فيتاغورس في الفضاء + المساحات و الحجوم + التكبير و التصغير

للمزيد زوروا موقع قلمي

I _ تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء :

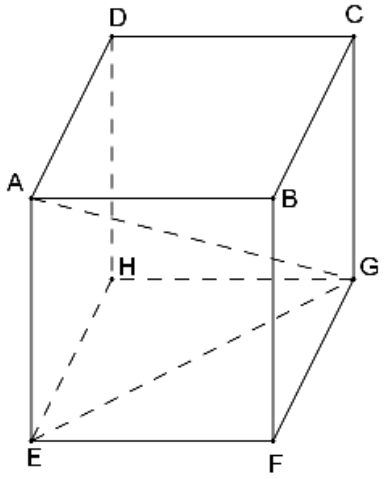
1) – تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) عموديا على المستوى (P) في نقطة A إذا كان (D) عموديا على مستقيمين ضمن (P) ومتقاطعين في A.

*/ مثال :

$ABCDEFGH$ مكعب .

لنبين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$



لدينا :

$ABFE$ و $ADHF$ مربعان .

إذن :

(AE) عمودي على (EF) في E
و (AE) عمودي على (EH) في E
و بما أن (EF) و (EH) ضمن المستوى $(EFGH)$

و يتقاطعان في النقطة E فإن :

المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$ في النقطة E

2) – خـاصية :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
إذا كان (D) عموديا على (P) في النقطة M ، فإن (D) عمودي على جميع المستقيمات ضمن (P) و المارة من M.

*/ مثال :

نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ أعلاه .

لنبين أن المثلث AEG قائم الزاوية في E .
نعلم أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$ في النقطة E .

و بما أن المستقيم (EG) ضمن المستوى $(EFGH)$ و يقطع (AE) في E فإن :
المستقيم (AE) عمودي على المستقيم (EG) في E .
و بالتالي فإن المثلث AEG قائم الزاوية في E .

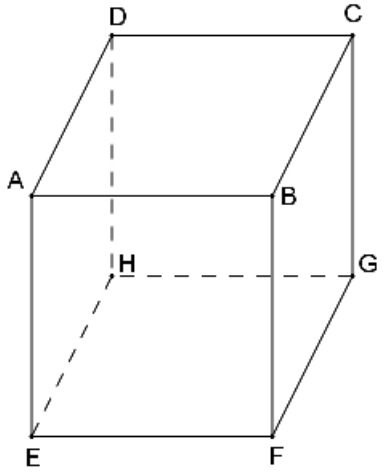
للمزيد زوروا موقع قلمي

II _ توازي مستقيم و مستوى في الفضاء :

1) – تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) موازيا للمستوى (P) إذا كان يوجد ضمن (P) مستقيما موازيا للمستقيم (D).

*/ مثال :



$ABCDEFGH$ مكعب .

لنبين أن المستقيم (AB) يوازي المستوى $(EFGH)$

لدينا :

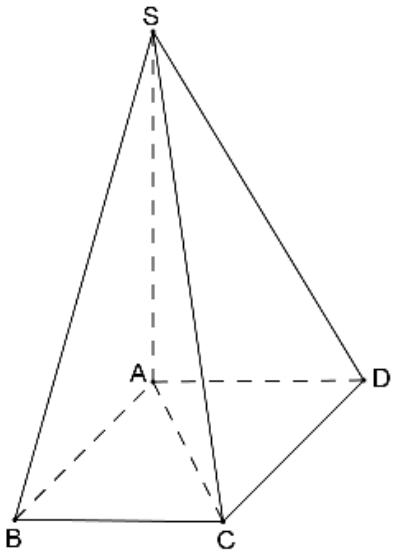
$ABFE$ مربع ، إذن فهو متوازي الأضلاع .
و منه فإن : $(EF) // (AB)$.
و بما أن : المستقيم (EF) ضمن المستوى $(EFGH)$
فإن : $(EFGH) // (AB)$.

III _ تطبيق مبرهنة فيتاغورس في الفضاء :

1) – الخاصية المباشرة :

*/ مثال :

$SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$ و ارتفاعه (SA) بحيث :
$AB = 4\,cm$ و $SA = 6\,cm$.
لنحسب : SC .



1/ حساب AC .

نعلم أن القاعدة $ABCD$ مربع .
إذن المثلث ABC قائم الزاوية في B .
و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة سيكون لدينا :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

أي :

$$\begin{aligned} AC^2 &= 4^2 + 4^2 \\ &= 16 + 16 \\ &= 32 \end{aligned}$$

و بما أن : $AC>0$ فإن : $AC=\sqrt{32}$

أي : $\boxed{AC=4\sqrt{2}\ cm}$.

2/ لنحسب SC .

نعلم أن (SA) إرتفاع الهرم $SABCD$.

إذن المستقيم (SA) عمودي على المستوى $(ABCD)$ في النقطة A .

و بما أن المستقيم (AC) يوجد ضمن المستوى $(ABCD)$ و يقطع (SA) في A فإن : $(AC)\perp(SA)$

و منه فإن المثلث SAC قائم الزاوية في A .

إذن : حسب تطبيق مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$SC^2=AS^2+AC^2$$

أي : $$SC^2=6^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2$$
$$=36+32$$
$$=68$$

و بما أن : $SC>0$ فإن : $SC=\sqrt{68}$

أي : $\boxed{SC=2\sqrt{17}}$

2) – الخاصية العكسية :

*/ مثال :

$SABC$ رباعي أوجه قاعدته المثلث ABC بحيث :

$AC=3\,cm$ و $AB=4\,cm$ و $BC=5\,cm$.

لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

لدينا : $BC^2=5^2$
$=25$

و $AB^2+AC^2=4^2+3^2$
$=16+9$
$=25$

إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$.

و حسب تطبيق مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن : المثلث ABC قائم الزاوية في A .

للمزيد زوروا موقع قلمي

IV _ المساحات و الحجوم :

/* P_B = محيط القاعدة /* S_B = مساحة القاعدة

/* S_L = المساحة الجانبية /* S_T = المساحة الكلية

المجسم	المساحة الجانبية	المساحة الكلية	الحجم
موشور قائم إرتفاعه h	$S_L = P_B \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$	$V = S_B \times h$
أسطوانة قائمة شعاعها R و ارتفاعها h	$S_L = P_B \times h$ أي $S_L = 2R\pi \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$ أي $S_T = (2R\pi \times h) + 2(R^2\pi)$	$V = S_B \times h$ أي $V = (R^2\pi) \times h$
هرم إرتفاعه h	مجموع مساحات الأوجه الجانبية	$S_T = S_L + S_B$	$V = \frac{1}{3} S_B \times h$

V _ التكبير و التصغير :

قاعدة :

عند تكبير أو تصغير مجسم بنسبة k فإن :
الأطوال تضرب في العدد k.
و المساحات تضرب في العدد k^2.
و الحجوم تضرب في العدد k^3.

ملاحظة هامة :

إذا كانت k هي نسبة التكبير، فإن نسبة التصغير هي $\frac{1}{k}$