

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين



للمزيد زوروا موقع قلمي

I _ نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

1) – تعريف :

a و a' و b و b' و c و c' أعداد حقيقية غير منعدمة .

كل كتابة على شكـل : $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين هما العددان الحقيقيان x و y.

2) – مثال :

نعتبر النظمة الآتية : $\begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ x+2y-3=0 \end{cases}$.

II _ حـل النظمة :

1) – تعاريف :

* / حـل نظمة هو تحديد الأزواج $(x;y)$ التي تحقق معادلتي هذه النظمة .

* / حـل نظمة ينقسم إلى قسمين :

-- الحـل الجبري ، و هو نوعان : طريقة التعويض و طريقة التآلفية الخطية .

-- الحـل المبياني .

2) – أمثلة :

أ) -- الحـل الجبري لنظمة معادلتين :

* / طريقة التعويض : لنحـل النظمة : $(E):\ (1)\ \begin{cases} 2x+y=11 \\ (2)\ x+3y=18 \end{cases}$

في المعادلة (1) نحسب y بدلالة x . إذن : $y=11-2x$.

في المعادلة (2) نعوض y بالقيمة $11-2x$ ثم نحسب x. إذن :

$$x+3(11-2x)=18$$
$$x+33-6x=18$$
$$x-6x=18-33$$
$$-5x=-15$$
$$x=\frac{-15}{-5}$$
$$x=3$$

للمزيد زوروا موقع قلمي

و منه فإن :

y	11	2	3
	11	6	
	5		

و بالتالي الزوج $(3;5)$ هو حـل هذه النظمة (E) .

* / طريقة التآلفية الخطية : لنحـل النظمة : $(F):\begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases}2x+3y=5\\5x+6y=14\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد -2 نحصل على النظمة : $\begin{cases}-4x-6y=-10\\5x+6y=14\end{cases}$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$\begin{aligned}-4x-6y+5x+6y&=-10+14\\-4x+5x-6y+6y&=4\\x&=4\end{aligned}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد -2 نحصل على النظمة :

$$\begin{cases}10x+15y=25\\-10x-12y=-28\end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$\begin{aligned}10x+15y-10x-12y&=25-28\\10x-10x+15y-12y&=-3\\3y&=-3\\y&=\frac{-3}{3}\\y&=-1\end{aligned}$$

و بالتالي الزوج $(4;-5)$ هو حـل النظمة (F).

ب) -- الحـل المبياني لنظمة معادلتين :

لنحـل النظمة : $(S):\begin{cases}4x-y-2=0\\2x-y+2=0\end{cases}$

ليكن (D_1) المستقيم الذي معادلته : $4x-y-2=0$.

ليكن (D_2) المستقيم الذي معادلته : $2x-y+2=0$.

للمزيد زوروا موقع قلمي

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين (D_1) و (D_2).

لدينا : $\begin{cases}(D_1): y = 4x - 2\\(D_2): y = 2x + 2\end{cases}$

نلاحظ أن المستقيمين (D_1) و (D_2) ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متقاطعان .

و بالتالي للنظمة حـلا وحيدا هو زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) .

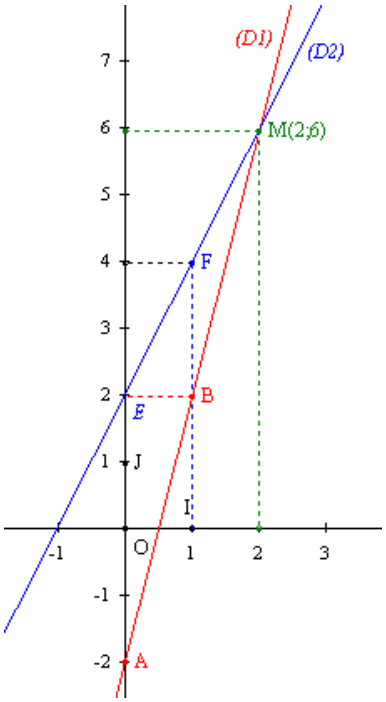
لتكن $M(x_M ; y_M)$ نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2). لنحدد زوج إحداثيتي M .

نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لننشئ المستقيمين (D_1) و (D_2).

	(D_1)	
x	0	1
y	-2	2
$M(x;y)$	$A(0;-2)$	$B(1;2)$

	(D_2)	
x	0	1
y	2	4
$M(x;y)$	$E(0;2)$	$F(1;4)$



نلاحظ من خلال المبيان أن : $M(2;6)$

و بالتالي الزوج $(2;6)$ هو حـل النظمة (S) .

* / ملاحظــة هامة :

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان قطعا و أن النظمة ليس لها حـل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الأرتوب عند الأصل نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهاية من الأزواج حلول للنظمة .

1) – قاعدة :

لحـل مسألة نتبع المراحل التالية :
-- اختيار المجهولين .
-- صياغة النظمة .
-- حـل النظمة (جبريا).
-- التحقق من الحـل .
-- الرجوع إلى المسألة .

2) – مثـال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا (أساتذة و تلاميذ)، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 320 درهما .
إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 30 درهم و أن كل تلميذ ساهم ب 10 دراهم، فما هو إذن عدد الأساتذة و ما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

1) – اختيار المجهولين :

ليكن x هو عدد التلاميذ المساهمين و y هو عدد الأساتذة المساهمين .

2) – صياغة النظمة :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلا ميذ ، إذن : $x+y=20$.

ساهم كل أستاذ ب 30 درهم و ساهم كل تلميذ ب 10 دراهم بحيث مطجموع كمساهماتهم يساوي 320 درهما ، إذن : $10x+30y=320$.

إذن النظمة هي : $\begin{cases} x+y=20 \\ 10x+30y=320 \end{cases}$.

3) – حـل النظمة :

باتباع إحدى الطريقتين المذكرتين أعلاه نحصل على : $x=14$ و $y=6$.

4) – التحقق من الحـل :

لدينا : $14+6=20$ و $10\times 14+30\times 6=140+180=320$.

إذن الزوج $(14;6)$ هو حـل النظمة أعلاه .

5) – الرجوع إلى المسألـة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .