# 4 الدالة الخطية والدالة التآلفية

## سلسلة رقم 7

## شوط

النادي الرياضي العلمي

عبد اللطيف

**تمرين ①:**

1) – $f$ دالة خطية بحيث : $f(x)=\frac{2}{3}x$.

أ) -- أحسب : $f(3)$ و $f(-1)$.

ب) -- حدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة $f$.

ج) -- نعتبر $(\Delta)$ تمثيل البياني للدالة $f$.

أثبت أن $(\Delta)$ يمر من النقطة $A(6;4)$.

2) – لتكن $g$ دالة تآلفية معرفة كما يلي : $g(x)=x+2$.

أ) -- حدد صورة كل من 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة $g$.

ب) -- حدد العدد الذي صورته 7 – بالدالة $g$.

ج) -- نعتبر $(D)$ تمثيل البياني للدالة $g$. تحقق من أن : $B(-5;-3)\in(D)$.

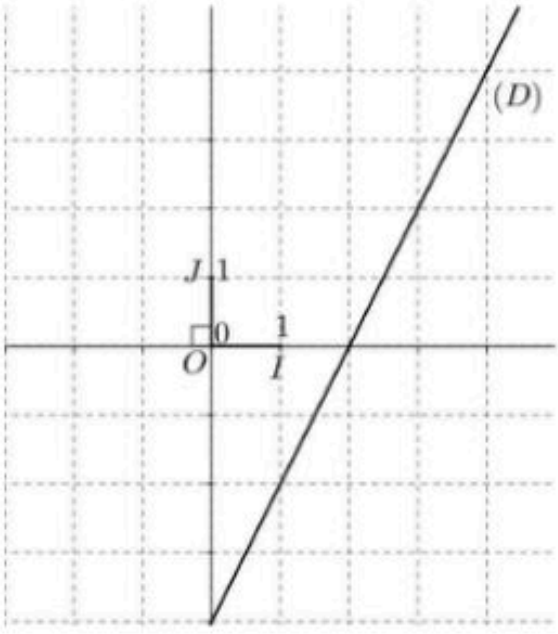
3) – أ) -- أنشئ $(D)$ و $(\Delta)$ في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O;I;J)$.

ب) -- حدد بيانيا ثم جبريا إحداثيتي $E$ نقطة تقاطع $(D)$ و $(\Delta)$.

**تمرين ②:**

نعتبر $(D)$ التمثيل البياني لدالة تآلفية $f$.

(أنظر الشكل جانبه)




1) – أثبت أن : $f(x)=2x-4$.

2) – حل جبريا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

3) – حل بيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

**تمرين ③ :**

1) – نعتبر $f$ دالة تألفية بحيث : $f(x)=-3x+2$ .

أ) -- أحسب : $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ و $f(0)$ .

ب) -- حدد العدد الحقيقي $a$ إذا علمت أن : $f(3a)+4a=f(a-2)$ .

2) – لتكن $g$ دالة بحيث : $g(x)=f(2x-1)-5$ .

بين أن $g$ دالة خطية محددا معاملها .

**تمرين ④ :**

1) – $f$ دالة خطية بحيث تمثيلها البياني $(\Delta)$ يمر من النقطة $A(1;-2)$ .

أ) -- بين أن : $f(x)=-2x$ .

ب) -- أثبت أن : $f(3)+f(x)=f(3+x)$ .

ج) -- أثبت أن : $f\left(\sqrt{2}\,x\right)=\sqrt{2}f(x)$ .

2) – نعتبر $g$ دالة تألفية بحيث : معاملها هو 2 و $g(-1)=2$ .

أ) -- بدون تحديد $g(x)$ ، أحسب : $g(4)-g(2)$ .

ب) -- عبر عن $g(x)$ بدلالة $x$ .

ج) -- نعتبر $(D)$ التمثيل البياني للدالة $g$ . حدد إحداثيي $E$ تقاطع $(D)$ و محور الفواصل

د) -- حدد العدد الحقيقي $k$ ، علما أن : $F(-k;5+k)\in(D)$ .

3) – أنشئ $(D)$ و $(\Delta)$ في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O;I;J)$ .

4) – أ) -- حدد حبريا حل المعادلة : $f(x)=g(x)$ .

ب) -- حدد بيانيا حل المعادلة : $f(x)=g(x)$ .

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

**تمرين ⑤ :**

$f$ دالة تألفية بحيث تمثيلها البياني $(D)$ يمر من النقطتين : $A(4;3)$ و $B(2;4)$

و $g$ دالة خطية تمثيلها البياني $(\Delta)$ و معرفة كما يلي : $g(x)=2x$ .

1) – حدد معامل الدالة $f$ .

2) – استنتج أن : $f(x)=-\frac{1}{2}x+5$ .

3) – حدد العدد الحقيقي $a$ بحيث : $E\left(\frac{5}{2}a\;;\;4\right)\in(\Delta)$ .

4) – حدد جبريا إحداثيي $F$ تقاطع $(D)$ و محور التراتيب

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

# 4 الدالة الخطية والدالة التآلفية

## حلول السلسلة رقم 7

متوسط

### تمرين ①:

1) أ- حساب : $f(3)$ و $f(-1)$ :

لدينا : $f(3)=\frac{2}{3}\times 3=2$ و $f(-1)=\frac{2}{3}\times(-1)=\frac{-2}{3}$.

ب) -- لنحدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة $f$.

لدينا $f(x)=\frac{1}{5}$ يعني أن : $\frac{2}{3}x=\frac{1}{5}$ و منه فإن : $10x=3$ و بالتالي فإن : $x=\frac{10}{3}$

إذن : العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة $f$ هو $\frac{10}{3}$.

ج) -- لنثبت أن $(\Delta)$ يمر من $A(6;4)$ :

لدينا : $f(x_A)=\frac{2}{3}\times x_A=\frac{2}{3}\times 6=\frac{12}{3}=4$

و بما أن $y_A=4$ فإن : $f(x_A)=y_A$ و بالتالي فإن : $A(6;4)\in(\Delta)$ أي أن $(\Delta)$ يمر من النقطة $A(6;4)$.

2) أ- -- لنحدد صورة 5 و $\frac{-1}{2}$ بالدالة $g$.

لدينا : $g(5)=5+2=7$ ، إذن : $\boxed{g(5)=7}$.

و لدينا : $g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-1}{2}+2=\frac{-1+4}{2}=\frac{3}{2}$ ، إذن : $\boxed{g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{3}{2}}$.

ب)-- لنحدد العدد الذي صورته $-7$ بالدالة $g$.

لدينا : $g(x)=-7$ يعني أن : $x+2=-7$ ، و منه فإن : $x=-7-2$ أي : $\boxed{x=-9}$

إذن العدد الذي صورته $-7$ بالدالة $g$ هو $-9$.

ج) -- لنتحقق من أن : $B(-5;-3)$ تنتمي إلى $(D)$ التمثيل البياني للدالة $g$.

لدينا : $f(-5)=-5+2$ ، و منه فإن : $f(-5)=-3$.

و بما أن : $B(-5;-3)$ فإن : $B(-5;-3)\in(D)$.

3) أ- -- لننشئ $(D)$ و $(\Delta)$ في نفس المعلم $(O;I;J)$.

نعتبر الجدولين الآتيين :

| $x$ | $-5$ | $1$ |
|---|---|---|
| $g(x)$ | | |
| $M(x;f(x))$ | $E(-5;-3)$ | $F(1;3)$ |

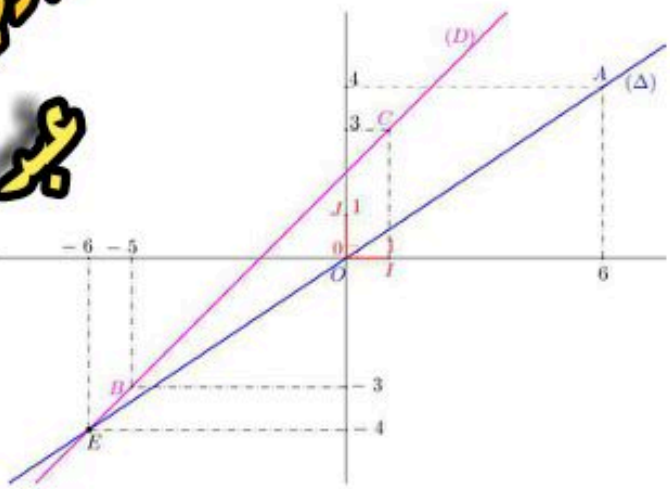
| $x$ | $6$ |
|---|---|
| $g(x)$ | $4$ |
| $M(x;f(x))$ | $A(6;4)$ |

الهادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

إذن : $(D)=(BC)$ و $(\Delta)=(OA)$ ل




ب) -- لنحدد بيانيا إحداثيتي $E$ تقاطع $(D)$ و $(\Delta)$.

لدينا من خلال الشكل : $E(-6;-4)$.

ج) -- لنحدد جبريا إحداثيتي $E$

لدينا : $E$ تقاطع $(D)$ و $(\Delta)$ يعني أن : $f(x_E)=g(x_E)$.

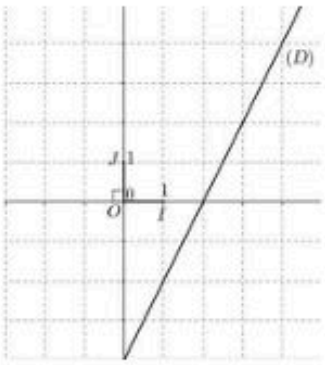
و منه فإن : $\frac{2}{3}x_E=x_E+2$ تكافئ على التوالي :

$$\frac{2}{3}x_E=\frac{3x_E+6}{3}$$
$$2x_E=3x_E+6$$
$$2x_E-3x_E=6$$
$$-x_E=6$$
$$x_E=-6$$

و منه فإن : $g(-6)=-6+2=-4$ . و بالتالي فإن : $E(-6;-4)$.

---

## تمرين ② :




1) -لنثبت أن : $f(x)=2x-4$.

لدينا من خلال الشكل : و $\left.\begin{matrix}f(3)=2\\f(1)=-2\end{matrix}\right\}$

و بما أن $f$ دالة تآلفية فإن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax+b$.

•/ لنحدد $a$ :

لدينا : $a=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{2+2}{2}=\frac{4}{2}=2$.

إذن : $f(x)=2x+b$.

•/ لنحدد $b$ :

لدينا : $\left.\begin{matrix}f(3)=2\times3+b\\f(3)=2\end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $2\times3+b=2$ ، أي : $6+b=2$.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

إذن : $b=2-6$ أي : $b=-4$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=2x-4}$ .

2) – لنحل جبريا المتراجحة : $f(x)\geq 2$ .

لدينا : $f(x)\geq 2$ تكافئ على التوالي :

$2x-4\geq 2$

$2x\geq 2+4$

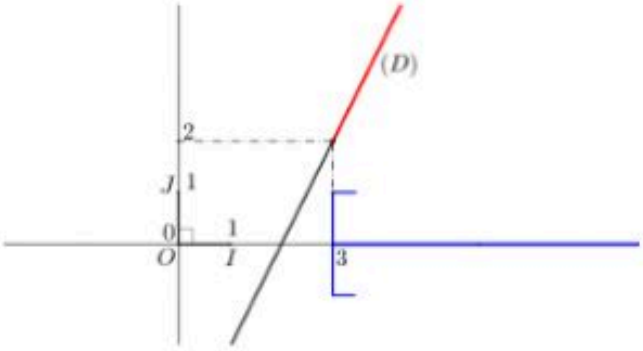
$2x\geq 6$

$x\geq \frac{6}{2}$

$x\geq 3$

إذن : جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 3 حلول هذه المتراجحة.

3) – لنحل بيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 2$ . ( انظر الشكل ).




فواصل النقط التي تنتمي إلى الجزء الملون بالأحمر من المستقيم $(D)$ هي حلول هذه المتراجحة.

و هي الملونة باللون الأزرق

## تمرين ③ :

1) – أ) – حساب : $f\left(\frac{-2}{3}\right)$ و $f(0)$ :

لدينا : $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right)=-3\times\frac{-2}{3}+2 = 2+2=4 \\ f(0)=-3\times 0+2=0+2=2 \end{array}\right\}$ و

إذن : $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right)=4 \\ f(0) = 2 \end{array}\right\}$ و .

ب) – لنحدد العدد $a$ :

لدينا : $f(3a)+4a=f(a-2)$ يعني أن : $-3\times 3a+2+4a=-3(a-2)$

أي : $-9a+4a=-3a+6$ و منه فإن : $-9a+4a+3a=6$

$-2a=6$

$a=\frac{6}{-2}$

$\boxed{a=-3}$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

2) -لنبين أن $g$ دالة خطية :

لدينا : $g(x)=f(2x-1)-5$ يعني أن : $g(x)=-3(2x-1)+2-5$

$g(x)=-6x+3+2-5$

$\boxed{g(x)=-6x}$

و بالتالي فإن : $g$ دالة خطية معاملها هو $-6$.

## تمرين ④ :

1) -أ- لنبين أن : $f(x)=-2x$ .

لدينا : $f$ دالة خطية. إذن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax$ .

*/ لنحدد $a$ :

لدينا : $a=\dfrac{f(x)}{x}$ و $x\neq 0$ .

و بما أن : النقطة $A(1;-2)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة $f$ فإن : $f(1)=-2$ .

و منه فإن : $a=\dfrac{f(1)}{1}=\dfrac{-2}{1}=-2$ . و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=-2x}$ .

ب) -لنثبت أن : $f(3)+f(x)=f(3+x)$ .

لدينا : $\left.\begin{matrix}f(3)=-2\times 3\\ f(x)=-2\times x\end{matrix}\right\}$ و إذن : $f(3)+f(x)=-2\times 3+(-2)\times x$ ، (نعمل بـ $-2$)

و منه فإن : $f(3)+f(x)=-2(3+x)$

و بما أن : $f(3+x)=-2(3+x)$ فإن : $\boxed{f(3)+f(x)=f(3+x)}$ .

ج) -لنثبت أن : $f\left(\sqrt{2}\,x\right)=\sqrt{2}\,f(x)$ .

لدينا : $f\left(\sqrt{2}\,x\right)=-2\sqrt{2}\,x$

$=\sqrt{2}\times(-2x)$

و بما أن : $f(x)=-2x$ فإن : $\boxed{f\left(\sqrt{2}\,x\right)=\sqrt{2}\,f(x)}$ .

2) -أ- لنحسب : $g(4)-g(2)$ .

لدينا $g$ دالة تآلفية معاملها 2 .

إذن : $\dfrac{g(x)-g(x')}{x-x'}=2$ و $x\neq x'$ .

و منه فإن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{4-2}=2$ يعني أن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{2}=2$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{g(4)-g(2)=4}$ .

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

ب) -- لنعبر عن $g(x)$ بدلالة $x$ :

لدينا $g$ دالة تآلفية معاملها 2 .

إذن : $g(x)$ على شكل : $g(x)=2x+b$ .

•/ لنحدد $b$ :

لدينا : $\begin{cases} g(-1)=2\times 1+b \\ g(-1)=2 \end{cases}$ ،

إذن : $2\times 1+b=2$ ، أي : $-2+b=2$ و منه فإن : $b=2+2=4$ .

و بالتالي فإن : $\boxed{g(x)=2x+4}$ .

ج) -- لنحدد إحداثيتي $E$ :

لدينا $E$ تقاطع المستقيم $(D)$ و محور الفواصل يعني أن : $\left.\begin{matrix} E\in(D) \\ E\in(OI) \end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $\left.\begin{matrix} E(x_E\,;g(x_E)) \\ g(x_E)=0 \end{matrix}\right\}$ و

إذن : $\left.\begin{matrix} E(x_E\,;0) \\ g(x_E)=0 \end{matrix}\right\}$ و

$g(x_E)=0$ يعني أن : $2x_E+5=0$

$2x_E=-5$

$x_E=\dfrac{-5}{2}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\dfrac{-5}{2}\,;0\right)}$ .

الفارس الرياضي العلمي
عبد اللطيف

د) -- لنحدد $k$ :

لدينا : $F(-k\,;5+k)\in(D)$ بحيث : $(D)$ التمثيل البياني للدالة $g$ .

إذن : $g(-k)=5+k$ ، أي : $2\times(-k)+4=5+k$

$-2k-k=5-4$

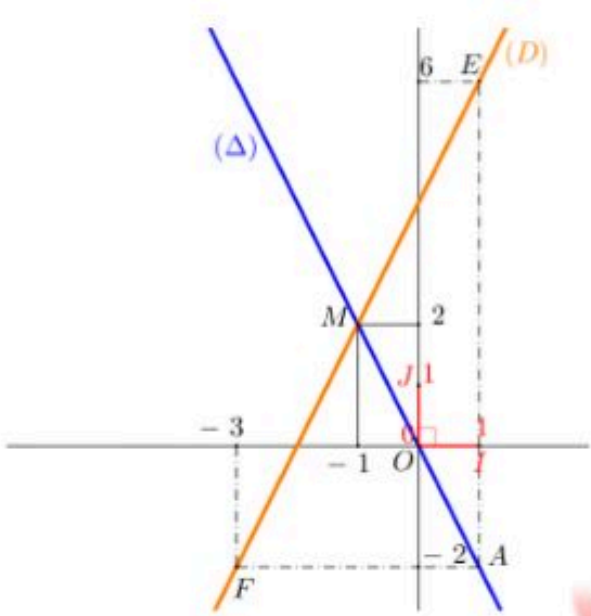
$-3k=1$

$k=\dfrac{-1}{3}$

و بالتالي فإن : $\boxed{k=\dfrac{-1}{3}}$ .

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

3) -إنشاء $(D)$ و $(\Delta)$ في نفس المعلم : ( الشكل جانبه ) .




| $x$ | 1 |
|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ |
| $M(x;f(x))$ | $A(1;-2)$ |

| $x$ | 1 | $-3$ |
|---|---|---|
| $g(x)$ | 6 | $-2$ |
| $M(x;g(x))$ | $E(1;6)$ | $F(-3;-2)$ |

لدينا إذن : $(\Delta)=(OA)$ و $(D)=(EF)$ .

4) -أ) -- لنحل جبريا المعادله : $f(x)=g(x)$ .

$f(x)=g(x)$ تكافئ على التوالي :

$$-2x=2x+4$$
$$-2x-2x=4$$
$$-4x=4$$
$$x=\frac{4}{-4}$$
$$x=-1$$

إذن حل هذه المعادله هو : $-1$ .

ب) -- لنحل **بيانيا** المعادله : $f(x)=g(x)$ .

الحل البياني لهذه المعادلة هو فواصل نقطة تقاطع $(D)$ و $(\Delta)$.

لتكن $M$ تقاطع $(D)$ و $(\Delta)$.

لدينا من خلال الشكل : $M(-1;2)$ .

إذن : $-1$ هو حل هذه المعادلة.

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

## ⊛ تمرين ⑤ :

1) -لنحدد معامل $f$ :

لدينا $f$ دالة تألفيه يعني أن : $m=\frac{f(x')-f(x)}{x'-x}$ و $x'\neq x$ .

و بما أن : $\left.\begin{matrix}A(4;3)\in(D)\\B(2;4)\in(D)\end{matrix}\right\}$ و $(D)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ فإن : $\left.\begin{matrix}f(4)=3\\f(2)=4\end{matrix}\right\}$ .

و منه فإن : $m=\frac{f(4)-f(2)}{4-2}=\frac{3-4}{2}=\frac{-1}{2}$ و بالتالي فإن معامل $f$ هو : $\frac{-1}{2}$ .

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

2) -لنستنتج أن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+5$ .

لدينا $f$ دالة تآلفية معاملها $\frac{-1}{2}$ .

إذن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+b$ .

•/ لنحدد $b$ :

لدينا : $\left.\begin{matrix} f(4)=3 \\ f(4)=\frac{-1}{2}\times 4+b \end{matrix}\right\}$ و

يعني أن : $\frac{-1}{2}\times 4+b=3$

$-2+b=3$

$b=3+2$

$b=5$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=\frac{-1}{2}x+5}$ .

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

3) -لنحدد العدد الحقيقي $a$ :

لدينا : $E\left(\frac{5}{2}a;4\right)\in(\Delta)$ بحيث : $(\Delta)$ التمثيل البياني للدالة $g$ و $g(x)=2x$ .

إذن : $\left.\begin{matrix} g\left(\frac{5}{2}a\right)=4 \\ g\left(\frac{5}{2}a\right)=2\times\frac{5}{2}a \end{matrix}\right\}$

يعني أن : $2\times\frac{5}{2}a=4$

$5a=4$

إذن : $\boxed{a=\frac{4}{5}}$

4) -لنحدد جبريا إحداثيتي $F$ :

لدينا : $F$ تقاطع $(D)$ و محور التراتيب يعني أن : $\left.\begin{matrix} F\in(D) \\ F\in(OJ) \end{matrix}\right\}$ ، و منه فإن : $\left.\begin{matrix} F\left(x_F;f(x_F)\right) \\ x_F=0 \end{matrix}\right\}$ و .

إذن : $F(0;f(0))$ .

و بما أن : $f(0)=\frac{-1}{2}\times 0+5=0+5=5$ فإن : $\boxed{F(0;5)}$

دمتم في رعاية الله و حفظه

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر