مستوى : ثالثة متوسط.
من تقديم : الأستاذ جيوخ العربي.

سلسلة تمارين حول خاصيّة فيثاغورس والمباشرة والعكسيّة وجيب تمام زاوية حادّة.

السنة الدراسية : 2021-2020

◄ تمرين رقم : 01 -تحقّق من فهمك-

■ ABC مثلث قائم في A. طولا ضلعيْه القائمين :
$AB = 5cm$ و $AC = 12cm$.

1. استعمل - **خاصيّة فيثاغورس المباشرة** - لحساب BC الطول الحقيقي لوتر هذا المثلث.
2. أُرسم المثلث ABC حسب مُعطيات النص، ثمّ قِسْ طول الوتر $[BC]$ كي تدعم حسابك السابق.

■ في كل من الحالتين الآتيتين، بيّن إن كان المثلث ABC قائم الزاوية أمْ لا.
في الإيجاب، أذكر الرأس القائم واشرح إجابتك :

الحالة الأولى :
$AB = 24cm$ ، $AC = 7cm$ ، $BC = 25cm$.

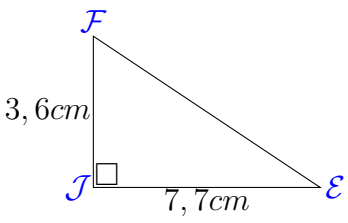
الحالة الثانيّة :
$AB = 4cm$ ، $AC = 7cm$ ، $BC = 5,75cm$.

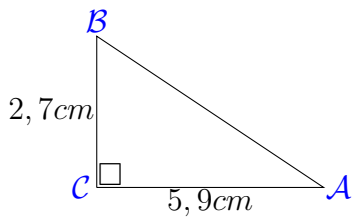
◄ تمرين رقم : 02

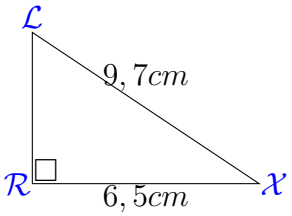
أُكتب المساواة التي تعبّر عن خاصيّة فيثاغورس في كل ممّا يأتي :
. DEF مثلث قائم في E.
. TUV مثلث قائم، وتره $[UV]$.

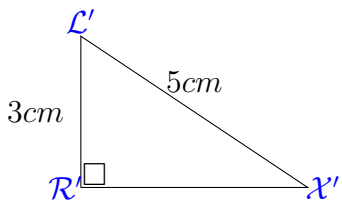
◄ تمرين رقم : 03

أُحسب طول الضلع الثالث في كل حالة من الحالات التالية :



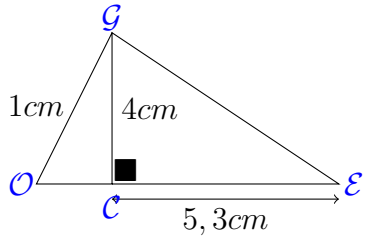






◄ تمرين رقم : 04

نعتبر الشكل المقابل :



1. أُحسب OC.
2. أُحسب GE.
3. أُحسب مساحة المثلث GEO.

◄ تمرين رقم : 05

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث :
$AB = 12cm$ و $AC = 3cm$.

1. أُرسم شكلاً يُناسب نص التمرين.
2. أُحسب الطول BC.
3. أُحسب قيس الزاوية $\widehat{B}$.
4. بطريقتين مختلفتين، أُحسب قيس الزاوية $\widehat{C}$.

◄ تمرين رقم : 06

ABC مثلث قائم الزاوية في C حيث :
$AB = 16cm$ و $AC = 8cm$.

1. أُرسم شكلاً يُناسب نص التمرين.
2. أُكتب نص خاصيّة فيثاغورس المباشرة بالنسبة للمثلث ABC باستعمال الحروف A ، B و C.
3. أُحسب الطول BC.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

قسم الحلول.

◄ حل التمرين رقم : 01

شرح المفصّل -خاصيّة فيثاغورس المباشرة والخاصيّة العكسية لفيثاغورس-

◄ حل التمرين رقم : 02

. كتابة المساواة المعبّرة عن خاصيّة فيثاغورس :

◄ الحالة الأولى : بما أنّ : $\mathcal{DEF}$ مثلث قائم في $\mathcal{E}$، إذن، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة : $\mathcal{DF}^2 = \mathcal{ED}^2 + \mathcal{EF}^2$.

◄ الحالة الثانية : بما أنّ : $\mathcal{TUV}$ مثلث قائم، وتره $[\mathcal{UV}]$، إذن، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة : $\mathcal{UV}^2 = \mathcal{TU}^2 + \mathcal{TV}^2$.

◄ حل التمرين رقم : 03

. حساب طول الضلع المفقود في كل حالة من الحالات الموالية :

◄ الحالة الأولى : لنتأمل قليلاً في الشكل، فنجد أنّ $\mathcal{ABC}$ مثلث قائم في $\mathcal{C}$. عملاً بخاصيّة فيثاغورس المباشرة :

$$\mathcal{BA}^2 = \mathcal{CA}^2 + \mathcal{CB}^2$$
$$\mathcal{BA}^2 = 5,9^2 + 2,7^2$$
$$\mathcal{BA}^2 = 34,81 + 7,29$$
$$\mathcal{BA}^2 = 42,1$$
$$\sqrt{\mathcal{BA}^2} = \mathcal{BA} = \sqrt{42,1}$$
$$\mathcal{BA} \simeq 6,49$$

وهذا يوحي لنا أنّ القيمة المقرّبة : $\mathcal{BA} \simeq 6,49cm$.

◄ الحالة الثانية : نرى مباشرة، أنّ : $\mathcal{EFJ}$ مثلث قائم في $\mathcal{J}$، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة، نجد :

$$\mathcal{FE}^2 = \mathcal{JE}^2 + \mathcal{JF}^2$$
$$\mathcal{FE}^2 = 7,7^2 + 3,6^2$$
$$\mathcal{FE}^2 = 59,29 + 12,96$$
$$\mathcal{FE}^2 = 72,25$$
$$\sqrt{\mathcal{FE}^2} = \mathcal{FE} = \sqrt{72,25}$$
$$\mathcal{FE} = 8,5$$

وأخيراً ... نجد : $\mathcal{FE} = 8,5cm$.

◄ الحالة الثالثة : بما أنّ المثلث $\mathcal{RXL}$ قائم في $\mathcal{R}$، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة، نجد :

$$\mathcal{LX}^2 = \mathcal{RX}^2 + \mathcal{RL}^2$$
$$9,7^2 = 6,5^2 + \mathcal{RL}^2$$
$$94,09 = 42,25 + \mathcal{RL}^2$$
$$94,09 - 42,25 = \mathcal{RL}^2$$
$$\mathcal{RL}^2 = 51,84$$
$$\sqrt{\mathcal{RL}^2} = \mathcal{RL} = \sqrt{51,84}$$
$$\mathcal{RL} = 7,2$$

إذن : $\mathcal{RL} = 7,2cm$.

◄ الحالة الرابعة : بما أنّ المثلث $\mathcal{R'X'L'}$ قائم في $\mathcal{R'}$، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة، نجد :

$$\mathcal{L'X'}^2 = \mathcal{R'X'}^2 + \mathcal{R'L'}^2$$
$$5^2 = \mathcal{R'X'}^2 + 3^2$$
$$25 = \mathcal{R'X'}^2 + 9$$
$$25 - 9 = \mathcal{R'X'}^2$$
$$\mathcal{R'X'}^2 = 16$$
$$\sqrt{\mathcal{R'X'}^2} = \mathcal{R'X'} = \sqrt{16}$$
$$\mathcal{R'X'} = 4$$

وهذا ما يضمن لنا : $\mathcal{R'X'} = 4cm$.

◄ حل التمرين رقم : 04

1. حساب $\mathcal{OC}$:

لنتأمل قليلاً في الشكل، فنجد أنّ $\mathcal{OCG}$ مثلث قائم في $\mathcal{C}$. عملاً بخاصيّة فيثاغورس المباشرة :

$$\mathcal{OG}^2 = \mathcal{OC}^2 + \mathcal{CG}^2$$
$$\mathcal{OC}^2 = \mathcal{OG}^2 - \mathcal{CG}^2$$
$$\mathcal{OC}^2 = 4,1^2 - 4^2$$
$$\mathcal{OC}^2 = 16,81 - 16$$
$$\mathcal{OC}^2 = 0,81$$
$$\sqrt{\mathcal{OC}} = \mathcal{OC} = \sqrt{0,81}$$
$$\mathcal{OC} = 0,9$$

وهذا يوحي لنا أنّ : $\mathcal{OC} \simeq 0,9cm$.

2. حساب $\mathcal{GE}$:

نتبّع نفس الخاصيّة السابقة.

لدينا : $\mathcal{CEG}$ مثلث قائم في $\mathcal{C}$، حسب خاصيّة فيثاغورس المباشرة، فنجد :

$$\mathcal{GE}^2 = \mathcal{CE}^2 + \mathcal{CG}^2$$
$$\mathcal{GE}^2 = 5,3^2 + 4^2$$
$$\mathcal{GE}^2 = 28,09 + 16$$
$$\mathcal{GE}^2 = 44,09$$
$$\sqrt{\mathcal{GE}^2} = \mathcal{GE} = \sqrt{44,09}$$
$$\mathcal{GE} \simeq 6,64$$

إذن، نجد : $\mathcal{GE} \simeq 6,64cm$.

3. حساب مساحة المثلث $\mathcal{GEO}$:

نذكّر بالعلاقة التالية :

مساحة المثلث = (القاعدة × الإرتفاع)÷2 .

هيا معاً -حبيبي المجتهد- لتطبيق العلاقة السابقة، من أجل حساب مساحة المثلث $\mathcal{GEO}$.

لدينا : $S_{\mathcal{GEO}} = \dfrac{\overbrace{\mathcal{OE}}^{=\mathcal{OC}+\mathcal{CE}} \times \mathcal{CG}}{2} = \dfrac{6,2 \times 4}{2} = 12,4$.

وأخيراً ... نجد أنّ مساحة المثلث $\mathcal{GEO}$ تُعْطى على النحو التالي :

$S_{\mathcal{GEO}} = 12,4cm^2$.

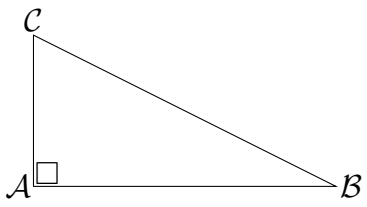
قبل تطرق إلى حل هذا التمرين الذي بين أيدينا، سنعرج قليلاً على مفهوم جيب تمام زاوية حادّة وما الهدف منه؟.

كل هذا ستجدونه عبر الرابط الموالي :

شرح المفصّل - جيب تمام زاوية حادّة -

◄ حل التمرين رقم : 05

1. رسم شكلاً يُناسب نص التمرين :



2. حساب الطول $\mathcal{BC}$:

♢ بما أنّ : $\mathcal{ABC}$ مثلث قائم في $\mathcal{A}$، حسب خاصيّة فيثاغورس،

$$\mathcal{BC}^2 = \mathcal{AB}^2 + \mathcal{AC}^2$$

نجد :

$$\mathcal{BC}^2 = 12^2 + 3^2$$
$$\mathcal{BC}^2 = 144 + 9$$
$$\mathcal{BC}^2 = 153$$
$$\sqrt{\mathcal{BC}^2} = \mathcal{BC} = \sqrt{153}$$
$$\mathcal{BC} \simeq 12,37$$

إذن : $\mathcal{BC} = \sqrt{153} \simeq 12,37cm$.

3. حساب قيس الزاوية $\widehat{\mathcal{B}}$:

بما أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم في $\mathcal{A}$. ونعلم أيضاً :

جيب تمام زاوية حادّة = طول الضلع المجاور ÷ طول الوتـر.

بمعنى آخر :

$$cos\widehat{\mathcal{B}} = \frac{\mathcal{AB}}{\mathcal{BC}}$$
$$cos\widehat{\mathcal{B}} = \frac{12}{\sqrt{153}}$$
$$cos\widehat{\mathcal{B}} = 0,9701425$$

باستعمال الآلة الحاسبة (**عزيزي الحاذق تأكد بأنّ الآلة الحاسبة الخاصّة بك على DEG**).

الآن، نجد : $\mathcal{B} \simeq 14,04°$.

4. بطريقتين مختلفتين، حساب قيس الزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$:

◄ طريقة أولى :

تذكير مهم : سبق لك أن لاحظت أنّ : " مجموع أقياس الزوايا الداخلية لمثلث هو $180°$ ".

وعليه : $\widehat{\mathcal{A}} + \widehat{\mathcal{B}} + \widehat{\mathcal{C}} = 180°$ وبالتالي : $\widehat{\mathcal{C}} = 180° - \widehat{\mathcal{A}} - \widehat{\mathcal{B}}$

حسب ما فات، نجد أنّ :

$\widehat{\mathcal{C}} = 180° - 90° - 14,04° = 75,96°$.

وأخيراً ... نجد : $\widehat{\mathcal{C}} = 75,96°$.

◄ طريقة ثانية :

بما أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم الزاوية في $\mathcal{A}$، وعليه :

$$cos\widehat{\mathcal{C}} = \frac{\mathcal{AC}}{\mathcal{BC}}$$
$$cos\widehat{\mathcal{C}} = \frac{3}{\sqrt{153}}$$
$$cos\widehat{\mathcal{C}} \simeq 0,242535625$$

باستعمال الآلة الحاسبة، نجد القيمة التقريبية للزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$.

$\widehat{\mathcal{C}} = 75,96°$.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر