

تمارين للمراجعة في مادة الرياضيات

التمرين الثاني

f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ:

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

1. احسب صورة كل عدد من الأعداد التالية:

$$0, -2, \frac{1}{2}$$

2. احسب السوابق الممكنة للعدد 4 بالدالة f .

3. بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = (x - 1)(x - 4)$$

4. عيّن سوابق العدد 0 بالدالة f .

التمرين الثالث

المستوى المنسوب إلى العلم المتعامد والمتجانس

$$(O; \vec{i}, \vec{j})$$

ثلاث نقاط من المستوى حيث:

$$A(1; 2), B(-1; 0), C(1; -2)$$

1. عين مركبتي كل من الشعاعين:

$$\vec{AC} \text{ و } \vec{AB}$$

2. ما هي طبيعة المثلث ABC .

3. عين إحداثيي النقطة M منتصف $[AC]$.

4. عين إحداثيي النقطة F حيث:

$$\vec{FA} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

5. نعتبر النقطة $H(\alpha; 1)$:

عين العدد الحقيقي α حتى تكون النقاط A, B, H في استقامة.

6. عين المعادلة الديكارتيّة للمستقيم (d_1)

الذي يشمل النقطة C وشعاع توجيهه \vec{AB} .

7. هل النقطة $E(-1; 3)$ تنتمي إلى المستقيم (d_1) ؟

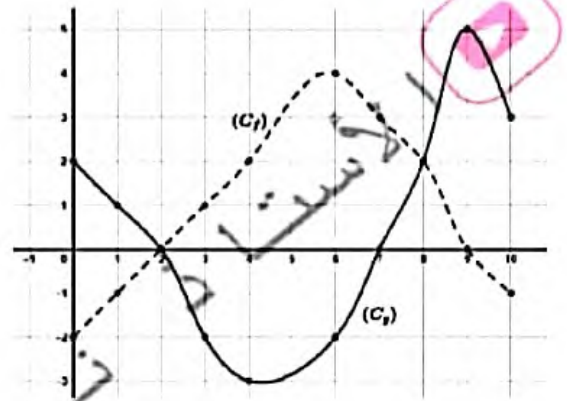
8. (d_2) مستقيم معادلته: $4x - 2y - 6 = 0$

• عين شعاع توجيهه المستقيم (d_2) . ثم استنتج معامل توجيهه.

• ادرس تقاطع المستقيمين (d_1) و (d_2) محدداً نقطة تقاطعهما إن وجدت.

التمرين الأول

f و g دالتان معرفتان بتمثيلهما البياني (C_f) و (C_g) على المجال $[0; 10]$ كما هو موضح على الشكل المقابل:



1. ما هي صور الأعداد 1, 4, 6 بالدالة g .

2. ما هي السوابق الممكنة للعدد -2 بالدالة g .

3. أنجز جدول تغيرات كل من الدالتين f و g .

4. ما هي القيم الحدية للدالة f والدالة g .

5. لخص في جدول إشارة $f(x)$.

6. حل بيانياً المعادلات التالية:

$$f(x) = g(x)$$

$$g(x) = 1$$

$$f(x) = -1$$

7. حل بيانياً المتراجحات التالية:

$$g(x) \leq f(x)$$

$$g(x) < 1$$

القيم الحدية للدالة g
القيمة الحدية العظمى
هي 5 عند g

القيمة الحدية الصغرى
هي -3 عند 4

5 جدول الاسطرة $f(x)$

x	0	2	9	10
$f(x)$	-	+	-	-

6 حل بيانيا

$$f(x) = g(x)$$

$$x = 2$$

$$x = 8$$

$$g(x) = 1 \quad (2)$$

$$x = 1, x = 7,5$$

$$f(x) = -1$$

$$x = 1, x = 10$$

7 حل بيانيا

$$f(x) < g(x)$$

$$x \in [2; 8]$$

$$g(x) < 1$$

$$x \in]1; 7,5[$$

التمرين الأول x سابقة
صورة $f(x), g(x), h(x)$
صورة الأعداد

$$x=1, g(1)=1$$

$$x=4, g(4)=-3$$

$$x=6, g(6)=-2$$

السؤال: $x?$

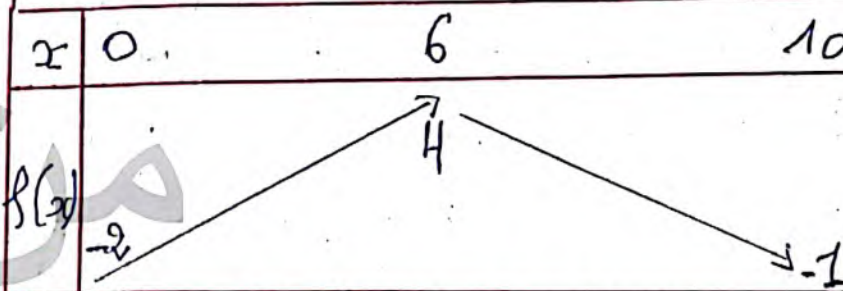
$$g(x) = -2$$

$$x=3, x=6$$

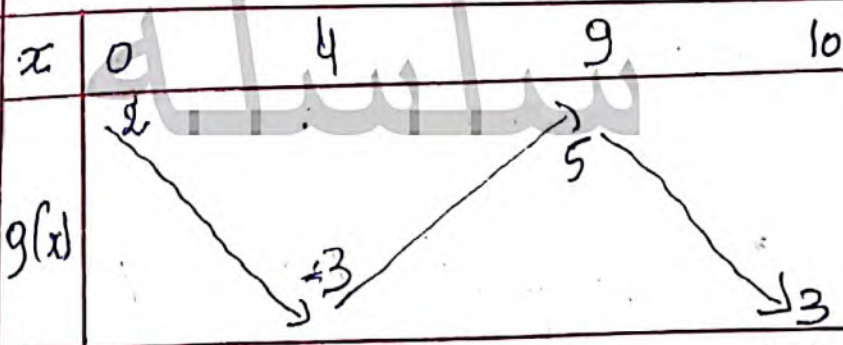
الحل عبر قناة اليوتيوب

الأستاذ نجاع إسماعيل

3 جدول التغيرات للدالة f



- جدول التغيرات للدالة g



4 القيم الحدية للدالة f

- القيمة الحدية العظمى

هي 4 عند 6

- القيمة الحدية الصغرى

هي -2 عند 0

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$f(x) = 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 4$$

$$x^2 - 5x = 4 - 4$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x \cdot x - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

3)

$$f(x) = (x-1)(x-4)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4x - x + 4 \\ &= x^2 - 5x + 4 = f(x) \end{aligned}$$

$$4) f(x) = (x-1)(x-4)$$

$$f(x) = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

التصمين 2

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 4$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 4$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{5 \times 2}{2 \times 2} + \frac{4 \times 4}{1 \times 4}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{10}{4} + \frac{16}{4} = \frac{1 - 10 + 16}{4} = \frac{7}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}$$

$$x = -2, f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 5(-2) + 4$$

$$= 4 + 10 + 4 = 18$$

$$f(-2) = 18$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 0^2 - 5(0) + 4 = 4$$

$$f(0) = 4$$

$$M \left(\frac{x_C + x_A}{2}, \frac{y_C + y_A}{2} \right)$$

$$M \left(\frac{1+1}{2}, \frac{-2+2}{2} \right)$$

$$M (1; 0)$$

4) تعيين إحداثيات F

$$\vec{FA} = \begin{pmatrix} x_A - x_F \\ y_A - y_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x_F \\ 2 - y_F \end{pmatrix}$$

$$\vec{FA} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

$$2\vec{AB} + \vec{AC} = 2 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 - x_F \\ 2 - y_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$1 - x_F = -4 \Rightarrow -x_F = -4 - 1$$

$$2 - y_F = -8 \Rightarrow -y_F = -8 - 2$$

$$\therefore x_F = -5 \quad x_F = 5$$

$$\therefore y_F = -10 \quad y_F = 10$$

$$F (5; 10)$$

المسارين 3

$$A(1; 2) \quad B(-1; 0) \quad C(1; -2) \quad \triangle$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 1 \\ 0 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ -2 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

طبيعة مثلث حسب حساب أطوال

$$\|AB\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4}$$

$$AB = \sqrt{8}$$

$$\|AC\| = \sqrt{(0)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16} = 4$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - (-1) \\ -2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$BC = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4}$$

$$\|BC\| = \sqrt{8}$$

$$\|AB\| = \sqrt{8}$$

$$\|AC\| = 4$$

لدينا $BC = AB$ إذن مثلث متساوي

الساقين ورأسه B

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$16 = 8 + 8$$

حسب نظرية فيثاغورس العكسية
المثلث ABC متساوي الساقين

وقائم رأسه B

$$d_1: -2x + 2y + 6 = 0$$

d_1 هل $E(-1, 3)$ تنتمي الى d_1

$$d_1: -2(-1) + 2(3) + 6 = 2 + 6 + 6 = 14 \neq 0$$

اذن $E(-1, 3)$ لا تنتمي الى مستقيم d_1

$$d_2: 4x - 2y - 6 = 0 \quad (8)$$

معامل التوجيه $y = ax + b$
 التوجيه مستقيم d_2
 $b = -2$
 $-b = 2$
 $\vec{v} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

معامل التوجيه $-2y = 6 - 4x$
 $\frac{-2y}{-2} = \frac{6}{-2} - \frac{4x}{-2}$

$$y = -3 + 2x$$

معامل التوجيه d_2 هو d_1

دراسة تقاطع d_1 و d_2
 $d_2 = 2$

$$-2x + 2y + 6 = 0$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{-6}{2} + \frac{2x}{2}$$

$$d_2 \quad \boxed{y = -3 + x}$$

$d_2 = d_1 = 1$
 معامل توجيه مستقيم d_2

$$\alpha_1 = 1 \neq \alpha_2 = 2$$

d_1 و d_2 لا يتقاطعان

$$-3 + x = -3 + 2x$$

$$x - 2x = -3 + 3$$

$$-x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

$$I(0, -3) \quad y = -3$$

$$H(\alpha, 1) \quad (5)$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \vec{u} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$xy' - x'y = 0$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AH} \begin{pmatrix} x_H - x_A \\ y_H - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - 1 \\ 1 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{AH} \begin{pmatrix} \alpha - 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$(-2)(-1) - (\alpha - 1)(-2) = 0$$

$$2 = [-2\alpha + 2] = 0$$

$$2 + 2\alpha - 2 = 0$$

$$\frac{2\alpha}{2} = \frac{0}{2}$$

$$\boxed{\alpha = 0} \quad H(0, 1)$$

d_2 تعيين معادلة مستقيم d_2 (6)

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \quad \boxed{a = -2}$$

$$+b = -2 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$\alpha x + by + c = 0$$

$$(-d_2) \quad -2x + 2y + c = 0$$

$$-2(1) + 2(-2) + c = 0$$

$$-2 - 4 + c = 0$$

$$-6 + c = 0$$

$$\boxed{c = 6}$$

$$(d_2): -2x + 2y + 6 = 0$$

تمارين للمراجعة في مادة الرياضيات

نص التمرين

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, i, j) .

تعتبر النقطة $A(-1; 0)$ ، $BO = 3i - 3j$ و $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. علم النقاط A, B, D .

2. عين إحداثيي النقطة C حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3. تعتبر النقطة F منتصف القطعة $[AB]$ والنقطة H المعرفة بالعلاقة الشعاعية: $\overrightarrow{3BH} = \overrightarrow{BD}$

• (i) بين أن النقاط C, H, F على استقامة واحدة.

4. المستقيم (Δ) الذي يشمل A ويوازي (BC) :

• (i) احسب معامل توجيه (Δ) .

• (ب) عين معادلة المستقيم (Δ) .

5. (Δ') المستقيم العمودي على (Δ) في A :

• (i) تحقق أن معادلة المستقيم (Δ') تكتب من الشكل $x + 3y + 1 = 0$.

• (ii) حل في \mathbb{R}^2 جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} 3x - y = -3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

• ثم فسر النتيجة هندسياً.

مجموعة من تمارين في الحساب الشعاعي

4 عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع حامل محور الفواصل، ثم مع حامل محور الترتيب.

5 عين إحداثيي النقطة N بحيث تكون B هي نظيرة A بالنسبة لـ N .

6 أحسب الأطوال AB, AD, DB ، ثم استنتج نوع المثلث ABD .

7 عين E مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABD .

8 استنتج المسافة EN .

التمرين الثالث

تحقق أن الجملة (S) التالية تقبل حلاً ثم حل الجملة: 1.

$$(S) : \begin{cases} x - y = -3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$$

اكتب معادلة المستقيمين (D_1) و (D_2) حيث:

المستقيم (D_1) يشمل النقطتين $A(-2; 1)$ و $B(2; 5)$

المستقيم (D_2) يشمل النقطة $C(\frac{1}{3}; 0)$ وشعاع توجيه له:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

أ. ارسم بعناية المستقيمين (D_1) و (D_2)

ب. من البيان، عين نقطة تقاطع (D_1) و (D_2)

ماذا تستنتج؟

التمرين الأول

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
نعتبر النقاط A, B و C حيث:

$$\vec{OB} = -3\vec{i} - 5\vec{j}, \quad A(2; -2), \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. عين إحداثيي النقطة C ، ثم علم النقطة A و B و C .

2. عين إحداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3. لتكن M منتصف القطعة $[BC]$ والنقطة N التي تحقق العلاقة الشعاعية:

$$\vec{DM} = \frac{3}{2}\vec{DN}$$

ب- عين إحداثيي النقطة N .

4. اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (AC) .

5. لتكن النقطة $E(-4; -2)$. احسب أطوال أضلاع المثلث ACE ، ثم استنتج طبيعته.

التمرين الثاني

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 علم النقط:

$$A(1; 2), \quad B(3; 0), \quad C(-3; -4), \quad D(0; 1).$$

2 عين إحداثيي النقطة M حتى يكون الرباعي $BMC A$ متوازي أضلاع.

3 عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل A و B وشعاع توجيه له.

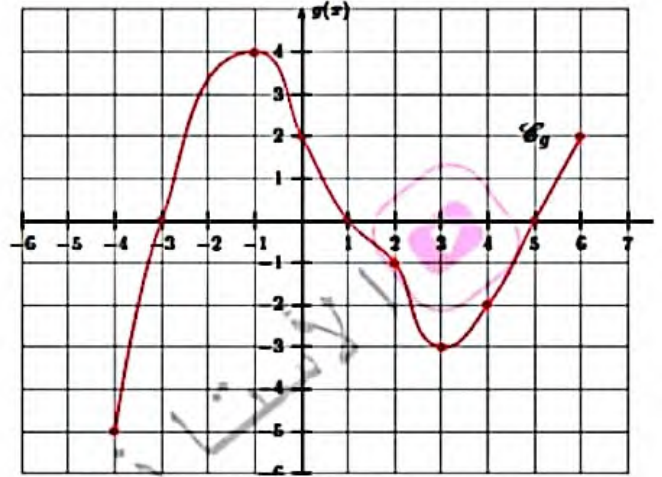
التمرين الثاني

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
 نعتبر النقاط التالية: $A(2, 1)$, $B(3, -1)$, $C(1, -4)$

- أ- عين إحداثي الشعاعين \vec{AB} و \vec{AC} .
 ب- هل النقاط A, B, C في استقامة؟
- عين إحداثي منتصف القطعة $[AC]$.
- أ- عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل C و
 يوازي الشعاع \vec{AB} .
 ب- هل تنتمي النقطة $D(0; 1)$ إلى المستقيم
 (Δ) ؟
- عين معادلة المستقيم (Δ_1) الذي يشمل A و يوازي
 محور الترتيب.
- عين معادلة المستقيم (Δ_2) الذي يشمل A و يوازي
 محور الفواصل.
- عين معامل توجيه المستقيم الذي معادلته
 $5x - 3y - 2 = 0$.
- نعتبر النقطة $E(2x, x)$ حيث x عدد حقيقي، عين
 قيمة x من أجل أن تكون النقاط E, B, A على
 استقامة واحدة.
- أ- هل يكون المثلث EBA متساوي الساقين بالنسبة
 للقطعتين $[EA]$ و $[EB]$ ؟
 ب- عين إحداثيات النقطة M بحيث
 $AM = 3MB$.
- عين إحداثيات النقطة F بحيث يكون الرباعي
 $ABCF$ متوازي أضلاع.
- هل المثلث ABC قائم؟ علل.

التمرين الأول

نعتبر الدالة g ويعطى تمثيلها البياني كما في الشكل المقابل.



- عين مجموعة تعريف هذه الدالة.
- أوجد صورة العددين -4 و 4 بالدالة g .
- عين سابقة كل من 4 و -3 بالدالة g .
- أوجد مجموعة الأعداد الحقيقية التي لها صورة موجبة
 بالدالة، نسميها E .
- ما هي القيم العظمى والصغرى للدالة g ؟ وما هي القيم
 x الموافقة لها؟
- أوجد مجموعة الأعداد الحقيقية التي لها بالضبط 3
 سوابق بالدالة g .
- أنشئ جدول التغيرات للدالة g ، ثم هات حصراً ل
 $g(x)$ على المجال $[-3; 5]$.