

الجزء الأول - ثنائي القطب RC

حسب الطبعة الجديدة المصادق عليها من طرف المعهد الوطني للبحث في التربية

التمرين 01

$$C_1 = \frac{Q}{U_1} = \frac{3 \times 10^{-5}}{6} = 0,5 \times 10^{-5} \text{ F} \text{ : سعة المكثفة الأولى}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{3 \times 10^{-5}}{10^{-6}} = 30 \text{ V} \text{ : التوتر بين طرفي المكثفة الثانية}$$

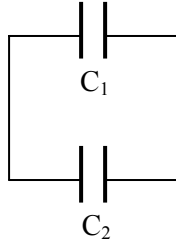
التمرين 02

$$1 - \text{ شحنة المكثفة الأولى : } Q_1 = C_1 U = 2 \times 10^{-6} \times 100 = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$$

بعد ربط المكثفتين على التفرع تتوزع الشحنة Q_1 عليهما حسب سعة كل واحدة .

$$\text{السعة المكافئة لهما هي } C = C_1 + C_2 = 2 + 0,5 = 2,5 \mu\text{F}$$

2 - التوتر بين طرفي كل مكثفة هو التوتر بين طرفي المكثفة المكافئة ، أي :



$$U' = \frac{Q_1}{C} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2,5 \times 10^{-6}} = 80 \text{ V}$$

التمرين 03

المولد المستعمل في هذه الدارة هو مولد للتيار ، أي أن التيار طيلة عملية الشحن يبقى ثابتا من أجل توتر بين طرفيه أقل من قيمة مسجلة على المولد .

1 - العلاقة بين u و t :

$$(1) \quad q = I t \text{ هي اللحظة } t \text{ في المكثفة على لبوسي المكثفة في اللحظة } t$$

$$(2) \quad u = \frac{q}{C} \text{ : لدينا العلاقة بين التوتر والشحنة}$$

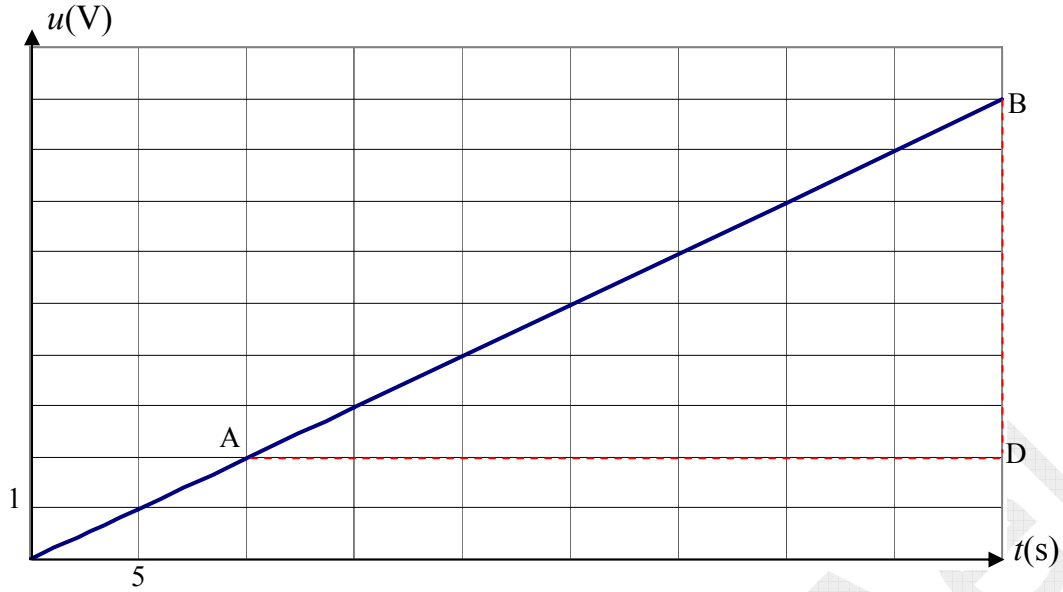
$$\text{من العلاقتين (1) و (2) نستنتج العلاقة المطلوبة : } u = \frac{I}{C} t$$

ملاحظة : يجب الانتباه إلى عدم الخلط بين هذه الحالة والحالة التي نستعمل فيها مولدا للتوتر ، حيث أن في هذه الحالة الأخيرة يتغير التوتر حسب دالة أسية في النظام الانتقالي ، ثم يصبح ثابتا مهما كان الزمن في النظام الدائم . أما في الحالة التي يتطرق لها هذا التمرين فإن التوتر يتناسب مع الزمن حسب علاقة خطية .

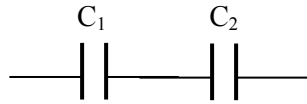
2 - رسم البيان :

$$\text{ميل البيان هو النسبة } \frac{I}{C}$$

$$\text{من البيان : } \frac{I}{C} = \frac{BD}{AD} = \frac{7}{7 \times 5} = 0,2 \text{ V.s}^{-1} \text{ ، ومنه : } C = \frac{I}{0,2} = \frac{20 \times 10^{-6}}{0,2} = 10^{-4} \text{ F}$$



التمرين 04



1 - سعة المكثفة المكافئة : $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} F$

2 - التوتر بين طرفي كل مكثفة : بما أن المكثفتين مربوطتان على التسلسل فإن $Q_1 = Q_2 = Q$

(1) $U_1 = \frac{Q}{C_1}$ ، (2) $U_2 = \frac{Q}{C_2}$. بتقسيم العلاقتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد :

(3) $U_1 = 2 U_2$ وبالتالي $\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = 2$

(4) بما أن المكثفتين مربوطتان على التسلسل ، فإن $U_1 + U_2 = 300$

من المعادلتين (3) و (4) نستنتج : $U_1 = 200 V$ ، $U_2 = 100 V$

3 - نحسب شحنة المكثفة المكافئة $Q = C U = \frac{2}{3} \times 10^{-6} \times 300 = 2 \times 10^{-4} C$

(2) ، أو نحسبهما بواسطة العلاقتين (1) و (2) $Q_1 = Q_2 = Q = 2 \times 10^{-4} C$

التمرين 05

1 - نبحث عن طريقة ربط بسيطة وغير مكلفة (نستعمل فيها أقل عدد من المكثفات) .

نستعمل تجميعا من المكثفات عددها n_1 بربطها على التفرع ، ثم نربط على التسلسل عددا n_2 من هذه التجميعات .

السعة المكافئة في تجميع واحد هي :

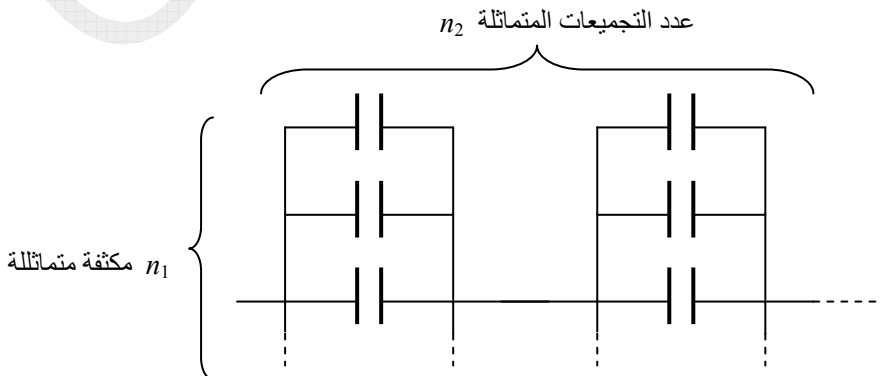
(1) $C' = n_1 C_1$

السعة المكافئة لكل التجميعات هي :

(2) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C'} + \dots = n_2 \frac{1}{C'}$

نعوض عبارة C' من العلاقة (1) في

العلاقة (2) ونجد :



$$n_1 = 50 n_2 : \text{ وبالتالي ، } n_1 = n_2 \frac{C}{C_1}$$

من أجل $n_2 = 1$ ، فإن $n_1 = 50$

من أجل $n_2 = 2$ ، فإن $n_1 = 100$ وهكذا ...

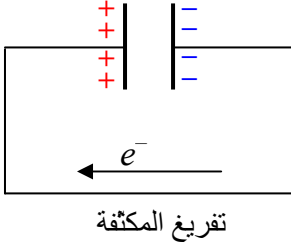
2 - أبسط تركيب هو الموافق للحالة الأولى ، أي 50 مكثفة كلها على التفرع .

3 - أ) شحنة المكثفة المكافئة : $Q = C U = 5 \cdot 10^{-3} \times 40 = 0,2 \text{ C}$

ب) المكثفات متماثلة ، إذن شحنة كل واحدة هي : $Q' = \frac{Q}{n_1} = \frac{0,2}{50} = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$

التمرين 06

1 - يمكن إفراغ المكثفة بالوصل بين لبوسيتها بواسطة ناقل ، فإن كل الإلكترونات تعود إلى أماكنها من اللبوس السالب إلى الموجب ، فيحدث توازن كهربائي وتنعدم شحنتا اللبوسين ، فتصبح المكثفة فارغة .



2 - أ) لدينا $q = I t$ شدة التيار ثابتة (المولد المستعمل هو مولد للتيار) ، وبالتالي :

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = I = \frac{dq}{dt}$$

ب) بعد زمن قدره $t = 4 \text{ mn} = 240 \text{ s}$ تكون $q = I t = 0,2 \times 10^{-3} \times 240 = 4,8 \times 10^{-2} \text{ C}$

$$u = \frac{q}{C} = \frac{4,8 \times 10^{-2}}{3,2 \times 10^{-3}} = 15 \text{ V}$$

3 - الزمن الأعظم للشحن : لدينا $q = I t$ أي $C u = I t$ وبالتالي : $t = \frac{C u}{I} = \frac{3,2 \times 10^{-3} \times 40}{0,2 \times 10^{-3}} = 640 \text{ s}$

التمرين 07

1 - العلاقة التجريبية : $q = a u$

العلاقة النظرية : $q = C u$

بمطابقة العلاقتين نجد ميل البيان هو سعة المكثفة C

$$C = \frac{AB}{BD} = \frac{4 \times 10^{-3}}{5 \times 4} = 2 \times 10^{-4} \text{ F}$$

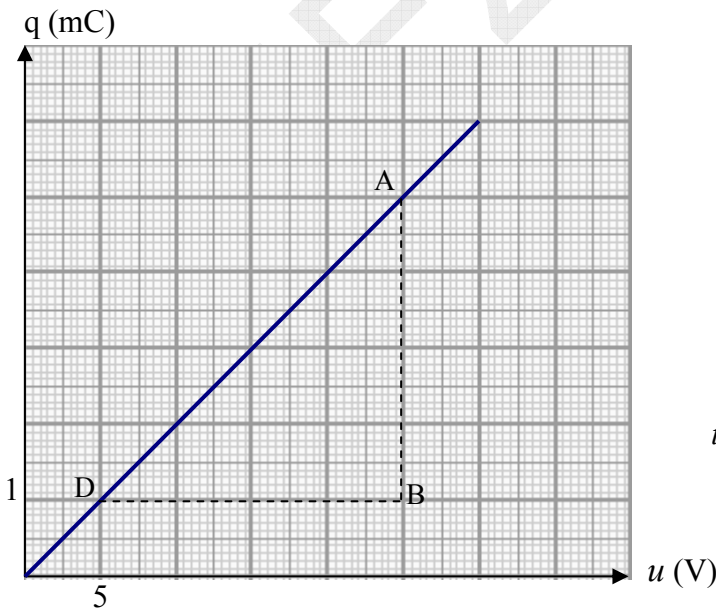
2 - من البيان لدينا القيمة $u_1 = 15 \text{ V}$ توافق شحنة قدرها

$$q_1 = 3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

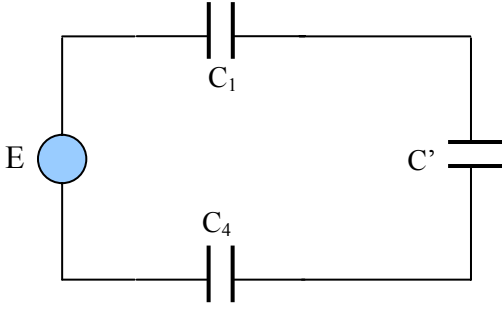
من العلاقة $q_1 = I t_1$ نستخرج $t_1 = \frac{q_1}{I} = \frac{3 \times 10^{-3}}{15 \times 10^{-6}} = 200 \text{ s}$

3 - $u_1 = \frac{q_1}{C}$ ، $u_2 = \frac{q_2}{C}$ نستنتج :

$$t_2 = 2 t_1 \text{ وبالتالي ، } \frac{u_1}{u_2} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{I t_1}{I t_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{15}{30}$$



التمرين 08



1 - سعة المكثفة المكافئة : لدينا C_2 و C_3 على التفرع ، إذن سعتهما المكافئة :

$$C' = C_3 + C_2 = 1,5 + 0,5 = 2 \mu F$$

بتعويض هاتين المكثفتين بمكافئتهما نحصل على الدارة المقابلة .

لدينا الآن 3 مكثفات موصولة على التسلسل ، سعتها المكافئة هي C ، حيث :

$$C = 0,8 \mu F \text{ ، وبالتطبيق العددي نجد } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C'}$$

2 - شحنة المكثفة المكافئة : $Q = C U = 0,8 \times 10^{-6} \times 100 = 8 \times 10^{-5} C$

3 - شحنة كل مكثفة : بما أن C_1 و C_4 و C' كلها على التسلسل ، إذن شحناتها متساوية ، أي :

$$Q_1 = Q_4 = Q' = 8 \times 10^{-5} C$$

بما أن C_2 و C_3 على التفرع ، إذن مجموع شحنتيهما يساوي شحنة C' ، أي :

$$(2) \quad \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3} \text{ أي } U_2 = U_3 \text{ لأنهما على التفرع ، أي}$$

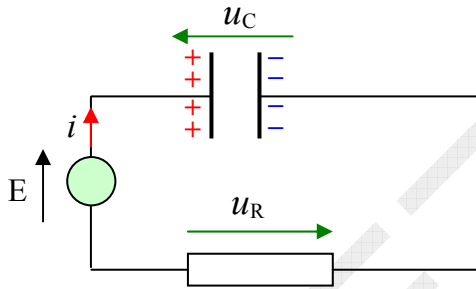
من العلاقتين (1) و (2) نستنتج : $Q_2 + \frac{C_3}{C_2} Q_2 = 8 \times 10^{-5}$

ومنه $Q_2 = 2 \times 10^{-5} C$ ، وبالتعويض في (1) أو (2) نجد $Q_3 = 6 \times 10^{-5} C$

التمرين 09

4 - حسب قانون جمع التوترات لدينا $E = u_R + u_C = R i + u_C$

$$E = u_C + R \frac{dq}{dt} = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$$

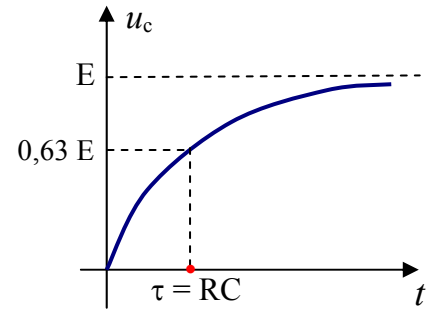
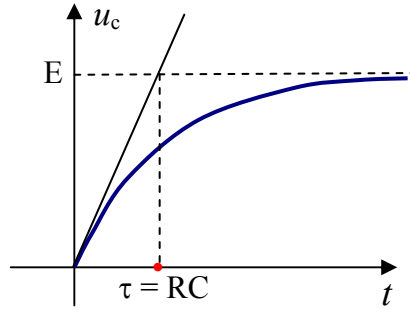
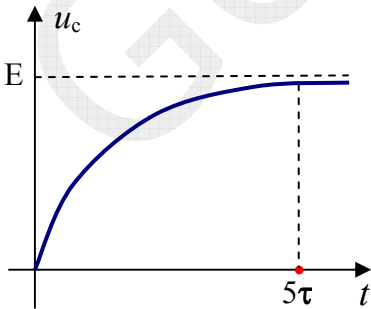


الأجوبة 1 - 2 - 3

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC} \text{ : نكتب المعادلة التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة :}$$

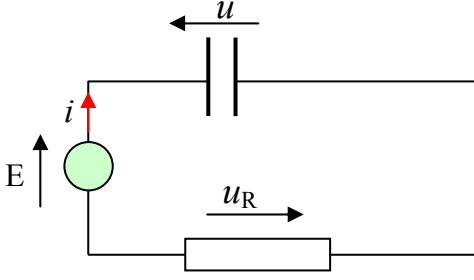
$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R} \text{ : أو المعادلة التفاضلية التي تخضع لها الشحنة الكهربائية في لبوسي المكثفة :}$$

5 - الطرق الثلاثة لتحديد ثابت الزمن بيانها : نأخذ مثلا $u_C = f(t)$



$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{3}{6000} = 0,5 \times 10^{-3} F \quad - 6$$

التمرين 10

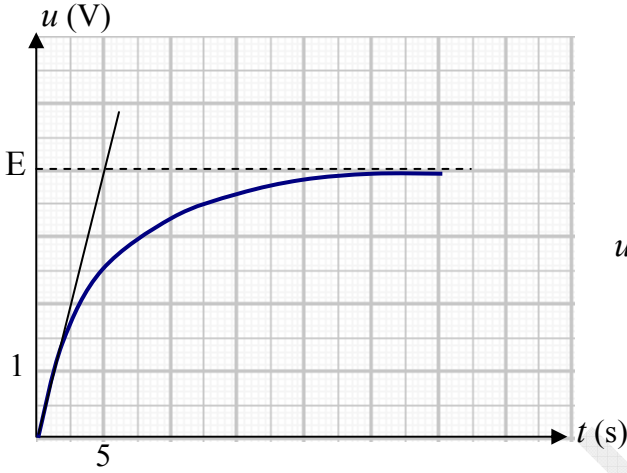


حسب قانون جمع التوترات فإن : $E = R i + u$ ، ومنه $i = \frac{E - u}{R}$ (1)

2 - من البيان نستنتج $E = 4 \text{ V}$ ، وهي أكبر قيمة لـ u (بداية النظام الدائم) .
نستخرج من البيان قيم u الموافقة للأزمنة المسجلة على الجدول ، ثم باستعمال العلاقة (1) نحسب شدة التيار الموافقة لكل لحظة .

مثلا : من أجل $t = 0$ لدينا من البيان $u = 0$ ، وبالتالي : $i = \frac{E - 0}{R} = \frac{4}{20 \times 10^3} = 2 \times 10^{-4} \text{ A}$ ، وهكذا ..

الجدول :



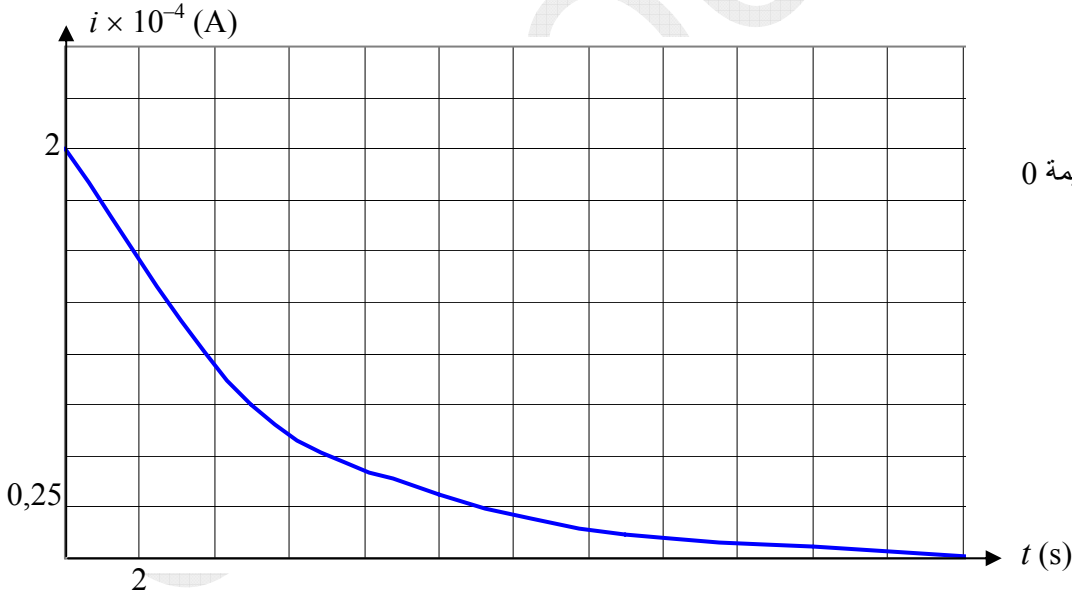
$t \text{ (s)}$	0	5	10	15	20	25
$i \times 10^{-4} \text{ (A)}$	2,00	0,75	0,31	0,12	0,06	0,00

3 - ثابت الزمن هو فاصلة تقاطع مماس البيان مع المستقيم الأفقي $u = E$
نستنتج $\tau = 5 \text{ s}$

4 - نستنتج قيمة السعة من عبارة ثابت الزمن $\tau = RC$:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{5}{20 \times 10^3} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ F}$$

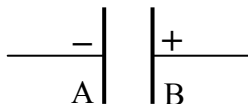
5 - رسم البيان $i = f(t)$:



6 - تتناقص شدة التيار من أعظم قيمة $I = 2 \times 10^{-4} \text{ A}$ نحو القيمة 0 يحدث هذا خلال فترة الشحن .

التمرين 11

1 - الشحنة الكلية للمكثفة $Q = 0$ ، أي $Q_A + Q_B = 0$ ، ومنه : $Q_B = -Q_A = +1,2 \text{ mC}$ (ملي كولون)

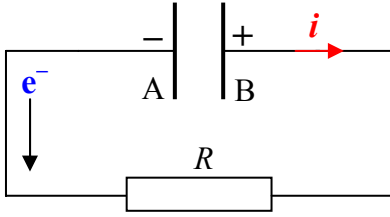


2 - لدينا حسب إشارتي اللبوسين : $U_{BA} > 0$ ، إذن $U_{AB} < 0$

3 -

- عندما نربط المكثفة تنفرغ في الناقل الأومي بحيث تنتقل الإلكترونات من اللبوس A نحو B

- جهة التيار الانتقالي عكس جهة حركة الإلكترونات وعكس الجهة الاصطلاحية للتيار (جهة تيار الشحن).



- لدينا العلاقة : $\ln u_{BA} = -50t + 1,61$ (1)

تصحيح : في هذه العلاقة نكتب u_{BA} وليس u_{AB} (لو غاريتم عدد سالب غير معرف)

(2) $u_{BA} = u_c = E e^{-\frac{1}{RC}t}$ نعلم أن عبارة التوتر بين طرفي المكثفة خلال التفريغ هي

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي العلاقة (2) :

$$\ln u_{BA} = \ln E - \frac{1}{RC}t$$

(3) $\ln u_{BA} = -\frac{1}{RC}t + \ln E$

بمطابقة العلاقتين (1) و (3) ، نكتب : $\frac{1}{RC} = 50 \Rightarrow RC = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s} = \tau$

$\ln E = 1,61 \Rightarrow E = e^{1,61} = 5 \text{ V}$

التمرين 12

1 - أ) حسب قانون جمع التوترات يكون لدينا التوتر بين طرفي ثنائي القطب RC :

$$E = u_{AB} + u_{BD} = R i + u_{BD}$$

$$E = u_{BD} + RC \frac{du_{BD}}{dt}$$

(1) $\frac{du_{BD}}{dt} + \frac{1}{RC}u_{BD} = \frac{E}{RC}$ المعادلة التفاضلية هي

(2) $u_{BD} = E + a e^{-bt}$ لدينا :

نعوض في المعادلة التفاضلية (1)

$$-abe^{-bt} + \frac{1}{RC}(E + a e^{-bt}) = \frac{E}{RC}$$

$$ae^{-bt}\left(\frac{1}{RC} - b\right) + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC} \quad \text{أو} \quad -abe^{-bt} + \frac{E}{RC} + \frac{1}{RC}ae^{-bt} = \frac{E}{RC}$$

إذا كان $b = \frac{1}{RC}$ نجد $\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$ وهي محققة ، إذن حل المعادلة التفاضلية (1) هو من الشكل : $u_{BD} = E + a e^{-bt}$

(ج) من الشروط الابتدائية ، عند $t = 0$ يكون $u_{BD} = 0$. نعوض في العلاقة (2) : $0 = E + a e^0 \Rightarrow a = -E$

2 - تكمل الجدول : عبارة التوتر بين طرفي المكثفة : $u_{BD} = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$

$t \text{ (s)}$	0	τ	5τ
u_{BD}	0	3,78	6

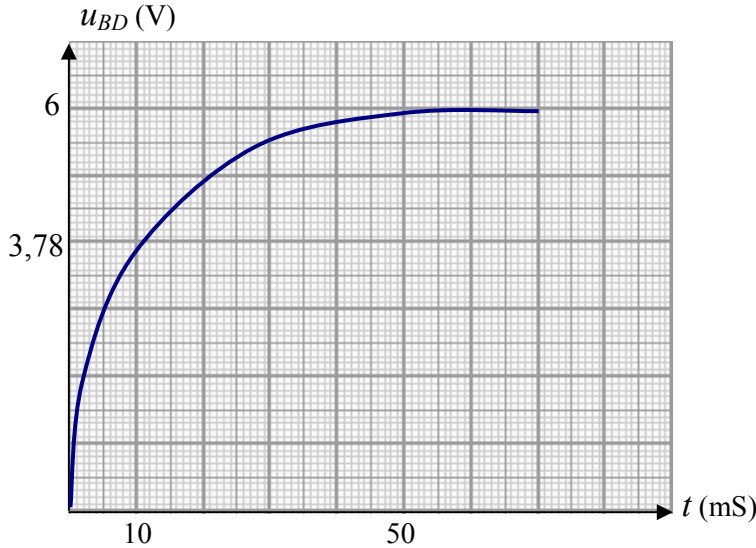
$$t = 0 \Rightarrow u_{BD} = 0$$

$$t = \tau \Rightarrow u_{BD} = E(1 - e^{-1}) = 3,78 \text{ V}$$

$$t = 5\tau \Rightarrow u_{BD} = E(1 - e^{-5}) \approx 6 \text{ V}$$

3 - تمثيل البيان $u_{BD} = f(t)$

لدينا $\tau = RC = 10^5 \times 0,1 \times 10^{-6} = 0,01 \text{ s}$



4 - أ) عند وضع البادلة في الوضع 2 تُفرَّغ المكثفة في الناقل الأومي وتُنْفَق الطاقة الكهربائية التي كانت مخزّنة فيها على شكل حرارة بفعل جول في الناقل الأومي .

ب) الطاقة المخزّنة هي : $E_C = \frac{1}{2} C u^2$ ، حيث $u = E$. $E_C = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 10^{-6} \times 6^2 = 1,8 \times 10^{-6} \text{ J}$

التمرين 13

1 - حسب قانون جمع التوترات : $u_R + u_C = 0$

$$R i + u_C = 0$$

(1) $R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ ، وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على R نكتب : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$

2 - إن حل هذه المعادلة التفاضلية يكون من الشكل (2) $q = A e^{\alpha t} + B$

حيث : A ، B ، α عبارة عن ثوابت .

لكي نحدّد قيمتي B ، α نعوّض في المعادلة (1) : $q = A e^{\alpha t} + B$ و $\frac{dq}{dt} = A \alpha e^{\alpha t}$ ، ونكتب بذلك :

$$A \alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC} (A e^{\alpha t} + B) = 0$$

(3) $A e^{\alpha t} \left(\alpha + \frac{1}{RC} \right) + \frac{B}{RC} = 0$

حتى تكون المعادلة (3) محققة يجب أن يكون $\alpha = -\frac{1}{RC}$ و $B = 0$

نسنتج A من المعادلة (2) ، حيث تكون عند اللحظة $t = 0$ شحنة المكثفة $q = Q_0$.

بالتعويض : $Q_0 = A e^0 + B$ ، وبالتالي $A = Q_0$. ومنه عبارة q : $q = Q_0 e^{-\frac{1}{RC} t}$

3 - ميل المماس عند النقطة (0 ; CE) هو مشتق العلاقة $q(t)$ عند $t = 0$

$$(4) \quad \tan \alpha = -\frac{OB}{OA} = -\frac{CE}{OA}$$

$$\text{مشتق } q(t) \text{ هو } \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} = -\frac{CE}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$(5) \quad \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC} \times 0} = -\frac{E}{R}$$

بالمساواة بين العلاقتين (4) و (5) نكتب :

$$t = \tau : \text{ ومنه } -\frac{CE}{OA} = -\frac{E}{R} \text{ ، إذن فاصلة النقطة } A \text{ هي } OA = RC$$

4 - من البيان لدينا $\tau = 20 \text{ ms}$ (تقاطع المماس للبيان في المبدأ مع محور الزمن)

$$5 - \text{ من عبارة ثابت الزمن لدينا : } C = \frac{\tau}{R} = \frac{20 \times 10^{-3}}{10^5} = 2 \times 10^{-7} \text{ F} = 0,2 \mu\text{F}$$

6 - عند اللحظة $t = 0$ تكون الشحنة $q = Q_0 = CE = 0,2 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-6} \text{ C}$

عند اللحظة $t = 5\tau$ تكون الشحنة $q = Q_0 \times e^{-5} = 10^{-6} \times 6,7 \times 10^{-3} = 6,7 \text{ nC}$ ، وذلك بالتعويض في عبارة q

$$7 - \text{ عبارة شدة التيار هي } i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$E = \frac{Q_0}{C} = \frac{10^{-6}}{0,2 \times 10^{-6}} = 5 \text{ V} \text{ ولدينا من البيان}$$

$$t = 0 \Rightarrow i = -50 \mu\text{A}$$

إشارة i تتبع للجهة الاصطلاحية للتيار

$$t = 5\tau \Rightarrow i = -0,33 \mu\text{A}$$

التمرين 14

1 - المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر u_{AB}

(أ) حسب قانون جمع التوترات يكون لدينا التوتر بين A و D : $E = u_{AB} + u_{BD}$

$$E = u_{AB} + RC \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$(1) \quad \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{AB} = \frac{E}{RC} \text{ ، نكتب :}$$

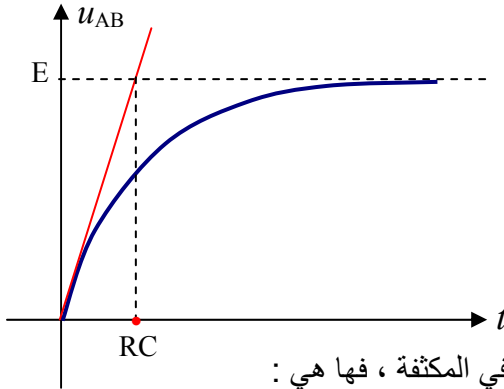
$$(2) \quad u_{AB} = E \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) \text{ (ب) لدينا حل هذه المعادلة هو}$$

$$-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC} \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) = \frac{E}{RC} \text{ : نتحقق من ذلك بالتعويض في المعادلة (1)}$$

$$-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC} + \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{E}{RC}$$

ومنه $\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$ ، إذن المعادلة محققة ، ومنه حل المعادلة التفاضلية (1) هو المعادلة (2) .

(ج) تمثيل كيفي لـ $u_{AB} = f(t) = E \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$ (انظر للشكل) .



(د) دلالة تقاطع المماس في المبدأ للبيان مع المستقيم $u_{AB} = E$ هو ثابت الزمن τ

$$\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 0,5 \times 10^{-6} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ s (هـ)}$$

(و) عند $t = 0$ يكون : $u_{AB} = E(1-1) = 0$

$$\text{عند } t = 5\tau \text{ يكون : } u_{AB} = E \left(1 - \frac{1}{e^5} \right) \approx 100 \text{ V}$$

2 - أ) إذا كان المقصود هو المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة ، فهي هي :
المكثفة تُفرغ في هذه الحالة :

حسب قانون جمع التوترات يكون لدينا التوتر بين A و D : $0 = u_{AB} + u_R$

$$0 = u_{AB} + RC \frac{du_{AB}}{dt}$$

بتقسيم طرفي المعادلة على RC ، نكتب : $\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC}u_{AB} = 0$

هذه معادلة تفاضلية حلها من الشكل : $u_c = A e^{\alpha t} + B$ (4)

من (3) و (4) نكتب : $A \alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}(A e^{\alpha t} + B) = 0$

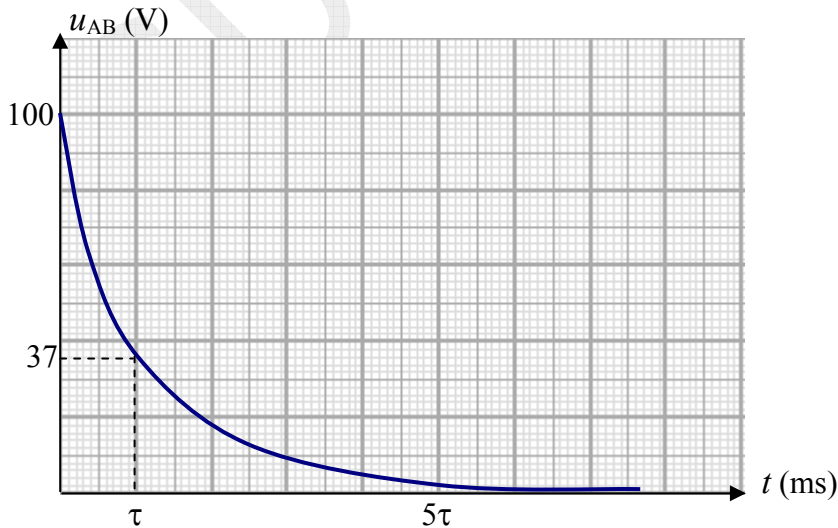
$$A e^{\alpha t} \left(\alpha + \frac{1}{RC} \right) + \frac{B}{RC} = 0$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون : $\alpha = -\frac{1}{RC}$ و $B = 0$

من الشروط الابتدائية ، عند $t = 0$ يكون $u_c = E$ ، وبالتعويض في (4) نجد $A = E$

$$u_{AB} = E e^{-\frac{1}{RC}t}$$

(ب)



t (s)	u_{AB} (V)
0	$E = 100$
τ	$0,37 E = 37$
5τ	$6,7 \times 10^{-3} E = 0,67$
∞	0

التمرين 15

1 - شحنة المكثفة : لدينا $Q = C U$ (1)

(2) الطاقة المخزنة في المكثفة هي : $E_c = \frac{1}{2} Q U$

بتعويض عبارة U من العلاقة (1) في العلاقة (2) نجد $E_c = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، ومنه :

$$Q = \sqrt{2E_c C} = \sqrt{2 \times 1,5 \times 2 \times 10^{-3}} = 7,7 \times 10^{-2} \text{ C}$$

2 - التوتر بين طرفي المكثفة : $U = \frac{Q}{C} = \frac{7,7 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} = 38,5 \text{ V}$

التمرين 16

$$E_c = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times 12 = 24 \times 10^{-3} \text{ J} \quad - 1$$

2 - لدينا $Q = C U$ ، فإذا ضاعفنا السعة يصبح لدينا $Q' = 2 C U$ ، وبالتالي $Q' = 2 Q$.

ولدينا : $E'_c = \frac{1}{2} Q' U = \frac{1}{2} \times 2 Q U = Q U = 2 E_c$ ، وبالتالي الطاقة تتضاعف كذلك وتصبح $E'_c = 48 \times 10^{-3} \text{ J}$

3 - عندما نفرغ المكثفة يتطور التوتر بين طرفيها حسب العلاقة : $u_c = E e^{-\frac{1}{RC} t}$

وتكون حينئذ الطاقة المخزنة في الوشيجة $E_c = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} C \left(E e^{-\frac{1}{RC} t} \right)^2$

$$E_c = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2}{RC} t} = \frac{1}{2} Q_0 \times \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{2}{RC} t}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} e^{-\frac{2}{\tau} t}$$

4 - عند اللحظة $t = \tau$ ، تكون الطاقة المخزنة في الوشيجة (الطاقة الباقية)

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} e^{-2} = \frac{1}{2} \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{\frac{4 \times 10^{-3}}{12}} e^{-2} = \frac{24 \times 10^{-3}}{e^2} = 3,26 \times 10^{-3} \text{ J}$$

التمرين 17

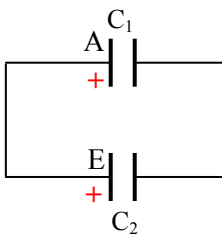
1 - الطاقة المخزنة في المكثفة : $E_c = \frac{1}{2} C_1 U^2 = \frac{1}{2} (3,3 \times 10^{-6}) \times (24)^2 = 9,5 \times 10^{-4} \text{ J}$

2 - أ) العلاقة بين q_A ، q'_A ، q'_E :

الشحنة تتوزع على المكثفتين حسب سعتهما ، أي أن : $q_A = q'_E + q'_A$

ب) المكثفتان على التفرع ، إذن التوتران بين طرفيهما متساويان : $U_1 = U_2$

ومنه العلاقة المطلوبة : $\frac{q'_A}{C_1} = \frac{q'_E}{C_2}$



3 - لدينا : $q_A = C_1 U = 3,3 \times 10^{-6} \times 24 = 7,92 \times 10^{-5} \text{ C}$

(1) $q'_E + q'_A = 7,92 \times 10^{-5}$

(2) $\frac{q'_A}{C_1} = \frac{q'_E}{C_2}$ لدينا جملة معادلتين ذات مجهولين ، هما q'_E ، q'_A

من المعادلة (2) نستنتج $q'_A = \frac{C_1}{C_2} q'_E = \frac{3,3}{2,2} q'_E = 1,5 q'_E$

بالتعويض في (1) : $q'_E + 1,5 q'_E = 7,92 \times 10^{-5} \Rightarrow q'_E = 3,17 \times 10^{-5} \text{ C}$

بالتعويض في (3) نجد $q'_A = 4,75 \times 10^{-5} \text{ C}$

4 - الطاقة المخزنة في المكثفتين بعد ربطهما : (شحنة المكثفة المكافئة هي q_A) $E_c = \frac{1}{2} q_A U$

نحسب التوتر بين طرفي كل مكثفة ، والذي هو التوتر بين طرفي المكثفة المكافئة ، $U_1 = U_2 = \frac{q'_A}{C_1} = \frac{4,71 \times 10^{-5}}{3,3 \times 10^{-6}} = 14,3 \text{ V}$

بالتعويض في (4) : $E'_c = \frac{1}{2} \times 7,92 \times 10^{-5} \times 14,3 = 5,66 \times 10^{-4} \text{ J}$

5 - أ) هذا الفرق في الطاقة تحول إلى حرارة بفعل جول في أسلاك الوصل .

ب) كمية الطاقة الضائعة : $\Delta E = (9,5 - 5,66) \times 10^{-4} = 3,84 \times 10^{-4} \text{ J}$

المزيد :

ليكن U_1 التوتر بين طرفي المكثفة الأولى (المشحونة) و C_1 سعتها . إن الطاقة المخزنة فيها هي $E_{c1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2$

عندما نربط هذه المكثفة مع المكثفة الثانية التي سعتها C_1 تتوزع شحنة المكثفة الأولى بين المكثفتين بحيث تكون شحنة المكثفة الأولى هي نفسها شحنة المكثفة المكافئة للمكثفتين ، والتي سعتها هي $C_{eq} = C_1 + C_2$ (المكثفتان موصولتان على التفرع) .

وبالتالي : $C_1 U_1 = (C_1 + C_2) U$ ، حيث U هو التوتر بين طرفي المكثفة المكافئة .

من هذه العلاقة نستنتج $U = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1$

الطاقة المخزنة في المكثفة المكافئة هي $E_{c2} = \frac{1}{2} C_{eq} U^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)} U_1^2$

الطاقة الضائعة هي : $E_{c1} - E_{c2} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 - \frac{1}{2} \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)} U_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C_2 C_1}{(C_1 + C_2)} U_1^2$

الآن نبحث عن هذا الضياع بطريقة أخرى ، وهي أن في المدة القصيرة dt تضعف في الأسلاك الطاقة dE ، حيث نعلم

أن $dE = R i^2 dt$ (1)

حيث R هي مقاومة الدارة (بالنسبة لهذه الحالة R هي مقاومة الأسلاك) .

إن التيار الذي يمر في الدارة عند ربط المكثفتين هو $i = \frac{U_1}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

لكي نجد الطاقة الضائعة في الأسلاك نقوم بمكاملة العلاقة (1) ، حيث t يتغير من الصفر إلى ∞

$$E = \int_0^{\infty} R \left(\frac{U_1}{R} \right)^2 e^{-\frac{2}{\tau}t} dt = \frac{U_1^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2}{\tau}t} dt = -\frac{U_1^2}{R} \times \frac{\tau}{2} [0-1] = \frac{1}{2} \frac{U_1^2}{R} \tau$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} U_1^2 : \text{ نجد } E \text{ ، وبالتعويض في عبارة } \tau = R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

هذه الطاقة هي نفس الطاقة الموجودة أعلاه .

$$P = \frac{E}{5\tau} = \frac{1}{2} \frac{U_1^2}{R} \times \frac{\tau}{5\tau} = \frac{U_1^2}{10R} \text{ هي } t = 5\tau \text{ المدة الزمنية خلال المدة الزمنية}$$

في هذه العلاقة الأخيرة لما تكون قيمة R صغيرة جدا نحصل على استطاعة كبيرة جدا تؤدي أحيانا إلى تخريب الأجهزة الكهربائية ، لهذا يُنصح بعدم القيام بمثل هذا الربط المقترح في التمرين .