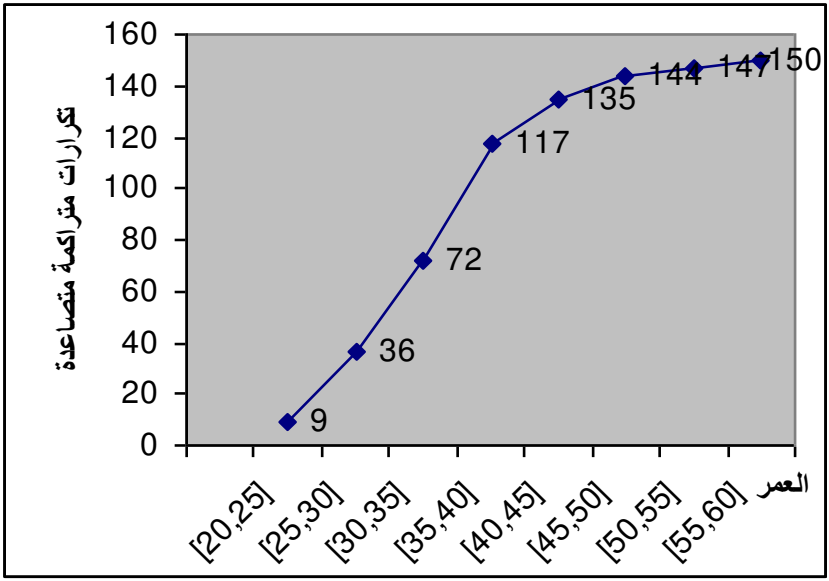
ويمكن أن نلاحظ بسهولة أن مدى الفئة]60,55[هو ضعف المجال الخاص بالفئات الأخرى. ولهذا يجب قبل التمثيل البياني تقسيم تكرار هذه الفئة على 2.

ذا أوصلنا منتصفات الجوانب العليا من مستطيلات المدرج السابق بقطع مستقيمة نحصل على "المضلع الإحصائي" الذي يحدد الهيئة العامة للمؤشر المدروس.



ب- <u>المضلعات المتراكمة</u>:

إنطلاقا من معطيات المثال السابق و من عمود التكرارات المتراكمة الصاعدة نرسم على معلم متعامد النقاط التي تكون فواصلها حدود عليا للفئات (ماعدا النقطة الأولى) و تكون تراتيبها تكرارات متراكمة تصاعديا و التي توافق هذه الفئات. و عند وصل هذه النقاط بقطع مستقيمة نحصل على المضلع المتراكم الصاعد.



ملاحظة : يمكن كذلك إنشاء مضلع التكرارات المتراكمة النازلة.