المقدمة

الغاية الأساسية من الرياضيات في التكوين المهني هي مساعدة المتربص على اتخاذ القرارات

وحل المسائل في حياته اليومية ، وهى تساعده على تحسين فهمه للعالم و مشاركته في المجتمع

و الاستفادة منها في المقررات الأخرى ، و يجب أن تكون الرياضيات في التعليم المهني جزءا من ثقافة كل متربص تكسبه القدرة على اتخاذ قرارات تخدم الصالح العام .

لا تقتصر دراسة الرياضيات على الواقع الحياتي فحسب بل هي وسيلة قوية تساعد على أغوار هذا الواقع واستكشافه ، وتستخدم في ذالك الأعداد و الرموز.

يسرنا أن نضع بين أيدي متربصين شعبة بناء مستوى شهادة التحكم المهني هذا الدليل ليكون سندا أثناء مرحلة تكوينهم. و الغرض منه هو مساعدة المتربص على استيعاب مكتسباته في الرياضيات عن طريق أنشطة مختلفة و التي تكون مختارة بعناية حيث تأخذ بعين الاعتبار مستوى المتربص و محتوى برنامج التكوين .

و يحقق هذا المنحى في التدريس الأهداف الآتية:

*** تنمية وحدة المعرفة وتكاملها في الرياضيات و دمج المفاهيم و الترابط بين كل المجالات المهنية.**

*** تزويد المتربص بما هو وظيفي من معلومات و مفاهيم و خطط لحل المسائل.**

*** السماح ببناء وحدات تربط الرياضيات ببقية المواد وتنمي قدرة التواصل بين المتربص وبين الآخرين في حياتهم اليومية.**

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

فريق الإنتاج

التحرير:

الآنسة كسالي سميرة.

مدير الإنتاج:

معهد التكوين و التعليم المهنيين سطيف.

تصديق:

رئيس لجنة التحقيق و التصديق :

الاسم و اللقب	الرتبة	المؤسسة
الأستاذ بوخاري نبيل	أم ت ه ب	معهد التكوين و التعليم المهنيين سطيف

الأسماء والأسماء الأولى لأعضاء لجنة التحقق و التصديق

الاسم و اللقب	الرتبة	المؤسسة
الأستاذة عشاشة نوال	أم ت ت م1	ثانوية التعليم و التكوين المهنيين 1006 سطيف
الأستاذة خطاط سماح	أم ت ت م1	ثانوية التعليم و التكوين المهنيين العلمة
الأستاذ بعيبن محمد	أ م ت ت م2	معهد التكوين و التعليم المهنيين سطيف
الأستاذ بوخاري نبيل		معهد التكوين و التعليم المهنيين سطيف

تاريخ المصادقة: الاربعاء 20 جانفي 2021 م

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

الفهرس

كيف يستعمل هذا الدليل
هدف المقياس
المقدمة
I) احتمالات 10
1.I) مفاهيم و مصطلحات الاحتمالات 12
1.1.I) الاختبار العشوائي 12
2.I) المبدأ الأساسي للعد 13
1.2.I) الترتيبة (بدون تكرار) 14
2.2.I) الترتيبة (مع تكرار 15
3.2.I) التبديلة 15
4.2.I) التبديلة (مع التكرار) 16
5.2.I) التوفيقة 16
3.I) احتمالات الأحداث 18
1.3.I) الاحتمالات و خصائصها 19
4.I) متغير عشوائي 20
1. 4.I) الثوابت 20
5.I) احتمال الشرطي 22
6.I) الاستقلالية 23
1 .6.I) الاستقلالية متغيرين عشوائية 23
7.I) تجارب مستقلة 26
8.I) التوزيع الثنائي ذو الحدين 27

1.8.I) اختبار برنولي—تجربة برنولي *Bernoulli* 27

2.8.I) التوزيع الثنائي ذو الحدين للثابتين p و n 29

9.I) تمارين 30

II) الإحصاء الوصفي 33

1.II) المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء 34

1.1.II) المجتمع الإحصائي 34

2.1.II) العينة الإحصائية 34

3.1.II) الميزة الإحصائية (الصفة) 34

2.II) عرض البيانات الإحصائي 37

1. 2.II) جدول التوزيع التكراري 37

3.II) التمثيل البياني 40

4.II) المقاييس العددية لسلسلة الإحصائية الكمية(العددية) 45

1 .4.II) المتوسط الحسابي 45

2. 4.II) الوسيط 49

3 .4. II) المنوال 50

5.II) مقاييس التشتت 52

1. 5.II) المدى 52

2. 5.II) متوسط الانحراف 53

3. 5.II) التباين و الانحراف المعياري 54

4. 5.II) الأرباع 55

5. 5.II) الربيعي - دوال التوزيع 55

6.II) تمارين 57

III) تصحيح التمارين 60

مراجع 63

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

كيف يستعمل هذا الدليل

هذا الدليل يتكون من ثلاثة أجزاء: منظومة دخول ;جسم ;منظومة خروج.

منظومة الدخول تبدأ مع هذه الصفحة ، تحتوي على المعلومات مفيدة تتعرف عليها قبل أن تبدأ في التعلم:

- **تعليمات العمل, هدف المقياس,و المقدمة.**

الجسم الدليل يحتوي على أنشطة التعلم: الفهرس ,دروس نظرية, تمارين نظرية، تمارين تطبيقية.

منظومة خروج يحتوي على الخاتمة و على تصحيح بعض التمارين و على قائمة المراجع.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

الإشارة البصرية

في هذا الدليل سوف تجد الصور التوضيحية هنا وهناك. هنا معنى كل واحد منهم.

ملاحظة   **هذه الإشارة تعني انك يجب أن تحفظ التعريف**

تعرف كيف حل التمرين 

 **استوعب**

 **الهدف** 

تنبيه

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

تعليمات العمل

1) ابدأ دائما بالفصل الأول مع احترام تسلسل المنطقي للدرس.
2) اختر قي الفهرس المفاهيم التي يجب مراجعتها.
3) تحقق من المعلومات التي تقتنيها:
   - راجع كل ما هو لازم لإتقان المفهوم.
   - شرح القاعدة.
   - النصائح.
   - تمرين أو مثال تطبيقي.

4) تحقق من فهمك: لتبيين و تقييم ما تعلّمته نقترح عليك من حين لآخر تمرينا. و إذا كنت عاجزا عن الجواب على بعض الأسئلة، فيجب عليك إعادة قراءة جزء من النص المعني حتّى تكون لديك فكرة واضحة، بيّنة و صحيحة حول ما يطلب منك.

أثناء التمرين التطبيقي، ينبغي عليك أن تنتقلّ من مرحلة إلى أخرى و أن تكون دقيقا و منتبها.

هدف المقياس

مقياس : رياضيات

السلوك المتوقع:

يجب أن يكون المتربص قادر على أن يطبق المفاهيم الأساسية للرياضيات ذات صلة مهنية.

شروط التقييم:

من خلال:

- **معطيات رياضية**
- **تعليمات.**

باستعمال:

- **دليل تقني**
- **ورقة تقنية**
- **أدوات الحساب.**

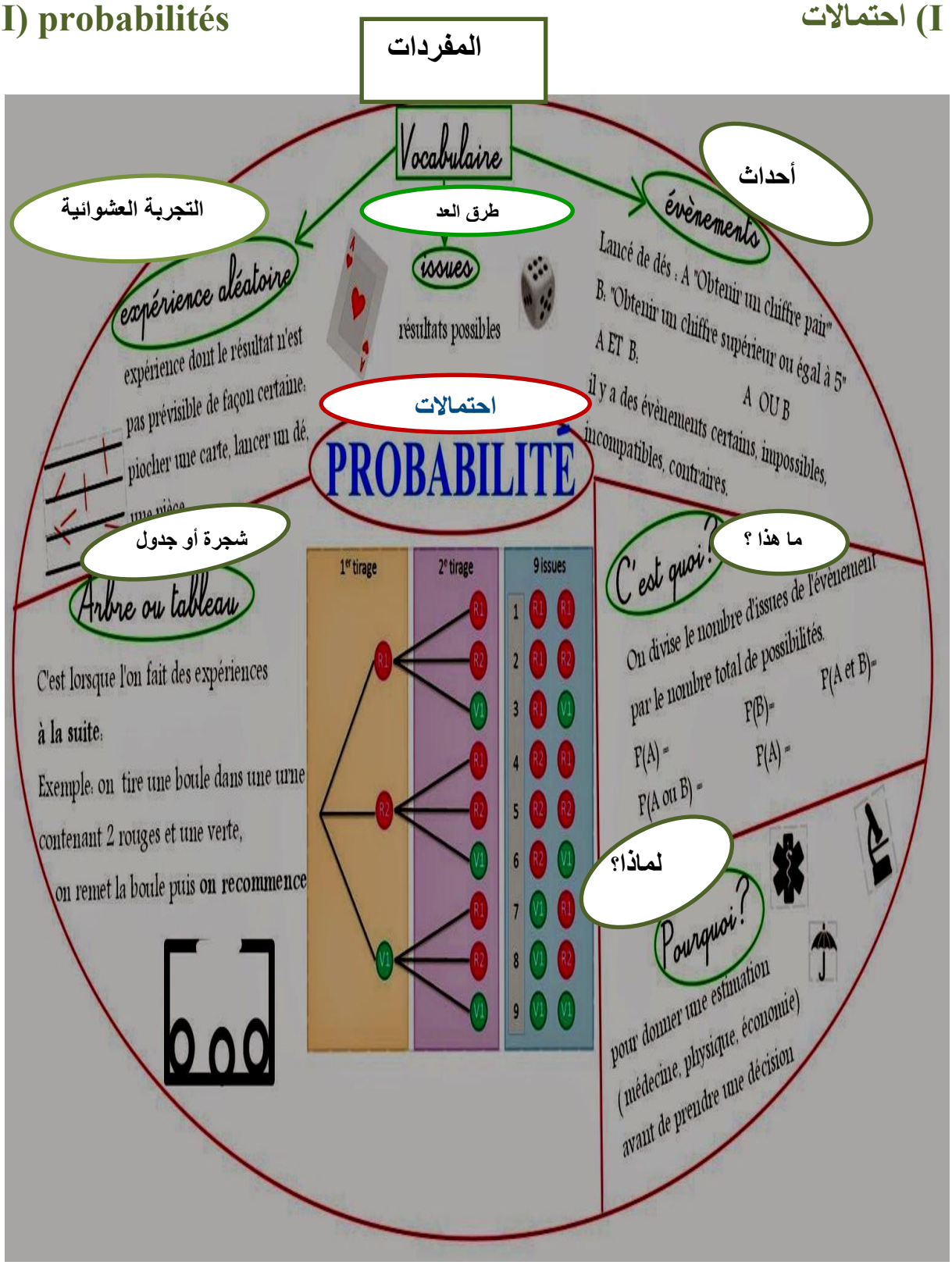
معايير الأداء:

- **احترام التفكير الرياضي**
- **تطبيق صحيح**
- **حسابات دقيقة**
- **لا يقبل خطأ في النتائج.**

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

I) probabilités

I) احتمالات



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

1700





Jacque Bernoulli (1654-1705) *Blaise Pascal*

ازدهر تطور لغة الاحتمالات في القرن السابع عشر. وقد أرسى قواعدها علماء الرياضيات أمثال بليز باسكال وبيير دي فيرما وكريستيان هيجنز و جاك برنولي و غيرهم. و بحلول أوائل القرن العشرين، كانت كل الأفكار اللازمة لعلم احتمالات قوي متوافرة. وفي عام 1933، قدَّم عالِم الرياضيات الروسي أندريه كولموجوروف مجموعة من البديهيات التي قدمت "حسابا " رياضيا رسميا كاملًا للاحتمالات. ومنذ ذلك الحين، اعتُمد نظام البديهيات هذا عالميًّا تقريبًا.

يجمع الباحثون في تاريخ العلوم و تاريخ الرياضيات على الخصوص إن الاحتمالات ظهرت من خلال محاولات حلول مشكلات متعلقة بالألعاب المبنية على الحظ ذات النتائج العشوائية

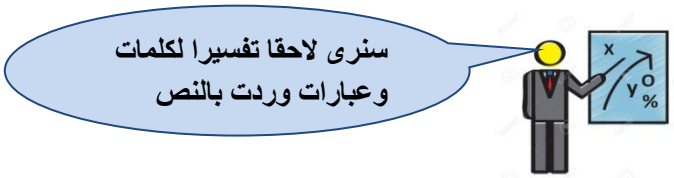
(les jeux de hasard)

1.I) مفاهيم و مصطلحات الاحتمالات

1.1.I) الاختبار العشوائي

اذا كان لديك مجوعة مفاتيح أبواب بيتك الذي تملكه (تختلف فقط بشكل الأسنان) وتستخدمها يوميا،

إذا أردت أن تفتح الباب الخارجي للبيت ،مباشرة تختار المفتاح المناسب وتفتح الباب، هذا الاختيار ليس عشوائيا، أما إن أعطيت هذه المفاتيح لغيرك ويستخدمها لأول مرة ،فإن اختياره للمفتاح المناسب لباب الخارجي سيكون عشوائيا ،و يكون لجميع أحداثه الابتدائية الاحتمال ذاته أي نستخدم الاختيار العشوائي في الفضاء المتساوي الاحتمال.



1 **التجربة العشوائية:** هي تجربة أو عملية تحقق الشروط الآتية:

1) جميع النتائج للتجربة تكون معلومة مسبقا.

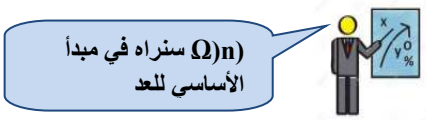
2) لا يمكن التنبؤ بنتيجة التجربة بشكل قطعي ومؤكد قبل إجرائه

3) يمكن معرفة أو قياس فرصة ظهور كل نتيجة من نتائج التجربة قبل إجراء التجربة

2 **الاختبار** : هو تجربة مصممة يمكن إجراؤها ، أو استعراض لظاهرة طبيعية أو اجتماعية بحيث نعلم مسبقا مجموعة نتائجها الممكنة

(لكننا لا نعلم النتيجة التي سنحصل عليها)

3 **فضاء العينة** : لكل تجربة مجموعة من الإمكانات(لنتائج) نرمز لها Ω يحددها الغرض من هذه التجربة.



Ω يسمى فضاء العينة.

مثال1 : في تجربة إلقاء حجر نرد مكعب نعتبر النتيجة عدد النقط على ا



فضاء العينة $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

لاحظ أن $n(\Omega) = 6$

مثال2 : في تجربة إلقاء قطعة نقد $\Omega = \{F,P\}$

F رمز ظهور الشعار (الصورة) ، P رمز ظهور الك

فيكون $n(\Omega) = 2$ لاحظ يمكن تمثيل Ω على شك



شجرة

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2.I) المبدأ الأساسي للعد

ليكن لدينا مجموعة مؤلفة من 12 تلميذ منهم 7 بنات 5 أولاد نختار تلميذين بشكل أن يكون لدينا بنت و ولد

ما هي عدد الإمكانات الممكنة المتاحة لنا ؟ حسب المبدأ الأساسي للعد لدينا : 35 = 5 . 7

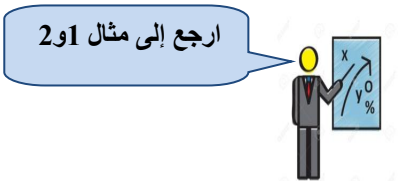
ليكن $n_1 = 7$ و $n_2 = 5$ و منه $n = n_1 . n_2$.

تعريف1

إذا كان هناك تجربة مكونة من عدد مقداره r من المراحل بحيث المرحلة رقم 1 تتم بعدد قدره n_1 من الطرق المختلفة و المرحلة رقم 2 تتم بعدد قدره n_2 من الطرق المختلفة و هكذا... المرحلة رقم r تتم بعدد قدره n_r من الطرق المختلفة فان العملية ككل يمكن إجراؤها بعدد من الطرق المختلفة و قدره:

$$n = n_1 \times n_2 \times \ldots\ldots \times n_r$$

في طريقة الضرب يتم إجراء جميع المراحل معا لإتمام العملية.



مثال3 : نرمي قطعة نقود و حجر النرد ما هي عدد النتائج الممكنة التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة؟

نلاحظ أن القطعة تحمل وجهين P,F و حجر النرد يحمل ستة أوجه هي :1,2,3,4,5,6 و منه حسب ما سبق عدد النتائج الكلية لهذه التجربة هي : 12 = 2× 6 .

$n(\Omega) = 6$ و $n(\Omega) = 2$

1.2.I) الترتيبة (بدون تكرار) *Arrangement sans répétition*

ندعو ترتيب (بدون تكرار) ل p عنصرا متميزا من n عنصر $(n \geq p)$ كل متتالية مرتبة دون تكرار لهذه العناصر و نرمز لعدد التراتيب لp عنصر بين n بي :

$$A_n^p = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-(p-1))$$

Nombre de choix pour le premier élément. — عدد الاختيار للعنصر الأول

Nombre de choix pour le deuxième élément. — عدد الاختيار للعنصر الثاني

Nombre de choix pour le pième élément. — عدد الاختيار للعنصر P

مثال4 :

إذا كان لدينا n متسابق ، وبحثنا عن عدد طرق اختيارا لأوائل منهم ، إذا كان عدد الأوائل المطلوب

ترتيبهم بحسب ترتيب فوزهم هو p من المتسابقين $(n \geq p \geq 1$ و $n ; p \in \mathbb{N}^*)$

يوجد n طريقة لاختيار المتسابق الأول

و n- 1 لاختيار المتسابق الثاني و هكذا... .

سنجد p –n +1 لاختيار المتسابق ذو الرتبة p.

وحسب المبدأ الأساسي في العد عدد طرق اختيار p متسابق بحسب ترتيب فوزهم من n متسابق

يعطى بالصيغة: $A_n^p = P(n,p) = n(n-1) \ldots \ldots (n-(p-1))$

و منه حسب المبدأ الأساسي للعد : عدد الممكنة للعد هي :

$$n(n-1)\ldots\ldots(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2.2.I) الترتيبة (مع تكرار) *Arrangement avec répétition*

في حالة عدد التراتيب مع تكرار تعطى بالعلاقة :

$$A_n^p = n^p$$

مثال5 : ما هو عدد الكلمات ذات 8 أحرف التي يمكن تشكيلها من كلمة EUQITAMEMATH

حسب ما سبق لدينا :

$$A_n^p = \frac{12!}{8!} = 12.11.10.9 = 11880$$

3.2.I) التبديلة *Permutation*

ندعو تبديلة دون تكرار من المرتبة n كل متتالية مرتبة لهذه العناصر التي عددها n

$$P_n = n!$$

مثال6 : بكم طريقة يمكن تشكيل عددا من أربعة أرقام من الأرقام التالية: 4; 3; 2; 1

يتم ذالك ب 4! طريقة أي: $_4P = 4! = 24$.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

4.2.I) التبديلة (مع التكرار) *Permutation (avec répétition)*

قد يحدث انه من بين n عنصر الذي نبحث عن عدد التباديل الخاصة به يوجد هناك r عنصر متماثل في هذه الحالة عدد التباديل يكون كالتالي :

$$P_n(r) = \frac{Pn}{P_r} = \frac{n!}{r!}$$

إذا كانت التكرارات غير موجودة
r! = 1

تعميم:

$$P_n(r_1, r_2, r_3, \ldots, r_v) = \frac{n!}{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \ldots r_v}$$

$$r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_v = n$$

5.2.I) التوفيقة *Combinaison*

ندعو توفيقة ذات P عنصر مأخوذة من n عنصر $(n \geq p)$ كل متتالية غير مرتبة لهذه العناصر و عدد التوفيقات ل P عنصر من بين n عنصر نرمز له ب :

$$C_n^P = \frac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-(p-1))}{p!}$$

نضرب البسط و المقام ب (P – n)! نحصل على . و هذا العدد نرمز له عادتا ب $\binom{n}{p}$

$$\binom{n}{p} = \frac{[n \times (n-1) \times \ldots \times (n-(p-1))] \times [(n-p) \times \ldots \times 1]}{p!(n-p)!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال7 : لدينا 8 رجال و 6 نساء يتقدمون للتوظيف لأربعة مناصب شغل .

-- ما هو عدد الإمكانات المختلة لتوظيف هذه المجموعة ؟

-- ما هي عدد الإمكانات المختلة لتوظيف هذه المجموعة علما أننا أخذنا رجلين و امرأتين؟

لدينا هنا سحب دون تكرار و غير مرتب إذن عدد الإمكانات المختلة لتوظيف هذه المجموعة هي

$$C_{14}^{4} = \frac{14!}{4!10!} = 6006$$

حسب المبدأ الأساسي للعد :

$$C_{8}^{2} \cdot C_{6}^{2} = \frac{8!}{2!6!} \cdot \frac{6!}{2!4!} = 420$$

مثال8 : 1) كم عدد يمكن تشكيله مؤلف من ثلاثة أعداد مختلفة من بين الأعداد التالية؟

$$\{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

2) نفس السؤال لكن هذه المرة مأخوذة من الأعداد 1 , 2 , ... ,9

3) من صندوق يحوي 8 كرات سوداء و 4 كرات بيضاء نسحب عشوائيا 5 كرات فما احتمال أن يكون لدينا في العينة المسحوبة 2 كرات سوداء؟.

(1 $C_{9}^{3} = \frac{9!}{3!6!}$

(3 $C_{8}^{2} \cdot C_{4}^{3} = \frac{8!}{2!6!} \cdot \frac{4!}{3!1!}$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3.I) احتمالات الأحداث Probabilité des Evénements

تعريف2

الحدث هو مجموعة من فضاء العينة Ω و نرمز لها ب H ; ...;A;B;C;... و

وقوع الحدث: نقول أن الحدث A قد وقع أو تحقق إذا ظهر بعد تنفيذ الاختبار احد عناصر A



1 مجموعة نتائج تجربة عشوائية هي تسمى فضاء. نرمز له بالرمز oméga (Ω)

و نتائج التجربة نرمز لها ب : $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n, \dots, e_4$;

$\Omega = \{ e_1, e_2, e_3, e_4, \dots, e_n \}$ ∌ e_1

2 الحدث هو جزء أو مجموعة فرعية من Ω.

الحدث الابتدائي هو مجموعة تتكون فقط من

نتيجة واحدة من التجربة. مثلا: $\{e_1\}$.

3 الحدث $A \cap B$ هو الحدث "A و B"

4 الحدث $A \cup B$ هو الحدث "A أو B"

5 الحدث $\bar{A}$ هو الحدث "لا A" أو "عكس A".

6 حدثان غير متوافقان هما حدثان حيث : $A \cap B = \emptyset$.

(لا يمكن أن يحدثا في نفس الوقت)

مثال9 :

في اختبار إلقاء حجر النرد مرة واحدة، الحدث A ظهور عدد فردي $A = \{1 ; 3 ; 5\}$ يقع

إذا ظهر بعد تنفيذ الاختبار 1 أو 3 أو 5 .

(1.3.I الاحتمالات و خصائصها

1 كل حدث الابتدائي e_i مصحوب باحتمال و هو عدد ,يرمز له بي : $p(e_i)$, حيث

$0 \leq p(e_i) \leq 1$ بالإضافة, $p(e_1) + p(e_2) + p(e_3) + \ldots + p(e_n) = 1$

2 عندما , من اجل كل i و j , نقول أن النتائج بنفسالإمكان في الحدوث $p(e_i) = p(e_j)$

و هذه الحالة , من اجل كل i , $p(e_i) = \frac{1}{n}$

3 احتمال الحدث A الذي نرمز له بي $p(A)$ هو مجموع احتمالات كل الأحداث

المحتواة في A .في حالة تساوي الإمكان في الحدوث:

$$p(A) = \frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{\text{عدد حالات المواتية}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

4 مهما تكن الأحداث A و B :

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

في حالةA و B غير متوافقان ($A \cap B = \emptyset$) لدينا: $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

نقول أيضا أن القانون p موزعة بالتساوي

$p(\Omega) = 1$

$p(\emptyset) = 0$

مثال10 : يتسابق 3 عدائين A و B و C معا

إذا كان احتمال فوز العداء A هو ضعف احتمال فوز العداء B و احتمال فوز العداء B هو ضعفي

احتمال فوز العداء C فما هو احتمال فوز كل واحد منهم م ؟

نفرض أن $P(C) = x$ فيكون $P(B) = 2x$ و $P(A) = 4x$ و A, B, C

تجزئة للمجموعة Ω

و $P(A) + P(B) + P(C) = 1$

إذن $4x + 2x + x = 1$ و منه $x = \frac{1}{7}$

$P(C) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{2}{7}$ و $P(A) = \frac{4}{7}$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

4.I) متغير عشوائي *Variable aléatoire*

تعريف3

في فضاء احتمالي (P, (Ω)P , Ω) نعرف المتغير العشوائي بأنه دالة منطلقها فضاء العينة Ω

و مستقرها مجموعة الأعداد الحقيقية ℝ و نرمز له X أي $X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$

و نسمي المجموعة X (Ω مجموعة قيم المتغير العشوائي X.



1. **المتغير العشوائي هو دالة معرفة على Ω و قيمها في ℝ.**
2. **تعريف قانون الاحتمالات ل X, يعني إيجاد المجوعة** $\{x_1 = I; x_2; \ldots; I_k\}$ **للقيم التي أخذتها X ثم ربطتها بكل عنصر** x_i **من I احتمال الحدث**

" X يأخذ القيمة x_i **"**

الاحتمال (= X)p.

1.4.I) الثوابت *Les paramètres*

ثوابت المتغير العشوائي X هي:

1. **التوقع** *L'espérance*

$$x = E(X) = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2) + \ldots + x_k p(X = x_k)$$

2. **التباين** *La variance*

$$V(X) = \left[x_1 - E(X)\right]^2 p(X = x_1) + \ldots + \left[x_k - E(X)\right]^2 p(X = x_k)$$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

3. **الانحراف المعياري** *L'écart type*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال11 : نرمي قطعة نقود متوازنة و حجر نرد متوازن الحامل الاوجه ذات الارقام التالية : 1,2,3,4,5,6

نعتبر أن نتيجة كل رمية هي تسجيل وجه القطعة النقدية ثم الرقم الظاهر على حجر النرد نفرض أن النتائج هي متساوية الفرص في الوقوع . المطلوب حساب احتمال كل من الحوادث التالية :

النتائج هي متساوية الفرص في الوقوع . المطلوب حساب احتمال كل من الحوادث التالية :

A_1 الحدث الدال على وقوع الكتابة للقطعة النقدية و عدد زوجي لحجر النرد.

A_2 ظهور العدد الفردي للقطعة النقدية .

A_3 ظهور الصورة للقطعة النقدية و عدد اكبر تماما من أربعة.

نفرض أن القطعة النقدية لها نتيجتين هما P وF حيث أن F هي الصورة و P هي الكتابة .

عندئذ A_1 هي المجموعة المؤلفة من P و إحدى النتائج التي ظهرت في حجر النرد هي:

2, 4, 6 أي أن $\{(P,6), (P,4), (P,2)\}$ = A_1 إذن عدد الحالات الملائمة هي ثلاثة ,

أما فضاء الأحداث الابتدائية Ω فهو يتآلف من 12 نتيجة و حسب مبدأ الأساسي للعد:

عدد النتائج

$6 \cdot 2 = 12$ النتائج التي نحصل عليها هي:

$$\{(F,1), (F,3), (F,5), (P,1), (P,3), (P,5)\}$$

$$P(A_2) = \frac{6}{12} = 0.5 \quad \text{و منه}$$

عدد نتائج الحدث A_3 هي:$\{(P,6), (P,5)\}$.

$$P(A_3) = \frac{2}{12} = 0.16$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5.I) احتمال الشرطي *Probabilités conditionnelles*

A و B حدثين لنفس التجربة العشوائية مع $p(A) \neq 0$. احتمال وقوع الحدث B علما أن الحدث A وقع , هو العدد $p_A(B)$ المعرف ب :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

مثال12 :

صندوق يحوي 5 كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 و كرتين سوداء اللون مرقمة من 1 إلى 2.

نسحب كرة عشوائيا ما هو احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء علما أنها تحمل رقم 1.

ليكن A الحدث " سحب كرة بيضاء" و B "سحب كرة مرقمة 1" عندئذ يكون $A \cap B$ هو الحدث سحب كرة بيضاء رقم 1 و احتمالها $\frac{1}{7}$. أما احتمال الحدث B هو $\frac{2}{7}$. و منه الاحتمال المطلوب هو :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1}{2}$$

مثال13 :

ليكن الحدثين A و B بحيث أن:

$p(A) = 0.3$

$p(B) = 0.5$

$p(A \cap B) = 0.2$

احسب $p_A(B), p_B(A), \quad p(A \cup B)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$
$$= 0.3 + 0.5 - 0.2$$
$$= 0.6$$

$$p_A(B) = \frac{2}{3} \quad ; \quad p_B(A) = \frac{2}{5}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

6.I) الاستقلالية *Indépendance*

1 .6.I) الاستقلالية متغيرين عشوائية

X و Y متغيرين عشوائية على Ω تأخذ القيم x_i التالية: ($1 \geq n \geq i$) و قيم :

($1 \geq q \geq j$) . القول أن X و Y مستقلة يعني انه من اجل كل i و j الحدثين

« $X = x_i$ » و «$Y = y_j$ » مستقلة .

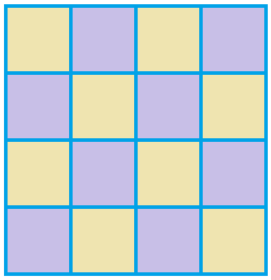
قول أن الحدثين A و B حيث أن $A \neq 0$ و $B \neq 0$ مستقلين يعني :

$$(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

مثال14 :

لتكن ضامه من نوع 4 × 4 حيث خانتها معلمة بالأزواج (x, y) بحيث x هو رقم الخطوط و y هو رقم الأعمدة.

نضع عشوائيا قطعة مدورة على خانة . الفضاء Ω هو مجموعة الأزواج (x , y) مع $1 \geq y \leq 4$ و $1 \geq x \leq 4$.



كل واحد منهم متساوية الإمكان في الحدوث.

X المتغير العشوائي المعرف

- إذا $X = 0$ + y = عدد زوجي
- إذا $X = 1$ + y = عدد فردي

هو المتغير العشوائي الذي يعطي رقم y للعمود

تعريف قانون الزوج (X , Y) , هو إعطاء احتمال كل حدث من النوع

« $Y = y_j$ »∩ «$X = x_i$» , $1 \geq y \leq 4$ و $1 \geq x \leq 4$.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

نضع جدول يلخص النتائج :

y / x	1	2	3	4	قانون X
0	1/8	1/8	1/8	1/8	1/2
1	1/8	1/8	1/8	1/8	1/2
قانون Y	1/4	1/4	1/4	1/4	1

■ " X = 0 " ∩ " Y = 1 " يعني أن القرص على خانة (x , y) مع $y = 1$ و $x + y$ = زوجي

الخانات الملائمة هي (1 , 1) و (1 , 3) حيث الاحتمال :

$$p\left(\text{« X= 0 »} \cap \text{« Y = 1»}\right) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

و بنفس الطريقة نحصل على الأرقام التي بالون الأحمر(8/1 , 8/1 , 8/1 , ... , 8/1) .

■ نلاحظ انه في كل الحالات:

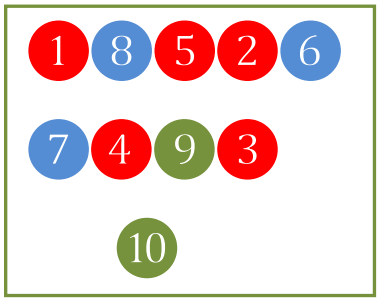
$$p\left(\text{« X= }x\text{ »} \cap \text{« Y = }y\text{»}\right) = p\left(\text{ X= }x\text{ }\right) \times p\left(\text{Y = }y\right)$$

إذا المتغيرين X و Y مستقلين.

بين استقلالية حدثين



يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء و 3 كرات زرقاء و 2 كرات



نسحب عشوائيا كرتين في نفس الوقت.

A « الكرتان لهما نفس اللون ».

B « للكرتين أرقام فردية ».

هل A و B مستقلان ؟

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

حل مفصل

الفضاء هو عبارة عن مجموعة توفيقات لكرتين من بين عشرة كرات إذا عدد السحب الممكنة هي:

$$\binom{10}{2} = 45$$

المطلوب هو المقارنة بين $p(A \cap B)$ و $p(A) \times p(B)$.

A محقق مع كل سحب لكرتين إما حمراء آو زرقاء أو خضراء بما أن تساوي الإمكان في الحدوث

مقبول إذا عدد النتائج المناسبة هي:

$$\binom{5}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 14$$

و منه $p(A) = \frac{14}{45}$

B محقق مع كل سحب لكرتين بحيث الأرقام تكون بين الخمس الفردية. إذا عدد النتائج المناسبة هي:

$\binom{5}{2} = 10$ و منه $p(B) = \frac{10}{45}$ و $p(A) \times p(B) = \frac{28}{405}$.

نتيجة تحقق $p(A \cap B)$ إذا كان للكرتين نفس اللون و أرقام فردية, الأمر الذي يتطلب أن يكونوا من بين

الحمر الثلاثة و بأرقام فردية. عدد النتائج المناسبة هي:

$\binom{3}{2} = 3$ و منه $p(A \cap B) = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$

و منه $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$ إذا A و B غير مستقلين .



غير متوافقين و بالتالي مرتبطين

حدثين A و B غير متوافقين يعني $p(A) \neq 0$ و $p(B) \neq 0$ هما حتما مرتبطين لأنه إذا:

$p(A \cap B) = 0$ و $p(A) \neq 0$ و $p(B) \neq 0$ إذا $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ مستحيلة.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

7.I) تجارب مستقلة *Expériences indépendantes*

في بعض الأحيان ، تتكون التجربة من إجراء سلسلة من التجارب الجزئية.
في كثير من الحالات، يمكننا أن نعتبر، بشكل مسبق، أن نتائج التجربة الجزئية لا تعتمد على نتائج جميع التجارب التي سبقتها.
ثم نقول أن هذه التجارب الجزئية مستقلة.

مثال 15 :

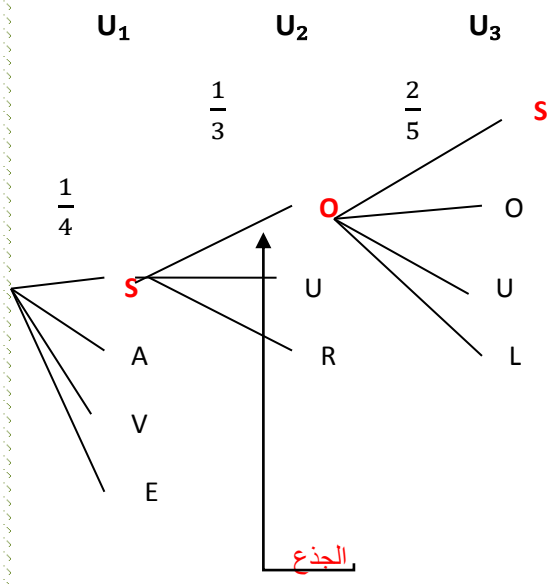
ليكن 3 صناديق U_1 ; U_2 ; U_3 في كل صندوق نجد على التوالي حروف الكلمات التالية:(OUR ; SAVE و SOULS). من كل صندوق نسحب حرف عشوائيا من U_1 ثم U_2 ثم U_3.

نريد حساب احتمال الحدث «حصول على الكلمة SOS ».

التجربة $\mathcal{E}$ هي تعاقب التجارب الجزئية $\mathcal{E}_1$; $\mathcal{E}_2$; $\mathcal{E}_3$ كل واحدة تمثل السحب العشوائي لحرف من الصدوق

و لهم نفس الإشارة. نتيجة $\mathcal{E}$ هي إذا القائمة (e_1 ; e_2 ; e_3) حيث e_1 إشارة حرف من U_1 و e_2 من U_2

و e_3 من U_3 . نفرض أن التجارب الثلاثة مستقلة. نمثل التجربة $\mathcal{E}$ على شكل شجرة.



■ **نسحب من U_1, النتيجة المحتملة S,A,V,E ,**
كلها ذات احتمال $\frac{1}{4}$.

■ **من الحرف S, والسحب من U_2 , 3 نتائج محتملة R ,U,O, $\frac{1}{3}$.**

■ **من الحرف O, و السحب من U_3, 4 احتمالات : سحب منS او O أو من U أو من L . لكن S تعاد مرتين في U_3,**
احتمال سحب S من U_3 $\frac{2}{5}$.
و حسب فرضية استقلال التجارب الجزئية الجذع
S ——— O تقبل الاحتمال $\frac{2}{5}$
و نطبق هذا الاستدلال على كل جذوع الشجرة

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$

الحدث «SOS » يتمثل في السبيل S ——— O ——— S ——— .

$$p(SOS) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$$

8.I) التوزيع الثنائي ذو الحدين *Loi binomiale*

1.8.I) اختبار برنولي–تجربة برنولي *Epreuve de Bernoulli – Expérience de Bernoulli*

■ إذا خلال تجربة عشوائية ,نهتم فقط بتحقيق حدث ما , تسمى هذه التجربة **اختبار برنولي**.

مثال16 : نرمي نرد و نهتم فقط برقم 6 . نعتبر أن لاختبار برنولي نتيجتين , تسمى عموما S و $\overline{S}$,

S هو الحدث « خروج6» (نجاح), $\overline{S}$ الحدث العكسي. الاحتمال S هو الرمز p, و $\overline{S}$ هو q,

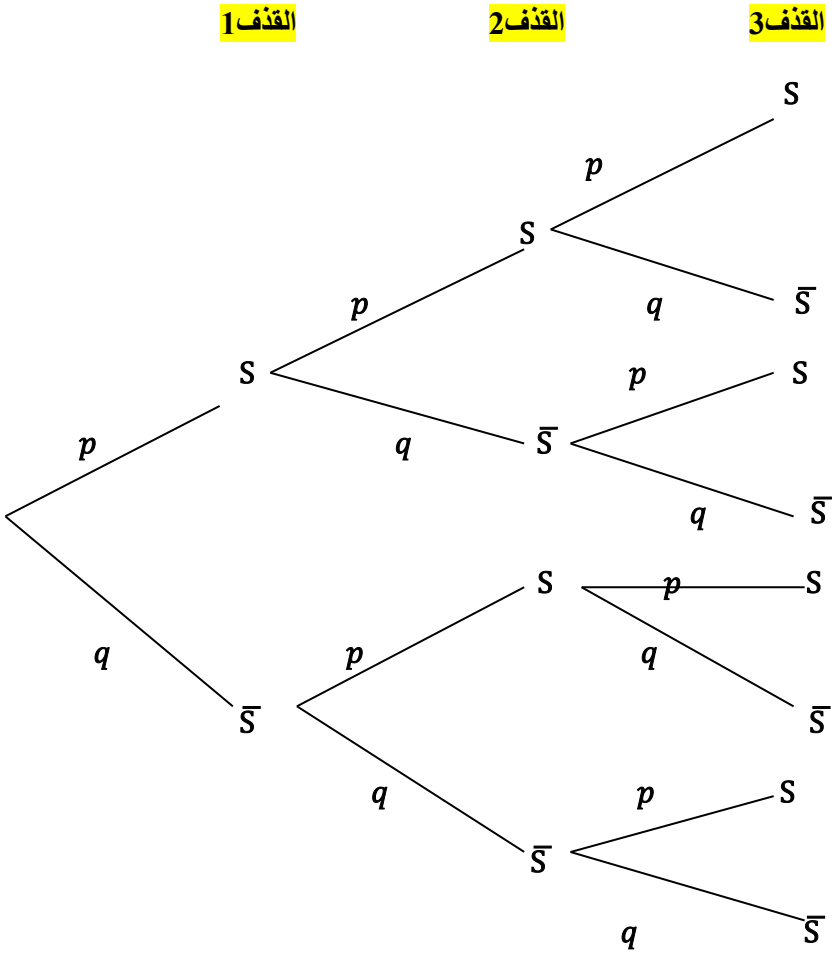
إذا $q = 1 - p$.

■ **تجربة برنولي** رتبة n هو إعادة n اختبار لبرنولي متشابهة و مستقلة .

مثال17: تجربة برنولي

نقذف حجر النرد 3 مرات متتالية, في كل قذف نهتم بالحدث «خروج رقم 6 ».

نتيجة	احتمال
SSS	p^3
$SS\overline{S}$	p^2q
$S\overline{S}S$	p^2q
$S\overline{S}\overline{S}$	pq^2
$\overline{S}SS$	p^2q
$\overline{S}S\overline{S}$	pq^2
$\overline{S}\overline{S}S$	pq^2
$\overline{S}\overline{S}\overline{S}$	q^3



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

■ نتيجة هذه التجربة هو قائمة أو« كلمة» مكونة من 3 أحرف المأخوذة من المجموعة $\{S;\overline{S}\}$.

احتمالات كل واحدة ملخصة في الجدول أعلاه.

■X المتغير العشوائي الذي يربط، في كل نتيجة، عدد النجاحات في نهاية الرميات الثلاث، وبالتالي عدد الأحرف S في الكلمة يشير إلى النتيجة.

مثلا , الحدث « $X = 2$ » هو الحدث « الحصول على اثنين 6 » , إذا هو الحدث $\{ SS\overline{S};\ S\overline{S}S;\overline{S}SS \}$.

هذه النتائج لهم كل واحدة الاحتمال q^2p . و منه : $P = 2 (= 3 \times q^2p$. و منه نلاحظ :

$P(X= 3) = p^3$ و $P(X= 1) = 3pq^2$. $P(X= 0) = q^3$ و منه قانون X:

عدد النجاح	0	1	2	3
الاحتمال	q^3	$3pq^2$	$3p^2q$	p^3

بقانون ثنائي الحد

$(+ q)^3 = p^3 + 3pq^2 + 3p^2q + p^3$

القانون X يسمى توزيع ثنائي ذو الحدين للثابتين p و 3 .

ملاحظة : عدد نتائج ل « $X = 2$ » هو 3 ,عدد الاختيارات المحتملة هو: $\binom{3}{2} = 3$.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2.8.I) التوزيع الثنائي ذو الحدين للثابتين p و n

■ حالة تجربة برنولي ذات الرتبة n

◉ هذه التجربة هو تكرار n اختبار لبرنولي متشابهة و مستقلة .

نتيجة كل اختبار هي : S و $\overline{S}$, احتمال S نرمز له ب p و احتمال $\overline{S}$ هو q ,و $p = q - 1$.

◉ X هو المتغير العشوائي الذي يربط عدد نجاح S بحد لn اختبار.

X يأخذ القيم {0;1;2;3;...;n}.

في هذه التجربة قانون ل X معرف بالعلاقة:

$$P(X= k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-} \ , \ (0 \leqslant k \leqslant n) \ .$$

و منه احتمال تحقيق k نجاح ل n اختبار $\binom{n}{k} p^k q^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k}$

خواص توزيع ذو الحدين

إذا كان X متغيرا عشوائيا له التوزيع الثنائي الحدين فان كل من التوقع و التباين يعطى حسب العلاقة التالية :

$$E(X) = np = \propto \quad \text{و} \quad Var(X) = npq = \sigma^2$$

مثال18

يحتوي صندوق على 10 كرات غير متميزة , 3 بيضاء و 7 حمراء.

نجري أربع عمليات سحب دون إرجاع.ما هو احتمال الحدثين التاليين؟

A « سحب كرتين أبيضين»؟ ; B« سحب كرة بيضاء».؟

الحل

من اجل كل اختبار, نجاح S هو « سحب كرة بيضاء » مع الاحتمال = 0.3 .

المتغير العشوائي X الذي يعطي عدد النجاح يتبع توزيع ذو الحدين ذو الثوابت

$p = 0.3$ و $n = 4$.

■ الحدث A هو الحدث « X = 2 » إذا حسب النظرية :

$$C_4^2 p^2 q^2 = C_4^2 p^2 (1-p)^2 = 6 \times (0.3)^2 \times (0.7)^2 = 0.2646$$

■الحدث B هو الحدث « X = 1 » إذا:

$$C_4^1 p^1 q^3 = C_4^1 p^2 (1-p)^3 = 4 \times 0.3 \times (0.7)3 = 0.4116.$$

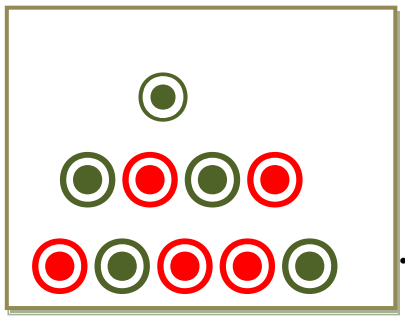
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

9.I) تمارين

1 من بين متربصين المعهد, 54% مارسوا رياضة كرة القدم و% 32 مارسوا رياضة كرة السلة و 13% مارسوا كرة القدم و كرة السلة في نفس الوقت. سألنا متربص كيفي .ما هو احتمال عدم ممارسته

كرة القدم و كرة السلة؟

2 استخرج لاعبا ثلاثة كرات متتالية من الصدوق التالي ←



إذا استخرج 3 كرات حمراء يربح 1000 دج.

- 2 حمراء واحدة خضراء 400 دج , و إلا يخسر 700 دج .

X هو المتغير العشوائي الذي يعطي الربح الجري للاعب.

ما هو قانون X ؟



شجرة متزنة

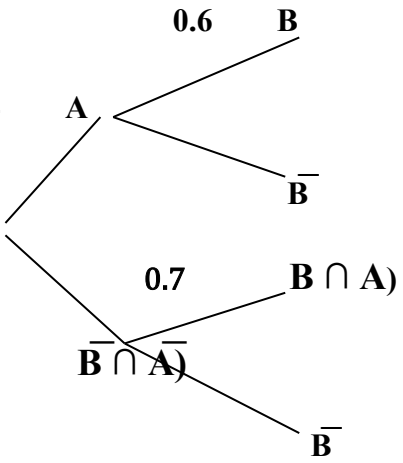
كل عقدة من الشجرة توافق لحالة من التجربة. من اجل كل حالة, نستطيع معرفة احتمال وصول إلى كل حالة ممكنة.مثلا على السبيل أو(الطريق) التالي:

A B C

$p(A), p_A(B)$? $p_{A\cap B}(C)$

هذا السبيل يمثل الحدث $C \cap B \cap A$

3 قراءة و استعمال شجرة.



ليكن الشجرة المتزنة التالية:

1) أكمل الاحتمالات الناقصة ؟

2) احسب $(\overline{B} \cap A)$ و B) و $(B \cap \overline{A})$ و $\overline{A})$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

4 حساب احتمال تقاطع

في ورشة صناعية, 2% من القطع مشوهة ,قررنا إجراء الفحوصات التالية

ـــ إذا كانت القطعة جيدة, احتمال قبولها 0.96 .

ـــ إذا كانت القطعة مشوهة, احتمال رفضها 0.98.

نختار قطعة و نفرض أن الخيارات متساوية الاحتمال

نكتب الحدث : « القطعة جيدة و مرفوضة » : E .ما هو احتمال E ؟

5 ما هو قانون الثنائي (X, Y) ؟

X و Y متغيرين عشوائية مستقلة على الفضاء Ω .حيث القوانين معطاة في الجداول التالية:

X_i	X_1	X_2	X_3
$p(X = X_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Y_j	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
$(Y = Y_j)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

6 لدينا 3 عملات مرقمة a,b,c. العملة a متوازنة و لكن العملتين b و c مزورة .

من اجل العملة P», b كتابة » حظ خروجها مرتين اقل من «F وجه».

و العملة c لديها ثلاث مرات أكثر. نرمي a و b و c ثلاث مرات متتالية (الرميات مستقلة).

ما هو احتمال الحدث A» حصول مرة واحدة على P ؟

7 نرمي عملة متوازنة n مرة متتالية .

احسب بدلالة n الاحتمال, p_n , للحدث A « حصول على الأقل كتابة» .

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

8 اجب صحيح آو خطأ.

a) حدثين غير متوافقين مستقلين.

b) حدثان مخالفان مستقلان.

c) إذا كان الحدث B (p (B) ≠ 0) محتوى في A, إذا" p_B(A) = 1 .

d) إذا كان A و B حدثين حيث (p(A) = 1 – p(B) , إذا" $\overline{A}$ = B .

e) (إذا كان A و B حدثين حيث : $p_{\overline{B}}$(A) = 0.4 ; p_B(A) = 0.3 ;

p (B) = 0.2 إذا" p (A ∪ B) = 0.52 .

f) نرمي حجر النرد مرتين متتاليين. إذا كان المجموع يساوي 10 فان احتمال « مضاعف 5 » هو $\frac{1}{3}$

9 حساب الاحتمالات في حالة سحب مع إرجاع

يحتوي صندوق على 100 كرة: 10 بيضاء, 30 خضراء, 40 حمراء و 20 صفراء.

نقوم بعملية سحب عشوائي متتالي مع إرجاع. خلال السحب , نسمي S الحدث « سحب كرة بيضاء».

1) نسمي الحدث A « حصول على كرة بيضاء وحيدة خلال ثلاث سحبات » احسب p(A).

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يعطي عدد النجاح خلال للثلاث سحبات . أعطي قانون X.

10 نرمي قطعة متوازنة ثمانية مرات.

X المتغير العشوائي الذي يعطي عدد « وجه » خلال الرميات الثمانية.بين k ($0 \leqslant k \leqslant 8$), انه من اجل

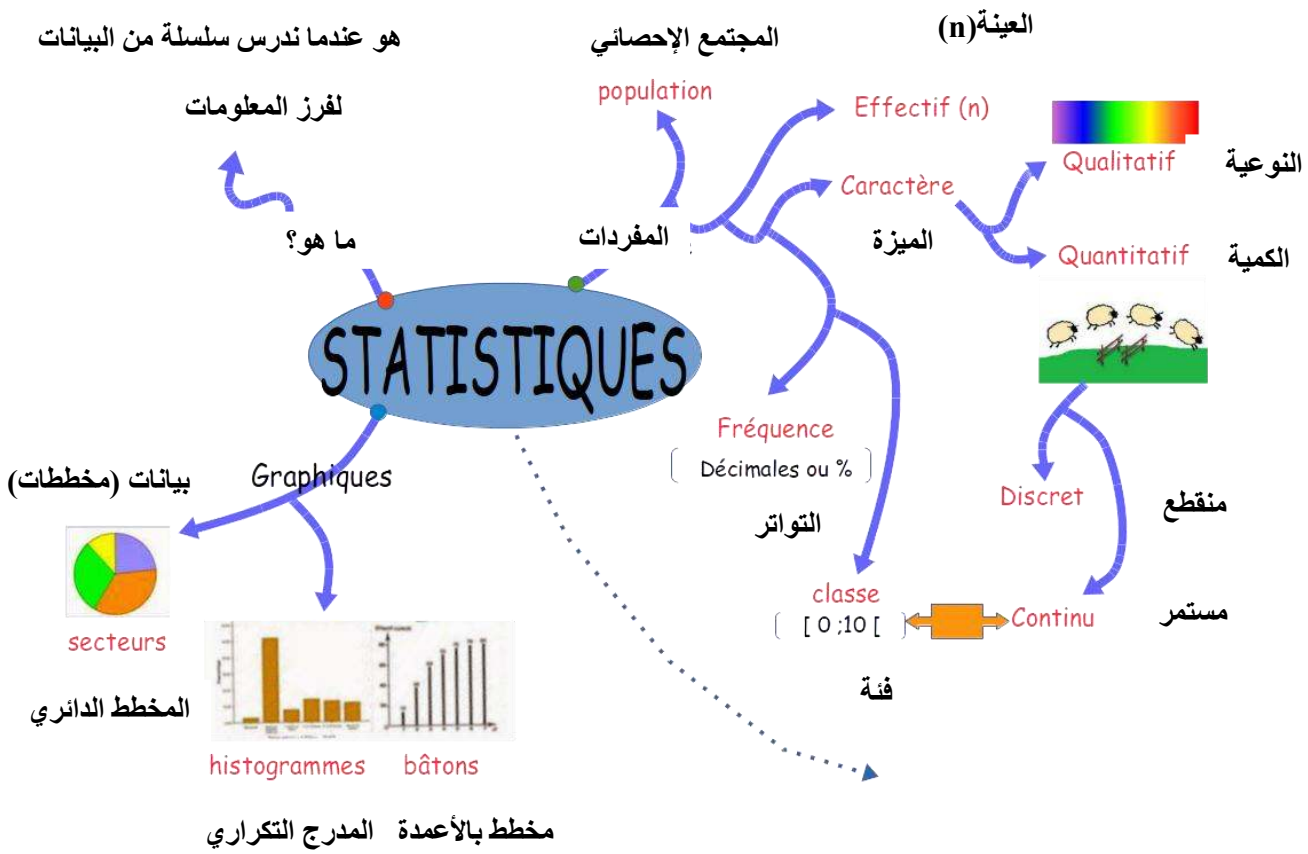
$$P(X = k) = P(X = 8 - k)$$

11 نرمي قطعة متوازنة ستة مرات متتالية. الحدث A « حصول على الأقل 2 P » (كتابة = P).

احسب احتمال A.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

II) *Les statistiques* الإحصاء (II



أول عمل يقوم الإحصائي هو جمع و إعطاء فكرة عن طبيعتها و عددها.

المعطيات التي تم جمعها تعرض في جداول بحيث يمكن أن تفسر بشكل واضح.

بعدما نجمع و نمثل المعطيات في جداول نلجأ إلى مل يسمى تحليل المعطيات. و التي هي تحديد النزعة المركزية و هي تتضمن تعريف المتوسط الحسابي و الوسيط و المنوال و التشتت...الخ.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

1.II) المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء

1.1.II) المجتمع الإحصائي

هو مجموعة العناصر التي تشكل هدف الدراسة.

و كل شخص من المجموعة يدعى وحدة إحصائية أو فرد.

(Individu)(Unite statistique)

مثال1:

عند دراسة عدد التلاميذ المتفوقين في شهادة التعليم المتوسط في كل القطر الجزائري.

عدد التلاميذ المتفوقين هو المجتمع الإحصائي. كل تلميذ متفوق هو الوحدة الإحصائية.

هي الصفة التي تميز الفرد في المجتمع و هي مشتركة لكل وحدات المجتمع.

2.1.II) العينة الإحصائية

كل مجموعة من المجتمع الإحصائي ندعوها بالعينة الإحصائية.

مثال2:

من المثال السابق إذا أخذنا مجموعة التلاميذ الذين تحصلوا

على الشهادة بملاحظة امتياز.

3.1.II) الميزة الإحصائية (الصفة)

فمثلا الصفة التي تسند للتلميذ في المثال السابق هي (التفوق).

مثال3:

إذا أخذنا مثلا إنتاج السيارات فإننا قد نصفها بعدة ميزات كاللون, قوة المحرك...الخ.

♦ كثيرا ما تتبع كلمة العينة بالعشوائية يعني اختيارنا للعناصر يتم بفعل المصادفة.

♦ لماذا يتم اختيار العينة؟في الواقع يلجأ الإحصائيون إلا اخذ عينة بدل المجتمع كله.
و هذا راجع لصعوبة تطبيق المراحل الأربع
التي ذكرناها أعلاه على المجتمع كله.

النتائج التي نحصل عليها تكون أكثر

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

أنواع الميزة الإحصائية

♦ **الميزة الإحصائية النوعية:** هي صفة غير قابلة للقياس.

مثال4

الجنس: ذكر أو أنثى. الحالة العائلية (أعزب, متزوج, مطلق...). نلاحظ أن هذه الميزات غير قابلة للقياس.

♦ **الميزة الإحصائية الكمية(العددية):** هي الوحدات التي تكون قابلة للقياس.

مثال5

العمر, عدد الأولاد, القامة, الطول... كل هذه الميزات قابلة للقياس.

تدعى هذه الميزات بالمتغيرات الإحصائية.

المتغيرات الإحصائية تنقسم إلى نوعين:

♦ **المتغير الإحصائي المنقطع**

هو المتغير القابل للقياس بواسطة أعداد معزولة مثل (...., 1, 0).

مثال6

عدد الأطفال في أسرة, عدد الغرف في سكن...

♦ **المتغير الإحصائي المستمر**

تكون القيم غير منتهية. مثال: الوزن, طول, العمر...

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال7:

عين المجتمع، الوحدة الإحصائية، الميزة (الطبيعية،النوعية)، الوحدة القياسية للمعطيات التالية:

1- طول أعمدة حديدية لإحاطة محيط البيوت البلاستيكية،

2- الرياضة التي يمارسها المتربصين في المؤسسة ،

3- قامة المتربصين،

4- الراتب الشهري لعمال مؤسسة م.

من اجل توضيح ذالك نعرض الجدول التالي:

وحدة القياس	النوعية	الطبيعية	الميزة	الوحدة القياسية	المجتمع
Cm	مستمر	كمي	الطول	العمود	300 أعمدة
	مستمر	غير كمية أو نوعية	الرياضة الممارسة	تلميذ	التلاميذ
m	مستمرة	كمية	القامة	تلميذ	التلاميذ
DA	مستمر	كمي	الراتب	الراتب الشهري للمعلمين	المعلم

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2.II) عرض البيانات الإحصائية

إن النتائج التي نحصل عليها عند القيام بتجربة أو من خلال مراقبة لظاهرة معينة هي بيان إحصائي مفرداته عبارة عن قياسات عددية (كمية) أو نوعية و من بين الطرق التي تساعدنا على فهم البيان الإحصائي هي:

1. 2.II) جدول التوزيع التكراري

لنفرض أن البيان الإحصائي لتجربة ما يحوي على n قياس أو مشاهدة.

الخطوة ① ترتيب القياسات تصاعديا أو تنازليا .

فإذا كن لدينا r قياس $(n \geqslant r)$ و لدينا القياسات التالية :

$$X_1 , X_2, X_3,..., X_n$$

مع العلم أن تكراراتها هي بالتتالي:

$$n_1,n_2,n_3,...,n_r$$

فان حجم البيان الإحصائي بالتعريف هو:

$$n = n_1+n_2+n_3+...+n_r$$

n_i تكرار القيمة X_i (r، ...3، 2 ، 1 = i) .

الخطوة ②

التكرار النسبي أو تواتر **Fréquence**

نسبة الأفراد في المجتمع أو العينة المنتمية إلى فئة و نرمز له بي f_i

نستنتج أن

$$f^1 + f^2 + f^3 + \cdots + f_r = \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \cdots + \frac{n_r}{n}$$

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

إلى جانب هذا يمكن أن نفسر ذالك عن طريق جدول التوزيع التكراري النسبي:

القيم x_i	x_1	x_2	...	x_r
التكرار n_i	n_1	n_2	...	n_r
التواتر	f_1	f_2	...	f_r

مثال8:

فيما يلي قياسات عشرة أنواع من النباتات من خلال طول الساق بالسنتم.

62،59،68،62،58،59،65،62،65،65

المطلوب حساب التكرار و التكرار النسبي.

القيم x_i	التكرار n_i	التواتر أو التكرار النسبي f_i
58	1	0.1
59	2	0.2
62	3	0.3
65	3	0.3
68	1	0.1
المجموع	10	1

$n_{icum} = \breve{n}_i = n_1 + n_2 + \cdots + n_i$

$f_{icum} = \breve{f}_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_r$

مع العلم أن

$\breve{f}_r = 1$ و $\breve{f}_i = \frac{\breve{n}}{n}$ و $\breve{n}_2 = n_1 + n_2 \breve{n}_1 = n_1$ و $\breve{n}_r = n_{r-1} + n_r, \ldots\ldots$

حيث أن كلمة cum = cummulé نقصد بها المتجمع.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال9:

تكرار المتجمع الصاعد و تكرار المتجمع النازل.

القيم	التكرار	التكرار الصاعد	التكرار النازل
5	1	1	9
6	3	4=3+1	8=1-9
7	2	6=2+4	5=3-8
8	3	9=3+6	3=2-5
المجموع	9		0 =3-3

مثال10:

مثال لمجتمع إحصائي مقسم إلى فئات Série regroupée en classes

الفئة	[120,130[	[130,140[	[140,150[	[150,160[	[160,170[
عدد المتربصين	1	4	35	80	48

جدول يوضح توزيع طول المتربصين في المؤسسة سلسلة إحصائية مجمعة في فئات مداها 10 سم.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3.II) التمثيل البياني *DIAGRAMMES*

الهدف منه هو تفسير المعطيات التي نطرحها في الجداول الإحصائية و هذا حسب المتغير الإحصائي في الحالتين المنقطع و المستمر.

♦ المتغير الإحصائي المنقطع

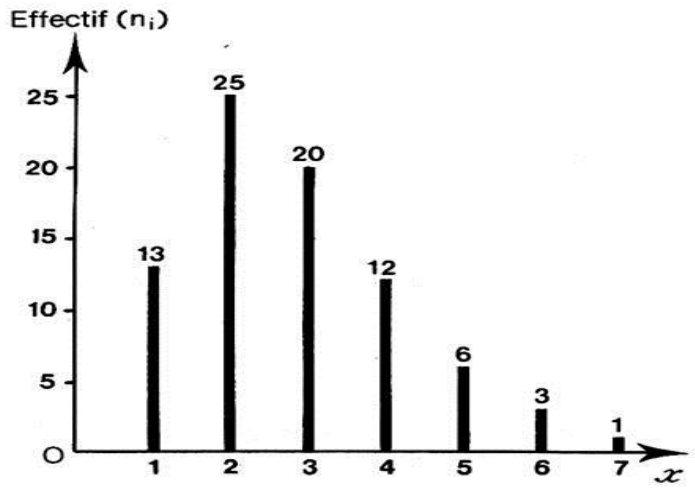
-- المخطط بالأعمدة : Diagramme en bâtons

مثال11: ليكن الجدول التالي الذي يمثل عدد الأطفال حسب عدد العائلات:

عدد الأطفال x_i	عدد العائلات n_i	n_{cum_i}
1	13	13
2	25	38
3	20	58
4	12	70
5	6	76
6	3	79
7	1	80

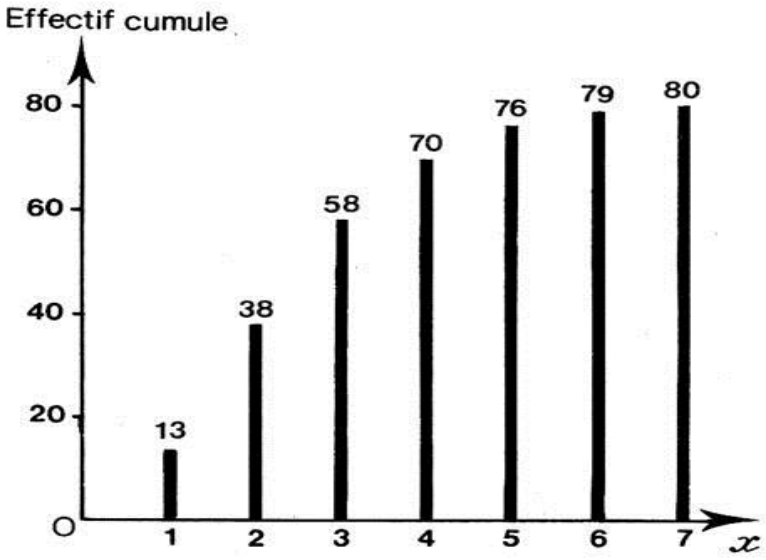
المطلوب : ارسم مخطط بالأعمدة

الحل1 : المخطط بالأعمدة للعينة الإحصائية n_i



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

حل2 :المخطط بالأعمدة للعينة الإحصائية n_{cumi}



المخطط بالأعمدة هو مجموعة كل الأعمدة ذات الفواصل x_i و التراتيب n_i.

كل متغير إحصائي نعتبر العمود ممثلا لعدد تكراراته .

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

-- المخطط دائري diagrammes à secteurs circulaires

المخطط الدائري: يستخدم لعرض قيمة واحدة لكل متغير نسبةً إلى مجموع المتغيرات الأخرى، ولا يمكن لهذا المخطط التعامل مع أكثر من سلسلة بيانات واحدة ولذلك يعتبر من أبسط أنواع المخططات

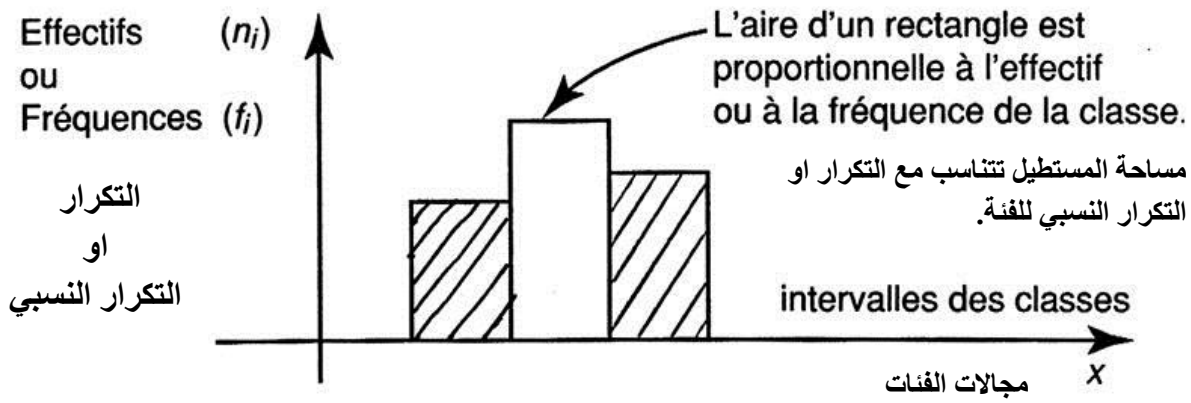
مثال12



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

♦ المتغير الإحصائي المستمر

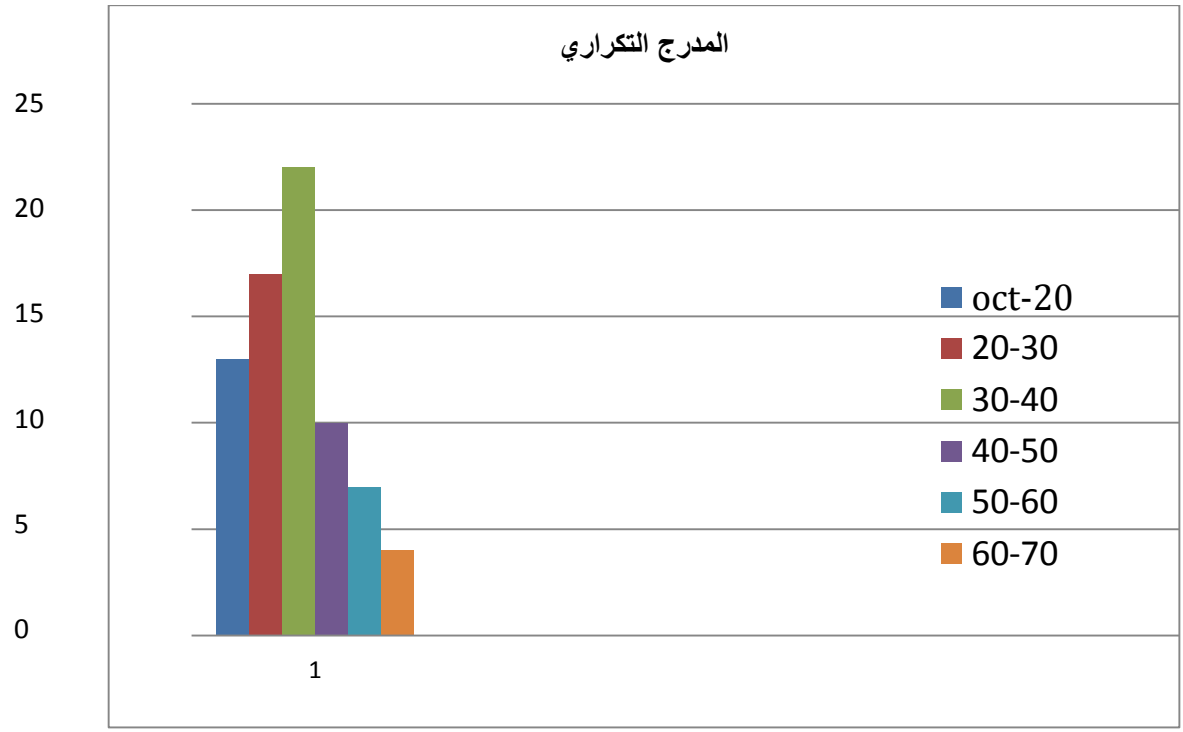
– المدرج التكراري Histogramme



-- الحالة1: فئات متساوية الأطوال

مثال13 : ليكن الجدول التالي

x_i	[10-20]	[20-30]	[30-40]	[40-50]	[50-60]	[60-70]	المجموع
n_i	9	13	22	10	7	4	64



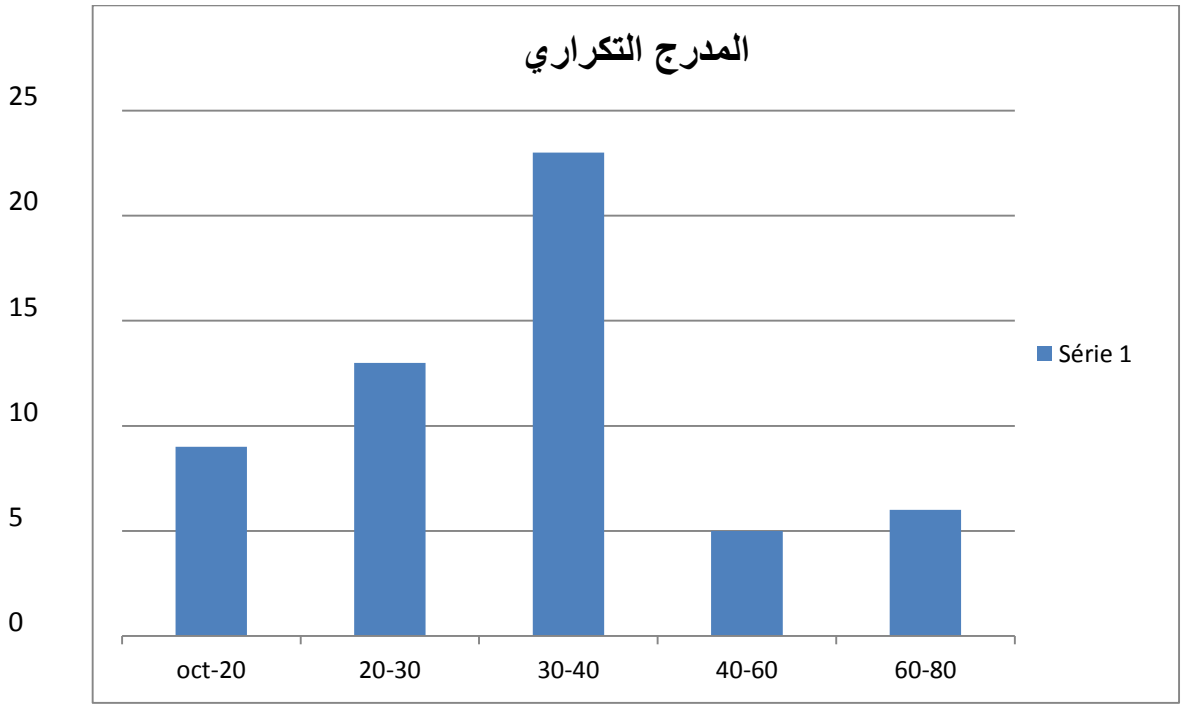
WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

-- الحالة2 : فئات غير متساوية الأطوال

مثال14: ليكن الجدول التالي

الفئات x_i	n_i	أطوال الفئات a_i	h_i
[10-20[	90	10	9
[20-30[	13	10	13
[30-40[	22	10	22
[40-60[	10	20	5
[60-80[	11	20	5.5

$$h_i = n_i \frac{a}{a_i}$$



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

4.II) المقاييس العددية لسلسلة الإحصائية الكمية(العددية)

1 .4.II) المتوسط الحسابي

لتكن مجموعة القياسات X :

$X= \{X_1 ; X_2 ; X3 ; X_4 ; \dots ; X_p\}$

نعرف المتوسط الحسابي للمجموعة X على انه المقدار المعرف كالتالي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{P} X_i}{P}$$

خواص الرمز (سيقما) ∑:

$$1\text{-}\sum_{i=1}^{n} \alpha X_i = \alpha \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$2\text{-}\sum_{i=1}^{n}(X_i + Yj) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Yj$$

من التعريف السابق للمتوسط الحسابي نستنتج ما يلي:

$$1\text{-}\sum_{i=1}^{n} X_i = n\bar{X}$$

$$2\text{-}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$$

♦ المتوسطات الجزئية:

إذا كان لدينا مجموعتين منفصلتين لهما بالتوالي التكرار و التواتر :

$n_1, \bar{X}_1$ و $n_2, \bar{X}_2$

فان متوسط المجموعة الكلية هو:

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1 + n_2}$$

مثال15 : لتكن لدينا علامات ثمانية تلاميذ 3،5،7،9،10،11،12،18 (على20)

المتوسط الحسابي أو المعدل هو:

$$\bar{X} = \frac{3+5+7+9+10+11+12+18}{8} = 9{,}375$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

أما في حالة القياسات المكررة و التي تدعى بالقياسات المبوبة فان المتوسط الحسابي يعطى بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i X_i \; ; \qquad n = n_1 + n_2 + \ldots + n_r$$

نتيجة: المتوسط هو مؤشر على القيمة الأكثر «احتمالية".إنه نوع من "مركز الثقل"، إذا خصصنا هذه القيمة إلى كل الأفراد نحصل على سلسلة ثابتة لها نفس المتوسط.

♦ المتوسط الحسابي في حالة المتغير المستمر:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i C_i$$

C_i هو مركز الفئة i.

مثال16:

في إحدى التحقيقات لأحسن هداف لكرة القدم في العالم خلال عشرة دورات كان عدد الأهداف كما يلي: 5،1،4،5،5،8،7،0،5،7.

احسب عدد الأهداف المحسوبة.

الحل

$$\bar{X} = \frac{1}{10}(7 + 5 + 0 + 7 + 8 + 5 + 5 + 4 + 1 + 5)$$

$\bar{X} = \frac{47}{10} = 4,7$ **لا نستطيع أن نسجل4.7 هدف و لهذا يطلق عليها اسم**

المتغيرات المنقطعة و أحيانا المنفصلة Discrètes

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

خلاصة

من بين الخواص المستعملة في الإحصائيات الخاصة التالية:

y متغيرا إحصائيا و a،bعددين حقيقيين ولنعتبر X متغيرا إحصائيا معرفا كما يلي.

$$X=ay+b$$

و منه لدينا:

$$\bar{X}= a\bar{y} +b$$

نأخذ b منتصف الفئة المنوالية وa هي طول الفئة.

مثال17

الفئات	c_i	n_i	$y_i = \frac{x_i - b}{a}$	$n_i\, y_i$
[38-40[	39	11	-3	-33
[40-42[	41	28	-2	-56
[42-44[	43	16	-1	-16
[44-46[	45	25	0	0
[46-48[	47	15	1	-15
[48-50[	49	5	2	10
المجموع		100		-80

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

ملاحظة: من خلال الخاصة السابقة لدينا

$$a = 2 \; ; \; b = 45$$

و منه:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i y_i = \frac{-80}{100} = -0{,}80$$

و بالتعويض في العلاقة السابقة نجد:

$$\bar{X} = a\bar{y} + b = 2(-0{,}80) + 45 = 43{,}40$$

إذا أردنا التحقق من استخدام العلاقة نجد ما يلي:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i C_i$$

$$= \frac{4340}{100}$$

$$= 43{,}40$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

2. 4.II) الوسيط Médiane

نعرف الوسيط لمجموعة من القياسات X_n ، ... ، X_3 ،X_2 ،X_1 بأنه القياس الذي يقع في الوسط بعدما نكون قد رتبنا بشكل تصاعدي أو تنازلي أي انه القياس الذي رتبته هو:

$\frac{n+1}{2}$ إذا كان عدد القياسات فرديا و إما إذا كان عدد القياسات زوجيا فان الوسيط هو هو المتوسط الحسابي للقياسين الذين ترتيبيهما هي : $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$

M_e = الوسيط

مثال18

ليكن $X_1 = \{3,9,11\}$

فان $M_e = 9$

و ليكن $X_1 = \{3, 9,2،11\}$

فان $Me = \frac{3+9}{2} = 6$

- الوسيط في حالة القياسات المبوبة أي المكررة:

حساب الوسيط يتم بالمراحل التالية:

1- مرتبة الوسيط = (مجموعة القياسات + 1)/2

2- للحصول على الوسيط نجمع التكرارات المعطاة في عمود التكرار فنجده عادتا يقع بين قياسين كمل يلي :

الوسيط = (القياس قيل هذه المرتبة + القياس قيل هذه المرتبة)/2 .

مثال: ليكن الجدول التالي :

عدد ضربات التيار	4	5	6	7	8	9
التكرار	1	2	0	2	4	1

$$\text{الوسيط مرتبة} = \frac{n+1}{2} = \frac{10+1}{2}$$

$$=5,5$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

للحصول على الوسيط نجمع الأعداد المسجلة في عمود التكرار إلى أن نصل إلى هذه المرتبة و عادة تقع بين قياسين ففي هذا المثال هي محصورة بين الخامس و السادس و منه فان الوسيط هو متوسط الضربتين 7 و 8 .

أي $\frac{7+8}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$

II .4. 3) المنوال Mode

المنوال لمجموعة من القياسات هو القياس الأكثر تكرار بالنسبة للقياسات الأخرى.

مثال19 : ليكن $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$

المنوال $M_o = 3$

M_o= المنوال

مثال20 : لتكن الفئة X لعدد الأطفال حسب عدد العائلات.

عدد الأطفال x_i	0	1	2	3	4	5	6
عدد العائلات n_i	34	118	253	76	28	3	1
n_{icum}	34	152	405	481	509	512	513

$M_o = 2$

مثال21: جدول يوضح توزيع طول المتربصين في المؤسسة سلسلة إحصائية مجمعة في فئات طول مداها 10 سم.

الفئة	[120,130[	[130,140[	[140,150[	[150,160[	[160,170[
عدد المتربصين	1	4	35	80	48

لدينا فئة منوالية [150-160[.

الفئة المنوالية هي الفئة ذات اكبر تكرار إذن يمكن تعريف المنوال على انه مركز الفئة المنوالية و هذا في حالة المتغير المستمر.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مثال22: ليكن السلسلة $Y = \{12, 4, 5, 12, 1, 3, 1,1 ,-1, 3,12\}$

للسلسلة مناولين 12 و 1 .

مثال 23 : لتكن السلسلة $Z = \{1،2،3\}$ كل القيم تعتبر منوال .

مثال24: ليكن السلاسل التالية:

$$X_1= \{2 , 3 , 4\} ; X_2 = \{0 , 2 , 3 , 4 , 6\} ; X_3 = \{3\}$$

من السهل التحقق مما يلي :

- $\overline{X_1}= \overline{X_2}= \overline{X_3} = 3$
- $Me(X_1) = Me(X_2) = Me(X_3) = 3$
- جميع قيم السلاسل الثلاث هي منوال.

و بالتالي المقاييس العددية الوصفية الثلاثة لا تسمح بتفريق السلاسل الثلاثة بشكل مناسب.

⟸ سنقوم ببناء مؤشرات جديدة تسمى مؤشرات "التشتت".

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5.II) مقاييس التشتت Paramètres de dispersions

1. 5.II) المدى Etendue

المدى هو من أكثر قوانين التشتت سهولة وشهرة، حيث يختصّ هذه القانون بحساب الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة من بين قيم المعلومات والبيانات.

مثال25:

-- ليكن $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. المدى $= 3 - (-1) = 4$

-- بالنسبة لعدد الأطفال حسب عدد العائلات . المدى $= 6$.

-- طول المتربصين في المؤسسة المدى $= 170 - 120 = 50$.

$$E = Max(X_i) - Min(X_i)$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

II.5.2) متوسط الانحراف Ecart moyen

الانحراف المتوسط لسلسلةXهي الكمية التي تم تحديدها رسميًا بواسطة:

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}$$

على سبيل المثال في حالة السلسلة الأولية، نحصل على:

$$E_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \overline{|X_i - \bar{X}|}$$

مثال26:

-- ليكن $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$; لدينا $\bar{S} = 2$ و منه

$$E_m = \frac{|2-2| + |0-2| + |6-2| + |3-2| + |-1-2|}{5} = 2.$$

-- بالنسبة لعدد الأطفال حسب عدد العائلات .

$$E_m \approx \frac{34x|0-1.92| + \cdots + 1x|6-1.92|}{513} \approx 0.68.$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3. 5.II) التباين و الانحراف المعياري Variance et écart-type

♦ تباين السلسلة هو الكمية المذكورة بواسطة (Var(X التي تم تحديدها رسميًا بواسطة:

$$\mathbf{Var}(X) = \overline{(X - \bar{X})}^{\,2}$$

في حالة السلسلة الأولية، نحصل على:

$$Var(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X - \overline{X})^{2}.$$

في حالة وجود سلسلة مجمعة حسب الميزة الإحصائية، نحصل على:

$$Var(X) = \frac{1}{\sum_i n_i}\sum_{i=1}^{n} n_i(X - \overline{X})^{2}.$$

♦ الانحراف المعياري المشار إليه ب (σ(X معرف ب:

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{Var(X)}}$$

في حالة وجود سلسلة مجمعة حسب الفئة ، نستخدم مركز الفئات.

التباين موجب دائما.

تذكر أن التباين هو متوسط الانحرافات تربيع. ومن هذه نفسر التباين كمؤشر على التشتت.

صيغة أخرى لتباين X:

$\mathbf{Var}(X) = \overline{X^2} - \bar{X}^{\,2}$.

مثال27:

-- ليكن $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$ لدينا ; $\bar{S} = 2$ و منه

$$\boldsymbol{Var(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + (6-2)^2 + (3-2)^2 + (-1-2)^2)}$$

$$\mathbf{= 30/5 = 6}$$

♦ خصائص التباين و الانحراف المعياري:

فرضية الخطية الزائفة

لتكن السلسلة X ; a و b عددين حقيقيين لدينا:

- $\mathrm{Var}(aX+b) = a^2\mathrm{Var}(X)$
- $\sigma(aX+b) = |a|\,\sigma(X)$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

II. 4. 3) الأرباع Les quartiles

لتكن السلسلة X; نعرف الربيعية Q_1 ، Q_2 ، Q_3 على النحو التالي:

- Q_1 هي قيمة صفة بحيث يمتلك 25% من المجتمع الإحصائي صفة اقل من Q_1.
- Q_2 هي قيمة صفة بحيث يمتلك 50% من المجتمع الإحصائي صفة اقل من Q_2.
- Q_3 هي قيمة صفة بحيث يمتلك 75% من المجتمع الإحصائي صفة اقل من Q_3.



$M_e = Q_1$--

-- نفس الأساليب المستخدمة في الوسيط لحساب الربيعية.

-- المجال $[Q_1;Q_2]$ يسمى المدى الربيعي يحتوي على 50% من المجتمع.

II. 4. 4) الربيعي - دوال التوزيع Les quartiles-fonctions de répartition

ليكن X سلسلة . نسمي دالة التوزيع F ، الدالة التي تربط قيمة الصفة X_i تكرار المتجمع متصاعدة حتى X_i

$$F:\{\text{الصفات}\} \rightarrow [0\ ;1]$$

$$X \rightarrow f_X^{c\uparrow} = \frac{\text{عدد الاشخاص الذي لديهم صفة اقل من } X}{\text{عدد الاجمالي للاشخاص}}$$

من هذا التعريف ; يتم تعريف الربيعية ببساطة من خلال:

$$Q_1 = F^{-1}(0.25)\ ;\ Q_2 = F^{-1}(0.50)\ ;\ Q_3 = F^{-1}(0.75).$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

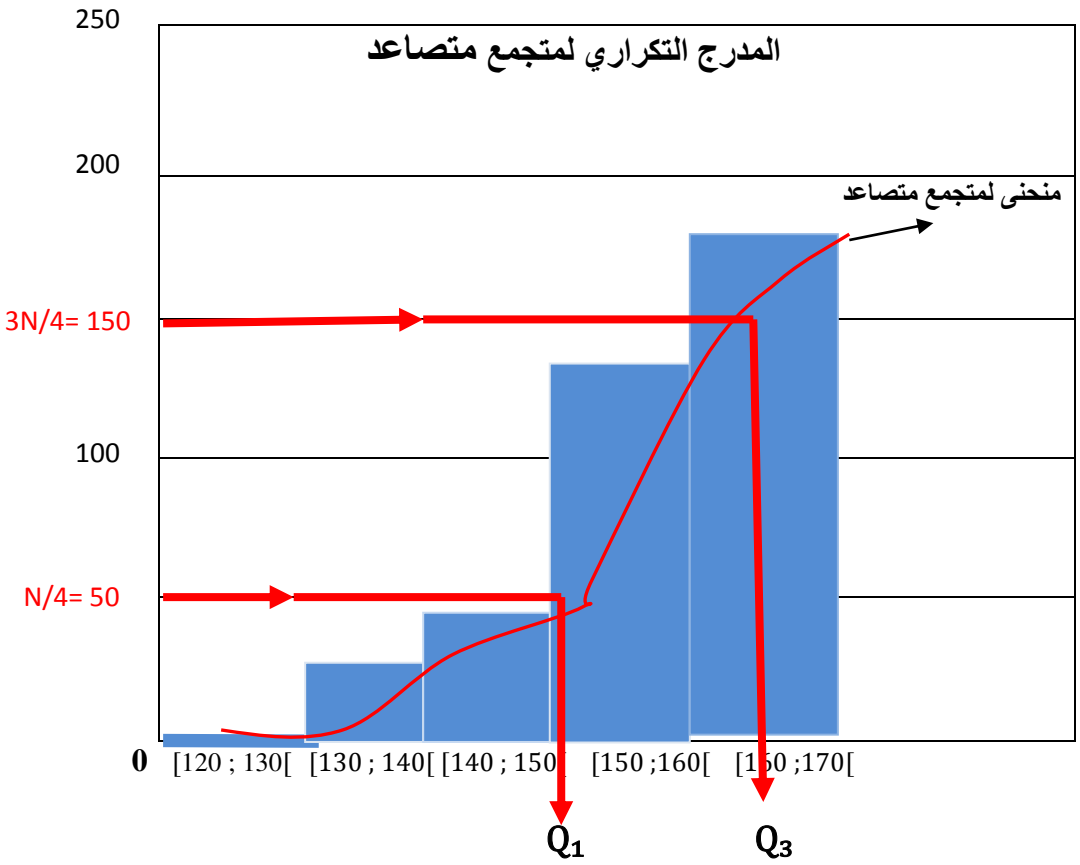
مثال 28 :

احسب الربيعية لسلسلة T"طول المتربصين" و سلسلة"X" عدد الأطفال لكل أسرة.

عدد الأطفال x_i لكل عائلة	0	1	2	3	4	5	6
عدد العائلات الذي لديهم x_i طفل	34	118	253	76	28	3	1
$f_{i\ cum}$	34	152	405	481	509	512	513

- Q_1 هي بالتقريب $128,25^{ième} = \frac{N^{ième}}{4}$ قيمة .و منه $Q_1 = 1$
- $Me = Q_2 = 2$
- $Q_3 = 2$ ($384,75^{ième}$ قيمة).

الفئة	[120,130[	[130,140[	[140,150[	[150,160[	[160,170[
عدد المتربصين	1	4	35	80	48



WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

6.II) تمارين

1- الجدول التالي يعطينا كمية الزيوت المنتجة خلال 36 أسبوع.

12,5	15	18,5	15,5	16	11	11,5	12	16
11	15	16	15	12	12	16	20	23
20	15	18	18	22	15	27	18	15
16	25	18	18	17,1	20	23,5	16,8	12,5

المطلوب:

ا- رتب هذه القيم بشكل تصاعدي.

ب- اوجد الفئات ذات طول يساوي 3 ، اوجد مراكز هذه الفئات .

ج- اوجد التواتر و التواتر المتجمع.

2- تصور أن ازدياد السنوي لمجتمع خلال عشرة سنوات كما مسجلة في الجدول التالي:

عدد السنوات	الازدياد بالنسبة إلى السنوات السابقة
1	53377
2	52170
3	67000
4	90332
5	72681
6	65226
7	76777
8	83657
9	77753
10	82892

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

- احسب متوسط الازدياد السنوي لهذا المجتمع .

- احسب الوسيط.

- هل الفرق بين هذين القياسين له دلالة ؟برر إجابتك.

3- فيما يلي عدد المكالمات ل40 هاتف نقال .

-7-2-5-7-3-4-9-3-2-4-7-9-6-8-7-3-7-10-3-4-5-8-7-2-1-7-4-9-5-6-8-9-10

1-7-9

- اكتب جدول التواتر لهذه القيم.

- من خلال الجدول اوجد المتوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال.

4-

فئات خاصة بالسن	عدد المتفوقين في الدراسة
3688	[15 – 20 [
4031	[20 – 25 [
5432	[25 – 35 [
4360	[35 – 45 [
3162	[45 – 55 [
1702	[55 – 65 [

- احسب الوسيط.

- ما هو المجال الخاص بالفئة المنوالية.

- قارن بين النتائج التي تحصلت عليها.

- لماذا عدد متفوقين في الدراسة ينقص بعد الفئة الثالثة.

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

5- الجدول التالي يبين عدد المبيعات خلال سنة لإحدى الشركات:

الفئات	التكرار
[50 - 150[	80
[150 - 250[	160
[250 - 350[	720
[350 - 450[	1650
[450 - 550[	2720
[550 - 650[	1760
[650 - 750[	640
[750 - 850[	160
[850 - 900[	80

- ما هو المدى لهذه السلسلة؟

- ما هي الفئة المنوالية؟

- أنشئ المدرج التكراري. أنشئ مضلع التوترات المتجمعة.

مساعدة لحل هذا التمرين:

المدى $E = 900 - 50 = 850$.

الفئة المنوالية [450 - 550[

$\frac{a_i}{a} = h_i$	2	2	2	2	2	2	2	2	1
$\frac{n_i}{n}$	40	80	360	840	1360	880	320	80	80

الوسيط:

$$Me = 450 + 50\frac{1360 - 550}{(1360 - 84) + (1360 - 880)} = 476$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

III) تصحيح التمارين

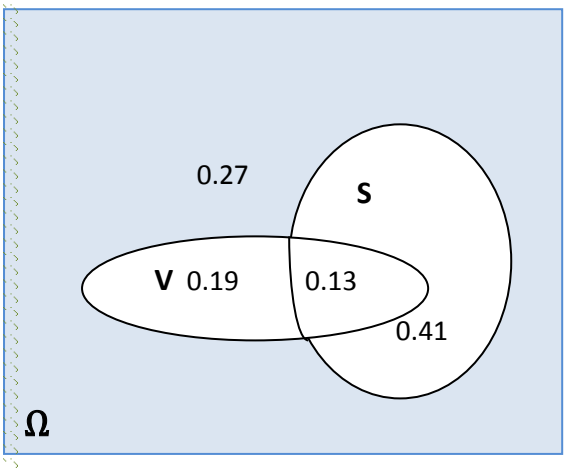
I) احتمالات

1- الفضاء هو مجموعة المتربصين ومع هذا الاختيار للفضاء، فإن تعبير "عشوائيا" يعني

وفقا للاستخدام، يُفترض أن النتائج أنها متساوية الاحتمال.

«متربص مارس رياضة كرة القدم » الحدث S ; «متربص مارس رياضة كرة السلة » الحدث V

فرضيا و بما أن النتائج متساوية الاحتمال. $p(S\cap V)= 0.13$; $p(V) = 0.32$. $p(S) = 0.54$
ليكن الحدث R «متربص لم يمارس رياضة كرة القدم ولا كرة السلة »



و منه R هو الحدث « لا الحدث $V \cup S$ » ومن $V \cup S = \overline{R}$

$$p(S \cup V) = p(S) + p(V) - p(S\cap V)$$

$$= 0.54 + 0.32 - 0.13 = 0.73$$

$$P(\overline{S\cup V}) = 1 - 0.73 = 0.27 \text{ و } p(R) = 0.27.$$

2 – الفضاء هو مجموعة توفيقات 3كرات من بين 10 .النتيجة هي $C_{10}^{3} = 120$.

* X تأخذ القيم 100 ، 70 ، 40 .

* " X = 40" الحدث " استخرج 2 كرات حمراء و واحدة خضراء" يحتوي على

$C_5^2 \times C_5^1 = 50$ نتيجة و منه **X)p = 40) = 5/12**

نتيجة و منه 12 /1 = **X)p** C_5^3 **= 100)** = " X = 100 " تحتوي على =10

و بما أن مجموع الاحتمالات 1 فان 2 /1 = **X)p = -70).**

و هذا جدول يلخص قانون X:

X_k	-70	40	100
$P(X=X_k)$	1/2	5/12	1/12

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

3- ا) حسب الشجرة: $p(A) = 0.4$; $p_A(B) = 0.6$; $p_{\bar{A}}(B) = 0.7$.

على الفرع — $\bar{A}$ نكتب ($p(\bar{A})$ و على الفرع $\bar{B}$ — A نكتب ($p_A(\bar{B})$ و

على الفرع $\bar{B}$ — $\bar{A}$ نكتب ($p_{\bar{A}}(\bar{B})$.

نطبق نظرية العقد . $p(\bar{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$)

و $p(\bar{B}) = 1 - 0.6 = 0.4$) و $p_{\bar{A}}(\bar{B}) = 1 - 0.7 = 0.3$) .

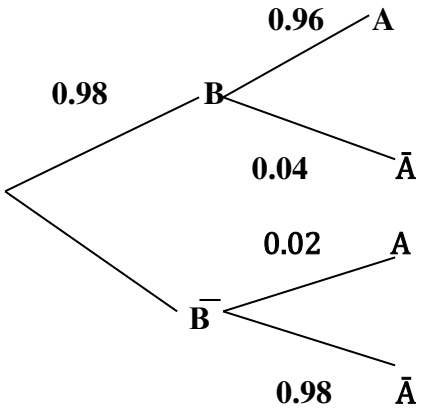
$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

ب) $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0.24$.

نفس الشيء $p(A \cap \bar{B}) = 0.18$; $p(\bar{A} \cap B) = 0.42$; $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.16$.

4- الحدث B " قطعة جيدة" و الحدث A " قطعة مقبولة" إذا $\bar{B}$ " قطعة مشوهة " و $\bar{A}$ " قطعة مرفوضة"

الحدث E هو الحدث $A \cap \bar{B}$



و منه $p(A \cap \bar{B}) = p(B) \times p_B(\bar{A}) = 0.98 - 0.04 = 0.0392$

5- المطلوب هو البحث على الاحتمالات p_{ij} للأحداث « $X = x_i$ » ∩ « $Y = y_j$ » .

وبما أن X و Y مستقلين إذا : $p_{ij} = p(X = x_i) \times (Y = y_j)$

X \ Y	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$
x_2	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{3}$
x_3	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{6}$
x_4	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

II) الإحصاء

1- ا) نرتب هذه القيم تصاعديا كما يلي:

11 – 11,5 – 12 – 12,5 – 15 – 15,5 – 16 – 16,8 – 17,1 –
18 – 18,5 – 20 – 22 – 23 – 23,5 25 – 27.

ب) ترتيب القيم إلى فئات اعتمادا على الشروط المعطاة أعلاه و بتطبيق القوانين السابقة يكون كما في الجدول التالي:

الفئات	التكرار n_i	المركز c_i	التواتر f_i	التواتر المتجمع
[11 - 14[	8	12,5	0,222	0,222
[14 - 17[	13	15,5	0,361	0,583
[17 - 20[	7	18,5	0,194	0,777
[20 - 23[	4	21,5	0,111	0,888
[23 - 26[	3	24,5	0,083	0,971
[26 - 29[	1	27,5	0,027	≈1
	المجموع= 36		المجموع =1	

مع العلم أن:

$$c_1 = \frac{11+14}{2} = 12,5$$

$$f_1 = \frac{8}{36} = 0,222$$

$$\widetilde{n_2} = n_1 + n_2 = 0,222 + 0,361 = 0,587$$

WWW.DZPEN.COM | قلم الجزائر

مراجع

1- مبادئ الاحتمالات و الإحصاء للدكتور عزات عمر قاسم .منشورات جامعة دمشق1995

2- Adobe Reader-[2-cours statistiques. PDF]

3-Trans-Math Raymond Barra – Jean Morin 2006

2- الكتاب المدرسي رياضيات الأولى و الثاني و الثالث ثانوي.

4- http://warmaths.fr/MATH/STATs