

الجزء الثاني - ثنائي القطب RL

ملاحظة: أحيانا نرسم للتوتر بين طرفي الوشيعية بالرمز u_L عوض u_b ، وأحيانا نكتب $u_b = ri + u_L$ ، حيث نعتبر $u_L = L \frac{di}{dt}$ (المتحرّض)

التمرين 18

$$1 - \text{التوتر بين طرفي الوشيعية في النظام الدائم } U_L = r I = 6 \times 1,5 = 9 \text{ V}$$

2 - . لما نقصر الدارة (قطع التيار) تنتقل شدة التيار من القيمة I إلى الصفر في مدة قصيرة جدًا ، فتنشأ في الوشيعية قوة محرّكة

$$\text{كهربائية قيمتها المتوسطة } U'_L \approx 600 \text{ V} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{0-1,5}{2,5 \times 10^{-3}} \text{ e} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (القيمة العظمى أكبر من هذه القيمة)}$$

نلاحظ أن فرق الكمون بين طرفي الوشيعية في مدة قطع التيار يكون مرتفعًا جدًا ، أما استنتاجنا هو بإمكان هذا التوتر العالي أن يخرب أجهزة كهربائية تحتوي على وشائع عندما نقطع التيار ، لهذا يجب أن تُحفظ هذه الأجهزة بربط نواقل أومية أو صمامات تجعل على إخماد هذا التوتر العالي .

التمرين 19

$$1 - \text{مقاومة الوشيعية (أو المقاومة الداخلية للوشيعية) } r = \frac{U}{I} = \frac{6}{1,5} = 4 \Omega$$

$$2 - \text{التوتر بين طرفي الوشيعية : } u_L = ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{di}{dt} \text{ هو ميل المستقيم } i = f(t) \text{ ، حيث } \frac{di}{dt} = -\frac{3}{1,5} = -2 \text{ A.s}^{-1}$$

في اللحظة $t = 0,5 \text{ s}$ يكون $i = 2 \text{ A}$

$$\text{بالتعويض في العلاقة (1) : } u_L = 4 \times 2 - 0,1 \times 2 = 7,8 \text{ V}$$

التمرين 20

$$\text{التوتر بين طرفي الوشيعية : لدينا عبارة شدة التيار } i = 10t - 3 \text{ ، إذن } \frac{di}{dt} = 10 \text{ A.s}^{-1}$$

$$u_L = ri + L \frac{di}{dt} = 8(10t - 3) + 10L = 80t - 24 + 10L$$

$$\text{عند } t = 0,15 \text{ s يكون } u_L = 0 \text{ ، إذن } 10L = 24 - 12 \text{ ، وبالتالي } L = 1,2 \text{ H}$$

التمرين 21

1 - التيار الذي مررناه في الوشيعية هو تيار متغيّر ودوري ، حيث أن دوره 20 ms . (أي أن شكله يتكرر كل 20 ms)

$$2 - \text{ في المجال } [0, 10 \text{ s}] \text{ ، } i = f(t) \text{ عبارة عن مستقيم ميله } a = \frac{0,4}{10^{-2}} = 40 \text{ A.s}^{-1} \text{ ، ويمر بالنقطة } (0, 0) \text{ ، إذن معادلة}$$

تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = 40t$

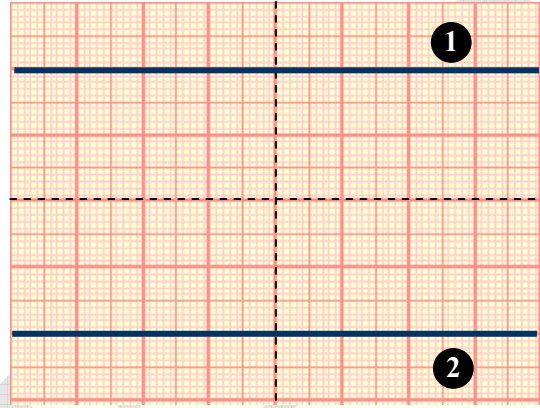
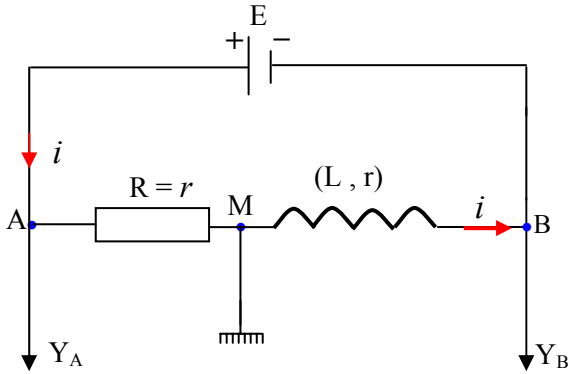
$$\text{في المجال } [10 \text{ s}, 20 \text{ s}] \text{ ، } i = f(t) \text{ عبارة عن مستقيم ميله } a' = -\frac{0,4}{10^{-2}} = -40 \text{ A.s}^{-1} \text{ ، ويمر بالنقطة } (20 \text{ s}, 0) \text{ ،}$$

معادلته من الشكل $i = -40t + b$. عند $t = 20 \text{ ms}$ يكون $i = 0$ ، ومنه : $0 = -40 \times 0,02 + b$ ، وبالتالي $b = 0,8 \text{ A}$
معادلة تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = -40t + 0,8$

3 - التوتر بين طرفي الوشيعية : لدينا $\frac{di}{dt} = +40 \text{ A s}^{-1}$ (لأن $u_L = +0,4 \text{ V}$ عند $t = 10 \text{ ms}$)

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad . \quad u_L = L \times 40 \quad \text{ومنه} \quad L = 10 \text{ mH}$$

التمرين 22



- 1

البيان (2) يمثل التوتر بين طرفي الوشيعية U_{BM} ، لأن $U_{BM} < 0$ (حيث U_{MB} هو الموجب) ، إذن الخط ينحرف إلى أسفل الشاشة .

البيان (1) يمثل التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_{AM} ، لأن $U_{AM} > 0$ ، إذن الخط ينحرف إلى أعلى الشاشة .

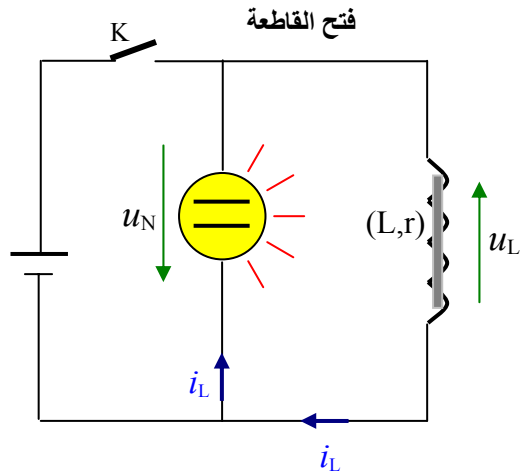
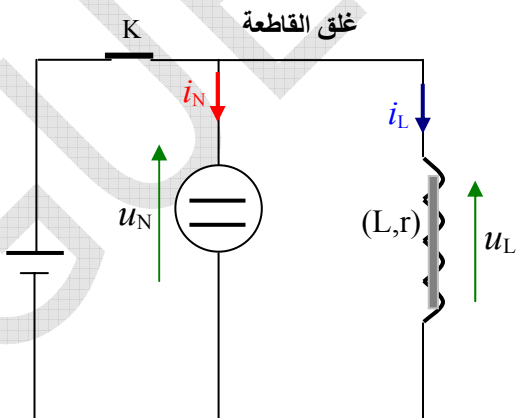
2 - تتصرف الوشيعية كناقل أومي (نظام دائم : $\frac{di}{dt} = 0$) .

$$I = \frac{U_L}{r} = \frac{3 \times 2}{12} = 0,5 \text{ A} \quad \text{أو} \quad I = \frac{U_R}{R} = \frac{3 \times 2}{12} = 0,5 \text{ A}$$

4 - قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد (E) : حسب قانون أوم : $E = (R + r) I = 24 \times 0,5 = 12 \text{ V}$

$$E = U_L + U_R = 2 \times 3 + 2 \times 3 = 12 \text{ V}$$

التمرين 23



القطعة الموجودة داخل الوشيعية عبارة عن نواة حديدية وظيفتها رفع قيمة ذاتية الوشيعية .

1 - عندما نغلق القاطعة يمر تيار شدته I_L في الوشيعية وتيار آخر شدته I_N في المصباح ، بحيث يكون $U_N = U_L = E = 12 \text{ V}$

من المفروض أن يمر في الوشيعية تيار شدته $I_L = \frac{U_L}{r} = \frac{E}{r} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$ وليس $1,5 \text{ A}$ ، وذلك في حالة مولد مثالي .

أما إذا كان المولد غير مثالي ، يمكن أن تكون شدة التيار $I = 1,5 \text{ A}$

المزيد : التوتر بين طرفي المولد الحقيقي (وهو غير مستعمل في البرنامج) ، $u = E - r'i$ ، حيث r' هي المقاومة الداخلية للمولد .

في هذه الحالة يكون لدينا في الدارة : $E - r'i = u_L$ ، وبالتالي يكون $u_L < E$.

وهكذا يكون التوتر بين طرفي الوشيعية $u_L = 1,5 \times 6 = 9 \text{ V}$

2 - المصباح لا يشتعل لأن التوتر بين طرفيه أقل من 220 V . (سواء 9 V أو 12 V)

3 - عندما نغلق القاطعة يتوزع التيار الذي يُصدره المولد بين المصباح والوشيعية ، وتكون عادة شدة التيار في المصباح أقل من شدة التيار في الوشيعية ، وذلك حسب المقاومة الكبيرة للمصباح بالنسبة للوشيعية . وتكون القوة المحركة الكهربائية (E) للمولد غير كافية لإشعال المصباح .

عندما نفتح القاطعة ينعدم التيار فجأة في المصباح ، لأن المصباح عبارة عن ناقل أومي ، ونعلم أن الناقل الأومي لا يبطل انعدام التيار

(عدم استمرارية التيار في ناقل أومي) . أما التيار في الوشيعية ينعدم بالتدرج حسب العلاقة $i_N = \frac{E}{r+R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ (لا ينعدم فجأة) ، أي

(استمرارية التيار في الوشيعية) .

وبالتالي يمر التيار i_L في الناقل الأومي . إن مدة حياة هذا التيار هي $t = 5\tau$.

$$\tau = \frac{t}{5} = \frac{0,0025}{5} = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$$

نحسب مقاومة المصباح التي نعتبرها ثابتة (لأن هناك مصابيح تتغير مقاومتها أثناء اشتغالها) .

$$R = \frac{L}{\tau} - r = \frac{0,4}{5 \times 10^{-4}} - 6 = 794 \Omega$$
 ومنه $\tau = \frac{L}{R+r}$ لدينا

عند فتح القاطعة تبقى جهة التيار في الوشيعية كما كانت قبل فتح القاطعة (العكس في المكثفة) . إذن يمر في المصباح تيار شدته

$$I_N = 1,5 \text{ A} \text{ ، ويكون عندها } u_b + u_R = 0 \text{ ، وبالتالي تكون أكبر قيمة للتوتر بين طرفي الوشيعية : } u_b = -u_R$$

$$|u_b| = 1191 \text{ V} \text{ ، أي } u_b = -R \times I_N = -794 \times 1,5 = -1191 \text{ V}$$

التمرين 24

1 - تطور شدة التيار في الدارة : $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ، (الوشيعية صافية)

انظر للدرس كيف وجدنا هذه العلاقة عند قطع التيار .

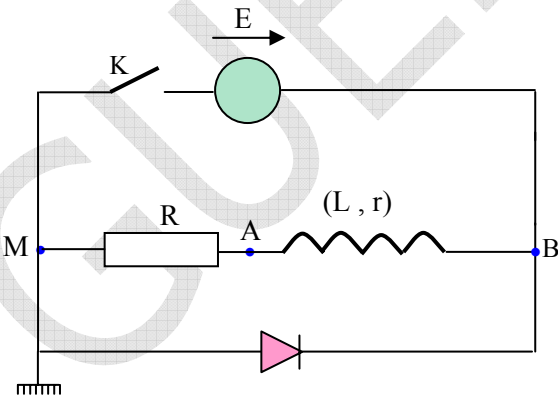
2 - أ) التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R i$

$$u_R = R \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = E e^{-\frac{R}{L}t}$$

u_0 هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي في اللحظة $t = 0$ ، أي : $u_0 = E$

$$(1) \quad u_R = 0,9 u_0 = u_0 e^{-\frac{R}{L}t_1} \text{ عند اللحظة } t_1$$

$$(2) \quad u'_R = 0,1 u_0 = u_0 e^{-\frac{R}{L}t_2} \text{ عند اللحظة } t_2$$



بتقسيم العلاقتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد : $9 = e^{\frac{R}{L}(t_2 - t_1)}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة ، نكتب :

$$\ln 9 = (t_2 - t_1) \times \frac{R}{L} ، ومنه \frac{R}{L} = \frac{\ln 9}{t_2 - t_1} ، ولدينا ثابت الزمن \tau = \frac{L}{R} ، إذن$$

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln 9} = \frac{1,65 \times 10^{-3}}{2,2} = 0,75 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$L = \tau \times R = 0,75 \times 10^{-3} \times 1000 = 0,75 \text{ H} \quad \text{ب) ذاتية الوشيعة :}$$

ملاحظة :

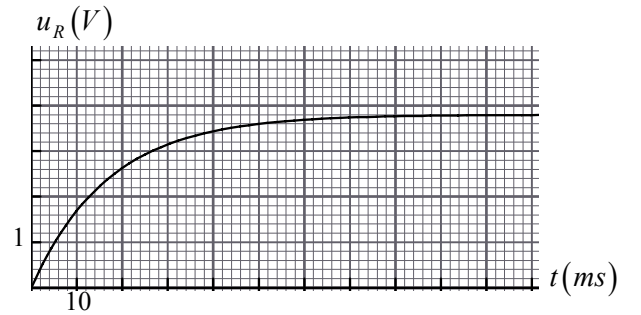
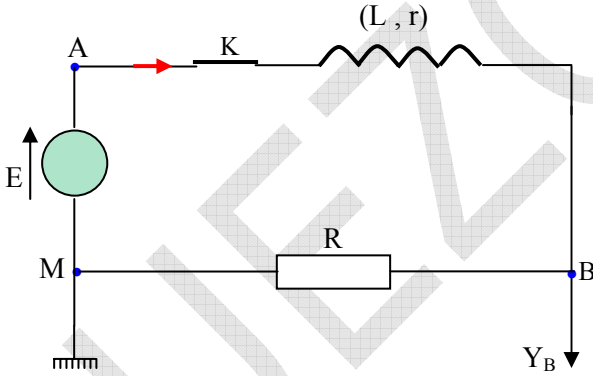
الهدف من وضع الصمام في الدارة وتوجيهه بهذا الشكل هو منع حدوث الشرارة الكهربائية التي تظهر عند القاطعة عند فتحها .
سبب وجود هذه الشرارة : لو لم يوجد الصمام أين تذهب الطاقة المغناطيسية التي كانت مخزنة في الوشيعة لحظة فتح القاطعة؟

إن فتح القاطعة يخلق مقاومة كبيرة جدا متكونة من حيز من الهواء موجود بين فكي القاطعة ، إذن تصوّر هذه المقاومة الكبيرة مضروبة في شدة التيار التي كانت تمر في الوشيعة قبل فتح القاطعة ، فإنها تعطي توترا كبيرا بين طرفي القاطعة ، بحيث تفرغ طاقة الوشيعة على شكل طاقة كهرومغناطيسية (ضوء) وهذا الذي نشاهده ...
يمكن لهذه الطاقة أن تخرب أجهزة أخرى مربوطة وراء القاطعة ، مثل بطاقة الحبكة المعلوماتية التي ترفق تركيب التجربة بجهاز الكمبيوتر .

الصمام يمرر التيار الكهربائي في نفس الدارة ويحمي الأجهزة الأخرى .

التمرين 25

1 - التوتر الذي يظهر في المدخل Y_B هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R i$



2 - في النظام الدائم يكون (من البيان) $u_R = 3 \text{ V}$ ، ولدينا قانون أوم في ناقل أومي $u_R = R I_0$ ، $I_0 = \frac{3}{50} = 0,06 \text{ A}$ ،

3 - حسب قانون جمع التوترات : $E = u_R + u_L$ ، أي $E = (R + r)i + L \frac{di}{dt}$

4 - في النظام الدائم يكون $E = (R + r) I_0$ ، ومنه : $r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{3,8}{0,06} - 50 = 13,3 \Omega$

ملاحظة : السؤال 4 كان أكثر دقة في الطبعة القديمة ، وهذا هو نصه : احسب المقاومة الداخلية للوشيعة ومقاومتها .

لحساب ذاتية الوشيعة نحسب أولا ثابت الزمن ، وذلك من البيان $u_R = f(t)$ ، حيث أن عند الزمن $t = \tau$ يكون :

$$u_R = 0,63 \times 3 = 1,89 \text{ V} \text{ يوافق } \tau \approx 17 \text{ ms}.$$

$$L = R' \times \tau = (R + r) \times \tau = 63,3 \times 17 \times 10^{-3} \approx 1 \text{ H} \text{ ذاتية الوشيجة}$$

التمرين 26

1 - المعادلة التفاضلية لشدة التيار عند تطوره نحو قيمة ثابتة غير معدومة معناه المعادلة أثناء تطبيق التيار .

حسب قانون جمع التوترات في ثنائي القطب RL ، نكتب : $E = Ri + L \frac{di}{dt}$ (الوشيجة صافية ، أي $r \approx 0$)

بتقسيم طرفي هذه المعادلة على L ، نجد المعادلة التفاضلية المطلوبة : $(1) \quad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$

2 - لدينا حل المعادلة التفاضلية (1) هو : $i(t) = a + b e^{-\alpha t}$

نعوض في المعادلة (1) : $-\alpha b e^{-\alpha t} + \frac{R}{L}(a + b e^{-\alpha t}) = \frac{E}{L}$

$$\frac{R}{L}a + b e^{-\alpha t} \left(\frac{R}{L} - \alpha \right) = \frac{E}{L}$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة ، يجب أن يكون : $\frac{R}{L} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{R}{L}$ ، و $\frac{R}{L}a = \frac{E}{L} \Rightarrow a = \frac{E}{R}$

نعلم أنه عند $t = 0$ يكون $i = 0$. بالتعويض في المعادلة (2) : $0 = a + b e^0 = a + b \Rightarrow a = -b$

$$a = -b = \frac{E}{L}$$

3 - الشدة العظمى للتيار : $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ A}$

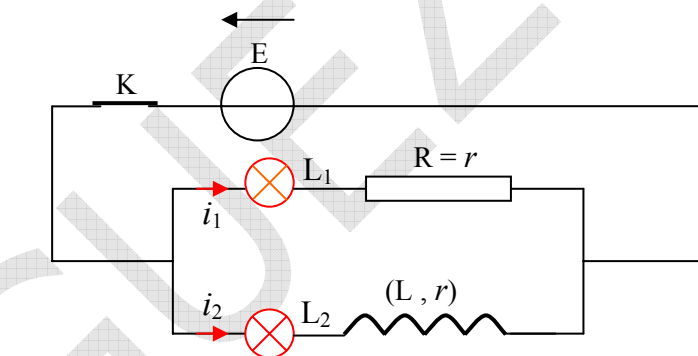
4 - ثابت الزمن : $\tau = \frac{L}{R}$ ، لكن L مجهولة !

التمرين 27

1 - عبارة التوتر في كل فرع :

$$u_1 = (r + R_1) i_1 \text{ : الفرع (1)}$$

$$u_2 = (r + R_1) i_2 + L \frac{di_2}{dt} \text{ : الفرع (2)}$$



2 - في الفرع (1) : بمجرد غلق القاطعة يشتعل المصباح L_1 ، لأن الناقل الأومي لا يعرقل تطبيق التيار (ذاتية الناقل الأومي معدومة) ، وبالتالي عدم استمرارية شدة التيار .

في الفرع (2) : الوشيجة تقاوم تغيير التيار ، حيث تنشأ قوة كهربائية متحسسة تمرر تيارا في الوشيجة عكس جهة التيار i_1 مما يزيد في مدة تطبيق i_1 ، وبالتالي المصباح L_2 يشتعل بعد المصباح L_1 .

3 - في النظام الدائم يصبح $i_1 = i_2 = I$ ، لأن مقاومتي الفرعين متساويتان .

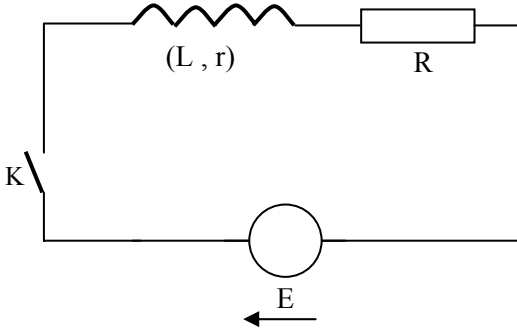
4 - الوسيلة العملية التي تبين لنا أن $i_1 = i_2$:

- إما مشاهدة قوة الإضاءة في المصباحين متماثلة (أقل دقة) .
- أو بكل بساطة ربط مقياس أمبير في كل فرع وقراءة شدة التيار عليهما .

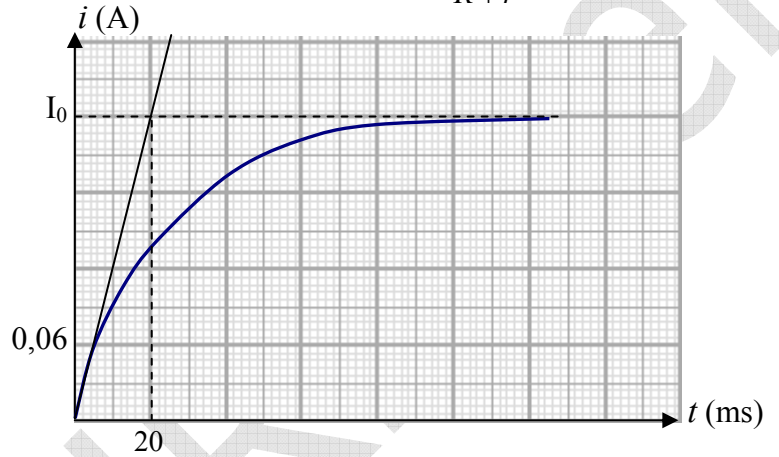
التمرين 28

1- مخطط الدارة في الشكل المقابل .

2- في النظام الدائم $I_0 = \frac{E}{R+r}$ (1)



مخطط الدارة الكهربائية



2- في النظام الدائم لدينا من البيان : $I_0 = \frac{E}{R+r}$ هي أعظم قيمة لـ i ، أي $I_0 = 0,06 \times 4 = 0,24 \text{ A}$

بالتعويض في (1) : $R+r = \frac{12}{0,24} = 50 \Omega$ ، ومنه $r = 50 - 35 = 15 \Omega$

3- من البيان لدينا فاصلة نقطة تقاطع المماس للبيان في المبدأ مع المستقيم الأفقي $i = I_0$ هي $t = \tau = 20 \text{ ms}$

$$L = \tau \times (R+r) = 20 \times 10^{-3} \times 50 = 1 \text{ H}$$

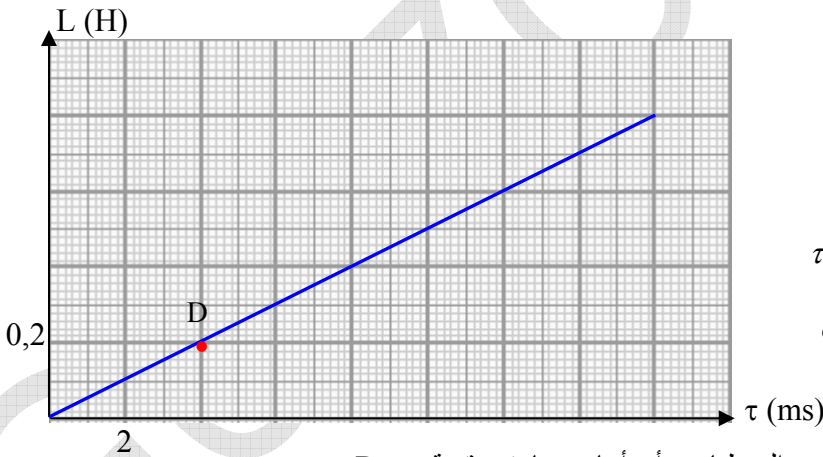
4- أ) العبارة البيانية هي : $L = a \tau$ هو ميل المستقيم .

ب) ثابت الزمن من الدراسة النظرية هو $\tau = \frac{L}{R+r}$

ج) من البيان نأخذ نقطة كيفية ، مثلا النقطة (D) ، حيث

$L = 0,2 \text{ H}$ و $\tau = 4 \text{ ms}$ ونستنتج :

، وهذه النتيجة تتفق مع المعطيات ، أي أننا وجدنا نفس قيمة $R+r$. $R+r = \frac{L}{\tau} = \frac{0,2}{4 \times 10^{-3}} = 50 \Omega$



التمرين 29

1- لدينا شدة التيار $i = 1,2(1 - e^{-2t})$ ، حيث i بـ A و t بـ s

عند $t = 0$ يكون $i = 1,2(1 - 1) = 0$. شدة التيار معدومة إذن الطاقة معدومة لأن $E_b = \frac{1}{2} L i^2$

2 - نكتب عبارة الشدة كما يلي : $i = 1,2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

عند $t = \tau$ ، يكون $i = 1,2 \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 1,2 \left(1 - \frac{1}{2,71}\right) = 1,2 \times 0,63 = 0,75 \text{ A}$

الطاقة المخزنة : $E_b = \frac{1}{2} L i^2 = 0,5 \times 1 \times (0,75)^2 = 0,28 \text{ J}$

عندما $t \rightarrow \infty$ ، فإن $i = 1,2(1 - e^{-\infty}) = 1,2(1 - 0) = 1,2 \text{ A}$

الطاقة المخزنة : $E_b = \frac{1}{2} L i^2 = 0,5 \times 1 \times (1,2)^2 = 0,72 \text{ J}$

3 - من عبارة شدة التيار لدينا $\frac{1}{\tau} = 2$ ، ومنه $\tau = 0,5 \text{ s}$. مقاومة الوشيعية هي $r = \frac{L}{\tau} = \frac{1}{0,5} = 2 \Omega$

التمرين 30

تمثل هذه الحالة قطع التيار عن الوشيعية .

1 - لدينا المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$ (1)

هذه المعادلة التفاضلية لها حل من الشكل : $i = Ae^{\alpha t} + B$ (2)

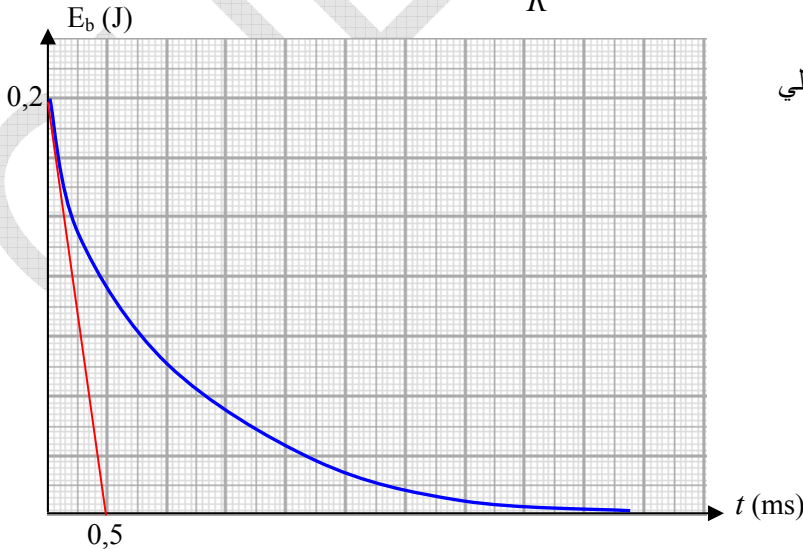
لكي نحدد B ، α نعوض في المعادلة (1) : $i = Ae^{\alpha t} + B$ و $\frac{di}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{R}{L}(Ae^{\alpha t} + B) = 0$$

$$Ae^{\alpha t} \left(\alpha + \frac{R}{L} \right) + \frac{BR}{L} = 0$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون $B = 0$ و $\alpha = -\frac{R}{L}$

نستنتج $A = \frac{E}{R}$ من المعادلة (2) ، حيث تكون عند اللحظة $t = 0$ شدة التيار في الوشيعية $i = \frac{E}{R}$



بالتعويض : $\frac{E}{R} = Ae^0 + B$ ، إذن $A = \frac{E}{R}$ ، وبالتالي

حل المعادلة هو $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ، حيث $\frac{E}{R} = I_0$

2 - الطاقة المخزنة في الوشيعية بدلالة الزمن :

$$E_b = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \left(I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \right)^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2R}{L}t}$$

$$E_b = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

الطاقة المخزنة في الوشيعية من الشكل :

$$E_{b0} = 0,2 \text{ J} \text{ ، حيث } E_b = E_{b0} e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

3 - ميل المماس عند النقطة $(0 ; E_{b0})$ هو مشتق العلاقة $E_b(t)$ عند $t = 0$

$$\text{ميل المماس : } tg\alpha = -\frac{OB}{OA} = -\frac{E_{b0}}{OA}$$

$$\text{مشتق } E_b(t) \text{ هو } \frac{dE_b}{dt} = -\frac{2E_{b0}}{\tau} e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

$$\text{وعند } t = 0 \text{ يكون المشتق : } \frac{dE_b}{dt} = -\frac{2E_{b0}}{\tau} e^{-\frac{2}{\tau}0} = -\frac{2E_{b0}}{\tau}$$

ميل هذا المماس هو نفسه $\frac{dE_b}{dt}/_0$

$$-\frac{E_{b0}}{OA} = -\frac{2E_{b0}}{\tau} \text{ ، ومنه : } OA = \frac{\tau}{2} \text{ ، إذن فاصلة النقطة A هي : } t = \frac{\tau}{2}$$

$$4 - \text{ لدينا } \frac{\tau}{2} = 0,5 \text{ ، ومنه } \tau = 1 \text{ ms}$$

مقاومة الدارة (الناقل الأومي والوشيعية) $R = 100 \Omega$ ، ونعلم أن ثابت الزمن هو $\tau = \frac{L}{R}$ ، ومنه :

$$L = R \times \tau = 100 \times 10^{-3} = 0,1 \text{ H}$$

5 - الزمن اللازم لتناقص الطاقة إلى النصف :

عند اللحظة $t = 0$ كانت الطاقة المخزنة في الوشيعية $E_b = \frac{1}{2} LI_0^2$. نحسب اللحظة t التي تكون فيها الطاقة نصف هذه الكمية

$$\text{وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي المعادلة نجد : } \frac{1}{2} = e^{-\frac{2}{\tau}t} \text{ أي } \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} LI_0^2 \right) = \frac{1}{2} LI_0^2 e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

$$t = t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2 \text{ ، وبالتالي : } -\ln 2 = -\frac{2}{\tau}t$$