

حسب الطبعة 2013 للكتاب

التمرين 27

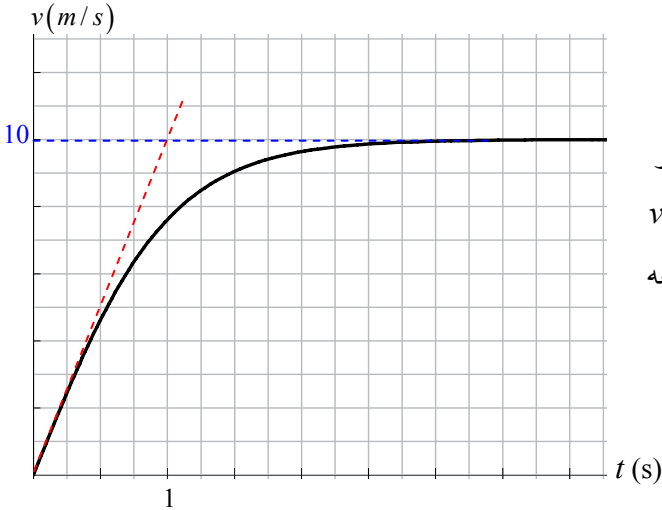
1 - الشكل المعطى في الكتاب يوافق دافعة أرخميدس مهمة وقوة الاحتكاك $f = kv^2$.في المجال الزمني $[0 ; 2,75 \text{ s}]$: النظام الانتقاليمن أجل $t > 2,75 \text{ s}$: النظام الدائم

2 - أ) السرعة الحدية : نرسم الخط المقارب الأفقي للبيان فيقطع محور

السرعة في القيمة 10 m/s ، ومنه السرعة الحدية هي $v_l = 10 \text{ m/s}$

ب) الزمن المميز : نرسم المماس للبيان في المبدأ ونحدد فاصلة تقاطعه

مع الخط المقارب .

من البيان $\tau = 1 \text{ s}$ 

التمرين 28

1 - ثقل الجسم : $P = mg$ (1)كتلة الجسم $m = \rho V = 8,9 \times 5 = 44,5 \text{ g}$ ، وبالتعويض في (1) : $P = 44,5 \times 10^{-3} \times 10 = 0,445 \text{ N}$ 2 - دافعة أرخميدس في الماء هي ثقل الماء الذي أزاحه الجسم : $\Pi = \rho'_{\text{eau}} V g = 1 \times 5 \times 10^{-3} \times 10 = 0,05 \text{ N}$ 3 - دافعة أرخميدس في الهواء هي ثقل الهواء الذي أزاحه الجسم : $\Pi = \rho'_{\text{air}} V g = 1,3 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-3} \times 10 = 6,5 \times 10^{-5} \text{ N}$

التمرين 29

تتحرك الجملة بسرعة ثابتة ، إذن حركتها منتظمة .

1 - بالنسبة للمظلي : يخضع إلى قوتين هما : ثقله $\vec{P}$ وتوترات الحبال التي تشده للمظلة والتي تكافئ قوة واحدة $\vec{T}$ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة المظلي : $\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$ ($a = 0$) .بإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضَّح في الشكل : $P - T = 0$ ، ومنه :

$$T = P = mg = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$$

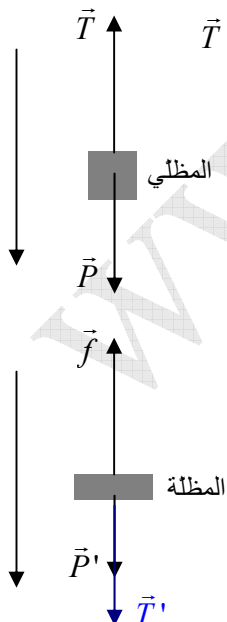
2 - بالنسبة للمظلة : تخضع المظلة لقوة ثقلها $\vec{P}'$ ومقاومة الهواء $\vec{f}$ وتوتر الحبال $\vec{T}'$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة المظلة :

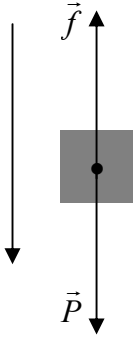
$$(\vec{P}' + \vec{T}' + \vec{f} = m' \vec{a}) \quad (a = 0)$$

بإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضَّح في الشكل : $P' + T' - f = 0$ ،ولدينا $T = T'$ (إهمال كتلة الحبال) ، ومنه :

$$f = P' + T' = P' + T = 7 \times 10 + 600 = 670 \text{ N}$$



التمرين 30



1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة مركز عطالة المظلي : $\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}$

بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور الموضح في الشكل : $P - f = m a$ (1)

لدينا $a = \frac{dv}{dt}$ و $f = k v^2$ ، وبالتالي نكتب المعادلة التفاضلية : $mg - k v^2 = m \frac{dv}{dt}$

بتقسيم طرفي المعادلة على m ، نكتب : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g$ (2)

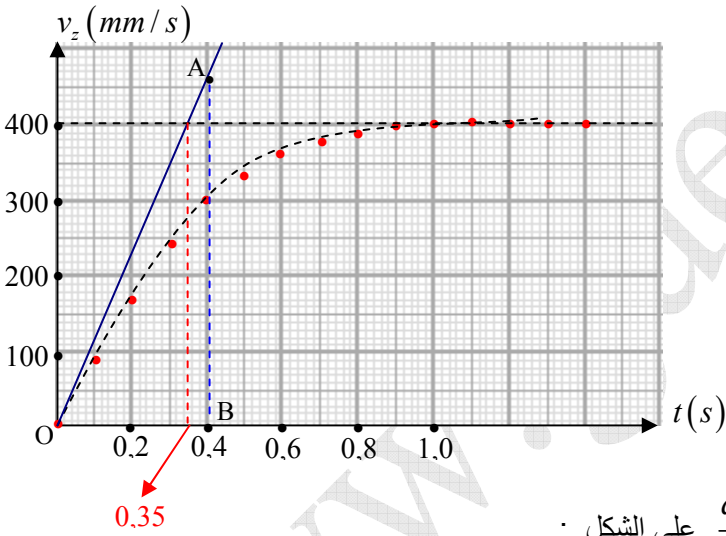
2 - قوة النقل لا تتغير أثناء الحركة . في بداية السقوط تكون سرعة الجسم معدومة ، وأثناء النزول تزداد سرعته ، وبالتالي تزداد قوة الاحتكاك . وفي اللحظة التي تصبح فيها $f = P$ يصبح $a = 0$ (العلاقة 1) ، أي $\frac{dv}{dt} = 0$ ، وتصبح الحركة منتظمة .

3 - المعامل k هو معامل ثابت ، إذن يمكن أن نحسبه في أية لحظة . مثلاً عندما تكون السرعة ثابتة يكون $\frac{dv}{dt} = 0$

بالتعويض في العلاقة (2) نكتب : $\frac{k}{m} v^2 = g$ ، وبالتالي $k = \frac{mg}{v^2} = 48,4 \text{ kg.m}^{-1}$

التمرين 31

1 - أ) نعلم أن السرعة الابتدائية هي سرعة الجسم في اللحظة $t = 0$. من البيان نستنتج $v_0 = 0$.



ب) من البيان نلاحظ أن بعد اللحظة $t = 0,9 \text{ s}$

تصبح سرعة الجسم ثابتة ، وهذه السرعة هي السرعة الحدية ،

$$v_l = 400 \text{ mm/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

2 - الزمن المميز للسقوط : فاصلة تقاطع المماس للبيان في المبدأ

مع الخط المقارب هي قيمة الزمن المميز للسقوط . $\tau = 0,36 \text{ s}$

3 - التسارع هو مشتق السرعة بالنسبة للزمن ، فهو يمثل ميل

$$a_0 = \frac{v_l}{\tau} = \frac{0,4}{0,35} = 1,14 \text{ m/s}^2$$

4 - نكتب المعادلة التفاضلية $\frac{dv_z}{dt} = g \left(1 - \rho_f \frac{V_s}{m} \right) - \frac{k}{m} v_z$ على الشكل :

$$(1) \quad \frac{dv_z}{dt} = g - \frac{\pi}{m} - \frac{k}{m} v_z \quad \text{، ونعلم أن دافعة أرخميدس} \quad \pi = \rho_f V_s g$$

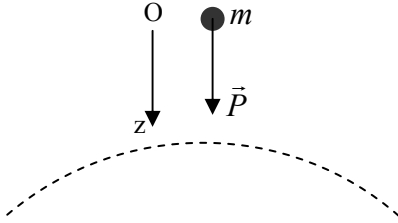
من أجل $v = 0$ يكون $\frac{dv_z}{dt} = a_0 = 1,1 \text{ m.s}^{-2}$ ، ومن العلاقة (1) نستنتج $g - \frac{\pi}{m} = 1,14$ ونجد $\pi = 0,115 \text{ N}$

في العلاقة (1) ، لما $\frac{dv_z}{dt} = 0$ فإن $v = v_l = 0,4 \text{ m/s}$ ، وبالتعويض في (1) نجد $k = 0,038 \text{ kg/s}$

يمكن كذلك حساب ثابت الاحتكاك (k) من عبارة الثابت المميز للحركة $k = \frac{m}{\tau} = \frac{13,3 \times 10^{-3}}{0,35} = 0,038 \text{ kg/s}$

التمرين 32

1 - أثناء السقوط لا يخضع الجسم إلا لقوة ثقله (عدم وجود أية مقاومة ، وكأن الجسم يسقط داخل أنبوب نيوتن) . أنبوب نيوتن هو أنبوب زجاجي يوجد داخله 3 أجسام مختلفة : كرة خشبية صغيرة ، كرة معدنية صغيرة ، ريشة طائر . لما نرفع الأنبوب من الهواء نلاحظ أن هذه الأجسام كلها تسقط بنفس الشكل ، أي عندما نقلب الأنبوب شاقوليا ، فإنها تصل إلى أسفل الأنبوب في نفس الوقت . وهذا ما يحدث لهذه الأجسام بجوار سطح القمر . أنبوب نيوتن موجود في مخبر الفيزياء .



2 - المعادلة التفاضلية : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\vec{P} = m \vec{a}$

بإسقاط العلاقة على Oz : $mg = m \frac{dv}{dt}$ ، وبالتالي : $\frac{dv}{dt} = g$

3 - المعادلات الزمنية : المقصود هو : $a(t)$, $v(t)$, $z(t)$

، بالمكاملة بالنسبة للزمن واستعمال الشروط الابتدائية ، نحصل على معادلة السرعة : $v(t) = gt + v_0$.

بالمكاملة بالنسبة للزمن واستعمال الشروط الابتدائية ، نحصل على معادلة الفاصلة : $z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$

4 - مدة السقوط : حسب العبارة : " ترك رجل الفضاء جسما يسقط ... " نفهم أن السرعة الابتدائية معدومة .

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \text{ ، حيث } t \text{ هي مدة السقوط ، ومنه } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{4}{1,6}} = 1,58 \text{ s}$$

سرعة مركز عطالة الجسم : $v = gt = 1,6 \times 1,58 = 2,53 \text{ m/s}$

التمرين 33

1 - بما أن السقوط حر ، إذن الشخص لا يخضع إلا لقوة ثقله أثناء سقوطه :

القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}$ ، ومنه $\vec{a} = \vec{g}$ ، فالتسارع إذن مستقل عن الكتلة .

معادلات الحركة : $a(t) = g$ ، بالمكاملة بالنسبة للزمن واستعمال الشروط الابتدائية ، نحصل على معادلة السرعة :

، بالمكاملة بالنسبة للزمن واستعمال الشروط الابتدائية ، نحصل على معادلة الفاصلة :

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$$

إحداثيات تسارع الشخص هي $\vec{a}(0,0,a_z) = (0,0,g)$

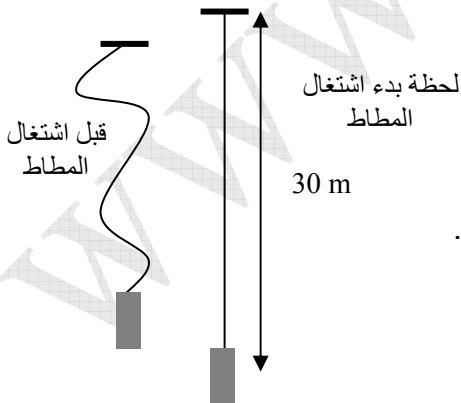
ومنه المسار هو الشاقول (حركة مستقيمة) .

2 - قبل أن يبدأ المطاط في التأثير على الشخص يكون هذا الأخير خاضعا فقط لقوة ثقله .

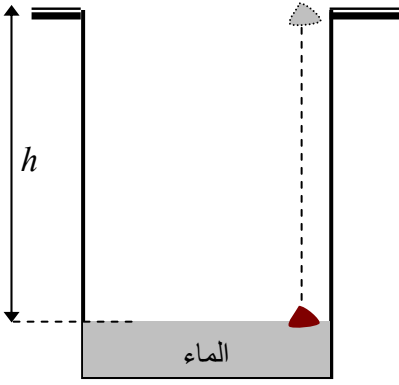
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{60}{9,8}} = 2,47 \text{ s} \text{ (أ) مدة السقوط :}$$

ب) السرعة : $v = gt = 9,8 \times 2,47 = 24,2 \text{ m/s}$

ج) الطاقة الحركية : $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \times 75(24,2)^2 = 21961 \text{ J}$



التمرين 34



نفرض أن الحجر تركناه يسقط من حافة فوهة البئر . ثم أن عمق البئر المطلوب هو فقط من حافة فوهة البئر حتى مستوى سطح الماء .
نفرض كذلك أن الحجر سقط في البئر سقوطاً حراً .

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 0,5 \times 9,8 \times 4 = 19,6m \quad - 1$$

$$v = gt = 9,8 \times 2 = 19,6 m/s \quad - 2$$

(سرعة وصول الحجر إلى سطح الماء)

3 – نفرض أن أذن الشخص الذي ترك الحجر يسقط في البئر كانت بجوار حافة البئر .

ينتشر الصوت بسرعة ثابتة $v_s = 340 m/s$. المدة اللازمة لانتشار الصوت من الماء إلى الأذن

$$t_s = \frac{h}{v_s} = \frac{19,6}{340} = 0,057 s \quad \text{هي إذن}$$

$$t' = t + t_s = 2 + 0,057 = 2,057 s \quad \text{المدة الزمنية منذ ترك الحجر إلى سماع الصوت هي}$$

التمرين 35

$$P = mg = \rho_{eau} Vg \quad - 1$$

ثقل قطرة الماء :

$$\Pi = \rho_{air} Vg \quad \text{دافعة أرخميدس التي تؤثر على الكرة في الهواء .}$$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} = \frac{1000}{1,3} \approx 769$$

نقارن بين ثقل القطرة ودافعة أرخميدس بقسمة الثقل على الدافعة

نلاحظ أن الثقل أكبر بكثير من دافعة أرخميدس ، لهذا يمكن إهمالها أمام الثقل .

$$- 2 \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن} \quad \vec{P} + \vec{F} = m \vec{a} \quad , \quad \text{وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضح في الشكل :}$$

$$P - F = m a$$

$$(1) \quad \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi r \eta}{m} v = g \quad , \quad \text{ومنه المعادلة التفاضلية المطلوبة :} \quad mg - 6\pi r \eta v = m \frac{dv}{dt}$$

$$- 3 \quad \text{السرعة الحدية : تبلغ الكرة سرعة حدية} \quad , \quad \text{معناه تصبح سرعتها ثابتة} \quad , \quad \text{وبالتالي :} \quad \frac{dv}{dt} = 0$$

$$(2) \quad v_l = \frac{mg}{6\pi r \eta} \quad \text{ومنه} \quad \frac{6\pi r \eta}{m} v_l = g \quad \text{نكتب (1) باستعمال العلاقة}$$

$$m = \rho_{eau} \times V \quad : \quad \text{كتلتها} \quad , \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{إذن حجمها هو}$$

$$m = \rho_{eau} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 1 \times \frac{4}{3} \times 3,14 \times (20 \times 10^{-4})^3 = 3,35 \times 10^{-8} g$$

$$v_l = \frac{3,35 \times 10^{-11} \times 10}{6 \times 3,14 \times 20 \times 10^{-6} \times 1,8 \times 10^{-5}} = 4,9 \times 10^{-2} m/s \quad (2) \quad \text{بالتعويض في العلاقة}$$

1 - وحدة k و λ : لدينا مثلا $f = k v$ ، ومنه $k = \frac{f}{v}$ ، وبالتحليل البعدي : $[k] = \frac{[K][M][T]^{-2}}{[M][T]^{-1}} = [K][T]^{-1}$ ، وبالتحليل البعدي : $[k] = \frac{[K][M][T]^{-2}}{[M][T]^{-1}} = [K][T]^{-1}$

حيث : K : الكيلوغرام ، M : المتر ، T : الزمن

النيوتن هو كتلة مضروبة في تسارع ، أي $kg \cdot m/s^2$. وبالتالي وحدة k و λ هي kg/s

ملاحظة : هناك وحدة أخرى لـ k و λ إذا كان الاحتكاك من الشكل $f = k v^2$ ، وهي kg/m

$$2 - \text{السرعة الحدية قبل فتح المظلة } v_0 = \frac{mg}{k} = \frac{700}{14} = 50 \text{ m/s}$$

$$3 - \text{السرعة الحدية بعد فتح المظلة } v_1 = \frac{mg}{\lambda} = \frac{700}{350} = 2 \text{ m/s}$$

4 - تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (مظلي + مظلة مفتوحة) :

$$\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a} , \text{ وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور } Oz , \vec{P} - f = m a$$

$$(1) \quad \frac{mg}{\lambda} - v(t) = \frac{m}{\lambda} \frac{dv(t)}{dt} , \text{ نكتب : } mg - \lambda v(t) = m \frac{dv(t)}{dt}$$

$$(2) \quad v(t) - v_1 = -\frac{m}{\lambda} \frac{dv(t)}{dt} \quad (1) \text{ ، وبالتالي تصبح العلاقة (1) } v_1 = \frac{mg}{\lambda}$$

إن حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل : $v(t) = Ae^{\alpha t} + B$

$$\text{بالتعويض في المعادلة (2) : } Ae^{\alpha t} + B - v_1 = -\frac{m}{\lambda} A \alpha e^{\alpha t}$$

$$Ae^{\alpha t} \left(1 + \frac{m}{\lambda} \alpha\right) + B - v_1 = 0 , \text{ ولكي تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون } \left(1 + \frac{m}{\lambda} \alpha\right) = 0 \text{ و } B - v_1 = 0 , \text{ ومنه :}$$

$$B = v_1 \text{ و } \alpha = -\frac{\lambda}{m}$$

لكي نحدد A نستعمل الشروط الابتدائية ، أي عند $t = t_0$ كان $v = v_0$ ، حيث v_0 هي السرعة الحدية قبل فتح المظلة . وبالتعويض

$$\text{في المعادلة (3) : } v_0 = Ae^{\alpha t_0} + B , \text{ ومنه } A = \frac{v_0 - v_1}{e^{-\frac{\lambda}{m} t_0}}$$

$$\text{وبالتالي يكون حل المعادلة التفاضلية : } v(t) = (v_0 - v_1)e^{-\frac{\lambda}{m}(t - t_0)} + v_1$$

للمزيد : تمثيل السرعة بدلالة الزمن قبل وبعد فتح المظلة

