الدرس 1

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

من الحيـــاة اليوميـــة

ولد معاذ في 29 فيفري 2004. في عام 2016 ، احتفل بعيد ميلاده بحفاوة وفرح منقطعي النظير ... لأن هذا لا يحدث كل عام !



تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400.



الأستاذ: عبد الحفيظي عادل

قلم الجزائر - WWW.DZPEN.COM

1 الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني و المستقلةً عن كل تجربة ،
متوافقة بهذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879 - 1955)

أتـــذكـــر الـــدرس...

قابلية القسمة

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: ..... $= a$

1 أنجز القسمات الإقليدية التالية:

a) 523 على 7 **b)** 535 على 12 **c)** 1283 على 59

a)

5	2	3	7
.....	.....	.....	.....
.....			

اذن ..... + ... $= 523$

b)

5	3	5	1	2
.....	.....	.....	.....	.....
.....				

اذن .....

c)

1	2	8	3	5	9
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....				

اذن .....

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا" .

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413	.....	.....	.....	.....	.....
540	.....	.....	.....	.....	.....
7834	.....	.....	.....	.....	.....
2175	.....	.....	.....	.....	.....
81316	.....	.....	.....	.....	.....

3 أكمل المساويات التالية:

a) $56 = 1$	**b)** $42 = 1$ .....
$56 = 2$	$42 = 2$ .....
$56 = 4$	$42 = 3$ .....
$56 = 7$	$42 = 6$ .....

قواسم العدد 42 هي: .....

قواسم العدد 56 هي: .....

القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي: .....

4 1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

a) 48 **b)** 63 **c)** 75 **d)** 59 **e)** 51

a) قواسم العدد 48 هي: .....

b) قواسم العدد 63 هي: .....

c) قواسم العدد 75 هي: .....

d) قواسم العدد 59 هي: .....

e) قواسم العدد 51 هي: .....

5 نسمي عددا أوليا كلُّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين (1 والعدد نفسه) . لكل من الأعداد التالية ، برّرما إذا كان أوليّا أم لا .

a) 77 **b)** 31 **c)** 19 **d)** 91

a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

أتـــذكـــر الـــدرس...

مفهوم الـ PGCD

a و b عددان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $PGCD(a;b)$ إلى ..... للعددين a و b .

نقول عن عددان طبيعيان غير معدومان أنهما **أوليان فيما بينهما** عندما .....

6 أكمل مايلي:

1) قواسم العدد 24 هي: .....

قواسم العدد 36 هي: .....

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: .....

اذن .....= PGCD (24 ; 36)

2) قواسم العدد 80 هي: .....

.....

قواسم العدد 105 هي: .....

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: .....

اذن .....= PGCD (80 ; 105)

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

1) PGCD (54 ; 49)

.....

.....

.....

.....

2) PGCD (91 ; 65)

.....

.....

.....

.....

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

الباقي	القاسم	المقسوم
112	322	1078
.....	112	322
.....	.....	.....
.....	.....	.....

PGCD(1078 ; 322) = PGCD (322 ; 112)

= PGCD (.....)

= PGCD (.....)

= .....

9 حدّد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

.....

.....

10 **1)** هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

.....

.....

.....

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما .

2) برّر ، دون حساب ، أنَّ العددان 965 وَ 7 610 ليسا أوليان فيما بينهما .

.....

.....

.....

.....

11 **1)** هل العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

.....

.....

.....

2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

.....

.....

.....

.....

أتـــــذكـــر الـــدرس...

الكسر غير القابل للإختزال

- إذا كان بسطُ و مقامُ كسر عددان أوليان فيما بينهما ، نقول أنَّ هذا الكسر .....
- إذا قسمنا بسطَ و مقامَ كسر على ..... ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div .....}{36 \div .....} = ...$

b) $\frac{48}{72} = ...$

c) $\frac{77}{121} = ...$

d) $\frac{92}{115} = ...$

e) $\frac{78}{42} = ...$

f) $\frac{225}{175} = ...$

13 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و231

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{264}{231} = ...$

14 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و935

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

.....

.....

2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{680}{935} = ...$

15 قرَّر جامع طوابع بريدية توزيع جزء مما بحوزته ،
وهي 3283 طابع فرنسي وَ 2144 طابع أجنبي.
لهذا الغرض ، يودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية.
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل.

حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،
مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.

تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا .

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 وَ 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 وَ 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 وَ 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و217 فتى في فرق مختلطة. عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق. وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن. لذا . . .	هناك 31 فتاة في كلّ فريق.	هناك 7 فتيان بكل فريق.	هناك 16 لاعب في كل فريق.	هناك 31 فريق.

1 الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني و المستقلّة عن كل تجربة ،
متوافقة بهذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879 - 1955)

أتـــذكـــر الـــدرس...

قابلية القسمة

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: $a = n \times b$

1 أنجز القسمات الإقليدية التالية:

a) 7 على 523 b) 12 على 535 c) 59 على 1283

a)

5	2	3	7
3	3	7	4
5			

اذن $523 = 7 \times 74 + 5$

b)

5	3	5	1	2
5	5	4	4	
7				

اذن $535 = 12 \times 44 + 7$

c)

1	2	8	3	5	9
1	0	3	2	1	
4	4				

اذن $1283 = 59 \times 21 + 44$

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا" .

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413	لا	لا	لا	لا	لا
540	نعم	نعم	نعم	نعم	نعم
7834	نعم	لا	لا	لا	لا
2175	لا	نعم	لا	نعم	لا
81316	نعم	لا	نعم	لا	لا

3 أكمل المساويات التالية:

a) $56 = 1 \times 56$
$56 = 2 \times 28$
$56 = 4 \times 14$
$56 = 7 \times 8$

b) $42 = 1 \times 42$
$42 = 2 \times 21$
$42 = 3 \times 14$
$42 = 6 \times 7$

قواسم العدد 42 هي: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42
قواسم العدد 56 هي: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي: 1, 2, 7, 14

4 1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

a) 48 b) 63 c) 75 d) 59 e) 51

a) قواسم العدد 48 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 48
b) قواسم العدد 63 هي: 1, 3, 7, 9, 21, 63
c) قواسم العدد 75 هي: 1, 3, 5, 15, 25, 75
d) قواسم العدد 59 هي: 1, 59
e) قواسم العدد 51 هي: 1, 3, 17, 51

5 نسمي عددا أوليا كلُّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين (1 والعدد نفسه) . لكل من الأعداد التالية ، برّرما إذا كان أوليّا أم لا .

a) 77 b) 31 c) 19 d) 91

a) 77 ليس عددا أوليا ، لأنه يقبل القسمة على 11.
b) 31 عدد أولي
c) 19 عدد أولي
d) 91 ليس عددا أوليا ، لأنه يقبل القسمة على 7.

أتـــذكـــر الـــدرس...

مفهوم الـ PGCD

a و b عددان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $PGCD(a;b)$ إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

نقول عن عددان طبيعيان غير معدومان أنهما **أوليان فيما بينهما** عندما يكون قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1.

6 أكمل مايلي:

1) قواسم العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

قواسم العدد 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 12

اذن $PGCD(24;36) =$ 12

2) قواسم العدد 80 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

قواسم العدد 105 هي: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: 1, 5

اذن $PGCD(80;105) =$ 5

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

1) $PGCD(54;49)$

قواسم العدد 54 هي: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

قواسم العدد 49 هي: 1, 7, 49

القواسم المشتركة لـ 54 و 49 هي: 1

اذن $PGCD(54;49) = 1$

2) $PGCD(91;65)$

قواسم العدد 91 هي: 1, 7, 13, 91

قواسم العدد 65 هي: 1, 5, 13, 65

القواسم المشتركة لـ 91 و 65 هي: 1, 13

اذن $PGCD(91;65) = 13$

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

الباقي	القاسم	المقسوم
112	322	1078
98	112	322
14	98	112
0	14	98

$PGCD(1078;322) = PGCD(322;112)$

$= PGCD(112;98)$

$= PGCD(98;14)$

$= 14$

9 حدّد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

الباقي	القاسم	المقسوم
407	592	999
185	407	592
37	185	407
0	37	185

$PGCD(999;592) = PGCD(592;407)$

$= PGCD(407;185)$

$= PGCD(185;37)$

$= 37$

10 **1)** هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

قواسم العدد 27 هي: 1, 3, 9, 27

القواسم المشتركة لـ 32 و 27 هي: 1

اذن $PGCD(32;27) = 1$

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما.

2) برّر ، دون حساب ، أنَّ العددان 965 وَ 7 610 ليسا أوليان فيما بينهما.

العددان 965 وَ 7610 يقبلان القسمة على 5.

ومنه نستنتج أنَّ العددان 965 وَ 7610 ليسا أوليان فيما بينهما.

11 **1)** هل العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

$115 = 115 \times 1$ وَ $231 = 115 \times 2 + 1$

اذن $PGCD(231;115) = PGCD(115;1)$

العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما

2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

العددان 225 وَ 744 يقبلان القسمة على 3.

ومنه نستنتج أنَّ العددان 225 وَ 744 ليسا أوليان فيما بينهما.

أتـــذكـــر الـــدرس...

الكسر غير القابل للإختزال

- إذا كان بسطُ و مقامُ كسر عددان أوليان فيما بينهما ، نقول أنَّ هذا الكسر غير قابل للإختزال.
- إذا قسمنا بسطَ و مقامَ كسر على قاسمهما المشترك الأكبر ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div 9}{36 \div 9} = \frac{5}{4}$

b) $\frac{48}{72} = \frac{48 \div 24}{72 \div 24} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{77}{121} = \frac{77 \div 11}{121 \div 11} = \frac{7}{11}$

d) $\frac{92}{115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$

e) $\frac{78}{42} = \frac{78 \div 6}{42 \div 6} = \frac{13}{7}$

f) $\frac{225}{175} = \frac{225 \div 25}{175 \div 25} = \frac{9}{7}$

13 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و231

الباقي	القاسم	المقسوم
33	231	264
0	33	231

PGCD (264; 231) = PGCD (231 ; 33)

= 33

2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{264}{231} = \frac{264 \div 33}{231 \div 33} = \frac{8}{7}$

14 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و935

الباقي	القاسم	المقسوم
255	680	935
170	255	680
85	170	255
0	85	170

PGCD (935; 680) = PGCD (680; 255)

= PGCD (255; 170)

= PGCD (170; 85)

= 85

2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{680}{935} = \frac{680 \div 85}{935 \div 85} = \frac{8}{11}$

15 قرَّر جامع طوابع بريدية توزيع جزء مما بحوزته ،

وهي 3283 طابع فرنسي وَ 2144 طابع أجنبي.

لهذا الغرض ، يودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية.
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل.

حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،

مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة.

اختيار المجهول:

نسمي x أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها.

إعداد المعادلة:

العدد x هو عدد طبيعي ، يجب أن يكون قاسم مشترك للعددين 3283 و 2144

بالإضافة الى ذلك ، يجب أن يكون x أكبر ما يمكن.

اذن: $x = PGCD\ (3283 ; 2144)$

الحل:

الباقي	القاسم	المقسوم
1139	2144	3283
1005	1139	2144
134	1005	1139
67	134	1005
0	67	134

PGCD (3283 ; 2144) = PGCD (2144 ; 1139)

= PGCD (1139 ; 1005)

= PGCD (1005 ; 134)

= PGCD (134 ; 67)

= 67

خلاصة:

الجامع يمكن أن يشكّل 67 مجموعة.

إضافة الى ذلك ، $2144 : 67 = 32$ وَ $3283 : 67 = 49$

اذن كل مجموعة تحوي 49 طابع فرنسي وَ 32 طابع أجنبي.

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.

تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة ! يجب العثور عليهم جميعا .

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2 724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 وَ 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 وَ 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 وَ 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و217 فتى في فرق مختلطة. عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق. وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن. لذا . . .	هناك 31 فتاة في كلّ فريق.	هناك 7 فتيان بكل فريق.	هناك 16 لاعب في كل فريق.	هناك 31 فريق.





لمزيد من الأعمال تابعونا عبر الضغط على روابط الحسابات التالية:

عبد الحفيظي عادل

فيلدز في الرياضيات
Page

أعمال الأستاذ عبد الحفيظي عادل
Groupe